Міжнародна програма
«ЕВРИСТИКА ТА ДИДАКТИКА ТОЧНИХ НАУК»
International program
«HEURISTICS and DIDACTICS of EXACT SCIENCES»
Международная программа
«ЭВРИСТИКА И ДИДАКТИКА ТОЧНЫХ НАУК»

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:
проблеми і дослідження

DIDACTICS of MATHEMATICS:
Problems and Investigations

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:
проблемы и исследования

Міжнародний збірник наукових робіт
International Collection of Scientific Works
Международный сборник научных работ

Випуск 15

Засновники:

Донецька школа евристики та точних наук Донецької фірми наукоємних технологій (Фірми ТЕАН) Національної академії наук України

Національний педагогічний університет ім.М.П.Драгоманова

Донецький державний університет

Інститут педагогіки Академії педагогічних наук України

Донецьк Фірма ТЕАН 2001

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році.

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 27.04.2001 (протокол №4).

Д44 **Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. –** Вип. 15. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2001. – 172 с. (Міжнародна програма «Евристика та дидактика точних наук»).

ISBN 966-7507-0-9 (серія)
ISBN 966-7507-04-01 (Фірма ТЕАН, Україна)

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся.

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

ISBN 966-7507-0-9 (серія)
ISBN 966-7507-04-01 (Фірма ТЕАН, Україна)

О НЕКОТОРЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ РАБОТЫ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО СОВЕТА ПО ТЕОРИИ И МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИКЕ В РЕСПУБЛИКЕ БЕЛАРУСЬ

И.А.Новик, действит. член Белорусской Академии Образования, доктор пед.наук, профессор
г.Минск, Республика Беларусь

Впервые в истории белорусской педагогической науки в 1995 году начал работу специализированный совет, принимающий к защите докторские диссертации по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения (математике).

Благодаря его успешной работе в Республике Беларусь впервые появилась плеяда молодых докторов педагогических наук по данной специальности. Особенно важно, что в тематике диссертаций превалируют исследования проблем нового для нашей республики направления педагогической науки - вузовской теории и методики обучения математике студентов не только педагогических, но и технических вузов Республики.

В частности, исследование В.Г.Скатецкого «Научные основы профессиональной направленности преподавания математики студентам нематематических специальностей (на базе химического факультета университета)» (1995г.) имело целью теоретически обосновать профессиональную направленность преподавания математики, выделить и разработать дидактические основы и внедрить в практику работы учебно-методический комплекс, обеспечивающий современный уровень математического образования студентов химических специальностей университетов.

Научная новизна проведенного исследования состояла в том, что автором была впервые выдвинута принципиально новая концепция принципиальной направленности преподавания математики на факультетах нематематического профиля, состоящая в

– разработке научных основ профессиональной направленности преподавания математики студентам нематематических специальностей для преодоления существующего формализма в процессе изложения курса математики на факультетах нематематического профиля;

– создании понятийно-методологического аппарата профессиональной направленности преподавания математики с целью построения такой методической структуры, которая позволяет осуществлять перестройку преподавания математики на факультетах нематематического профиля;

– построение системы методики преподавания математики на факультетах нематематического профиля, базисным элементом которой является двуединая задача методики преподавания математики, а элементами принцип фундаментальности, принцип профессиональной адаптации, принцип новой математической идеи и принцип преемственности. Данная система предназначена для разработки методических подходов, позволяющих преодолевать самоизолированность курса математики и обеспечивать его эффективную интеграцию с профилирующими дисциплинами данной специальности.

Реализация данной концепции обеспечила профессиональную направленность преподавания математики на факультетах нематематического профиля и способствовала качественной подготовке современных специалистов в соответствующей области знаний.

Цель исследования Шабека Л.С. на тему «Геометрическое обеспечение целостной графической подготовки инженера (системно-конструктивный подход)» (1995г.) состояла в теоретической разработке и научно-практическом обосновании целостной графической подготовке специалиста в области техники. Автором разработана концепция графической подготовки инженера в системе непрерывного образования; построена ее структурно-функциональная модель; проанализирована динамика и тенденции развития графической подготовки учащихся средних и высших учебных заведений; раскрыто место и роль геометрических знаний и умений в системе компонентов, характеризующих целостную графическую подготовку обучаемых; разработаны требования к обновлению содержания графической подготовки инженера и построению ее методической системы; сконструирован и апробирован комплекс учебно-методических средств обеспечения непрерывности и целостности графической подготовки инженера.

Исследование Булдыка Г.М. «Формирование математической культуры экономиста в вузе» (1997г.) имело целью разработать научно-обоснованную методику формирования математической культуры экономиста в вузе и создать методический комплекс средств обучения, обеспечивающий необходимый уровень математического образования для осуществления профессиональной деятельности. В диссертации автором, в частности, впервые предложена система формирования математической культуры экономиста с точки зрения основных положений теории педагогики, психологии, математики, логики и кибернетики, характеризуемая следующими признаками:

– целенаправленностью обучения на формирование математической и алгоритмической культуры экономиста;
– непрерывностью, поступательностью, интегративностью, ярко выраженной этапностью процесса математической подготовки экономиста, самообразованием;
– профессиональной направленностью математических знаний, которая обеспечивается использованием методического комплекса дидактических средств и методики обучения; новых и усовершенствованных форм их обучения; системы контроля математических знаний и умений, приобретаемых в процессе обучения.

Булдык Г.М. разработал теоретическую концепцию формирования математической культуры экономиста в вузе, в основу которой положены *принцип целенаправленности,* принцип преемственности, принцип строгости изложения теоретического материала, *моделирующий принцип,* принцип заинтересованности в изучении математики, направленные на эффективное обучение математике. В его исследовании наполнена новым специфическим содержанием методическая система формирования математической культуры экономиста в вузе, содержащая цели обучения, формы и средства обучения, которая отвечает реализации предложенной нами концепции; определены и уточнены понятия:

– основы математических знаний экономиста;
– профессионально-педагогическая направленность обучения математике студентов экономических специальностей;
– алгоритмическая функция задач по курсу математики для студентов экономических специальностей;
– математическая культура экономиста;
– оперативность знаний;
– качество знаний;
– комплексная оценка оперативности и глубины знаний;
– модель описания качества знаний;
– алгоритмическая культура будущих экономистов.

Докторская диссертация А.М.Радькова «Научные основы тестирования в системе непрерывного обучения математике» (1996 г.) посвящена разработке и реализации целостной концепции применения тестирования в системе непрерывного обучения математике и создания на ее основе методик составления и внедрения математических тестов, в сочетании с другими диагностико-дидактическими средствами, в общую структуру математического образования, в систему непрерывной подготовки учителя математики.

Автором, в частности, установлено, что интеграция тестирования с традиционными формами контроля знаний и методами обучения математике способствовала созданию соответствующего учебно-методического обеспечения учебного процесса, в частности, подготовке методических рекомендаций по применению тестов и учебных пособий для школьников и студентов, в которых тесты занимают подобающее им место.

В целом, это исследование подтвердило гипотезу о том, что реализация функциональных возможностей тестирования обогащает содержание и методы обучения как в школе, так и в вузе, активизирует познавательную деятельность учащихся, повышает качество обучения математике и способствует совершенствованию профессиональной подготовки учителя в системе непрерывного педагогического образования.

Эти исследования являются теоретическим обобщением имеющихся психолого-педагогических и научно-методических исследований, опыта работы вузов, собственного опыта работы и результатов исследования авторов, представляют новое решение научных проблем в области методики преподавания математики, имеющей народно-хозяйственное и социально-культурное значение.

Остается актуальной проблема дифференциации обучения студентов. В большинстве стран обучение математике студентов вузов дифференцировано. Накоплен значительный положительный опыт и в Республике Беларусь. Однако наиболее важными и нерешенными проблемами дифференциации во всех странах мира остаются следующие:

– создание условий для достижения единого высокого уровня образованности, который приобретается студентами при различных специализациях;
– разработка методов определения уровня интеллекта обучаемого;
– разработка методики дифференцированного обучения студентов, поступивших из городских и сельских школ.

Реформа средней общеобразовательной школы и последующая за ней реформа высшей школы, многолетний опыт работы в ней убеждают в том, что назрела острая необходимость в проведении глубоких исследований по следующим перспективным направлениям теории обучения математике и физике в педагогическом вузе:

– выявление специфики подготовки бакалавров и магистров и определение диапазона их использования в системе образования республики;
– содержание бакалаврской и магистерской подготовки (блоки дисциплин, объем учебной нагрузки, соотношение учебных предметов, последовательность, объем, новизна и перспективность дисциплин по выбору);

– разработка и внедрение учебно-методических комплексов обучения математике, физике и информатике, реализующих профессиональную направленность преподавания этих курсов в вузе;
– создание и использование пакетов-модулей обучающих компьютерных программ в области физико-математических наук;
– разработка инновационных технологий профессионального образования учителя математики (физики и информатики): принципы применения, вариативность, профилирование;
– создание интегрированных курсов, реализация междисциплинарных связей предметов, влияющих на становление специалиста;
– построение единой программы специальности, объединяющей в единое целое специальные математические, методические, общепедагогические, общепсихологичекие и общенаучные дисциплины;
– разработка системы психолого-дидактических закономерностей формирования профессиональных умений и навыков в процессе изучения физико-математических дисциплин и выявление закономерностей усвоения учебного материала по физико-математическим дисциплинам в вузе;
– исследование проблем стандартизации высшего педагогического образования в связи с переходом на 12-и летнее обучение в школе;
– использование новых информационных технологий в обучении студентов общеобразовательным и специальным предметам в вузе.

По многим из этих направлений уже начаты исследования в нашей республике.

Резюме. Йдеться про головні наукові досягнення з методики навчання математики за останні роки в Республіці Беларусь.

Summary. The paper is devoted to recent principal scientific achievment in the methods of teaching mathematics in Belarus.

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ χ^2 У ПЕДАГОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

В.П.Коваленко, м.н.с.
Інститут педагогіки АПН України, м.Київ

❄. ***Генеральна сукупність, вибірка, подія.*** Розвиток суспільства тісно пов'язаний з рівнем освіти кожної людини, її вмінням обробляти різноманітну статистичну інформацію. В основі наукових знань лежать спостереження. Але одиничні спостереження за одним і тим самим об'єктом може мати багато особливостей властивих лише даному об'єкту і не давати загальної картини про природу даного явища. Для відшукання загальних закономірностей, що властиві даному явищу, слід проводити багаторазові спостереження, причому щоразу в однакових умовах. Зрозуміло, що такі спостереження можуть бути нездійсненними або практично недоцільними. Тому, обмежуються вивченням даного явища серед групи об'єктів.

Множину таких певних об'єктів, які володіють однією або декількома спільними властивостями, що виділяє їх з усіх інших предметів у статистиці прийнято називати генеральною сукупністю. Припустимо, що з даної генеральної сукупності певним чином відібрано n об'єктів. Тоді дану сукупність n об'єктів називають вибіркою, а число n відібраних об'єктів – обсягом вибірки. [1].

Під подією розуміють будь-яке явище, про яке можна сказати, що воно відбувається чи не відбувається під час певного випробування (досліду), причому, абстрагуючись від конкретної природи самої події. Розрізняють події вірогідні, неможливі та випадкові. Так, подію називають вірогідною, якщо вона обов'язково відбудеться під час проведення дослідження. Подію називають неможливою, якщо вона не може відбутися під час дослідження. І нарешті, подію вважають випадковою, якщо вона під час проведення дослідження може відбутися, а може й не відбутися. [2].

Під частотою появи події розуміють відношення числа подій, які ми реально спостерігаємо у дослідженні до загально числа настання всіх можливих подій. Дану частоту позначають через h. Наприклад, за виконання самостійної роботи 8 учнів з 30 отримали оцінку <5>, тоді вважають, що частота появи події “отримання оцінки <5>” $h=\frac{8}{30}\approx 0{,}27$ або h=27%.

❄***. <u>Вимірювань у педагогіці.</u>*** Вимірювання у широкому розумінні може бути визначено, як прописування чисел об'єктам або подіям, згідно означених правил. Правила, на основі яких, об'єктам прописують числа, відображають різні властивості даних об'єктів. Кожне таке правило породжує свій тип вимірювань, так звану “вимірну шкалу”. [3]. У кожній такій шкалі строго визначені властивості чисел, що прописуються об'єктам. А тому, дані шкали можна впорядкувати так, що кожна наступна буде містити властивості об'єктів попередньої та плюс ще свої. Всього таких шкал є чотири: 1) найменувань; 2) порядку; 3) інтервальна; 4) відношень.

Більш детально дамо характеристику шкали найменувань, оскільки її ми будемо використовувати далі. Побудова даної шкали можлива, коли встановлено критерій, який дозволяє досліджувані об'єкти розділити на декілька класів, так, що кожному об'єкту буде відповідати лише один клас. Об'єктам, які увійшли до одного класу, прописують одне й те ж саме число. Всі об'єкти даної шкали володіють тільки двома властивостями: рівності та відмінності. Так, якщо деяким об'єктам прописане однакове число, то всі вони вважаються рівними, у противному випадку відмінними за станом досліджуваної властивості. Наприклад, за однією ознакою (стать учнів класу), маємо: дівчата – 1, хлопці – 2. Або за двома ознаками (стать учнів та розв'язування задачі), маємо: дівчата розв'язали – 1, дівчата не розв'язали – 2, хлопці розв'язали – 3, хлопці не розв'язали – 4.

За допомогою даної шкали можна підрахувати число об'єктів кожного класу та знайти просте або відсоткове співвідношення даного числа до загальної кількості розглянутих об'єктів.

❄**. *Рівень достовірності та рівень значень.*** Для оцінки справедливості висновків досліджень вживають поняття “рівень достовірності” та “рівень значень”. Нехай маємо деяку ймовірність θ, яка наближається до одиниці (наприклад, θ=0,99, θ =0,95, θ =0,9 і т. д.). Тоді, якщо деяке судження справедливе з ймовірністю θ, то кажуть, що воно справедливе на даному рівні достовірності θ. Тобто, рівень достовірності, виражений у відсотках, вказує, скільки раз у 100 випадках дане судження є справедливим. Величину α=1-θ називають рівнем значень. Рівень значень, виражений у відсотках, вказує, у скількох випадках зі 100 ми ризикуємо помилитися, стверджуючи справедливість даного судження [1]. Наприклад, якщо θ =0,93 і як наслідок α=1-0,93=0,07, то справедливість деякого судження на 93% рівні достовірності або 7% рівні значень означає, що ми при прийнятті рішення допускаємо помилку не більше чим у 7 випадках зі 100.

Вибір того чи іншого рівня достовірності або значень визначається цілями та особливостями дослідження. У більшості випадках, для педагогічних досліджень є доцільним використанням θ =0,95. [1].

❄**. *Абсолютна помилка. Обсяг вибірки.*** Нехай Р – ймовірність появи деякої події. Тоді для частоти h та рівня достовірності θ можна визначити таке число $\varepsilon > 0$, що нерівність $| P-h | < \varepsilon$, буде виконуватися з ймовірністю θ. Дане число ε називають абсолютною помилкою, що відповідає заданому рівню достовірності θ.

Розглянемо тепер залежність між абсолютною помилкою ε, рівнем достовірності θ, частотою появи деякої події h та обсягом вибірки n. Маємо: $n = \frac{t_\theta^2 \cdot h(1-h)}{\varepsilon^2}$ (1), де t_θ – число, яке визначається для заданого рівня достовірності θ за таблицею нормального розподілу. Тут і далі ми будемо використовувати θ =0,95 для якого t_θ=1,96. Формула (1) дозволяє знаходити обсяг вибірки, яка забезпечує із заданою достовірністю θ наперед вибрану абсолютну помилку ε.

Для більшої наочності для θ =0,95 подамо таблицю 1, мінімального обсягу вибірки n, з наперед заданою абсолютну помилкою ε та частотою h.

Таблиця 1. (взято з книги [1]).

	h= 0,5 (50%)	h= 0,6 (60%)	h= 0,7 (70%)	h= 0,8 (80%)	h= 0,9 (90%)
ε=0,01 (1%)	9600	9216	8064	6144	3556
ε=0,02 (2%)	2400	2304	2016	1536	864
ε=0,03 (3%)	1067	1024	896	683	384
ε=0,04 (4%)	600	576	504	384	216
ε=0,05 (5%)	384	369	323	246	138

Вибір того чи іншого обсягу вибірки залежить від очікуваної частоти появи події при наперед вибраній абсолютній помилці. У випадку, якщо попередні дослідження по вивченню деякого явища не проводилися, тобто немає ніяких відомостей про розподіл даного явища у сукупності, то значення обсягу вибірки береться зі стовпчика максимальних значень n таблиці 1.

❄. Статистичні гіпотези, загальні принципи їх перевірки. Під статистичною гіпотезою розуміють довільне припущення про властивості випадкових величин або подій. Так, будь-яку гіпотезу, яка підлягає перевірці називають нульовою. Позначають її через H_0. Перевірка H_0 здійснюється шляхом порівняння її з іншою гіпотезою H_1, яку називають альтернативною. За допомогою вибраного критерію на основі визначених правил робиться висновок: або відкинути H_0 та прийняти H_1, або навпаки прийняти H_0 та відкинути H_1. [3, 4]

Перевірка нульової гіпотези здійснюється за принципом, який має назву “практичної неможливості”. Тобто, наперед вибирають рівень значень α (наприклад: α=0,1; α=0,05; α=0,01). При цьому випадкові події, ймовірність яких небільша α, вважають практично неможливими. Оскільки прийняття того чи іншого рішення, при перевірці даних гіпотез грунтується на ймовірному судженні, то логічними є наступні випадки. Для наочності подамо їх у таблиці 2.

Таблиця 2.

ГіпотезаH_0.	*Правильна.*	*Неправильна.*
Відкидається.	Помилка 1 роду.	Правильний висновок.
Приймається.	Правильний висновок.	Помилка 2 роду.

Важливо відмітити, що при використанні рівня значень α, ймовірність помилки першого роду завжди небільша α. Отже, роль рівня значень α, полягає в тому, що він забезпечує наперед задану малу ймовірність, а тобто й відносну рідкість помилкових розв'язків при відкиданні нульової гіпотези. Наприклад: при α=0,05 (тобто 5%), відкидаючи H_0 ми робимо помилку в середньому не більше чим у 5 випадках зі 100.

❄. Критерій χ^2 (хі–квадрат). Даний критерій використовується для порівняння розподілу 2 незалежних сукупностей за станом деякої властивості досліджуваних об'єктів на основі вимірювань за шкалою найменувань. Розглянемо застосування критерію χ^2 коли об'єкти двох незалежних вибірок (з двох різних сукупностей), за станом досліджуваної властивості можна розподілити на (***c***) категорій.

I. *Вимоги до застосування.*

1) Дві вибірки повинні бути випадковими.

2) Вибірки незалежні між собою, і будь-які члени кожної з вибірок також незалежні між собою.

3) Шкала вимірювань – шкала найменувань із (***c***) категоріями.

II. *Вихідні дані.*

1) Дві незалежні вибірки різних сукупностей обсягом, наприклад n_1 та n_2.

2) Вибір припущення про стан досліджуваної властивості.

3) За результатами вимірювань складається таблиця 3 розмірності 2х***c***.

Таблиця 3.

	Катег. 1.	Катег. 2.	Катег. 3.	...	Катег. ***i***.	...	Катег. ***c***.
Виб. №1	O_{11}	O_{12}	O_{13}	...	O_{1i}	...	O_{1c}
Виб. №2	O_{21}	O_{22}	O_{23}	...	O_{2i}	...	O_{2c}
	$O_{11}+O_{21}$	$O_{12}+O_{22}$	$O_{13}+O_{23}$	...	$O_{1i}+O_{2i}$	...	$O_{1c}+O_{2c}$

Де, O_{1i} та O_{2i} (i = 1, 2, ... , $\boldsymbol{c}$) – число об'єктів відповідно вибірок №1 та №2, що попали до i-тої категорії, за станом досліджуваної властивості. $n_1=\sum_{i=1}^{c} O_{1i}$ та $n_2=\sum_{i=1}^{c} O_{2i}$ – обсяги вибірок №1 та №2.

III. *Гіпотеза.* Нехай p_{1i} та p_{2i} (i = 1, 2, ... , $\boldsymbol{c}$) ймовірності попадання навмання вибраного об'єкту відповідно вибірок №1 та №2 до i-тої категорії. Тоді на основі даних таблиці 3 можна перевірити нульову гіпотезу про ймовірнісну рівність попадання об'єктів вибірок №1 та №2, хоча б до однієї категорії. Тобто, для двостороннього критерію H_0 має вигляд: $p_{1i} = p_{2i}$, (i =1, 2, ... ,$\boldsymbol{c}$), а H_1– $p_{1i} \neq p_{2i}$ (i =1, 2, ... ,$\boldsymbol{c}$). [3].

IV. *Перевірка (статистика критерію).* $T = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \cdot \sum_{i=1}^{c} \frac{(n_1 \cdot O_{2i} - n_2 \cdot O_{1i})^2}{O_{1i} + O_{2i}}$ (2)

V. *Правило прийняття рішень.* Розподіл статистики $\boldsymbol{T}$ можна апроксимувати розподілом χ^2 зі степенем свободи ν=$\boldsymbol{c}$-1. Тоді для вибраного α маємо: якщо $\boldsymbol{T}>\boldsymbol{T}_{крит}$ ($\boldsymbol{T}_{крит}$ – береться з таблиці 4), то H_0 відкидається на рівні значень α, та приймається H_1. У противному випадку немає достатнього підгрунтя для відхилення H_0.

Таблиця 4. Критичних значень статистик ($\boldsymbol{T}_{крит}$), що мають розподіл χ^2 з числом степенів свободи ν, для рівнів значень α. (взято з книги [3]).

Число степенів свободи ν.	α=0,10 1-α=0,90	α=0,05 1-α=0,95	α=0,025 1-α=0,975	α=0,01 1-α=0,99
1	2,706	3,841	5,024	6,635
2	4,605	5,991	7,378	9,210

3	6,251	7,815	9,348	11,34
4	7,779	9,488	11,14	13,28
5	9,236	11,07	12,83	15,09
…	…	…	…	…

Розглянемо застосування критерію χ^2 при обробці результатів педагогічного дослідження. Для цього скористаємося таблицею 5 (результатів контрольної роботи експерименту), дані взято з рукопису [5].

Таблиця 5	**А**	**Б**	**В**	**Г**	**Д**	
Групи.	Правильні та повні відповіді	Правильні але не повні відповіді	Частково помилкові відповіді	Помилкові відповіді	Відповіді не наведено	Всього
Експер.	61	56	68	114	12	311
Контр.	32	36	112	94	24	298
Всього	93	92	180	208	36	609

Згідно таблиці 5 загальна кількість об’єктів експериментальної та контрольної груп становить відповідно 311 та 298 студентів. Тоді обсяг генеральної сукупності – 609 об’єктів. Роботи студентів оцінювалися за категоріями. Отже, будь-яка робота могла попасти до однієї з даних категорій. Таким чином, вимоги до застосування критерію χ^2 виконуються.

Установимо рівень достовірності рівним 95%, тобто θ =0,95 (або рівень значень α=0,05) та виберемо абсолютну помилку ε =0,05. Оскільки попередні дослідження по вивченню даного явища не проводились, то значення обсягу загальної вибірки береться зі стовпчика максимальних значень *n* таблиці 1. У нашому випадку n=384.

Для складання вибірок експериментальної та контрольної груп скористаємося стратифікованим відбором. Суть його полягає у тому, що генеральну сукупність ділять на групи за спільною ознакою. Потім із кожної групи, пропорційно її обсягу відбирають необхідне число об'єктів. За таку ознаку візьмемо кількісну характеристику кожної з груп. Так, для експериментальної групи: $n_1=384\cdot\frac{311}{609}\approx196$, контрольної – $n_2=384\cdot\frac{298}{609}\approx188$ робіт. У відповідності до обсягів n_1 та n_2, навмання виберемо необхідні кількості робіт. Отримані результати відбору заносимо до таблиці 3, яка матиме наступний вигляд:

Таблиця 6.

	А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
Експер.	$O_{11}=35$	$O_{12}=24$	$O_{13}=52$	$O_{14}=77$	$O_{15}=8$
Контр.	$O_{21}=23$	$O_{22}=30$	$O_{23}=71$	$O_{24}=54$	$O_{25}=10$
	$O_{11}+O_{21}=58$	$O_{12}+O_{22}=54$	$O_{13}+O_{23}=123$	$O_{14}+O_{24}=131$	$O_{15}+O_{25}=18$

Позначимо через p_{1i} та відповідно p_{2i} ймовірності попадання виконаної студентами експериментальної та контрольної груп роботи до i-тої категорії (i = А, Б, В, Г, Д). Тоді, на основі даних таблиці 6 можна перевірити висунуту автором у рукописі [5] нульову гіпотезу про те, що знання і вміння студентів експериментальної та контрольної груп не залежать від форми контролю. Отже, для двостороннього критерію H_0 має вигляд: $p_{1i} = p_{2i}$ (i = А, Б, В, Г, Д), а H_1 – : $p_{1i} \neq p_{2i}$ (i = А, Б, В, Г, Д).

Підрахуємо критерій статистики $\boldsymbol{T}$ за формулою (2) :

$$T = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \cdot \sum_{i=1}^{5} \frac{(\ {}_1 \cdot O_{2i} - n_2 \cdot O_{1i})^2}{O_{1i} + O_{2i}} = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \cdot \left[\frac{(n_1 \cdot O_{21} - n_2 \cdot O_{11})^2}{O_{11} + O_{21}} + \right.$$

$$\left. \frac{(n_1 \cdot O_{22} - n_2 \cdot O_{12})^2}{O_{12} + O_{22}} + \frac{(n_1 \cdot O_{23} - n_2 \cdot O_{13})^2}{O_{13} + O_{23}} + \frac{(n_1 \cdot O_{24} - n_2 \cdot O_{14})^2}{O_{14} + O_{24}} + \frac{(n_1 \cdot O_{25} - n_2 \cdot O_{15})^2}{O_{15} + O_{25}} \right].$$

$$T = \frac{1}{196 \cdot 188} \cdot \left[\frac{(196 \cdot 23 - 188 \cdot 35)^2}{58} + \frac{(196 \cdot 24 - 188 \cdot 30)^2}{54} + \frac{(196 \cdot 71 - 188 \cdot 52)^2}{123} + \right.$$

$$\left. + \frac{(196 \cdot 54 - 188 \cdot 77)^2}{131} + \frac{(196 \cdot 10 - 188 \cdot 8)^2}{18} \right] \approx 10{,}1825.$$

За таблицею 4 для вибраного вище рівня значень α=0,05 та степенем свободи ν=5-1=4 маємо: $\boldsymbol{T}_{\text{крит}}$=9,488. Отже, $\boldsymbol{T} > \boldsymbol{T}_{\text{крит}}$. Тоді, згідно правила прийняття рішень, отримані результати вказують на те, що нульову гіпотезу необхідно відхилити і прийняти альтернативну. Тобто, можна зробити висновок, що знання і вміння студентів експериментальної та контрольної груп залежать від форми контролю.

Критерій χ^2 слід використовувати, коли число об'єктів O_{1i} та O_{2i} (i=1, 2,...,

c) у кожній з категорій є не меншим від 5. Якщо ж даних об'єктів менше, то у такому випадку необхідно об'єднати декілька категорій в одну.

1. Грабарь М. И., Краснянская К. А. Некоторые положения выборочного метода в связи с организацией изучений знаний учащихся. – М.: Педагогика, 1973.
2. Иванова В. Н., и др. Математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1981.
3. Грабарь М. И., Краснянская К. А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. – М.: Педагогика, 1977.
4. Фишер Р. А. Статистические методы для исследователей. – М.: Гостиздат, 1958.
5. Литвинович Е. А. Система проверки знаний и умений учащихся при преподавании специальных предметов в техникуме. Диссертация на соискания ученой степени кандидата педагогических наук. – К., 1978.

Резюме. В статье рассматривается способ использования непараметрических методов математической статистики в педагогических исследованиях. Выделены основные этапы эксперимента: выборка, ее размер; абсолютная ошибка результата; выбор уровня достоверности; гипотез исследования; правила принятия решений. Разобраны основные составляющие метода χ^2 и наведен конкретный пример его использования при обработке данных результатов педагогического эксперимента.

Summary. In article is considered method of application of nonparametric methods of a mathematical statistician in pedagogical researches. The milestones of experiment are chosen: sampling, her size; an absolute error of outcome; choice of a level of reliability; hypotheses of research; decision rules. The main components of a method χ^2 are taken apart and the concrete example of its usage is directed at data processing of these results pedagogical experiment.

ДИФЕРЕНЦІАЦІЯ ПРОЦЕСУ ПІДВИЩЕННЯ КВАЛІФІКАЦІЇ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

О.Е. Валльє, ст. викладач, В.І. Ільчук, ст. викладач,
В.Г. Страхов, канд. біол. наук, доцент.
Одеський інститут удосконалення вчителів

Реформування загальної середньої освіти передбачає методологічну переорієнтацію процесу навчання з інформативної форми на розвиток особистості навчаємого, індивідуально-диференційований підхід до навчання та контролю учбових досягнень навчаємих.

Сьогодні перед вчителями поставлені завдання пов'язані з оновленням змісту навчання та його інформації, модернізацією форм та методів навчання. Ситуація, що склалась вимагає від всіх вчителів знань сучасних технологій навчання та вмінь їх використовувати. Вчитель не тільки не має права зменшувати масиви своїх знань, умінь, але навпаки, зобов'язаний постійно підіймати планку професійної компетентності. Сьогодні, коли йдеться про високий рівень навчальних досягнень, то насамперед, маємо на увазі вміння в основному самостійно отримувати нові знання без яких неможливо працювати по-новому. Тому підвищення кваліфікації - це насамперед підвищення придатності до роботи вчителя, тобто удосконалення тих якостей і характеристик, які забезпечують ідейну, професійно-педагогічну підготовку, обсяг і склад спеціальної теоретичної та методичної підготовки за фахом. Кінцевою метою підвищення кваліфікації має бути прийняття вчителем простих професійних установок, формування готовності до вирішення поставлених державою перед вчителем сьогоденних задач, бажання вчителя до самостійної творчої роботи як умови забезпечення виконання науково обгрунтованої програми підготовки обдарованого учня [1].

Вагому роль в процесі підвищення кваліфікації вчителів відіграє професіограма. Під професіограмою вчителя будемо розуміти своєрідний зріз моделі компетентності вчителя, який не враховує якісні та кількісні аспекти взаємодії в системі вчитель – учень, а враховує лише фахову підготовку з теорії та методики предмету. Безумовно, слід розрізняти ступень володіння вчителем теорії та методичного викладення предмету, тобто існує ідеальна та реальна професіограма. Перша містить перелік знань, вмінь, навичок вчителя, які в повному обсязі відповідають вимогам державних стандартів освіти, замовленням держави, суспільства тощо. Друга, професіограма реального, працюючого вчителя, що містить перелік знань, вмінь, навичок, якими володіє конкретний вчитель. Якісні та кількісні розходження між складовими обох професіограм мають бути чіткими критеріями, орієнтирами структурування та інформаційного наповнення навчальних програм курсів підвищення кваліфікації вчителів і змісту міжкурсової підготовки (самопідготовки). Що до професіограми “ідеального” бажаного вчителя, та її змістовне поновлення базується, на наш погляд, на таких особливостях навчального процесу.

Цілком природним є твердження про те, що процес навчання учнів обумовлений і випливає з загального ходу процесу пізнання та його закономірностей. Оскільки основними етапами пізнавальної діяльності є сприймання, осмислення, закріплення та застосування, приймемо таку модель навчання учнів, яка складається з трьох компонентів-мотиваційного, операційно-індивідуального та контрольно-оцінюючого. Зауважимо, що модель зберігається при вивченні будь-якої порції учбового матеріалу. На першому етапі вчитель повинен сформувати в учнів пізнавальні та учбові мотиви. Учні мають усвідомити необхідність подолання бар᾽єру між тим, що необхідно засвоїти і тим, що їм відомо. Без чіткого розуміння цього в учнів не виникає прагнення пошуку нових знань. На другому етапі використовуються основні методи навчання, до яких віднесемо ілюстративний, інформаційно-репродуктивний, евристичний /частково-пошуковий/ та дослідницький /пошуковий/. Вказані методи доцільно використовувати у різноманітних поєднаннях один з одним. Підсумком учбово-пізнавальної діяльності учнів є система набутих ними знань. Такі знання можуть бути отримані учнями на рівні репродукції /базовий компонент навчання/, перенесення знань /просунутий рівень/ і на рівні трансформації /творчий рівень/. Контрольно-оцінюючий етап є обов᾽язковим етапом для підтримки активності учнів. Без контролю за учбовою діяльністю учнів не буде здійснено повне засвоєння ними змісту учбового матеріалу, не будуть виправлені помилки та заповнені прогалини у знаннях учнів. Використовуючи такі методи та загальнонаукові методи дослідження – аналіз, синтез, індукцію, дедукцію, узагальнення, обмеження, абстрагування, конкретизацію та інші, вчитель повинен організувати учбовий процес таким чином, щоб на перший план виступила основна для даного віку діяльність учнів, а характер такої діяльності учнів не може залежати від змісту та компонентів процесу навчання. Тут головним є характер участі учнів в учбовому процесі, організатором якого і виступає вчитель.

Виходячи з наведених міркувань про професійну діяльність вчителя, виходячи з потреб професійної діяльності, професіограма передбачає, що вчитель, який має категорію "спеціаліст" повинен вміти розв'язувати всі задачі шкільних підручників, супроводжуючих його дидактичних посібників, володіти теоретичними основами курсу в обсязі, необхідному для викладання предмету на достатньому науково-методичному рівні, згідно зі стандартами освіти знати педагогічні основи навчання учнів. Вчитель, що має другу категорію додатково повинен бути спроможним надавати в умовах диференційованого навчання допомогу учням в оволодінні матеріалом підвищеної складності, підготовці їх до участі у шкільних конференціях, олімпіадах, допомагати у підготовці до вступних іспитів у вузи. Вчитель першої категорії додатково повинен вміти використовувати оригінальні технології навчання учнів, формувати їх загальну діяльність. Вчитель вищої категорії додатково повинен вміти працювати з наукової та науково-методичною літературою і навчати цьому учнів, критично оцінювати позицію різних авторів, розробляти діагностичні матеріали і авторські програми факультативів, спецкурсів.

Одним з головних чинників, які впливають на ефективність післядипломного навчання, можна вважати управління якістю перепідготовки вчителів. Практично управляти якістю перепідготовки вчителів можливо за допомогою такої методики, яка дає змогу враховувати індивідуальні особливості підготовки кожного вчителя та контролювати їх під час підвищення кваліфікації. Для того, щоб вирішити задачу, на першому етапі підвищення кваліфікації необхідно порівняти і деяку професіограму з актуальним рівнем фахової підготовки вчителя, (реальною професіограмою). Для визначення цього проводиться “вхідне” діагностування, за допомогою якого може бути виявлений не лише об’єктивний, актуальний рівень фахової підготовки, але й враховано об’єктивні міркування та побажання слухачів, тобто встановлюються розходження між реальною і ідеальною професіограмами. Анкета “вхідною” діагностування містить такі запитання, які виясняють якими дидактичними матеріалами, періодичними виданнями користуються вчителі, над якими проблемами викладання математики працюють, яку бажають одержати методичну допомогу, з яких питань бажають підвищити рівень наукової підготовки? Один із варіантів “вхідного” діагностування (для вчителів першої та вищої категорії) вміщує десять запитань.

1. Записати останню цифру числа 3^{1993}.

1) 1; 2) 5; 3) 5; 4) 7; 5) 9.

2. Свіжі гриби вміщують 90% води, а сухі гриби вміщують 12% води. Скільки можна отримати сухих грибів з 22 кг. свіжих грибів?

1) 2,5 кг; 2) 7,04 кг; 3) 4,84 кг; 4) 2,93 кг; 5) біля 2,64 кг.

3. У деякому селі багато віків підряд половину всіх народившихся хлопчиків назвали Іванами, а четверту частину Петрами. Порівняйте число Іванів Петровичей та Петро Івановичей, які живуть у селі.

4. Шлях від пункту A до пункту B та назад листоноша може пройти пішки берегом річки, а може проплисти човном. Порівняйте час руху цими двома способами, якщо швидкість човна у сталій воді та швидкість руху однакова.

1) човном швидше; 2) пішки швидше;

3) час однаковий; 4) знайти не можна;

5) пішки швидше, але тільки, якщо швидкість течії більша швидкості човна у сталій воді.

5. Знайти хоча би один розв'язок нерівності:

$\frac{14}{453} < x < \frac{16}{453}$.

6. Катети трикутника дорівнюють $\log_4 9$ і $\log_3 16$. Знайти площу трикутника:

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

7. При повороті біля початку координат точка A(6; 8) відобразилась на точку A_1(8; 6). Знайти радіус кута повороту:

1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{3}{8}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 5) $\frac{24}{25}$.

8. Обчислити $\cos\frac{\pi}{5} - \cos\frac{2\pi}{5}$:

1) 0; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 5) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

9. Паралелепіпед з довжиною ребер 4, 6 та. 9 см. складений з кубиків з довжиною ребер 1 см. Скільки вилучили кубиків, якщо забрали зовнішній шар товщиною в один кубик:

1) 132; 2) 196; 3) 96; 4) 160; 5) 182.

10. Учень розв'язав нерівність $\sqrt{1+\sin x} = \cos x$ таким чином: $1+\sin x = \cos^2 x$; $\sin^2 x + \sin x = 0$; $\sin(1+\sin x) = 0$; $\sin x = 0$ або $\sin x = -1$. Відповідь: $x_1 = \pi n$ і $x_2 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ де $n,k \in Z$.

Як Ви повинні реагувати на такий розв'язок?

Аналіз результатів такого чи подібного діагностування дає змогу поділити контингент слухачів на чотири групи:

1) перша група об'єднує слухачів з високими спеціальними та методичними вміннями;

2) друга група – вчителі, які мають високі спеціальні вміння, та менш виражені методичні;

3) третя група – вчителі, які мають високі методичні вміння, та менш виражені спеціальні;

4) вчитель з низьким знанням теорії та методики шкільного курсу математики. Причому такий поділ здійснюється окремо в групі вчителів вищої та I категорії, II категорії та "спеціалістів".

Програми та учбові плани навчання вчителів різних категорій мають бути різнорівневими. Кожна програм повинна вміщувати найбільш важливі питання загальної та часної методики викладання предмету в школі, його теоретичні основи головне призначення цього розділу – ознайомлення вчителів з простими тенденціями та технологіями навчання учнів, всіляко сприяти розвитку творчого підходу до вирішення проблем викладання та самоосвіти вчителя. Концептуальна основа програми передбачає різнорівневий підхід до перепідготовки вчителів з науково-теоретичного та методичного циклу. Так, для вчителів категорій "спеціаліст", "друга" тематика системи спрямована на те, щоб забезпечити вчителя володінням теоретичними та методичними основами викладання математики в обсязі, необхідному для викладання на достатньому науково-методичному рівні, забезпечити спроможність надати їм в умовах диференційованого навчання допомогу учням в оволодінні матеріалом підвищеної складності, підготовити їх до участі в шкільних конференціях, олімпіадах, допомогти в підготовці до вступних екзаменів у вузи. Для вчителів першої та вищої категорії додатково – забезпечити вміння розробляти оригінальні технології навчання учнів, оволодіння ними вміннями працювати з науковою та методологічною літературою, навчати цьому учнів, критично осмислювати позиції різних авторів, вмінням розробляти діагностичні вимірювальники успішності навчання учнів, авторські програми спецкурсів та факультативів. Головне навантаження при проведенні занять лягає на основні методи перепідготовки вчителів, наприклад, створення проблемних ситуацій, робота "круглого столу" аналіз конкретних педагогічних ситуацій, використання комп' ютера як засобу навчання, квазіпрофесійна діяльність вчителя під час ділової гри, уроки в незнайомому класі з наступним обговоренням, розгляд викладання того, чи іншого питання по різним існуючим питанням тощо.

Підсумкова курсів повинна бути для вчителя варіативною. Наприклад, співбесіда з найбільш кваліфікованими викладачами кафедр інституту, змістовний виступ на конференції з обміну досвідом, розробка авторської програми, посібників, методичних рекомендацій тощо. “Вихідне” діагностування може містити декілька завдань, які виявляють уміння вчителя певної категорії розв’язувати типові та нестандартні завдання з математики та декілька завдань, спрямованих на виявлення знань з методики викладання. Перший тип завдань повинен охоплювати всі основні теми шкільного курсу. Другий тип завдань мусить оцінювати вміння вчителя керувати як традиційними, так і нетрадиційними шляхами розв’язку учнями завдань, планувати учбовий процес згідно з вимогами програм здійснювати контрольно-оцінюючі функції, аналізувати який вивчається, з різних точок зору, будувати систему вправ, які забезпечують досягнення узгоджених цілей навчання, вибирати форми, методи, способи організації учбової діяльності учнів адекватно матеріалу який вивчається. вчителів

Сумарна оцінка результатів підвищення кваліфікації педагогічного працівника мусить передбачати встановлення методом (за відповідними рекомендаціями) відповідності його фахового рівня й кваліфікації, яку має, або на яку претендує кожний слухач. Це стимулюватиме самостійну роботу вчителя, його творчий пошук, збільшить відповідальність кафедри за зміст та наслідки їх навчальної, методичної та наукової діяльності.

1. Валльє О.Е., Страхов В.Г., Свєтной О.П. Деякі погляди на шляхи перебудови системи підвищення кваліфікації вчителів. // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний зб. наук. робіт. Вип. 3(13). – Донецьк, ТЕАН, 2000. – С.41-47.

Резюме. В работе рассмотрены возможные пути реализации дифференциации обучения в системе повышения квалификации учителей математики.

Summary. The possible ways for realization of study differentiation in the system, of raising the level of teacher' s skill in mathematics are examined in this work.

ІНТЕНСИФІКАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ У ВИЩОМУ ПЕДАГОГІЧНОМУ НАВЧАЛЬНОМУ ЗАКЛАДІ

О.Б.Красножон, ст. викладач,
Бердянський державний педагогічний інститут ім. П.Д.Осипенко

Навчальний процес – це велика та складна система, яка визначається нескінченним різноманіттям планів, поведінки, відносин та зв'язків компонентів, що її складають. Для того, щоб ця система була оптимальною і дійсно розвивалась, вона повинна бути раціональною, мати необхідне науково-технічне обґрунтування та наукову організацію.

Для навчального процесу вищої школи все більш необхідним стає вдосконалення його організації на засадах наукового аналізу, що охоплює всі його сторони. Вдосконалення організації потребує встановлення найбільш сприятливих відносин між студентами та викладачами у їх навчальній діяльності, забезпечення максимального успіху цієї діяльності у вирішенні державних задач підготовки висококваліфікованих спеціалістів з найменшими матеріальними витратами. Перед науковою організацією навчального процесу відповідно формулюється задача пошуку нових, найбільш результативних форм і методів діяльності з обґрунтуванням застосування інтенсифікуючих засобів навчання.

Наукова організація будь-якого функціонуючого об'єкту розглядається як зведення його взаємозв'язаних складових частин у певну систему з метою їх упорядкування та вдосконалення. До головних складових частин навчального процесу ми відносимо: зміст навчання; методи і способи навчання; форми і засоби навчання; навчальну та наукову роботу студентів; навчальну діяльність викладачів. У загальному комплексі задач наукової організації навчального процесу особливу увагу привертає організація навчальної діяльності студентів з оптимальним розподілом часу на проведення цієї роботи по окремим предметам та видам навчання. Час у навчальному процесі – фактор дуже суттєвий, який потребує не тільки постійної уваги, але й суворого обліку, контролю та оцінки результатів його використання. Степінь розумної економії часу все більш впливає на показник вдосконалення процесу навчання.

Інтенсифікація навчального процесу шляхом використання активуючих засобів форм та методів навчання висуває дві взаємопов’язані задачі: підвищення якості навчання та одночасне зменшення витрат часу. Подальший розвиток навчального процесу у вищій школі потребує оптимальної змістовної наповненості часу, що виділяється на навчальну та самостійну роботу студентів у певних допустимих межах фізіологічних та психічних навантажень. В оптимальному процесі навчання однаково неприпустимі як недовантаження, так і перевантаження студентів у їх навчальній та самостійній роботі.

Інтенсифікація навчального процесу на засадах наукової організації перш за все полягає у боротьбі із втратами часу та створенні резерву часу для підвищення якості навчання і для використання його з метою всебічного розвитку студентів, організації їх дозвілля та відпочинку [1].

Викладання у вищому педагогічному закладі дисциплін математичного циклу – справа дуже відповідальна і важлива. Від якості та ефективності викладання учбового матеріалу в значній мірі залежить степінь його засвоєння студентами і зацікавленість останніх у поглибленні своїх знань з математичних дисциплін, у подальшому вдосконаленні набутих вмінь та навичок. Неприпустиме відмежування педагога від цих процесів. Викладач повинен перебувати у стані постійного пошуку, експериментально визначати оптимальні форми і методи розкриття змісту учбового матеріалу.

Усвідомлення студентами професіоналізму та компетентності викладача спонукатиме їх до самовдосконалення та самореалізації, проявами яких можна вважати активізацію їх навчальної діяльності, підвищення зацікавленості у засвоєнні учбового матеріалу та розв'язуванні практичних задач. Без цих позитивних проявів відповідального та належного ставлення до навчання з боку студентів сподівання викладача на досягнення вагомих результатів своєї праці виявляться марними.

Засвоєння студентами матеріалу з курсу алгебри та геометрії вимагає від них усвідомлення сутності фундаментальних математичних понять та закономірностей. Викладач повинен вчасно виявляти та попереджати формалізм у засвоєнні студентами змісту учбового матеріалу. Одночасно з його засвоєнням студентами викладач повинен сприяти формуванню у студентів образів тих понять, які розглядаються на лекції, активізовувати образне мислення. Свідомість студента повинна постійно та адекватно відтворювати навчальний матеріал не тільки у вигляді формулювань та словесних утворень, а й у вигляді певних предметів та аналогій реального матеріального світу.

На певному етапі викладання навчального матеріалу актуальною стає проблема візуалізації виявлених властивостей та закономірностей. Студент повинен наочно переконатися у тому, що щойно засвоєні ним поняття та властивості певних математичних об'єктів дійсно мають місце у реальному матеріальному світі. Задовольнити цю потребу викладач може засобами персонального комп'ютера. Завдяки рисункам та зображенням на кольоровому екрані монітора він матиме змогу не тільки матеріалізувати свої уявлення про ті чи інші об'єкти, але й, що ще важливіше, спостерігати ці об'єкти в динаміці. Саме завдяки можливостям комп'ютерної техніки викладач має змогу, не збільшуючи погодинного навантаження, відведеного для вивчення тієї чи іншої теми, інтенсифікувати її засвоєння студентами, а також оперативно, достовірно, наочно та якісно підтвердити істинність своїх висновків та умовиводів екранними рисунками. Крім того, важко переоцінити можливість, надану студенту комп'ютером, безпосередньо впливати, втручатися та керувати процесом, що відображається на екрані монітора. Завдяки інтерактивності студент від пасивного сприймача матеріалу перетворюється на безпосереднього учасника та керівника, експериментатора та дослідника. Формування експериментаторських та дослідницьких вмінь та навичок дозволять студентові самостійно, без втручання та допомоги викладача, отримувати висновки або відповіді на сформульовані викладачем чи власні запитання.

Наведемо приклад використання програмного засобу Gran2D для автоматизації розв'язування задач з геометрії.

Задача 1. Дано координати трьох вершин паралелограма ABCD: A(-1, 2), B(-2, -2) та C (5, -2). Знайти рівняння його діагоналей AC та BD.

Розв'язування.

Виконавши всі необхідні побудови, а саме: розміщення точок A, B та C за їх координатами, знаходження координат середини відрізка AC (т. F (2, 0)), проведення прямої через точки A та F, над вікном "Перелік об'єктів" читаємо шукане рівняння діагоналі BD (-2x+4y+4=0). Рівняння діагоналі AC прочитаємо у тому ж вікні, якщо у вікні "Перелік об'єктів" підсвітимо рядок "6. Відрізок". Розв'язок задачі ілюструє рис. 1.

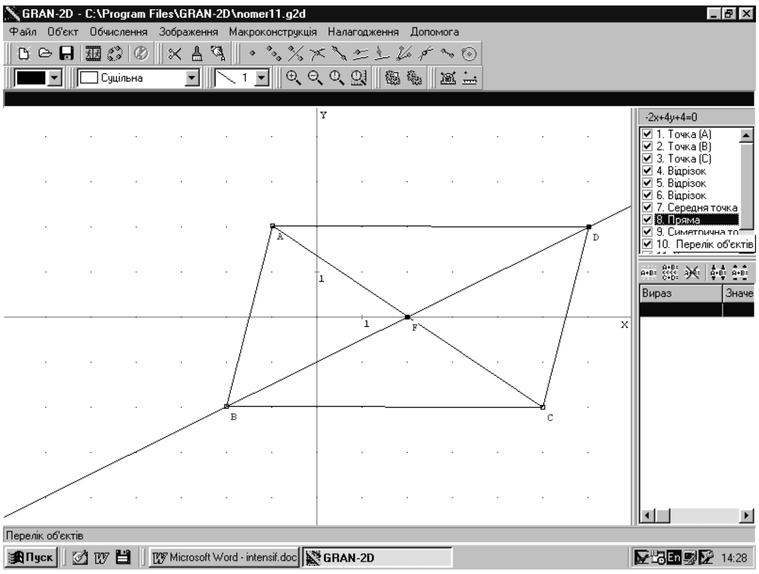


Рис. 1

Відповідь: - 4x-6y+8.1=0, - 2x+4y+4=0

Задача 2. Дано трикутник ABC з вершинами A(-5, -1), B(-1, 4) та C (3, 2). Через вершину A проведено пряму, паралельну BC, а через вершину B – пряму, перпендикулярну до BC. Знайти координати точки перетину проведених прямих.

Розв’язування.

Розміщуємо точки A, B та C за їх координатами в прямокутній декартовій системі координат. Сполучаємо їх попарно відрізками. Отримуємо трикутник ABC. Використовуючи опцію меню “Об’єкт”, проводимо через вершину A пряму, паралельну BC, а через вершину B – пряму, перпендикулярну до BC. За допомогою тієї ж опції меню визначаємо точку перетину цих прямих. Координати точки перетину прямих S читаємо над вікном “Перелік об’єктів”, коли підсвітимо рядок вікна “Точка перетину об’єктів (S)” – S (-3.8, -1.6). Розв’язування задачі ілюструє рис. 2.

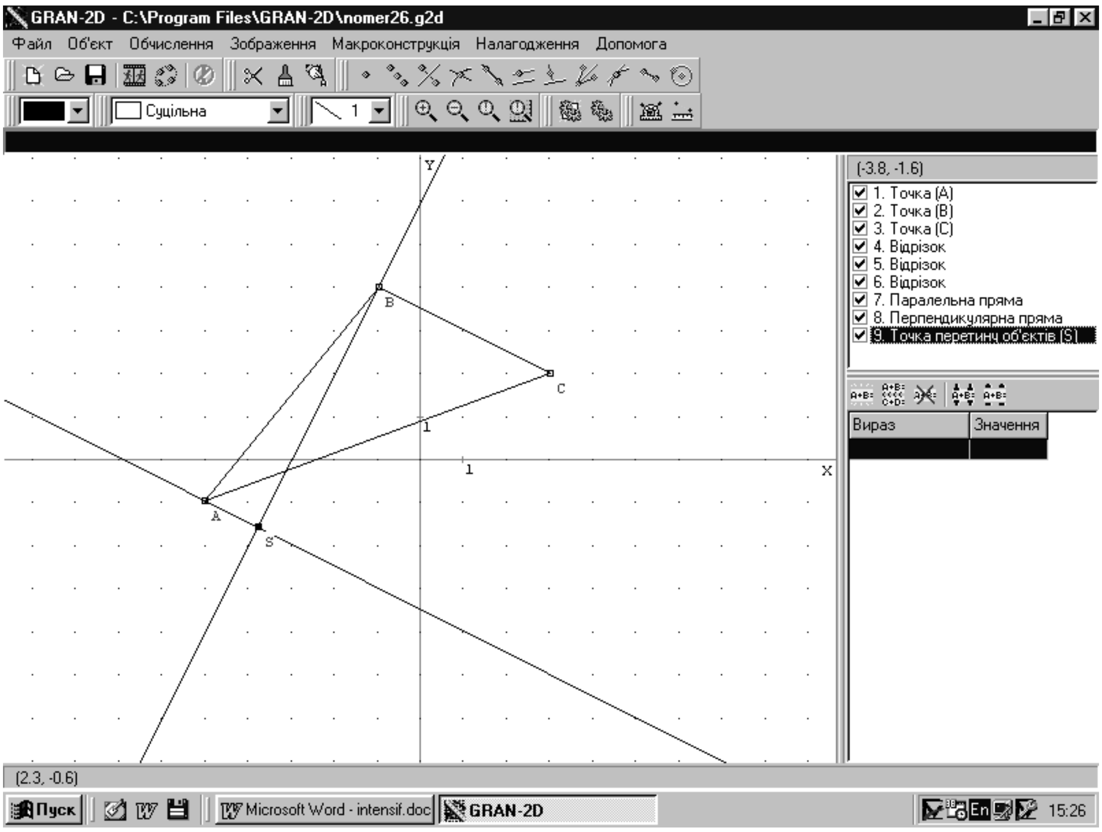


Рис. 2

Відповідь: (-3.8, -1.6).

Наведемо приклад застосування програмного засобу DERIVE для автоматизації обчислень визначників четвертого порядку.

Задача 3. За правилом Крамера розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3+x_4=4 \\ 4x_1+3x_2-x_3+2x_4=6 \\ 8x_1+5x_2-3x_3+4x_4=12 \\ 3x_1+3x_2-2x_3+2x_4=6 \end{cases}$$

Розв'язування.

Використовуючи програму DERIVE, обчислюємо такі визначники:

Δ, Δ_{x1}, Δ_{x2}, Δ_{x3}, Δ_{x4}.

Невідомі x_i знаходимо за формулами Крамера:

$x_1 = \Delta_{x1} / \Delta = \frac{2}{2} = 1$; $x_2 = \Delta_{x2} / \Delta = \frac{2}{2} = 1$; $x_3 = \Delta_{x3} / \Delta = \frac{-2}{2} = -1$; $x_4 = \Delta_{x4} / \Delta. = \frac{-2}{2} = -1$.

Відповідь: $x_1 = 1$; $x_2 = 1$; $x_3 = -1$; $x_4 = -1$.

Визначивши алгоритм розв'язку задачі, студенти безпосередні обчислення можуть виконувати за допомогою таких програмних продуктів, як Gran2D, DERIVE та ін. Це надасть можливість майбутньому вчителю фізики значно збільшити кількість розв'язуваних на уроці завдань, більш ефективно використовувати робочий час. Як правило, студенти із задоволенням працюють на комп'ютері, процес розв'язування задач набуває емоційного забарвлення, зростає їх зацікавленість у вивченні навчального матеріалу.

Завдяки набутим навичкам роботи на персональному комп'ютері майбутні вчителі фізики матимуть можливість ефективно використовувати його при проведенні експериментальної роботи або уроків з фізики.

Поряд з використанням можливостей персонального комп'ютера з метою інтенсифікації навчального процесу вивчення алгебри та геометрії необхідно також ефективно та цілеспрямовано виявляти міжпредметні зв'язки при вивченні тієї чи іншої теми. Наука, як певна сукупність знань, має неподільну та єдину структуру і побудову, тому будь-яке розбиття її на окремі галузі та напрямки носить досить умовний характер. Відомий французький фізик М.Планк писав: “Наука є внутрішньо єдиним цілим. Її поділ на окремі галузі обумовлений не стільки природою речей, скільки обмеженою здатністю людського пізнання. В дійсності існує безперервний ланцюг від фізики і хімії через біологію і антропологію до соціальних наук, ланцюг, який у жодному місці не може бути розірваний, хіба-що свавільно” [6].

Найбільш глибоке психолого-педагогічне обґрунтування світоглядницької ролі міжпредметних зв’язків дав у своїх дослідженнях К.Д.Ушинський. Він відзначав, що під час ізольованого вивчення предметів, де одна наука йде за іншою, ніде не перетинаючись, в голові учнів буде хаос. При цьому навіть дві найближчі між собою ідеї десятки років можуть існувати поруч, але так і не побачать одна одну.

Розглядаючи структуру науки, К.Д.Ушинський відзначав, що окрім спеціальних понять, що належать до певної системи знань, є поняття, спільні для багатьох наук, а деякі з них – і для всіх наук. Зв’язок між поняттями і їх розвиток в системі предметів веде до розширення і поглиблення знань учнів.

Актуальність проблеми міжпредметних зв’язків обумовлена тим, що на сучасному етапі розвитку вищої школи особливої гостроти набуває питання посилення ефективності знань. Завдання вищої школи – озброїти студентів міцними і глибокими знаннями основ наук, а це можливо лише за умов практичної реалізації міжпредметних зв’язків в процесі професійної підготовки майбутнього вчителя.

Міжпредметні зв’язки можуть бути реалізовані впровадженням інтегрованих завдань. Інтегруючим фактором може бути невелика за розміром інформація, зміст і завдання якої можуть бути реалізовані включенням логічного пояснення матеріалу міжнаукового змісту.

Наведемо приклад.

Задача 4. Сила **Q**={3; 4; -2} прикладена до точки С (2; -1; -2). Визначити величину і напрямок моменту цієї сили відносно початку координат [3].

Наведена задача за своїм змістом і термінологією поєднала в собі дві наукові галузі: фізику, оскільки поняття сила та момент сили є суто фізичними, та аналітичну геометрію, тому що сила тут втрачає свій фізичний зміст і набуває геометричного змісту – вона є певним вектором, заданим своїми координатами в просторовій прямокутній декартовій системі координат. Отже, сила визначається тут не напрямком та величиною, вказаною у певних одиницях виміру – ньютонах, а впорядкованою трійкою чисел, тобто координатами.

Таким чином, ця чисто фізична на перший погляд задача має досить “тривіальний” геометричний розв’язок, який полягає у знаходженні модуля векторного добутку векторів **OC** та **Q** та визначенні напрямних косинусів вектора [**OC**, **Q**]:

$$[\mathbf{OC},\mathbf{Q}]=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 2 & - & -\\ 3 & 4 & -\end{vmatrix}=10\mathbf{i}-2\mathbf{j}+10\mathbf{k}\ ;\ |[\mathbf{OC},\mathbf{Q}]|=\sqrt{10^2+(-\ )^2+\ 1^2}=\sqrt{225}=15$$

$$\cos\alpha=\frac{10}{15}=\frac{2}{3};\qquad \cos\beta=-\frac{2}{15};\qquad \cos\gamma=\frac{11}{15}.$$

Відповідь: модуль моменту сили дорівнює 15, $\cos\alpha=\frac{2}{3}$; $\cos\beta=-\frac{2}{15}$; $\cos\gamma=\frac{11}{15}$.

Поняття “міжпредметні зв’язки” зараз часто розшифровується у чисто лексичному плані як зв’язок між навчальними дисциплінами. За цією розшифровкою втрачається той філософський зміст, який міститься у цій вузькодидактичній вимозі: зв’язок між навчальними предметами не заради самого зв’язку, не заради усунення дублюючого матеріалу і навіть узгодження формулювань законів, правил, понять, а заради відображення в учбовому матеріалі і, отже, у знаннях студентів, об’єктивно існуючих у світі зв’язків між різноманітними явищами дійсності [5].

На основі міжпредметного вивчення навчального матеріалу створюються сприятливі умови для розвитку загальних прийомів розумової діяльності. Міжпредметні зв'язки за змістом фактичного матеріалу та за характером розумової праці сприяють науковій побудові пізнавальної діяльності студентів, що має важливе значення у розвитку творчого потенціалу особистості студента, з широким та глибоким "баченням" основних проблем дійсності, а це, у свою чергу, допомагає готувати спеціалістів, здатних розв'язувати задачі, які постійно змінюються, оновлюються та ускладнюються [7].

Проблема встановлення та ефективного використання міжпредметних зв'язків в процесі вивчення математики студентами-фізиками – проблема дуже складна і багатогранна. Від компетентності та професіоналізму викладача залежить результативність реалізації ідеї міжпредметних зв'язків у навчально-виховному процесі. Вдале поєднання у рамках однієї дисципліни відомостей та фактів з інших дисциплін, доведення їх несуперечності, органічного і логічного взаємозв'язку та взаємного впливу, формування в уяві, свідомості студента єдиної картини оточуючої дійсності, виявлення її досконалості та рис постійного розвитку та руху – все це у своїй сукупності є, безумовно, проявами універсальності та професійної майстерності педагога.

Міжпредметні зв'язки у навчанні відображають тенденції інтеграції науки та практики. Відбувається народження нових комплексних наук, які стають науковою основою сучасного виробництва, прогресивних технологій. Міжпредметні зв'язки підвищують не тільки політехнічну спрямованість навчання, ілюструючи загальні наукові основи сучасних виробництв. Одночасно відбувається розвиток економічного та технічного мислення студентів, їх інтересу до знань і праці, до роботи з технікою.

Міжпредметні зв'язки підвищують науковий рівень навчання, відображаючи природні взаємозв'язки процесів та явищ оточуючого світу, розкриваючи його матеріальну єдність. При цьому розвивається діалектичне та системне мислення студентів, гнучкість розуму, вміння переносити та узагальнювати знання з різних предметів та наук. Без цих інтелектуальних здібностей неможливі творче ставлення людини до праці та розв'язування на практиці сучасних складних задач, що потребують синтезу знань з різних предметних галузей [4].

Ідея встановлення і використання міжпредметних зв'язків широко впроваджується в процесі викладання курсу "Алгебра і геометрія" студентам - фізикам Бердянського державного педагогічного інституту. Специфіка курсу вимагає встановлення зв'язків між такими дисциплінами, як фізика, інформатика та математика. Студенти усвідомлюють, що без засвоєння на високому рівні математичного апарату розв'язування фізичних задач неможливе. Тому від засвоєння провідних понять та положень цієї математичної дисципліни, комп'ютерних технологій залежатиме ефективність та результативність викладання ними фізики в школі, розвиток та удосконалення їх педагогічної майстерності.

1. Архангельский С.И. Лекции по научной организации учебного процесса в высшей школе. М., «Высшая школа», 1976. – 200 с. с ил.
2. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів – К.: Техніка, 1997. – 303 с.: іл.
3. Задачник-практикум по аналитической геометрии и высшей алгебре: Учеб. пособие/Волков В.А., Ефимова Т.А., Райнес А.А., Шмидт Р.А. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986.
4. Максимова В.Н. Межпредметные связи в процессе обучения. – М.: Просвещение, 1988. – 192 с.
5. Н.А.Лошкарева. Межпредметные связи как средство совершенствования учебно-воспитательного процесса. Учебное пособие для ФПК директоров школ. Выпуск І. М., МГПИ им. В.И.Ленина, 1981. – 102 с.
6. Планк М. Походження наукових ідей та їх вплив на розвиток науки//Збірник до 100-річчя від дня народження М.Планка. – М.:АН СРСР, 1958. – 46 с.
7. Федорец Г.Ф. Межпредметные связи в процессе обучения. Учебное пособие. – Ленинград, ЛГПИ им. А.И.Герцена, 1983. – 88 с.

Резюме. В статье дается обоснование использования межпредметных связей и персонального компьютера для интенсификации преподавания алгебры и геометрии в педагогическом вузе, приводятся примеры использования программного комплекса GRAN.

Summary. In the article the substantiation of the PC-using for intensification of teaching of algebra and geometry in high pedagogical school is given, the examples of usage of a program complex Gran are provided.

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ В КУРСІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ В ПЕДАГОГІЧНОМУ ВИЩОМУ НАВЧАЛЬНОМУ ЗАКЛАДІ

В.І. Шавальова, канд.пед.наук, доцент,
Бердянський державний педагогічний інститут ім П.Д. Осипенка

Курс математичного аналізу є основним у фаховій підготовці вчителів математики. В цьому курсі дається наукове обгрунтування тих понять, з якими вперше знайомляться у школі. Тому методична система вивчення даного курсу повинна бути спрямована на розв‘язування таких основних навчально-виховних задач: забезпечення засвоєння теоретичного матеріалу, передбаченого програмою, вироблення навичок самостійних розумових дій, вміння застосовувати теорію при розв’язуванні задач; забезпечення зв’язку з іншими вузівськими дисциплінами; розвиток пізнавального інтересу до математики, виховання правильного уявлення про природу математики, сутність та походження математичних понять і теорій; формування умінь алгоритмізації дій та навичок використання сучасних інформаційних технологій; систематизації та узагальнення навчального матеріалу; здійснення самоконтролю та самокорекції.

При розв‘язуванні цих задач потрібно використовувати такі методи та прийоми, які не тільки актуалізують відповідні знання, вміння та навички студентів, а й мобілізують їх увагу, пам‘ять, мислення, волю, обумовлюють потребу, інтерес, створюють установку діяти для досягнення мети.

Одним з методів діагностики знань студентів може бути використання тестових завдань. Якщо завдання будуть йти у послідовності викладання навчального матеріалу, то вони можуть виконуватися при систематизації та узагальненні знань. Наприклад, в передекзаменаційний період або на початку вивчення нового розділу з метою подальшої диференціації навчання.

Дидактичною метою виконання таких тестових завдань є досягнення повного оволодіння студентами основними означеннями, теоремами й фактами, викладеними у даному розділі курсу (або розділах), закріплення внутріпредметних зв'язків.

Результати передекзаменаційного тестування дозволяють викладачеві оцінити рівень засвоєння студентами навчального матеріалу, а студентам – визначити свої досягнення та недоліки. За результатами тестової перевірки викладач вносить необхідні корективи в свою роботу та роботу студентів, визначає форму проведення консультації (оглядова лекція, семінар – бесіда тощо). Студенти, в свою чергу, усвідомлюють свої недоліки, визначають важливі акценти і коригують свої знання через самостійну роботу.

Передекзаменаційне тестування може містити як завданням на пригадування і доповнення, так і вибіркові. Для систематизації знань студентів в передекзаменаційний період ми використовуємо тести множинного вибору, які складаються із завдання та списку відповідей, серед яких одна вірна. Тестових завдань з кожного розділу пропонуємо понад 100.

Наведемо декілька прикладів тестових завдань з розділів "Вступ до математичного аналізу", "Диференціальне числення функції однієї змінної".

1. Що є предметом математичного аналізу:
   a) функції;
   b) метод граничного переходу;
   c) змінні величини?

5. Який запис відповідає властивості щільність дійсних чисел:
   a) $(\forall a,b,c\in \mathbb{R})[a<b<c]$;
   b) $(\forall a,b\in \mathbb{R})(\exists c\in \mathbb{R})[a<c<b]$;
   c) $(\forall a,b,c\in \mathbb{R})[a<b\vee a<c\vee b<c]$?
9. Яка умова є зайвою для аксіоми Кантора:
   a) $[a_1;b_1]\supset[a_2;b_2]\supset\ldots$;
   b) $|a_n b_n|\to 0$ при $n\to\infty$;
   c) $a_1<a_2<\ldots<a_n<\ldots<b_n<\ldots<b_2<b_1$?
15. Якщо $(\forall x\in A)\ x\le M$, то число M є:
   a) Sup A;
   b) Max A;
   c) верхньою межею множини A.
18. Відомо, що кожна обмежена зверху непорожня множина має єдину точну верхню межу. Це є:
   a) теорема Кантора;
   b) аксіома Архімеда;
   c) принцип Вейерштрасса.
24. Функція, означена на множині *X,* називається обмеженою зверху на цій множині, якщо:
   a) $(\exists M\in \mathbb{R})\ (\forall x\in X)\ [f(x)\le M]$;
   b) $(\forall x\in X)[f(x)\le M]$;
   c) $(\exists M,K\in \mathbb{R})[x\le K\Rightarrow f(x)\le M]$.

26.Функція, визначена на множині X, називається строго монотонною, якщо вона:

d) зростаюча або спадна;

e) зростаюча або незростаюча;

f) спадна або неспадна.

35.Функція називається послідовною, якщо множина натуральних чисел є:

a) областю значень функції;
b) областю визначення функції;

c) областю визначення та областю значень функції.

39. Коли задані перші члени послідовності і правило утворення n-го члена за допомогою попередніх членів, то говорять, що послідовність задано:

d) рекурентно;

e) аналітично;

f) словесно.

53.Вкажіть критерій Коші збіжності послідовності:

a) $(\forall\varepsilon > 0)\,(\exists N(\varepsilon) \in N)\,(\forall n > N(\varepsilon))\,\left|x_n - a\right| < \varepsilon$;

b) послідовність збіжна тоді і тільки тоді, коли вона є фундаментальною;

c) $(\forall\varepsilon > 0)\,(\exists N(\varepsilon))\,(\forall n, m > N(\varepsilon))\,\left|x_n - x_m\right| < \varepsilon$.

62.Число A називають границею функції $y = f(x)$ в точці x_0, якщо:

a) $(\forall\varepsilon > 0)\,(\exists N(\varepsilon))\,\left|f(x) - A\right| < \varepsilon$;

b) $(\forall\varepsilon > 0)\,(\exists\delta > 0)\,[\left|f(x) - A\right| < \varepsilon \Rightarrow \left|x - x_0\right| < \delta]$;

c) $(\forall\varepsilon > 0)\,(\exists\delta > 0)\,[\left|x - x_0\right| < \delta \Rightarrow \left|f(x) - A\right| < \varepsilon]$.

64.Означення границі функції в точці на мові послідовностей називають означенням

a) по Коші;

b) по Гейне;

c) на мові приростів.

71.Якщо відношення двох нескінченно малих в околі точки x_0 функцій має в точці x_0 границю, яка дорівнює одиниці, то такі функції називають:

a) еквівалентними;

b) одного порядку;

c) різних порядків малості.

81.Точка x_0 розриву функції $f(x)$ називається точкою розриву першого роду, якщо в цій точці:

a) існує права і ліва границі функції;

b) не існує хоча б одна з однобічних границь.

85.Теорема "Якщо функція $f(x)$ неперервна на відрізку, то серед її значень на цьому відрізку існує найменше і найбільше" є теорема:

a) Кантора;

b) Вейерштрасса;

c) Больцано-Коші.

92.Вкажіть рівняння дотичної до кривої y = f(x) в точці $(x_0; f(x_0))$:

a) $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$;

b) $y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$.

96. Чи вірно обернене твердження до такого твердження “якщо функція f(x) диференційована в точці x_0, то вона неперервна в ній”

a) так;

b) ні.

109. Теорема “Якщо функція $f(x)$ задана і неперервна на відрізку $[a,b]$ і диференційована в інтервалі (a,b), то знайдеться хоча б одна точка $c \in (a,b)$ така, що $f(b) - f(a) = f(c)'(b - a)$” є теорема:

a) Ролля;

b) Лагранжа;

c) Коші.

116. Вкажіть необхідну умову екстремуму функції в точці:

a) якщо в точці x_0 функція має екстремум, то $f'(x) = 0$;

b) якщо похідна функції при переході через точку x_0 змінює знак, то в точці x_0 є екстремум.

125. Теорема “Якщо точка $(x_0, f(x_0))$ є точкою перегину кривої $y = f(x)$, то $f''(x_0) = 0$” є:

a) достатньою умовою для точки перегину;

b) необхідною умовою для точки перегину.

Наведемо декілька прикладів тестових завдань з розділу ”Інтегральне числення функції однієї змінної”.

2. Функція F(x), означена на проміжку <a; b>, похідна від якої в усьому цьому проміжку дорівнює даній функції f(x), називається :

a) невизначеним інтегралом від функції f(x);

b) первісною функцією для функції f(x);

c) похідною функцією для функції f(x).

3. Чи кожна функція, визначена на проміжку <a; b>, має первісну на цьому проміжку?
   a) так;
   b) ні.
4. Чи можуть первісні однієї і тієї ж функції відрізнятися одна від другої на 2х?
   a) так;
   b) ні.
5. Визначений інтеграл це:
   a) число;
   b) функція;
   c) сукупність функцій.
6. Чи можна виносити за знак невизначеного інтеграла e^2?
   a) так;
   b) ні.
7. Чи вірно, що інтеграл від суми функцій дорівнює сумі інтегралів від цих функцій?
   a) так;
   b) ні.
8. Чи вірно, що інтеграл від добутку функцій дорівнює добутку інтегралів від них?
   a) так;
   b) ні.
9. Похідна від невизначеного інтеграла дорівнює:
   a) підінтегральній функції;
   b) підінтегральному виразу;
   c) первісній.
10. Знаки диференціала і невизначеного інтеграла, коли перший поміщений перед другим:

a) взаємно скорочуються;

b) взаємно скорочуються, а до функції додається довільна постійна.

11. Знаки диференціала і невизначеного інтеграла, коли перший стоїть після другого:

   a) взаємно скорочуються;

   b) взаємно скорочуються, а до функції додається довільна постійна.

12. Вкажіть первісну для функції $\frac{1}{\cos^2 x}$:

   a) $2\cos^3 x \sin x$;

   b) tgx;

   c) $-ctgx$.

13. Вкажіть основні методи інтегрування функцій:

   a) розклад, інтегрування частинами, заміна змінної;

   b) інтегрування частинами, підстановка, інтегрування раціональних дробів;

   c) інтегруванні раціональних функцій, інтегрування ірраціональних функцій, інтегрування тригонометричних функцій.

14. Інтеграл $\int x^k \ln^m x dx$ знаходять:

   a) за допомогою підстановки;

   b) методом інтегрування частинами;

   c) методом розкладу.

15. Інтеграл $\int \frac{x^m}{(ax^p + b)^n} dx$ знаходиться за допомогою підстановки:

   a) $ax^p + b = t$;

   b) $x^p = t$;

   c) $t = x^d$, де $d = (m+1, p)$.

16. Інтеграл $\int R\left(x, x^{\frac{m}{n}}, x^{\frac{p}{k}}\right) dx$ раціоналізується за допомогою підстановки:

a) $x = t^k$, де $k = [n,k]$;

b) $x = {}^{k}$, де $k = (m, p)$;

c) $x = {}^{k}$, де $k = (n, k)$.

17. Чи вірно, що інтеграли від тригонометричних функцій не завжди знаходяться?

a) так;

b) ні.

18. Інтеграл $\int R(\cos x)\sin^{2n-1} x dx$ раціоналізується підстановкою:

a) $\cos x =$;

b) $\sin x =$.

19. Інтеграл $\int R(x, \sqrt{a^2 - {}^2})dx$ раціоналізується підстановкою:

a) $x = \cdot tgt$;

b) $x = \sin t$

c) $x = g\frac{t}{2}$.

20. Якщо функція $f(x) + (x)$ має первісну на проміжку <a; b>, то і кожна з функцій f(x) і g(x) має первісну на <a; b>:

a) так;

b) ні.

21. Якщо функція f(x) обмежена на <a; b>, то її первісна також обмежена на цьому проміжку:

a) так;

b) ні.

22. Відомо, що дві первісні для функції $f(x) = {}^{x}$ в точці x = 12 відрізняються на 3. На скільки відрізняються ці самі первісні у точці 120?

a) 3;

b) 30;

c) e^{10}.

23. Вкажіть первісну для функції $y = \cos x$,значення якої в точці $x =$ дорівнює 5

a) $y =$;

b) $y = \sin x + 5$.

24. На якій властивості диференціала грунтується метод заміни змінної?

a) інваріантності;

b) неперервності.

25. Якщо $R(-\sin x, \cos x) = -R(\sin x, \cos x)$, то інтеграл $\int R(\sin x, \cos x)dx$ раціоналізується за допомогою підстановки:

a) $\sin x = t$;

b) $\cos x = t$;

c) $tgx = t$.

26. Якщо $R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x)$, то інтеграл $\int R(\sin x, \cos x)dx$ раціоналізується за допомогою підстановки:

a) $\sin x = t$;

b) $\cos x = t$;

c) $tgx = t$.

27. Якщо $R(-\sin x, -\cos x) = R(\sin x, \cos x)$, то інтеграл $\int R(\sin x, \cos x)dx$ раціоналізується за допомогою підстановки:

a) $\sin x = t$;

b) $\cos x = t$;

c) $tgx = t$.

Наш досвід показує, що використання тестових завдань при викладанні математичного аналізу інтенсифікує процес навчання, збільшує інтерес до предмету, спонукає студентів до розробки та використання тестів в майбутньому.

1. Шавальова В.І. Навчально-методичний комплекс з курсу "Математичний аналіз: Вступ до математичного аналізу.Диференціальне числення функції однієї змінної". - Бердянськ.: БДПІ, 2000.- 160 с.
2. Шавальова В.І. Навчально-методичний комплекс з курсу "Математичний аналіз: Інтегральне числення функції однієї змінної". - Бердянськ.: БДПІ, 2001.- 116 с.

Резюме. В статье приводятся тестовые задания для проверки знаний студентов по курсу «Математический анализ» (разделы «Введение в анализ», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Интегральное исчисление функции одной переменной»), которые используются в преподавании математического анализа в Бердянском государственном педагогическом институте.

Summary. In the article the test tasks for check of knowledge of the students at the course "Calculus" (sections "Introduction in the analysis", "a differential Calculus of functions of one variable"), which are used in teaching a calculus in the Berdyansk state pedagogical institute are provided.

ВИКОРИСТАННЯ ШКІЛЬНИХ ПІДРУЧНИКІВ ТА ПЕРСОНАЛЬНОГО КОМП'ЮТЕРА В САМОСТІЙНІЙ РОБОТІ СТУДЕНТІВ ВИЩОГО ПЕДАГОГІЧНОГО НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ ГЕОМЕТРІЇ

С.Г.Мастерова, аспірантка,
Бердянський державний педагогічний інститут ім. П.Д.Осипенко

При здійсненні підготовки студентів до роботи вчителем математики необхідно добре усвідомити, яким повинен бути майбутній вчитель. Узагальнений портрет вчителя, або сукупність професійно обумовлених вимог до вчителя-вихователя міститься у професіограмі, яка складається з трьох основних компонентів: загальногромадянські риси; риси, що визначають специфіку професії вчителя; спеціальні знання, навички і вміння з предмету.

Професіограма вчителя – еталон всієї навчально-пізнавальної і виховної діяльності викладачів і студентів вищого педагогічного навчального закладу, важливий засіб широкої і повної професіоналізації навчально-виховного процесу і, зокрема, самостійної роботи студентів, виступає важливим джерелом відомостей для визначення оптимального змісту, форм і методів професійної підготовки вчителя в ході навчально-виховного процесу і самостійної роботи студентів.

До провідних рис та характеристик вчителя-вихователя відносять соціально-моральну, професійно-педагогічну й пізнавальну спрямованість. Вчителя математики характеризує, крім того, математична спрямованість розуму, здібність до логічного мислення, гнучкість розумових процесів, швидкість змін їх спрямованості, переключення з прямого на обернений хід міркування.

До основних напрямків покращання підготовки майбутніх вчителів математики, у контексті відповідних професійних вимог, потрібно, як відмічає академік АПН України М.І.Шкіль, віднести:

– всебічну педагогізацію математичних курсів і розкриття студентам естетичного в математиці;

– використання самостійної роботи для прищеплення студентам любові до професії вчителя математики;

– розкриття студентам краси педагогічної професії під час педагогічної практики та шефської роботи в школі [3].

Спираючись на педагогічний досвід в організації процесу навчання таких вчених, як Мороз О.Г., Шкіль М.І. та ін., ми розглядаємо самостійну роботу студентів як зростаючу складову навчання, яка повинна переходити в самоосвіту, що супроводжує спеціаліста усе життя, причому мова йде про орієнтацію всього навчального процесу на самостійну роботу. Організацію самостійної роботи необхідно розглядати в її нерозривному зв’язку з усіма проблемами навчання і виховання студента у вузі. Самостійна робота, яка розглядається в органічній єдності з усім навчальним процесом, стає засобом не тільки здійснення навчальної діяльності, але і формування особистих якостей педагога.

Процес оволодіння студентами професійними знаннями, вміннями та навичками здійснюється найбільш успішно і продуктивно за умов домінування в їхніх мотиваційних сферах учбово-пізнавальних та пізнавальних мотивів навчання. Щоб не занедбати позитивні прагнення до оволодіння професією вчителя математики, зміцнити їх в процесі навчання курсу геометрії, необхідна професійна спрямованість змісту та методів самостійної роботи студентів при вивченні цієї дисципліни та орієнтація на активне оволодіння знаннями в ході їх застосування.

При організації самостійної роботи студентів потрібно не тільки обгрунтовано визначити правильний обсяг навчального матеріалу, що виноситься на самостійну роботу, а, в першу чергу, створити у студентів високу мотивацію до самостійної роботи [2]. При розв'язуванні цих задач в процесі вивчення геометрії у педагогічному вузі значну допомогу можуть надати використання різноманітних шкільних підручників та впровадження нових інформаційних технологій в самостійну роботу студентів.

На сьогодні розроблено значну кількість програмних засобів, що дозволяють розв'язувати за допомогою комп'ютера досить широке коло математичних задач різних рівнів складності. При цьому деякі з цих програм розраховано на фахівців досить високої кваліфікації в галузі математики, інші – на учнів середніх навчальних закладів.

Найбільш придатними для підтримки вивчення курсу математики в середніх навчальних закладах є програми Derive, Eureka, GRAN, що розроблені у Національному державному педагогічному університеті ім. М.П.Драгоманова і які вже впроваджуються в навчальний процес викладання математики в закладах середньої освіти [1]. Тому студенти, майбутні вчителі математики, повинні вміти використовувати ці програмні продукти для супроводження навчання математики в майбутньому.

Однак, навчальними планами педагогічних вузів з фундаментальних математичних курсів не передбачено проведення лабораторних робіт, а вимоги комп'ютерних класів не дозволяють працювати одночасно групі студентів з 25 чоловік. Крім того, кількість годин на математичні курси обмежена. Тому доцільно розробляти індивідуальні завдання по використанню персонального комп'ютера при викладанні геометрії в самостійній роботі.

При розробці методичної системи організації самостійної роботи студентів над курсом геометрії у вищому навчальному закладі ми приділяємо особливу увагу двом напрямкам:

– ознайомлення студентів з сучасними шкільними підручниками;

– використання персонального комп’ютера в методичній системі викладання математики в закладах середньої освіти.

Наприклад, до складу завдань для самостійної роботи студентів при вивченні теми “Афінні перетворення площини” нами були включені наступні завдання:

1. Виконати класифікацію задач, які пропонуються в наступних шкільних підручниках з геометрії після вивчення перетворень площини в залежності від методу їх розв'язування:

- Александров А.Д. и др. “Геометрия для 8-9 классов”. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики
- Бевз Г.П. “Математика”. Пробний підручник для 8 класу середньої школи
- Бурда М.І. “Геометрія”. Підручник для фізико-математичних класів
- Кельбас М.П. “Геометрія”. Пробний підручник для 7-9 класів середньої школи
- Погорелов А.В. “Геометрія”. Підручник для 7-9 класів середньої школи.

2. Використовуючи вищеназвані підручники, підібрати по одній задачі на побудову, які розв’язуються методом перетворень: симетрії, паралельного переносу, подібності. Зробити ілюстрації до цих задач за допомогою персонального комп’ютера.

3. Підібрати теорему з одного з вищеназваних шкільних підручників, яку можна довести, використовуючи методи геометричних перетворень. Виконати доведення в зошиті для самостійної роботи та порівняти його з запропонованим у підручнику.

4. Розглянути можливості використання програмного засобу GRAN-2D при розв’язуванні наступної шкільної задачі:

Умова: Дано дві паралельні прямі a та b і пряма c, що їх перетинає та відрізок довжини m. Побудувати правильний трикутник, довжина сторони якого дорівнює m так, щоб його вершини належали відповідно заданим прямим.

При розв’язуванні задачі на побудову необхідно спочатку зробити аналіз, тобто припустити, що побудову вже виконано (рис.1).

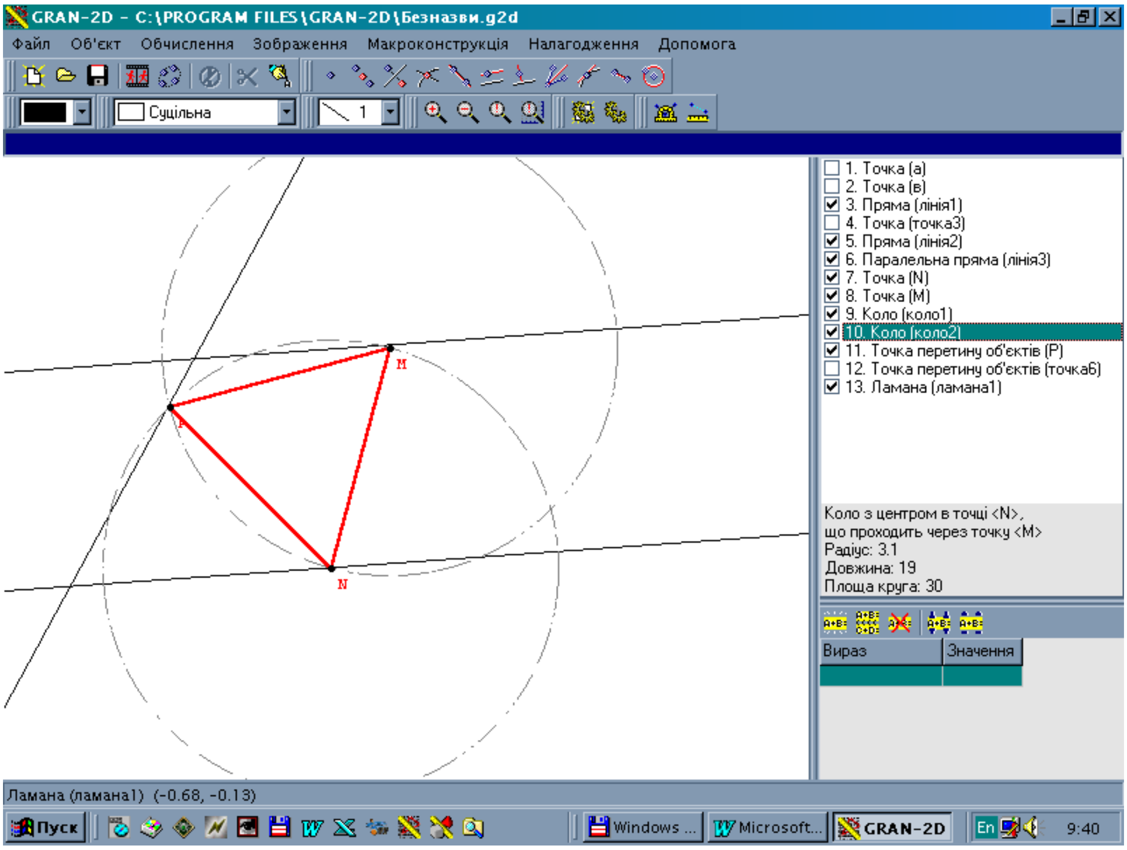


Рис.1

Використовуючи програмний продукт GRAN-2D студенти швидко виконують побудову заданих прямих *a, b, c* і правильного трикутника *MNP*, який спочатку не відповідає умові задачі. Змінюючи розташування трикутника таким чином, щоб його вершини належали прямим студенти нарешті отримують шуканий трикутник, а вже потім можуть експерементувати щодо його положення відносно прямих. Якщо виконати паралельний перенос трикутника на вектор паралельний прямим *a* та *b* то буде отриман трикутник, рівний даному, дві вершини якого знаходяться на прямих *a* та *b*, а такий трикутник побудувати нескладно. Таким чином, задачу можна звести до побудови правильного трикутника *A'B'C'* зі сторонами довжини *m*, причому $A' \in a$, $B' \in b$, а потім до паралельного переносу $\overline{C'C}$ трикутника *A'B'C'*, причому кінець *C* вектора $\overline{C'C}$ визначається, як точка перетину прямої $C'C \parallel a$ з даною прямою c. Після цього студенти легко виконують побудову і отримують наступну відповідь (рис.2).

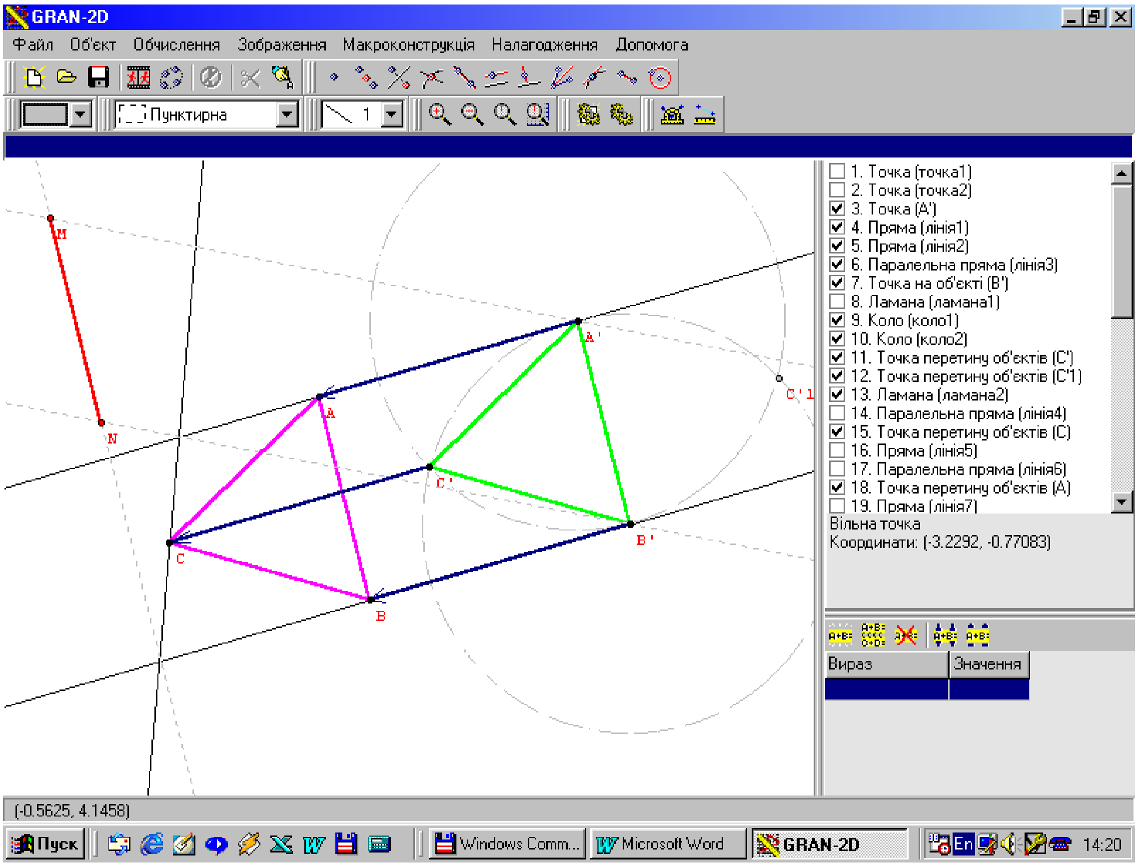


Рис.2

Систематичне використання подібних завдань в самостійній роботі студентів надає можливість отримати знання змісту різних підручників з геометрії, навчитися використовувати персональний комп'ютер в організації навчального процесу. Таким чином, завдання такого характеру в самостійній роботі студентів сприяють ранній професіоналізації навчання геометрії в педагогічному вузі.

Однією з умов оволодіння знаннями будь-якого характеру є їх активне оволодіння. Для забезпечення цього викладач повинен не просто повідомляти студентам певну інформацію, а організовувати навчання, як орієнтоване на активне оволодіння цією інформацією. Одним із видів такого навчання є проблемне навчання. Воно здійснюється за допомогою трьох методів: проблемного викладу; частково-пошукового або евристичного; дослідницького.

З метою підвищення пізнавальної активності в самостійній роботі, завдання і приклади, які пропонуються студентам для опрацювання, повинні як розширювати і поглиблювати теоретичні знання, показувати їх практичне значення, так і містити елемент проблемності.

Розглянемо задачу.

<u>Умова:</u> Дано трикутник. Побудувати коло яке проходить через точки симетричні ортоцентру трикутника відносно його сторін. Визначити розташування отриманого кола відносно заданого трикутника та обгрунтувати отримані висновки.

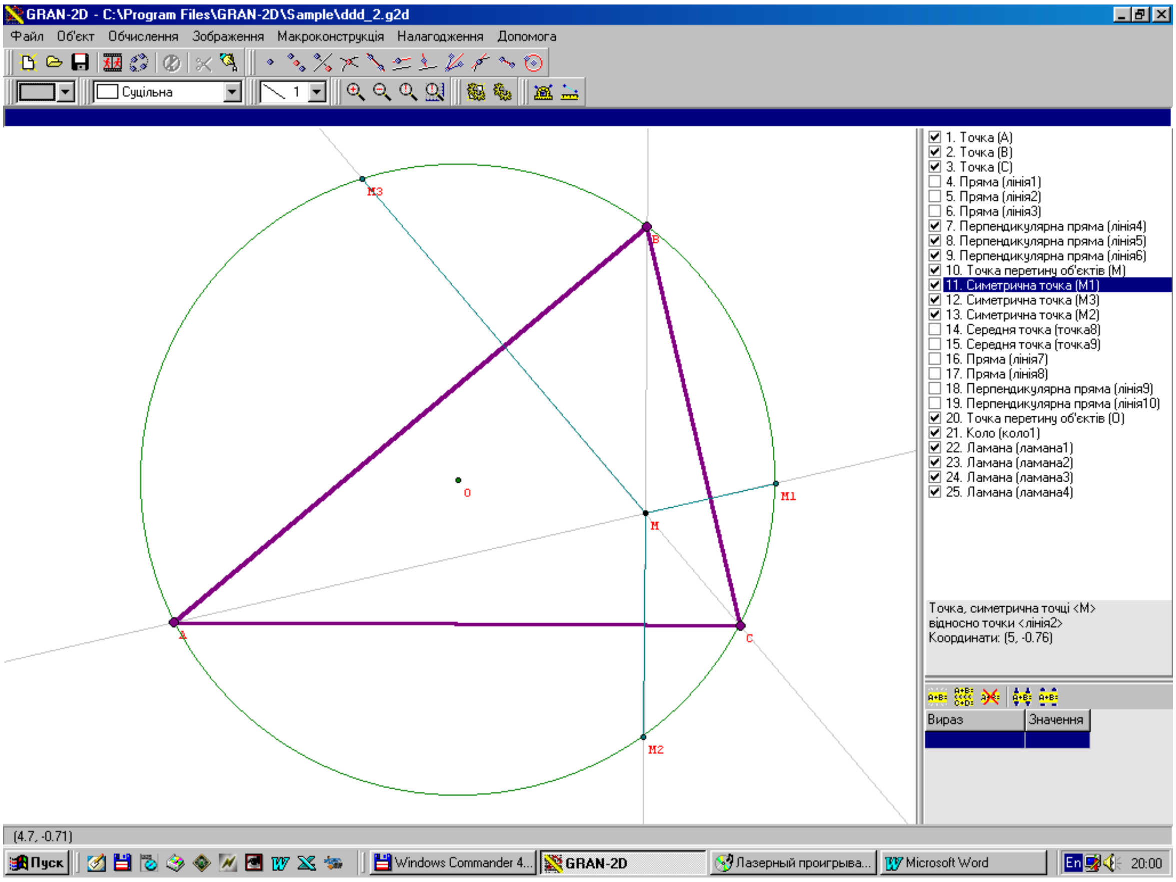
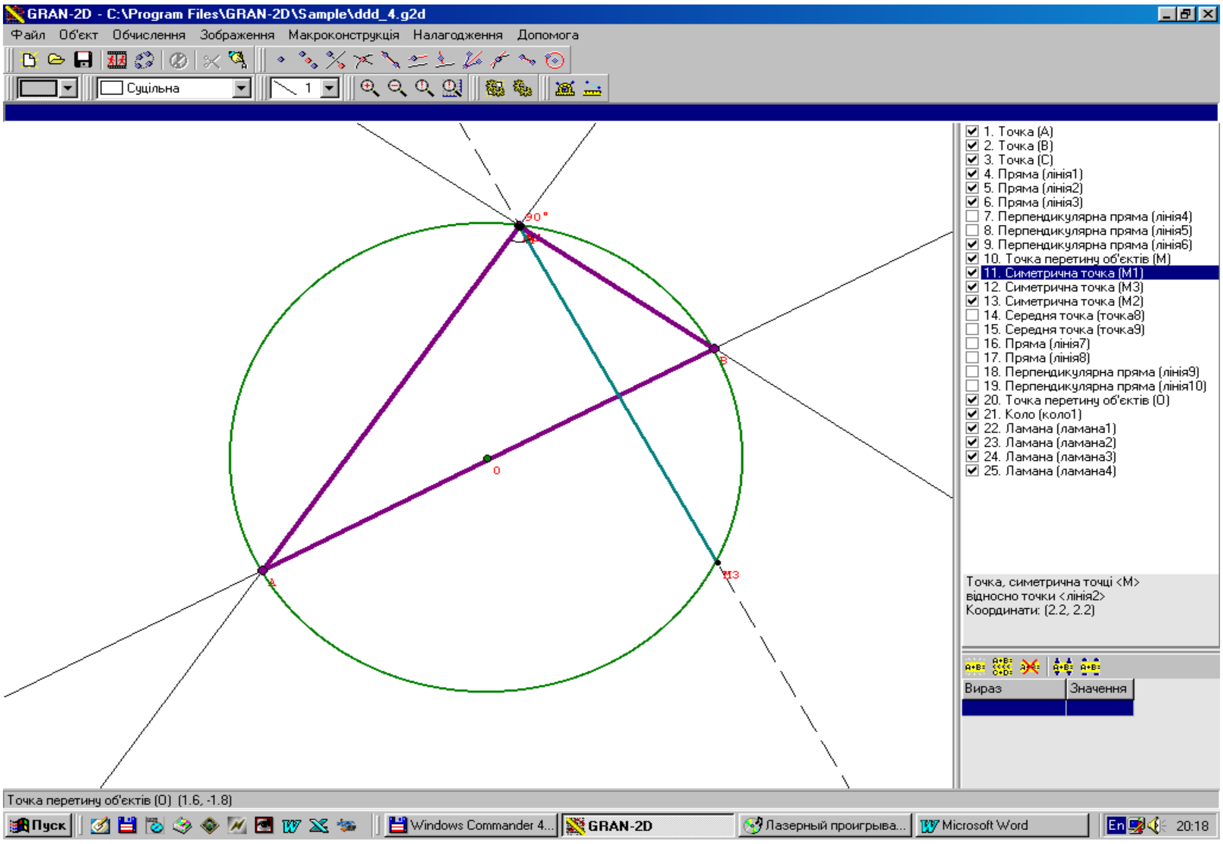
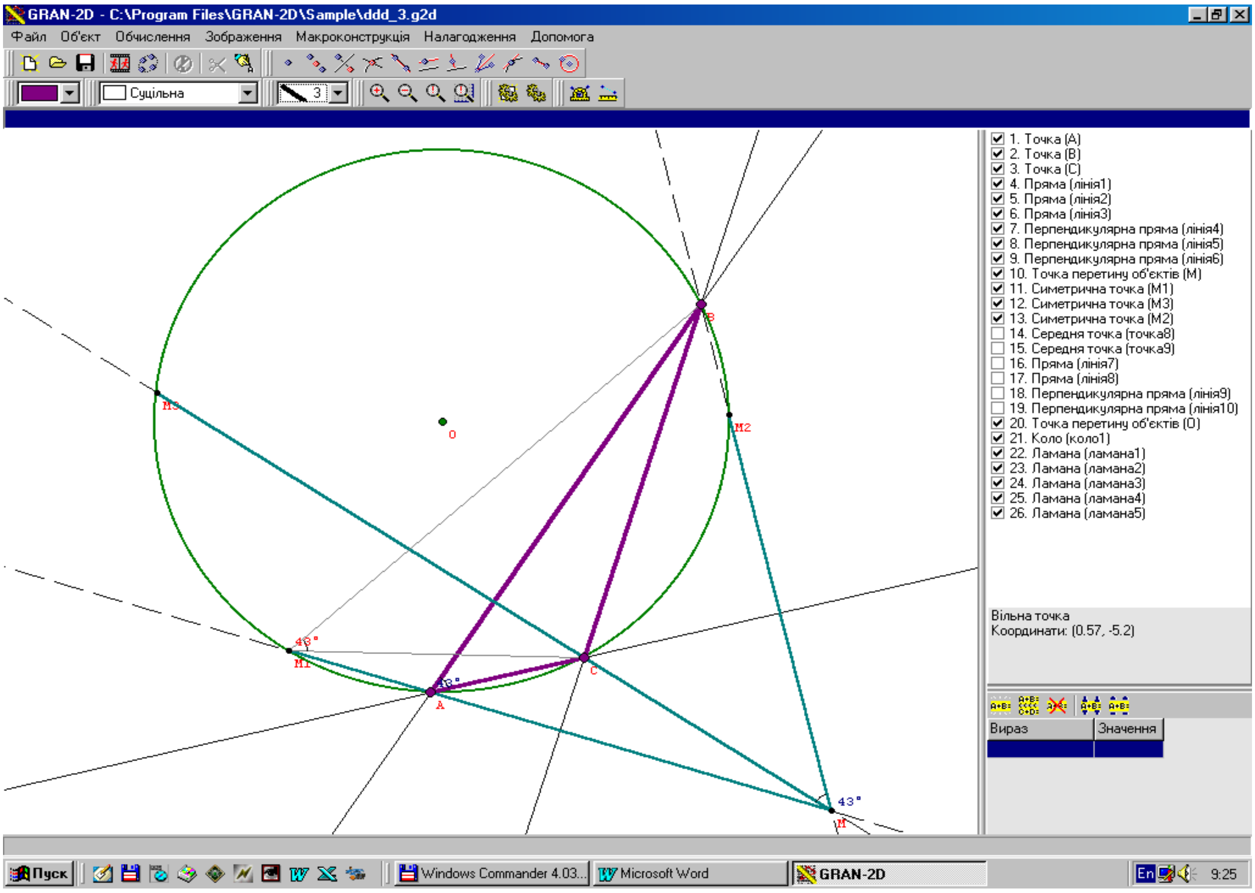


Рис. 3

Користуючись програмою GRAN-2D студенти досить швидко виконують побудову (рис.3).


GRAN-2D - C:\Program Files\GRAN-2D\Sample\ddd_4.g2d
Файл Об'єкт Обчислення Зображення Макроконструкція Налагодження Допомога
Суцільна
1. Точка (A)
2. Точка (B)
3. Точка (C)
4. Пряма (лінія1)
5. Пряма (лінія2)
6. Пряма (лінія3)
7. Перпендикулярна пряма (лінія4)
8. Перпендикулярна пряма (лінія5)
9. Перпендикулярна пряма (лінія6)
10. Точка перетину об'єктів (M)
11. Симетрична точка (M1)
12. Симетрична точка (M3)
13. Симетрична точка (M2)
14. Середня точка (точка8)
15. Середня точка (точка9)
16. Пряма (лінія7)
17. Пряма (лінія8)
18. Перпендикулярна пряма (лінія9)
19. Перпендикулярна пряма (лінія10)
20. Точка перетину об'єктів (O)
21. Коло (коло1)
22. Ламана (ламана1)
23. Ламана (ламана2)
24. Ламана (ламана3)
25. Ламана (ламана4)
Точка, симетрична точці <M>
відносно точки <лінія2>
Координати: (2.2, 2.2)
Вираз
Значення
90°
M3
Точка перетину об'єктів (O) (1.6, -1.8)
Пуск
Windows Commander 4...
GRAN-2D
Лазерный проигрыва...
Microsoft Word
En
20:18
Рис.4


GRAN-2D - C:\Program Files\GRAN-2D\Sample\ddd_3.g2d
Файл Об'єкт Обчислення Зображення Макроконструкція Налагодження Допомога
Суцільна
1. Точка (A)
2. Точка (B)
3. Точка (C)
4. Пряма (лінія1)
5. Пряма (лінія2)
6. Пряма (лінія3)
7. Перпендикулярна пряма (лінія4)
8. Перпендикулярна пряма (лінія5)
9. Перпендикулярна пряма (лінія6)
10. Точка перетину об'єктів (M)
11. Симетрична точка (M1)
12. Симетрична точка (M3)
13. Симетрична точка (M2)
14. Середня точка (точка8)
15. Середня точка (точка9)
16. Пряма (лінія7)
17. Пряма (лінія8)
18. Перпендикулярна пряма (лінія9)
19. Перпендикулярна пряма (лінія10)
20. Точка перетину об'єктів (O)
21. Коло (коло1)
22. Ламана (ламана1)
23. Ламана (ламана2)
24. Ламана (ламана3)
25. Ламана (ламана4)
26. Ламана (ламана5)
Вільна точка
Координати: (0.57, -5.2)
Вираз
Значення
B
M2
O
43°
M1
A
C
M
Пуск
Windows Commander 4.03...
Microsoft Word
GRAN-2D
En
9:25
Рис.5

Лише змінюючи положення вершин трикутника студенти спостерігають, що, незалежно від виду чи розташування трикутника, його вершин, точки симетричні ортоцентру залишаються на колі, описаному навколо цього трикутника і висувають гіпотезу, що точки симетричні ортоцентру трикутника відносно його сторін, належать колу, описаному навколо цього трикутника.

В залежності від виду трикутника розглядаються три випадки: коли трикутник прямокутний (рис.4), гострокутний (рис.3) та тупокутний (рис.5).

Доведення:

Нехай точки M_1, M_2, M_3 симетричні ортоцентру M відносно сторін трикутника ABC (рис.3), тоді $\angle BM_1C=\angle BMC$, оскільки ці кути симетричні відносно прямої BC, а навколо трикутника ABC описано коло ω.

1) Трикутник ABC прямокутний (рис.4). В цьому випадку точка M – ортоцентр трикутника ABC – співпаде з вершиною C прямого кута. З вершиною C співпадають також точки M_2 та M_3, тобто точки M_2 та M_3 лежать на колі ω. З того що $\angle ACB=\pi/2$, випливає, що і $\angle AM_1B=\pi/2$, тобто точка $M_1\in\omega$.

2) Трикутник ABC гострокутний(рис.2). Виходячи з того, що сторони кута BMC перпендикулярні сторонам кута BAC, то або величини цих кутів рівні, або їх сума дорівнює π. Зрозуміло, що в даному випадку $\angle BMC\neq\angle BAC$ тому, що в колі ω вони спираються на одну дугу, але вершина першого з них – в середині кола, а вершина A другого – на колі. Тоді залишається прийняти, що $\angle BMC+\angle BAC=\pi$, і тому $\angle BM_1C+\angle BAC=\pi$, тобто точки A,B,C та M лежать на одному колі. Аналогічно доводиться, що на колі ω лежать точки M_2 та M_3.

3) Трикутник ABC тупокутний (рис.4).

Наш досвід показує, що з метою наукового керівництва та організації самостійної роботи студентів необхідно: формувати у студентів спонукальні мотиви, інтереси, потребу до навчання з метою підвищення у них пізнавальної активності в оволодінні професією вчителя; виховувати у студентів правильну самооцінку, самодисципліну, самоорганізованість та навички самоосвіти і самоконтролю; систематично проводити самостійну роботу студентів під час всіх видів занять: на лекціях, семінарських та практичних заняттях, на заліках та екзаменах, при виконанні різних видів домашніх робіт, на педагогічній практиці в школі.

Завдання спонукають студентів не тільки до аналізу програм та посібників з геометрії, підбору потрібних прикладів, а й до необхідності вдосконалення навичок роботи з персональним комп'ютером та побудови методики викладання даної теми з використанням нових інформаційних технологій.

Результати своєї роботи студенти використовують при написанні курсових та дипломних робіт. До результатів можна також віднести навчання учнів шкіл міста та їх вчителів використанню персонального комп'ютера при розв'язуванні геометричних задач тому, що свої розробки студенти використовують під час педагогічної практики.

Це сприяє оволодінню майбутніми вчителями основами нових інформаційних технологій, раціональній побудові процесу пізнання, об'єктивному аналізу своїх знань та недоліків, ознайомленню студентів з різними системами навчання, програмами та посібниками, прогресивними формами, методами та засобами навчання, підготовці до використання різних дидактичних засобів, які інтенсифікують процес навчання.

1. М.І.Жалдак "Комп'ютер на уроках математики". – Київ. Техніка. 1997.-304с.
2. Підготовка майбутнього вчителя: зміст та організація.: Навч. Посібник / О.Г. Мороз, В.О. Сластьонін, Н. І. Філіпенко.– К.: НДПУ, 1997.– 166 с.
3. Шкіль М.І., Ніколенко Д.Ф. Становлення вчителя. – К., 1986.– 48 с.

Резюме. Приводятся задания для самостоятельной роботы студентов над курсом геометрии с использованием персонального компьютера и школьных учебников.

Summary. The tasks for independent robots of the students above a rate of geometry with use of the personal computer and school textbooks are resulted.

ОСОБЛИВОСТІ НАУКОВО-МЕТОДИЧНОЇ КОНЦЕПЦІЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВИЩОГО ЗАКЛАДУ ОСВІТИ

Л.І. Нічуговська, канд.економ.наук, доцент,
Полтавський кооперативний інститут

Пошук шляхів впровадження нової парадигми вищої освіти відбувається в складних економічних умовах суспільства, на фоні значного скорочення державних видатків на освіту. Крім того, цей процес ускладнюється тим, що Україна намагається стати повноправним членом світової економічної спільноти і тому, при підготовці бакалаврів, спеціалістів, магістрів стає неможливим подальше ігнорування проблеми їх майбутньої конкурентоспроможності на ринку праці, в умовах жорсткої конкурентної боротьби сучасного економічного середовища. Щоб отримати перевагу в цій боротьбі, необхідно серйозно готувати інтелектуальну базу із фахівців-професіоналів вищої кваліфікації, здатних усвідомити, спроектувати і здійснити кардинальні зміни на основі використання сучасних методів забезпечення високої якості у всіх сферах діяльності, яка, на думку міжнародних експертів, і є основною домінуючою складовою збільшення національного багатства держави.

Але згідно "Звіту про світовий розвиток 1996", підготовленому Світовим банком на основі тестування математичних та природничих знань школярів і студентів у деяких країнах, серед яких були і країни СНД [1], інформація про переваги і недоліки сучасної системи освіти представлена у вигляді графіку відхилення від середнього значення для вибірки школярів у віці 9-13 років з 19 країн світу (Див. схему 1).

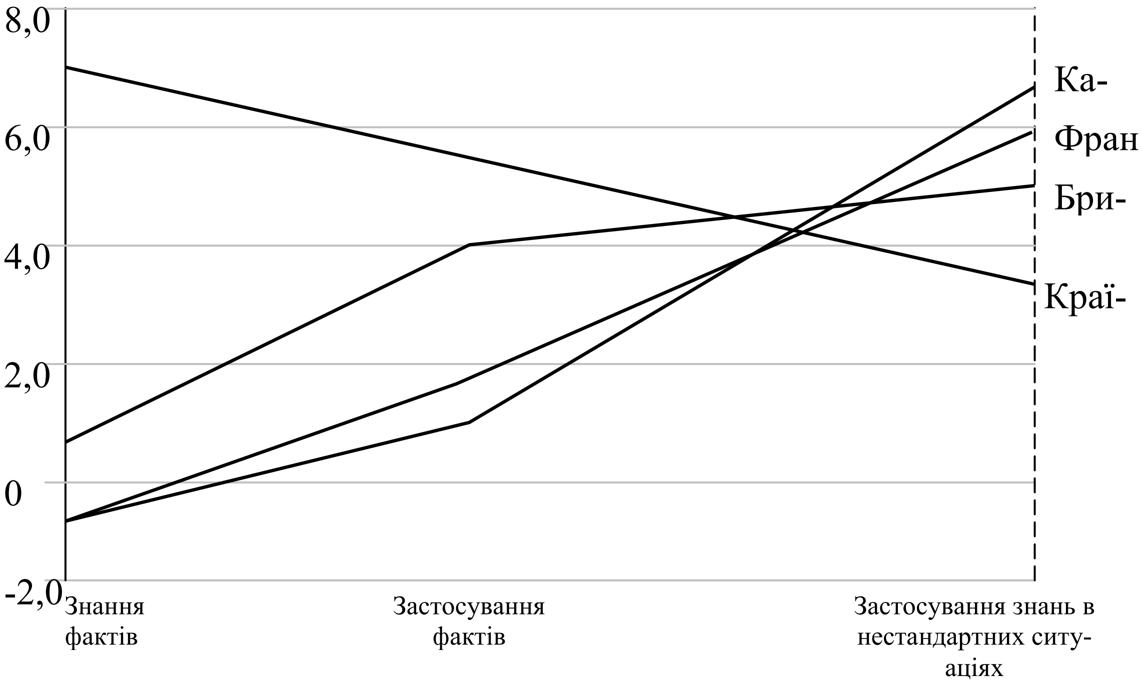


Схема 1

Схема 1 свідчить про найвищий рівень математичних та природничих знань школярів колишнього СРСР і в той же час акцентує увагу на найнижчому їх рівні в практичному застосуванні цих знань в нестандартних проблемах. Цей висновок не випадковий, тому що, на нашу думку, обумовлений існуючими стереотипами методології навчання математичним дисциплінам в загальноосвітніх середніх закладах – школах, ліцеях, гімназіях тощо.

Слід особливо відмітити, що в силу інертності системи освіти, як суперскладної, основні тенденції існуючої методології зберігаються і в процесі навчання математичним дисциплінам студентів вищих закладів освіти, що негативно впливає на якість їх професійної підготовки взагалі і фахівців економічного профілю, зокрема. Ці думки співзвучні побажанням керівників підприємств та організацій, які вважають, що “... ми можемо навчити працівника робити свою роботу, якщо він ще не вміє її виконувати досконало. Це відносно просто зробити, маючи внутрішньофірмову систему підвищення кваліфікації. У нас в Україні інша проблема. Як навчити працівника рано розпізнати проблему? Як його навчити не просто її розпізнати, але й оцінити варіанти її вирішення? І, зрештою, як навчити його не боятись відкрити двері мого кабінету і запропонувати свій план?”[2, с.23].

Таким чином, сучасна економічна освіта має вирішувати подвійне завдання: не тільки забезпечити своїх майбутніх фахівців потужною інформаційною базою різноманітних знань, але й навчити їх творчо застосовувати при розв’язанні як типових, так і нестандартних бізнес-проблем, тобто, перш за все, бути творчими аналітиками тощо.

Отже, виникає необхідність в кардинальній зміні методологічних підходів до існуючої системи економічної освіти взагалі та переосмислення ролі та місця базової освіти, тобто фундаментальної і математичної, зокрема, в підготовці висококваліфікованих фахівців економічного спрямування саме в контексті її якості, яка, згідно нашим науково-педагогічним дослідженням, детермінується декількома рівнями, а саме:

І рівень – відповідність світовим стандартам освіти

Для цього необхідно об’єднати зусилля вищих навчальних закладів (можливо, не тільки в межах однієї держави) для створення скоординованих планів підготовки бакалаврів, спеціалістів, магістрів з різноманітних економічних спеціальностей, акцентуючи увагу на базовій фундаментальній підготовці майбутніх фахівців, тобто на їх математичній освіті.

ІІ рівень – відповідність потребам замовників (багатопрофільних фірм, різноманітних виробництв, державних установ тощо)

Для цього необхідно узгодити коло значущих завдань та постійно реалізовувати в навчальному процесі саме ті, для розв’язування яких студентам економічного спрямування знадобляться математичні знання, навички та уміння застосовувати математичні методи і моделі як інструмент аналізу, пошуку та обґрунтування найкращого рішення у процесі розгляду безпосередньо навчальних, пошуково-дослідницьких та інших проблем. Створення у процесі навчання математичним дисциплінам активних ситуацій сприяє формуванню у студентів здібності до співпраці, управлінської компетентності, творчої оригінальності, мобільності, гнучкості, стресостійкості тощо. І тому бажано знаходити можливість відходу від стереотипних постановок задач: “Дано-знайти”, “Дано-довести”, “Дано-дослідити”, “Дано-обчислити” і перейти до вербальних постановок математичних проблем типу: “Ви маєте прийняти рішення”, “Допоможіть менеджеру знайти оптимальне рішення”, “Побудуйте модель ефективності рекламної “кампанії”, “Знайдіть оптимальну стратегію управління виробництвом” та ін.

III рівень – відповідність фактичній конкурентоспроможності випускників вищого навчального закладу.

IV рівень – відповідність особистій мотивації студентів, що навчаються у конкретному вузі.

Третій та четвертий рівні передбачають, що навчально-методичний комплекс з математичних дисциплін має бути диференційованим відносно типів сприймання інформації, особливостей мислення, рівня творчої компоненти, інтелекту, загальної математичної підготовки, потенційних можливостей тощо, і тому вправи, завдання, різноманітні ситуаційні задачі та ін. мають подаватись на базовому, підвищеному та поглибленому рівнях, кожен із яких передбачає певні вимоги до математичних знань і вмінь студентів, до їх практичного застосування та значною мірою регламентується відповідно моделі спеціаліста економічного профілю.

Розглядаючи систему математичної освіти студентів економічного профілю з позиції її якості, доцільно, на нашу думку, акцентувати увагу на провідних принципах її організації, а саме:

- якісності навчання, обумовленої логіко-гносеологічними методологічними умовами теорії пізнання, що орієнтується на виявлення якісних особливостей об’єкта дослідження (наприклад, певної математичної дисципліни), класифікацію їх зв’язків та відношень з іншими об’єктами. Практична реалізація цього принципу передбачає не тільки одержання студентом вищого навчального закладу певного обсягу знань необхідної якості, формування інтелекту необхідного рівня, певних навичок та умінь, необхідних для активної діяльності в майбутньому, а також сприяє розширенню світоглядних орієнтирів, що є передумовою активного формування творчої особистості;

- фундаментальності, що базується на глибинному засвоєнні законів буття, розумінні, що людина живе і діє в якісно різноманітному світі, що допоможе майбутньому спеціалісту швидше пристосуватись до швидкоплинних умов ринкової економіки;

- гуманізму, що визначає значимість для системи освіти формування особистості та її соціальних якостей, здатних розуміти, що сучасний напрямок розвитку науково-технічного прогресу в техніці, економіці має бути переорієнтованим з послідуючим підпорядкуванням таким загальнолюдським цінностям як добро, гармонія, краса, духовність людини, тому що природна сутність людини потребує перебування в якісному соціумі, де створені умови для його життя та творчості. Тому, на нашу думку, треба твердо відмежуватись від намагань деяких реформаторів звести гуманітаризацію освіти до різкого скорочення викладання математичних та природничих дисциплін;

- неперервності освіти та випереджаючого її характеру щодо розвитку суспільства, що дозволяє забезпечити як послідовність в системі освіти, так і створити умови для постійного вдосконалення знань та навичок. Більш того, в зв’язку з тим, що зараз важко спрогнозувати динаміку розвитку та практичного застосування спеціальних знань впродовж десятиріч для будь-якого напряму діяльності суспільства, “... то головну рису випереджаючого характеру освіти багато мислителів бачать у підготовці такої особистості, яка може творчо вирішувати будь-які проблеми, в тому числі і ті, що будуть виникати у майбутньому і про які ми зараз нічого не знаємо” [3, с.25].

Викладені принципи в їх системному взаємозв’язку визначають якісні аспекти процесу математичної освіти студентів економічних спеціальностей вищого закладу освіти, його пріоритети, тоді як структура якості освіти передбачає наявність таких основних позицій, а саме:

- комплексність в навчанні математичних та професійно-орієнтованих дисциплін, на основі забезпечення якісних взаємозв’язків між ними;
- програмне та методичне забезпечення всіх рівнів та форм математичної освіти (стаціонарної, заочної);
- взаємозв’язок всіх форм та рівнів математичної освіти з чітко визначеними та скоординованими планами підготовки фахівців різного рівня (бакалавр, спеціаліст, магістр), що відповідають “Кваліфікаційним вимогам” по кожній спеціальності.

Зауважимо, що державна програма з математики для економічних спеціальностей діє з 1997 року і орієнтована на підготовку бакалаврів з економіки і підприємництва, і не має суттєвих відмінностей по структурі та змісту порівняно з державною програмою 1984 року, хоча і доповнена деякими додатковими темами, що передбачають розв’язування задач прикладного змісту, математичне моделювання проблемних ситуацій та розкриття економічної доцільності одержаних рішень.

При цьому можна констатувати, що державна програма з математики для економічних спеціальностей офіційно орієнтована на прикладний характер її викладання в поєднанні з вагомою загальною математичною підготовкою студентів. При цьому, враховуючи значний її обсяг (об’ємний теоретичний матеріал і високі вимоги до практичних навичок і вмінь студентів), слід відмітити, на нашу думку, занадто короткий термін реалізації програми – три перших навчальних семестри, хоча до 1990 року студенти економічних спеціальностей вивчали математичні дисципліни протягом перших шести семестрів.

Зауважимо, що програмі притаманні і певні недоліки.

По-перше:

- не розглядаються графи як математичні об’єкти, що утворюються із вершин та ліній і яким притаманна особлива цінна дидактична властивість – наочність абстракції відношень, тобто різноманіття структур на множинах, та можливість графо-матричних зображень, як візуальної компоненти наукових досліджень;
- не реалізована можливість побудови математичних моделей на основі диференціальних рівнянь або системи диференціальних рівнянь; не передбачено глибоке вивчення теорії матриць і таких важливих питань, як матричні рівняння і характеристичні поліноми, комбіновані матриці, спектральна декомпозиція матриць, рівнопотужні матриці, розкладання матриці на множники, узагальнені обернені матриці, ранжування матриць тощо, завдяки яким основоположні твердження економетричного моделювання можна подати у чіткій і простій формі, що надає можливість більш раціонального їх використання;
- не встановлено структурних зв’язків між матричною алгеброю та формуванням наближених функцій (лінійних, квадратичних тощо) за рядами Тейлора, максимізацією або мінімізацією значення функції багатьох змінних за допомогою матриці Гессе, аналізом переходу від однієї множини величин до іншої;
- не розроблені критерії поділу інформативної частини програми на головну, допоміжну та другорядну згідно специфіки спеціальності, що значно затрудняє створення ефективної методичної системи навчання математичним дисциплінам студентів економічного профілю на основі ви-

значення та раціонального поєднання критичної маси необхідних математичних знань та загальних методів формальної техніки аналізу.

По-друге, не передбачена диференціація рівня математичної освіти студентів в умовах багатоступеневої підготовки фахівців (орієнтація тільки на ступінь бакалавра), тобто, наприклад, для магістра з економіки та підприємницької діяльності рівень математичних знань не перевищує бакалаврський, що, на нашу думку, значно знижує професійну компетентність майбутнього фахівця зі ступенем магістра.

Отже, аналіз діючої державної програми з математики для економічних спеціальностей вищих закладів освіти свідчить про необхідність її корегування у контексті її якості.

Резюмуючи вищевикладене, можна виділити цільові функції математичної освіти студентів економічного спрямування з позицій її якості, що виражають стратегічні напрямки і полягають:

1) в озброєнні фахівців, здатних досягти повної якості на основі традиційних форм діяльності, типовою базою математичних знань і відповідним математичним інструментарієм;

2) у підготовці спеціалістів-випускників до нових перспективних форм діяльності на основі творчого застосування математичних засобів і методів математичного моделювання.

В усіх сферах життя суспільства відбуваються якісні процеси, виникають складні проблеми, в яких домінує фактор невизначеності і розв'язати які можуть тільки професіонали з творчим мисленням, з розвиненим інтелектом.

Таким чином, система освіти взагалі і математичної, зокрема, є особливою сферою функціонування соціальної якості. В ній, з одного боку, відбувається відтворення накопичених в минулому знань та суспільної мудрості, а з іншого – закладаються певні орієнтири майбутньої життєдіяльності як окремої особистості, так і суспільства в цілому, що і визначає ніби подвійну спрямованість, в минуле та майбутнє, системи освіти. Адже знання та вікова мудрість минулого мають бути трансформовані системою освіти таким чином, щоб особистість постійно намагалася оволодіти новими знаннями, реалізація яких позитивно впливатиме на якість його життя. Можна із впевненістю констатувати, що майбутнє людства визначається якістю його освіти.

1. From Plan to Market. World Development Report 1996, published for the World Bank by Oxford University Press, p. 124-125.
2. Шеремета П.М., Каніщенко Л.Г. Кейс-метод: з досвіду викладання в українській бізнес-школі / За ред. О.І. Сидоренка. – 2-е вид. К.: Центр інновацій та розвитку, 1999. – 80с.
3. Лутай В.С. Філософія сучасної освіти: Навчальний посібник. – К.: Центр «Магістр-S» творчої спілки вчителів України, 1996. – 256с.

Резюме. Рассматриваются проблемы современного математического образования студентов экономических специальностей высших учебных заведений и основные методологические подходы к его качественным изменениям.

Summary. Problems of modern mathematical education of the students majoring in Economics at higher educational establishments and methodological approaches to upgrading its quality are considered in this article.

ОСОБЛИВОСТІ ПЛАНУВАННЯ ЗАНЯТЬ З МАТЕМАТИКИ В ЕКОНОМІЧНОМУ ВУЗІ

О.Г.Фомкіна, канд.пед.наук, ст.викладач,
Полтавський кооперативний інститут

Високі результати навчання, тобто повноцінні знання, навички та уміння, належний рівень загального розвитку студентів досягається тоді, коли викладач володіє повною структурою навчального процесу. Забезпечення ж оптимальних можливостей організації навчального процесу на досягнення мети математичної підготовки в економічному вузі, вимагає, перш за все, її чіткого планування.

Практичне заняття - основна, випробувана часом форма навчання і виховання студентів. На високий рівень проведення практичного заняття впливає багато факторів, серед яких не останню роль відіграє визначення місця та ролі кожного заняття як структурної одиниці в загальній системі практичних занять.

Закладаючи плани практичних занять з математики в робочу програму, ми виходимо з того, що для кожної теми слід виділяти цілі і завдання, характерні для неї елементи змісту, що мають методологічну цінність і професійну значущість; питання для самостійного опрацьовування; можливі методи і прийоми навчання; організаційні форми і засоби; форми поточного і підсумкового контролю.

При вивченні майже всіх розділів курсу математики для економістів, крім правильного розуміння і засвоєння змісту навчального матеріалу, необхідне чітке уявлення і всебічне осмислення структури змісту в цілому і окремих його елементів. Тому ми плануємо на перших заняттях ознайомлення студентів з основним змістом курсу, акцентуючи увагу на встановленні зв'язків між розділами, що будуть вивчатися. Ця інформація може бути подана, наприклад, у вигляді блок-схем.

Важливе місце у плануванні відводиться визначенню питань по кожній темі практичного заняття з урахуванням потреб рівневої диференціації навчання. Виходячи з того, що рівнева диференціація – це, в першу чергу, диференціація за рівнем складності та глибини засвоєння навчального матеріалу, ми виділяємо групи основних, додаткових та спеціальних питань по темі.

Основні питання визначають базовий рівень навчання (навчальний матеріал засвоюється в обсязі обов'язкових результатів навчання, які необхідні студентам для подальшого вивчення математики та професійно-орієнтованих дисциплін, в майбутній практичній діяльності).

Додаткові питання визначають підвищений рівень навчання (студенти отримують більш широкі і глибокі знання і вміння, ніж це передбачено обов’язковим рівнем).

Спеціальні питання – це питання, що відображають професійну спрямованість навчання; вони дають змогу проілюструвати застосування математичних знань в економіці, в фінансовому та бухгалтерському обліку, в банківській справі та ін.

Проілюструємо на прикладі теми "Матриці та дії над нами. Обернена матриця" визначення питань для кожної групи.

Основні питання:

1. Матриця (означення); елементи матриці, їх нумерація. Розмірність матриці.
2. Спеціальні матриці: квадратна, одинична, транспонована.
3. Дії з матрицями: множення матриці на число, їх додавання та віднімання, множення матриць.
4. Знаходження оберненої матриці.

Додаткові питання:

1. Ціла додатня степінь квадратної матриці.
2. Спеціальні матриці: діагональна, трикутна, блочна.
3. Властивості операції додавання та віднімання матриць.
4. Комутуючі матриці.
5. Ділення матриць.

Спеціальні питання:

1. Розрахунки норм витрат вихідного матеріалу на випуск кінцевої продукції.
2. Технологічні матриці.
3. Матриці моделі Леонтьєва "витрати-випуск".
4. Модель міжгалузевого планування потреб та пропозицій.

Не менш важливе значення в структурі тематичного плану мають такі елементи, як планування індивідуальної та самостійної роботи студентів.

Великий обсяг навчального матеріалу вимагає самостійного опрацювання не тільки окремих питань, але і деяких тем в цілому. Виважено визначені теми та питання самостійної роботи над курсом ефективно доповнюють зміст роботи студента з математичних дисциплін і забезпечують більш високу результативність засвоєння знань.

Ми переконані в тому, що включення студента в активну навчальну діяльність, пов'язану з самостійним пошуком знань, є ефективним шляхом активізації учіння і інтелектуального розвитку студентів. Але, при плануванні питань для самостійного опрацювання, слід звертати увагу на наявність методичних рекомендацій з даної теми та відповідної літератури.

В плануванні матеріалу для самостійного опрацювання особлива увага звертається на ті питання, вивчення яких не передбачено освітньо-професійною (державною) програмою, але знання яких необхідне для вивчення професійно-орієнтованих дисциплін. Це, перш за все, питання математики фінансів. Для їх вивчення планується виконання студентами індивідуальних розрахункових робіт в позааудиторний час.

Планування системи практичних занять передбачає визначення методів, форм і засобів навчання, за допомогою яких буде вивчатися навчальний матеріал.

Мова йде про можливі компоненти методичної системи, оскільки їх вибір залежить не тільки від змісту матеріалу та цілей навчання, а й від конкретних особливостей групи і окремих її студентів, з якими буде проводитися заняття. При плануванні методів навчання ми враховуємо наступне:

1. Особливості матеріалу кожної теми: одні поняття вимагають пояснення, тлумачення їх суті, другі - постановки проблеми, інші - використання наочності.
2. Заперечення універсальності того чи іншого методу, організаційної форми чи засобу навчання: окремо взятий з них не може сприяти повноцінному засвоєнню знань чи формуванню навичок та умінь.
3. Зміну видів, способів діяльності, пов'язаних із різноманітністю методів та форм і засобів навчання. Завдяки їй забезпечується більш продуктив-

на пізнавальна діяльність студентів. Але всі вони повинні сприяти активній пізнавальній діяльності студентів.

Поряд з традиційними методами навчання (опитування, закріплення практичних навичок, самостійна робота по розв'язанню задач та ін.) нами планується і широке використання активних його форм, спрямованих на активізацію самостійної роботи студентів, перехід від інформаційної методики та простої репродукції знань до їх глибокого осмислення та творчого використання. У широкому спектрі методів активного навчання важливе місце належить використанню проблемних ситуацій з метою формування професійних якостей майбутнього економіста, ділових ігор для імітації майбутньої практичної діяльності спеціаліста. Але лише єдність форм активного навчання поряд з традиційними методами забезпечує фундаментальність математичної освіти та результативність навчального процесу.

Важливе місце в плануванні системи практичних занять відводиться визначенню місця і форм контролю знань студентів, серед яких частіше всього використовується:

1. Вибіркове усне опитування на початку заняття.
2. Фронтальне стандартизоване опитування за картками, тестами протягом 5-10 хв.
3. Фронтальна перевірка виконання домашніх завдань.
4. Виклик до дошки окремих студентів для самостійного розв'язування задач, аналогічних розглянутим раніше або задачам домашньої роботи.
5. Оцінка міри участі студента у процесі занять (внесення пропозицій, оригінальних способів розв'язання, уточнень і визначень, доповнень попередніх відповідей та ін).
6. Письмова (до 45 хв.) контрольна робота.
7. Самостійна робота (на 20-30 хв.) як навчаючого, так і контролюючого характеру.
8. Перевірка виконання індивідуальних завдань.

9. Тестовий контроль.

Плануючи систему практичних занять з математики, ми прагнемо розв'язати і проблему аудиторного перевантаження студентів. Це стає можливим за рахунок планування лабораторних робіт з використанням комп'ютерів по тим темам математичного курсу, які передбачають розв'язання громіздких (по затратах часу) задач.

Варто згадати і такий важливий елемент у структурі тематичного плану практичних занять з математики, як рекомендована література. Повний перелік підручників, навчальних посібників, методичних розробок по всьому курсу націлює студента, перш за все, на серйозну роботу над цим курсом, привертає його увагу до актуальності питань, що розглядаються, і стимулює до самостійного пошуку відповідей на запитання практичних знань.

Резюме. Рассматриваются основные компоненты тематического планирования практических занятий и самостоятельной работы по математике в экономическом вузе.

Summary. The main components of subject planning of practical studies and individual work in mathematics in economic higher educational establishment are considered.

ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

Е.И.Скафа, канд.пед.наук, доцент,
Донецкий национальный университет

Проблеме формирования понятий, в том числе и математических, посвящено много исследований психологов и методистов. Однако в контексте поставленной проблемы формирования эвристической деятельности учащихся при обучении математике, рассмотрение этого вопроса важно и потому, что умственное развитие, в сущности, и есть способность переосмысливать старые и генерировать новые понятия. Задачей учителя в этих условиях становится так организовать процесс формирования математических понятий, чтобы ученик не просто получал готовые знания, а всесторонне творчески развивался. Существенную помощь в решении этой задачи оказывают эвристики.

В современных научно-методических исследованиях рассматривают процесс формирования понятий по направлениям, в основе которых как отмечает Г.И.Саранцев [1], лежат три основных концепции:

I концепция. Процесс конструирования понятия протекает как поиск всех необходимых условий, которых достаточно для однозначного определения требуемого класса объектов.

При определении понятия часто используют ближайшее родовое по отношению к нему понятие. В контексте данного логического подхода содержание отождествляется с его определением.

II концепция. Понятие рассматривается как логическая функция, заданная на множестве суждений и принимающая значение «истинно» или «ложно».

Образование понятия заключается в поиске его необходимых условий. В данной концепции единицей содержания понятия выступает отдельное необходимое условие, а потому содержание понятия не совпадает с определением.

Ш концепция. Под содержанием понятия понимают сообщаемую им (семантическую) информацию. Единицей содержания выступают классы объектов, исключаемые понятием из множества объектов, в терминах которого определяется рассматриваемое понятие [2].

Формирование математических понятий в школе не вписывается в чистом виде ни в одну из описанных выше логических концепций. Но элементы каждой из них присутствуют в практике обучения математике. Такое положение можно объяснить тем, что логические концепции сами по себе далеко не исчерпывают всех составляющих процесса формирования понятия. Они не могут объяснить учителю, каковы этапы формирования понятия, какие умственные действия адекватны каждому этапу.

Эти вопросы исследуются в психологии, где, в частности, отмечается значимость овладения следующими умственными действиями:

- подведением объекта под понятие (распознавание);
- отысканием следствий (из факта принадлежности объекта понятию).

В самом общем случае процесс формирования любого понятия идет по схеме: эмпирический образ (от предмета) – раскрытие внутренних свойств (наполнение теоретическим содержанием) – обобщение (восприятие как целое) – целостный образ [3].

Нами же исследуются вопросы формирования математических понятий с методической точки зрения. В обучении любому понятию мы выделяем основных четыре этапа:

1) пропедевтический этап – подготовка к формализации (мотивация введения понятия);

2) этап раскрытия содержания понятия и создания представления о его объеме, а также усвоение терминологии и символики;

3) этап обучению понятию в простейших типичных ситуациях;

4) этап включения понятия в систему содержательных связей с другими понятиями.

Рассмотрим возможность и целесообразность применения эвристических приемов в этом процессе.

Итак, первый этап обучения формированию понятия включает мотивацию. Сущность этого этапа заключается в подчеркивании значимости рассматриваемого понятия, в возбуждении интереса к нему

Известный французский математик Фреше справедливо замечает: «Если что-нибудь действительно необходимо, так это – уничтожение догматического метода: не давать никаких определений, не указав, как они возникли, для чего они нужны, как они применяются» [2].

Мотивация может осуществляться как посредством привлечения средств нематематического содержания, так и в ходе выполнения специальных упражнений, объясняющих необходимость развития математической теории. В первом случае уместна эвристическая беседа, во втором – метод целесообразных задач, который Груденов Я.И. относит к эвристическим методам [4]. Использование нестандартных задач и заданий для создания проблемной ситуации также является весьма уместным на начальном этапе формирования понятий.

Процесс учения школьника начинается с восприятия им нужной информации, которую или дает учитель, или ученик ее получает из учебника, других пособий. И вот здесь обнаруживается весьма устойчивая иллюзия, которой страдают многие учителя. Они считают, что если хорошо, понятно рассказать, показать нужную информацию, то ученики эту информацию воспримут, а после повторения и закрепления, усвоят.

На самом деле, чтобы ученики услышали всё то, что показывает и рассказывает учитель, нужно учесть следующий основной закон сознания: «Актуально сознается только то содержание из воспринятого, которое является предметом целенаправленной активности субъекта», т.е. занимает структурное место непосредственной цели внутреннего или внешнего действия в системе той или иной деятельности [4].

Но всякая деятельность должна побуждаться адекватными мотивами. Как же можно формировать такую мотивацию?

Во-первых, можно использовать эффект удивления от чего-то неожиданного, необычного. Если учитель, излагая материал, показывает, рассказывает что-то такое, что является для всех учащихся совершенно необычным, занимательным, интригующим, то у учащихся невольно возникает потребность, а затем и мотив установить, что это такое, как это понять. Применение эвристических задач, требующих моделирования, модификации, формулирования эквивалентной проблемы, которая подводит под понятие весьма уместно и очень эффектно.

Пример 1.

10 класс. Тема «Функция».

Ученикам уже известно понятие «функция» и далеко не всем ученикам это кажется интересным. Прежде чем начать серьезный разговор, предлагается задуматься над вопросом: «Почему не бывает животных, какой угодно величины?» На уроке математики … Интересует, не правда ли?.. Продолжаем: «Почему, например, нет слонов в три раза большего роста, чем существует, но тех же пропорций?» Не правда ли, любопытными вопросами задавались персонажи знаменитого трактата Галилея «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки?». Ответ, к которому пришли собеседники, таков: стань слон в три раза больше, вес его тогда увеличился бы в двадцать семь раз, как куб размера, а площадь сечения костей и, следовательно, их прочность, - только в девять раз, как квадрат размера. Прочности костей уже не хватило бы, чтобы выдержать непомерно увеличившийся вес. Такой слон был бы раздавлен собственной тяжестью. Рассуждение вполне четкое и ясное. Что же придало ему такую наглядность и убедительность? То, что в основу вывода положены две строгие математические зависимости. Первая устанавливает соответствие между размерами подобных тел и их объемами: объем изменяется как куб размера. Вторая связывает размеры подобных тел и их площади: площадь изменяется, как квадрат размера. Не знай этого собеседники, сколько пришлось бы доискиваться до истины?

Нас окружают взаимно однозначные соответствия. Можно предложить ученикам найти их, задать одним из известных способов: словесным описанием, табличным, аналитическим, графическим. Такие домашние задания выполняются всеми учениками и вызывают, как правило, большой интерес.

Вторым способом сформировать устойчивую мотивацию к учению является проблемная ситуация.

Под проблемной ситуацией мы понимаем такую ситуацию, в которой оказывается человек, когда на пути осуществления цели некоторого его действия он встречает какую-то преграду, затруднение. Когда человек оказывается в проблемной ситуации, то он, как правило, стремится во что бы то ни стало выйти из нее, преодолеть преграду, поэтому у него возникает активная мыслительная деятельность. Создать проблемную ситуацию учитель может, поставив перед учащимися проблемную задачу. Если проблемная задача представляет собой эвристическую нестандартную задачу, то ученик не только вынужден вспомнить, воспроизвести, актуализировать ряд знаний, общих положений, правил, способов действия, но и применив, как правило, эвристики “модифицируй”, “ищи эквивалентную проблему”, “ищи аналогию” и т.п., способен приобретать новые знания и умения на высоком уровне интереса к поставленной проблеме.

Пример 2.

В 10 классе при формировании понятия «экспонента» учащимся предлагается следующая задача.

Один шутник рассказал новый анекдот редактору газеты в 9 часов утра, чтобы тот напечатал этот анекдот в газете на следующий день. Таким образом, в 9 часов анекдот знали только двое. Но в течение одного часа каждый из них не удержался и рассказал этот анекдот еще одному знакомому, поэтому в 10 часов анекдот знали четверо. За следующий час каждый из четверых рассказал анекдот еще одному человеку, так что в 11 часов анекдот знали 8 человек. Этот процесс продолжался до тех пор, пока анекдот не узнали один миллион жителей города. Через какое время это произошло?

Решение.

Через x часов анекдот знают $2 \cdot 2 \cdot ... \cdot 2 = 2^x$ человек.

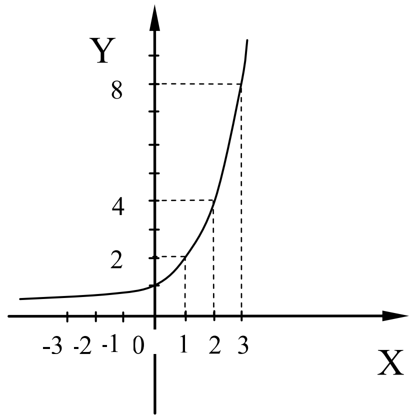
Так как один миллион равен 10^6, то нужно найти такое значение x, чтобы выполнялось равенство $2^x = 10^6$.

Не владея средствами логарифмирования учащиеся находят с помощью калькулятора приблизительно такую степень числа 2, при которой получается число близкое к 10^6.

Такой степенью является 20. (Далее поясняется, что овладев в будущем способами решения показательных и логарифмических уравнений, ученики смогут получить этот ответ аналитически).

Продолжаем разговор с учениками. Видите, как удивительно быстро разносятся по городу анекдоты и разные слухи! На другой день уже не нужно было печатать анекдот в газете. Уже через 20 часов его знало 1000000 человек.

Чтобы пояснить этот эффект, построим график функции $y = 2^x$. Составим таблицу для нескольких значений этой функции и проведем через них плавную линию. Посмотрите на этот график: при возрастании x, т.е при движении слева направо, значение функции $y = 2^x$ увеличивается и кривая ее графика сначала медленно, а затем быстро уходит вверх. Такой рост называют экспоненциальным. Поясним, что значит «такой» и откуда происходит термин «экспоненциональный».



Определение. Функция $y = \imath^{x}$, где а > 0, а ≠0, называется показательной, или экспоненциальной (от латинского exponentis – показывающий). Термин «показательная» функция объясняется так же тем, что ее аргумент является показателем степени. График этой функции (а иногда и саму функцию) называют экспонентой. Термин «экспоненциальная» функция ввел немецкий математик Г.В.Лейбниц.

На этом примере мы видим, что постепенно от мотивации учитель переходит ко второму этапу формирования понятия – формулировке определения. На этом этапе происходит выявление существенных свойств понятия, которые составляют его определение. Здесь возможно два случая. В первом случае, как в данном примере, учитель сам формулирует определение, во втором – составляются такие упражнения, на основе которых учащиеся выявляют различные, существенные и несущественные свойства данного понятия и сами формулируют его определение. Деятельность учителя в этом случае состоит в том, чтобы предложить ученикам продуманную систему вопросов, направляя их умственную деятельность, формируя при этом эвристическую.

Эвристическая беседа, в которой на долю ученика падает необходимость давать полные ответы, правильно формулировать мысли и делать умозаключения, способствует развитию краткой, точной, исчерпывающей устной математической речи.

Пример 3.

10 класс. Тема «Логарифм».

Что такое логарифм?

Поговорим об арифметике! Удивлены? Может быть, вы ее уже забыли, подчинившись принципу: «С глаз долой – из сердца – вон!». Вы полагали, что ушли от нее, а она-то, по сути, всегда была с вами. Великий ученый К.Д.Гаусс говорил: «Математика – царица наук, а Арифметика – царица Математики!». Вспомним кое-что интересное, связанное с арифметикой. Какие же числа вам знакомы? И почему их так много? Перечислим их в том порядке, в каком они приходили к нам за годы учебы: натуральные, целые, дробные, рациональные, иррациональные, действительные. Вы уже знаете, что потребность в новых числах возникала, если при выполнении какой-либо арифметической операции получалось число, не входящее в множество старых, известных чисел.

Например, $a + b = c$ – действие на множестве натуральных чисел, т.е. результат сложения двух натуральных чисел есть число натуральное. А вычитание? 5 – 3 = 2 – натуральное; 2 – 5 = -3 – нет, поэтому расширили множество натуральных чисел и ввели целые числа. Деление: 5:10 = 0,5 – не целое, значит, нужны дробные числа. Возведем в степень $3^2 = 9$ – число натуральное;

Извлечем из корня: $\sqrt{3}$ – число иррациональное и т.д.

Заметим, что необходимость расширять множества уже известных вам чисел возникала при выполнении обратных операций: вычитание, деление, извлечение корня. Допустим, что эти самые трудные операции вами усвоены. Правда, вычислить $\sqrt{4096}$ или $\sqrt[3]{362144}$ вы вряд ли сможете сходу, но, а калькулятор то зачем? Нажмем пару кнопок и готово! Вычислять – это еще полдела; важно понимать, о чем идет речь! Ну, это, скажете вы, понятно: если $\sqrt{4096} = x$, то $x^2 = 4096$ – т.е. нужно найти число, квадрат которого равен 4096. Молодцы! Все верно! Ладно, извлечение из корня мы прошли. А логарифмирование? А это что такое и откуда оно взялось? Спросит кто-нибудь из вас. А оттуда же, откуда возникло извлечение из корня – из того же гнезда – из возведения в степень. Вот посмотрим: пусть нужно вычислить 2^3. Вычисляем также устно: $2^3 = 8$. Поставим обратную к ней задачу: $x^3 = 8$. Вычислить x. Вычисляем также устно: $x^3 = 8$; $\sqrt[3]{8} = 2$; $x = 2$. Правильно! Поставим еще одну, обратную к данной, задачу: $2^x = 8$. Вычислить x. Как решить эту задачу? Методом перебора (проб и ошибок)? Здесь легко: $x = 3$, т.к. $2^3 = 8$. А если задача такая: $2^x = 131072$?

Вот мы и подошли к логарифмированию – новому математическому действию, обратному действию возведения в степень. Так что же это такое, спросит некто любознательный, у сложения и умножения по одному обратному действию, а у возведения в степень – два! Увы! Так что же такое логарифмирование? – Действие нахождения логарифма! Хороший ответ, не правда ли? И всем понятный! Не понятна лишь самая малость: что такое логарифм? Тот, кто внимательно слушал, наверное, догадался: это показатель степени, в которую нужно возвести данное основание, чтобы получить данное число: 3 – логарифм числа 8 по основанию 2, т.к. $2^3 = 8$.

2 – логарифм числа 9 по основанию 3, т.к. $3^2 = 9$;

1 – логарифм числа 7 по основанию 7, т.к. $7^1 = 7$.

Длинно, не правда ли? Что же в таких случаях делают математики, чтобы сократить записи? Правильно! Вводят обозначения. Есть обозначение и для логарифма, знакомьтесь:

$$\log_2 8 = 3; \qquad \log_3 9 = 2; \qquad \log_7 7 = 1$$

Обобщим, итак, если, $a^c = в$, то $c = \log_a в$. Принято считать, что выражение $\log_a в$ имеет смысл, если a > 0; a ≠ 0; $в$ > 0. Вот вам и домашнее задание: подумайте, почему это так.

Разумеется, это лишь «канва» реального фрагмента урока. Учитель, решаясь на применение этого приема, должен быть готов к самым разным вопросам учащихся, порой к неожиданной их реакции. Однако успешное применение эвристической беседы ведет к «открытию» новых понятий, а значит их восприятию, осмыслению и запоминанию всеми учащимися класса. Сложно забыть определение, которое сам «открыл», осмыслил и сформулировал. На этом этапе работы на первое место выходит эвристика «выделяй главное, существенное».

Поиск существенного сложная задача. Чтобы научить школьников выделять существенное в понятиях, ряд психологов рекомендует варьировать несущественные признаки при сохранении существенных. Например, варьировать чертежи при введении не только определений, но и теорем, задач. В этом случае, школьники осознают устойчивые существенные свойства и те, которые не меняют принадлежности предмета к определенному виду.

В некоторых случаях учащимся предлагается составить модель либо, рассматривая готовые чертежи, модели, выделить признаки нового понятия и сформулировать его определение.

Итогом этого этапа является формулировка определения понятия. При этом у учащихся складывается наглядное представление о понятии.

Следующий этап – усвоение понятия. На этом этапе объектом изучения должно стать каждое существенное свойство, используемое в определении. Обеспечивается это требование с помощью упражнений двух основных типов:

– упражнения на распознавание объектов (здесь очень нужны умения применять общие эвристики: анализировать, сравнивать, сопоставлять и противопоставлять);
– упражнения на выведение следствий из принадлежности объекта понятию.

Последний этап – использование понятия в конкретных ситуациях. На этом этапе прежде всего осуществляется знакомство со свойствами и признаками понятия, с его определениями, эквивалентными принятому; используются изученные свойства и признаки понятия. Учащиеся усваивают умения переходить от понятия к его существенным свойствам и обратно, переосмысливать объекты с точки зрения других понятий, в частности учатся переосмысливать элементы чертежа с точки зрения другой фигуры и т.д. Здесь уместно использовать блоки задач, объединенных какой-либо общей идеей.

Упорядочение задач может быть осуществлено посредством обобщения и конкретизации, привлечения аналогии, взаимно обратных задач. Блоки задач могут конструироваться следующими способами:

а) результаты решения предыдущей задачи используются в решении последующей; б) результаты решения предыдущей задачи используются в условии последующей; в) предыдущие задачи являются элементами последующей.

Работают эвристики «обращай действие», «ищи аналогию, действуй по аналогии», «обобщи», «воспользуйся симметрией». Они здесь выступают как вспомогательное средство при решении основной задачи: формирования понятия.

1. Саранцев Г.И. Формирование математических понятий в средней школе // Математика в школе. – 1998. -– № 4. – С.27 –29.
2. Вайшвилло Е.К. Понятие как форма мышления. – М., 1989.

3. Брейтигам Э.К. Формирование математических понятий высокого уровня абстракции // Педагогика. – 1998. – №7. – С.45-49.
4. Груденов Я.И. Изучение определений, аксиом, теорем. – М.: Просвещение, 1981. – 95 с.

Резюме. В статті викладаються прийоми формування математичних понять за допомогою евристичних прийомів навчання.

Summary. The article is proposed some methods of forming mathematical concepts by heuristic teaching methods.

МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

І.А. Горчакова, ст.викладач,
Донецький державний інститут штучного інтелекту

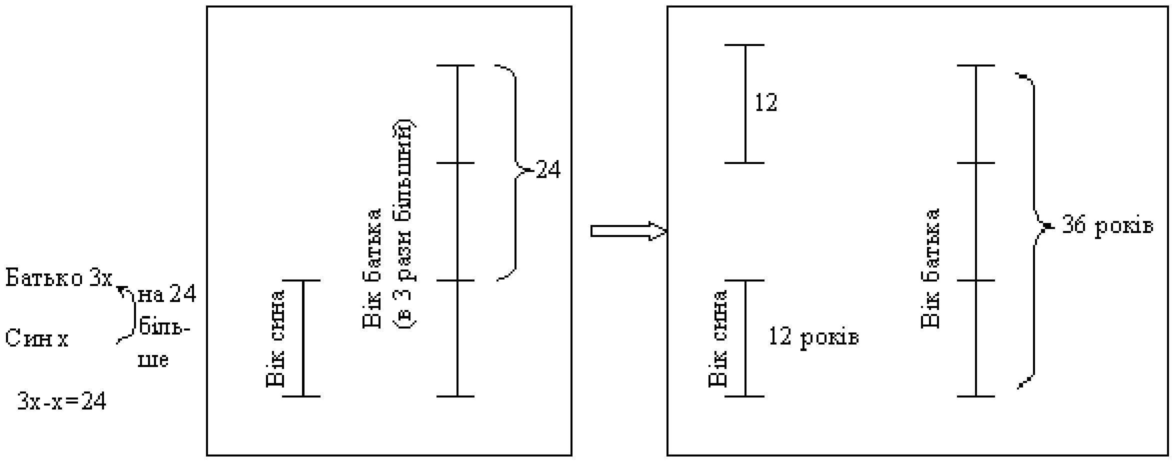
Метод моделювання використовується в будь-якій науці, на всіх етапах наукового пізнання, за його допомогою вдається звести вивчення складного до простого, незнайомого до знайомого, зробити складний об'єкт доступним для ретельного і всебічного вивчення.

Фрідман Л.М. [4] зауважував, що моделювання використовується в основному при розв'язанні неалгоритмічних задач для подолання труднощів які, виникають в ході розв'язування. Ці труднощі можуть бути, ***по-перше***, суто психологічного характеру, пов'язані зі складністю задачі, з тим, що для її розв'язання необхідно уявити собі всі умови задачі, всі зв'язки і відносини між даними і невідомими в легкооглядній формі. Для подолання цих труднощів використовуються всілякі моделі у вигляді схем, креслень і т.п., які називають допоміжними моделями задачі. При цьому пошук розв'язання і саме розв'язання здійснюється при опорі на побудовану допоміжну модель. ***По-друге***, труднощі можуть бути змістовного характеру, коли для розв'язання даної задачі суб`єкт не може знайти відповідного методу, і тоді він замінює цю задачу іншою – її моделлю.

Вид і характер моделювання визначаються головним чином характером сформованих у суб'єкта евристичних схем пошуку розв'язання і характером самої задачі.

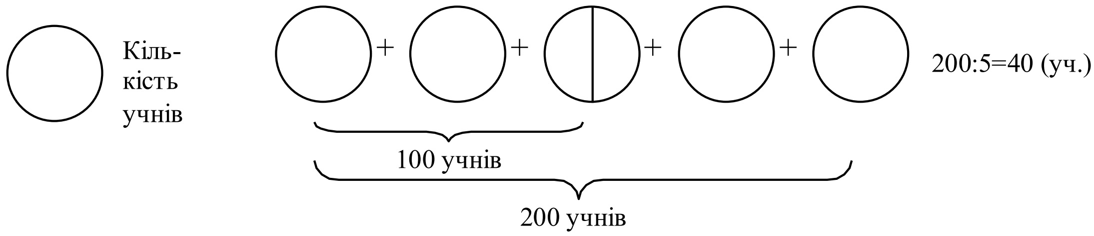
Наведемо з цього приводу моделі, які використовували учні при розв`язуванні задач, що ми спостерігали в нашій практиці.

- Коли батькові було 27 років, синові було 3 роки. Зараз синові в 3 рази менше років, ніж батькові. Скільки років кожному з них?
- Якщо до половини грошей додати 80 гривень, то буде ¾ гро-



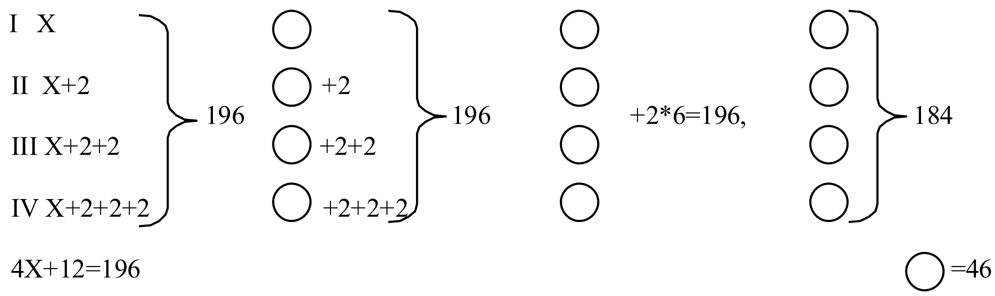
шей, що є в наявності. Скільки грошей в наявності?

- Якщо до числа учнів класу додати стільки ж, і ще половину первісної кількості учнів, то буде 100. Скільки учнів в класі?



- Сума чотирьох послідовних парних чисел дорівнює 196. Знайдіть ці числа.

Позначимо знаком X найменше з указаних чисел. Тоді рішення можна проілюструвати так:



Наукове викладання не приймає на себе обов'язки враховувати особливості сприйняття. При навчанні ж присутній сприймаючий суб'єкт – той, кого навчають. Цей суб'єкт має ті чи інші психологічні властивості.

Різні моделі в різній мірі надають можливість створення таких образів об`єктів, які виражають найсуттєвіші їх ознаки, внутрішню структуру, їх суть щодо ситуації, яка розглядається.

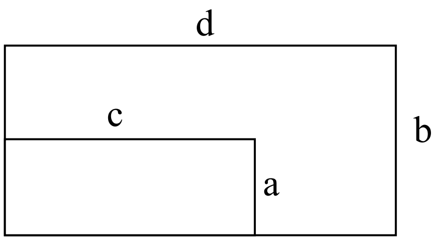
Розроблюючи методику вивчення навчального матеріалу із залученням різноманітних моделей [2], ми пробували максимально враховувати індивідуальні особливості сприйняття, надаючи можливість самостійного вибору моделі. При цьому проводився аналіз віддання переваг і виявлення впливу таких засобів навчання на формування евристичних прийомів розумової діяльності учнів.

Наведемо приклади експериментально апробованих нами допоміжних моделей, які на інтуїтивному рівні дозволяють "відчути", а потім відкрити основні властивості числових нерівностей. Зауважимо, що автори стабільних підручників, розглядаючи цю тему, головну увагу приділяють розкриттю доведень числових нерівностей, які будуються на означенні $a < b \Leftrightarrow a - b < 0$.

Ми цілком згодні з необхідністю навчати дітей точним алгебраїчним доведенням, але *акцентуємо* увагу на тому, що учбовий матеріал бажано подавати таким чином, щоб твердження відкривалося самими учнями. Тут вже однією алгебраїчною моделлю обмежитися важко. На допомогу приходять різні варіанти більш наочних моделей, які значно краще ілюструють закономірності, на яких легше висувати ту чи іншу гіпотезу.

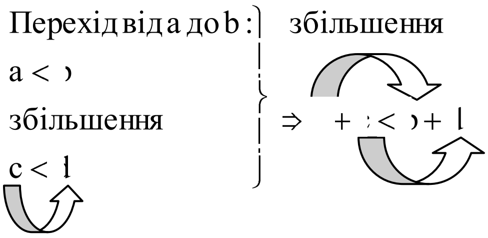
До теореми. Якщо $a<b$ і $c<d$, то $a + c < b + d$.

Модель 1.



	ВНУТРІШНІЙ прямокутник		ЗОВНІШНІЙ прямокутник
Ширина	a	<	b
Довжина	c	<	d
Півпериметр	a+c	…	b+d

Модель 2.

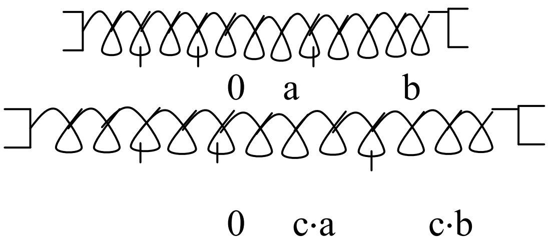


Модель 3.

Вклавши суму a$, фінансист отримав з прибутком b$ ($a < b$). Пустивши в оборот c$, фінансист отримав з прибутком d$ ($c < d$). Початкова сума (a + c)$ зросла до (d + b)$, тобто $a + c < b + d$.

До теореми. Якщо $a < b$ і $c > 0$, то $a·c < b·c$

Модель 1.

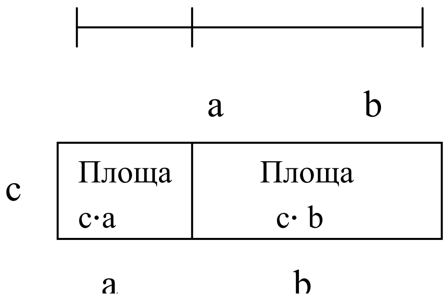


$a < b$

$c \cdot a < c \cdot b$

Еспандер затиснуто в “нулі”. Під час рівномірного розтягування чи стискування порядок точок не змінюється.

Модель 2.



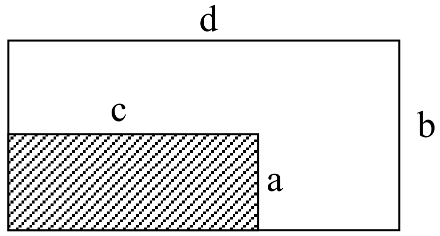
$a<b$

$c \cdot a<c \cdot b$

До теореми. Якщо $0 < a < b$ і $0 < c < d$, то $a \cdot c < b \cdot d$.

Модель 1.

Площа внутрішнього прямокутника	Площа зовнішнього прямокутника
A · c	b · d



Модель 2.

	Компанія FAILURA		Компанія SUCCESS
Число акцій	A	<	b
Прибуток за акціями	C	<	d
Сумарний прибуток акціонерів	a · c	…	b · d

Чий прибуток більший?

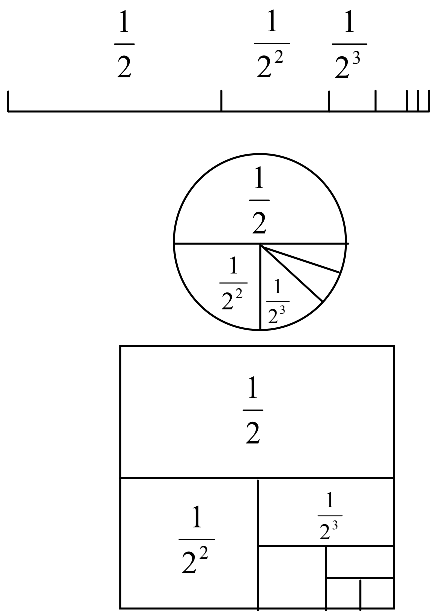
Коментар до запитання: двоє учнів із п`ятидесяти трьох відповіли неправильно.

Виявилося, що залучення різних допоміжних моделей створюють добре підґрунтя для оволодіння вмінням самостійно відкривати знання, стимулюють продуктивну пізнавальну діяльність, виявляють позитивний вплив на мотивування діяльності, а отже, сприяють формуванню та розвитку евристичного мислення учнів.

Перспективи реалізації максимальної наочності щодо змісту курсу математики основної школи ґрунтуються на паралельному розгляді декількох моделей основної задачі з можливістю особистого вибору учнем найкращої саме для нього і з можливістю формування алгоритмів (або евристик) у досить згорнутому і ефективному варіанті.

Розглянемо з цього приводу систему завдань, яку доцільно пропонувати учням 7-8 класів з метою розвитку евристичної складової їх мислення.

- Обчислити:



1. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}$

2. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^{10}}$

3. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^{1997}}$

4. $S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}, n\in \mathbb{N}$

5.

$$S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+..$$

-

$$\frac{1}{2}S_n= \;..$$

---

6. Чи правильно, що сума будь-якої кількості доданків $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}...$

а) менша за 2;

б) менша за 1;

7. До якого числа прямує сума $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots + \frac{1}{2^n}$, якщо n безмежно зростає?

а) 2; б) 1; в) $\frac{1}{2}$; г) такого числа не існує.

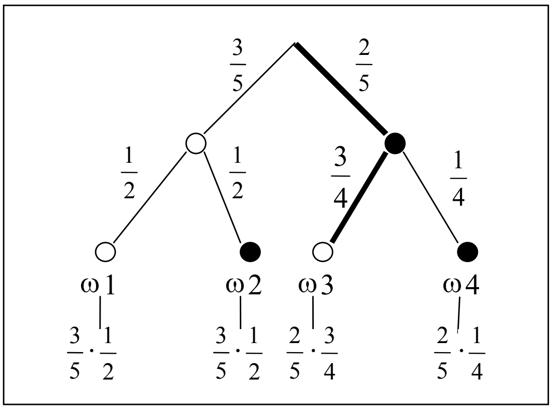
Оцініть зверху різність 1 – S_n. Який сенс висловлювання: “ S_n прямує до 1, якщо n необмежено зростає”?

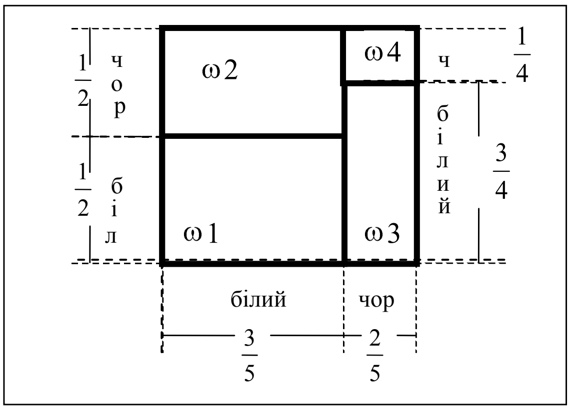
Подібні завдання з опорою на наочні моделі допомагають опрацьовувати наступні евристики: моделювання – візуалізація, відкриття на моделі (зокрема, того факту, що $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n} = \;- \frac{1}{2^n}$ та інших), аналогія – ізоморфізм (між трьома діаграмами), відкриття через індукцію, оцінювання.

Крім того, реалізована пропедевтика понять границі, геометричної прогресії, суми її членів, формули для цієї суми – способів її обчислювання.

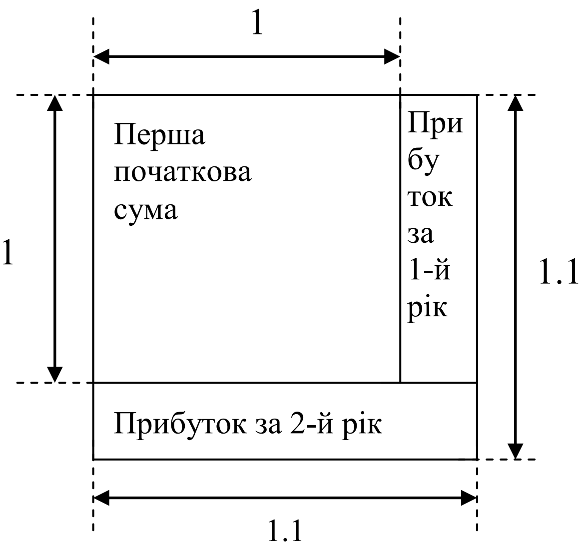
Використання моделювання в навчанні має два аспекти. ***По-перше***, моделювання слугує тим змістом, який повинен бути засвоєний учнями в процесі навчання, тим методом пізнання, яким вони повинні оволодіти, і, ***по-друге***, моделювання є тією навчальною дією і засобом, без якого неможливо повноцінне навчання. Тому доцільними є завдання наступного характеру.

- Із торби, яка містить 3 білих і 2 чорних кулі, не дивлячись, виймають два рази кулю (без повернення кулі, вийнятої першою). Побудуйте вірогідну модель даного випадкового випробування.





• До банку, що нараховує 10% річних, поклали деяку суму грошей. Яку кількість буде становити ця сума через рік, через два роки ? Побудуйте наочну модель до описаного в задачі процесу.



У процесі навчання важливо допомогти учневі встановити систему досить стійких аналогій (моделей), які відповідають його особистості та допомагають орієнтації у складному теоретичному матеріалі або у пошуку шляхів розв`язання задач. У зв`язку з першими кроками введення елементів комбінаторики, статистики та початків теорії ймовірності у шкільний курс ця можливість значно розширюється і дозволяє побудувати наступні аналогії:

частина - доля - відсоток - ймовірність;

площа - число комбінацій - ймовірність.

Тому, розв`язуючи з учнями задачі на відсотки, окрім стандартних запитань було б досить логічно включати і запитання імовірнісного змісту.

Наведемо приклад. З 6000 робітників компанії "СІГМА" 1500 мають вищу освіту. Який відсоток робітників з вищою освітою серед робітників "СІГМИ" ? Обираємо робітника наугад. Яка ймовірність того, що він має вищу освіту?

Доцільне включення імовірнісної лінії в задачний матеріал з тем "Подільність натуральних чисел", "Площа прямокутника", "Площа круга"

.Це допомагає поглибити і закріпити знання учнів з даних тем - з одного боку й сформувати в них на доступному для сприйняття матеріалі уявлення щодо ймовірності, у тому числі й геометричної, - з іншого.

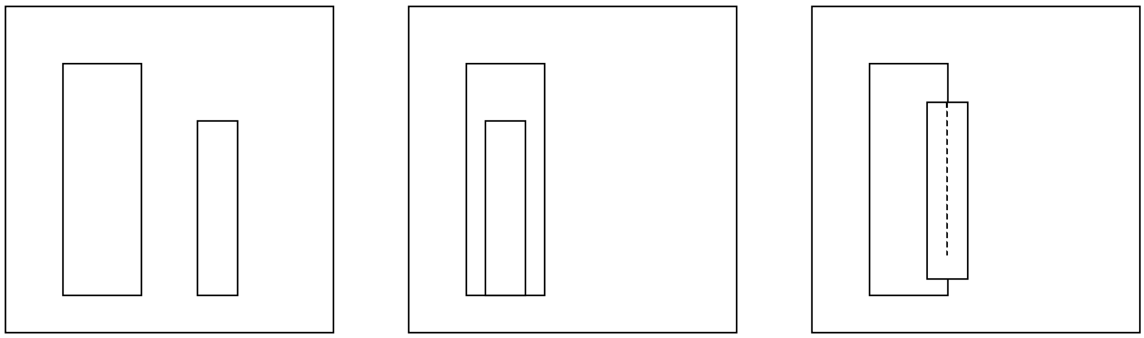
Наведемо приклади

- На десяти картках написані числа: 1, 2, 3, …, 10. Виймають навгад одну картку. Яка ймовірність того, що написане на ній число

а) ділиться на 3 ? б) парне ? с) непарне ?

- З чисел 1, 2, 3, …, 100 обрано одне навмання. Яка ймовірність, що воно не ділиться ні на 3, ні на 5?

- У майстерні розміром 3м x 4м на полу лежать два скла, одне розміром 1м x 2м, друге 0.5м x 1.5м. Хуліган кидає догори, "не цілячись", важкий камінь. Яка ймовірність того, що він розіб`є хоча б одно скло в кожному з трьох випадків:



1) 2) 3)

- Санта-Клаус прилетів на казковий острів, де всі міста круглі й в центрі кожного міста розташовані круглі майдани. В кожне місто він спускається на парашуті.

- Чи правильно, що ймовірність приземлення Санта-Клауса на круглий майдан радіуса 1000 м. в місті радіуса 2000 м. дорівнює ½ ?

- Що вірогідніше: приземлитися

а) на круглому майдані радіуса 1000 м. в місті радіуса 4000 м. ?

б) на круглому майдані радіуса 2000 м. в місті радіуса 8000 м. ?

Щодо сюжету наведених задач зауважимо: інтерес до навчання, підтриманий вдалим підбором навчального матеріалу, форм його подачі, зокрема задач і вправ, відіграє провідну роль у формуванні системи мотивів навчання.

Ми відмічали принцип максимальної зацікавленості [3] як необхідну основу для дидактичного конструювання. Поряд з ним слід додержуватися також і принципу максимальної наочності.

У трактуванні наочності дотримуємося В.Г.Болтянського [1], який сформулював її як "Ізоморфізм + простота". Принцип максимальної наочності вбачаємо в обиранні під час розв'язання задачі, розглядання теоретичних питань саме тієї моделі, яка є найбільш простою (або зрозумілою) учневі та найкраще пристосованою для вирішення задачних та теоретичних питань.

Запровадження цих принципів в навчанні дозволило нам одержати наступні результати: поглиблення й посилення мотивації до занять математикою, посилення інтересу до неї, як до навчальної дисципліни; підвищення рівня виконання інтелектуальних операцій; перевага успішності виконання контрольних завдань з математики. Більшість учнів при анкетуванні, де оцінювання велося за шкалою від 0 до 5 балів, відмічали, що наочні моделі, моделі – аналоги допомогли їм краще розібратися у поняттях (4,8); придумати самостійно теореми (3,6), придумати алгоритми або способи розв'язання задач (4,1), перевірити вірність розв'язків (4,3).

1. Болтянский В.Г. Функции учебного оборудования и организация поиска решения задачи // Советская педагогика. – 1975. - № 10.
2. Горчакова І., Палант Ю. Евристика в математичних задачах (основна школа): Навч. посібник. – Донецьк: ТЕАН, 1999. – 42с.
3. Горчакова І.А., Нестеренко Г.Г. Принцип максимальної зацікавленості у дидактичному конструюванні // Удосконалення методики викладання математичних дисциплін та їх застосування. Матер. рег. метод. семінару. – Донецьк, 1996.
4. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. – М.: Педагогика, 1977. – 208 с.

Резюме. В статье показаны роль и место моделирования и наглядности в развитии эвристической деятельности учащихся основной школы.

Summary. In the article the role and place of modelling and visualization are shown in the develepment of the heuristic activity of puples of the main school.

ЗАСОБИ РОЗВИТКУ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ В ПОЗАКЛАСНІЙ РОБОТІ З ГЕОМЕТРІЇ

К.В.Власенко, вчитель математики
Слов'янський педагогічний ліцей

Чи зможуть колись наші учні до елементарних симетричних об'єктів, таких як квадрат, правильний трикутник, коло і т.і., додати приклади яки-хось незвичайних фігур. Математики ще майже сто років тому звернули увагу на функції, криві, поверхні, які своїми чудернацькими властивостями відрізнялися від звичайних "порядних" об'єктів. З часом вчені переконалися, що таких дивних фігур існує значно більше, ніж звичайних об'єктів, які вивчаються в геометрії. У 70-х роках двадцятого сторіччя Б.Мандельброт назвав такі об'єкти фракталами [3].

Симетричність фігури деякою мірою визначається групою її самосуміщень. Не кожен учень знає, що група самосуміщень прямокутника складається з 4-х елементів (тотожного видбиття, центральної симетрії та двох осьових симетрій відносно серединних перпендикулярів протилежних сторін); квадрата – з восьми елементів (до названих додаються дві осьові симетрії відносно діагоналей та повороти навколо центра на кути 90 та 270 градусів); кола – з нескінченної кількості осьових симетрій відносно прямих, що проходять через центр кола [1].

Фрактали – це симетричні об'єкти. Але вони дуже відрізняються від знайомих учням об'єктів. Фрактали цікаві своїми властивостями та характеристиками, наприклад, уявленням про дробову розмірність. Вони зможуть розширити уяву учня про симетричні, подібні, самоподібні фігури та їх нестандартність.

Як допомогти учню ознайомитись з фрактальною геометрією? На наш погляд, за допомогою використання різноманітних евристичних прийомів: симетрії, перебору, індукції. При цьому можливе формування у учнів умінь спрямованих на розвиток евристичної діяльності. Ми будемо дотримуватись тих, як визначає Є.М.Кабанова-Меллер, які можна формулювати, як аксіоми успіху у розв'язанні будь-якої задачі [2].

- С початку необхідно навчити учня зрозуміти задачу, для цього необхідно зробити малюнок, уважно дослідити умови і вимоги задачі, розділити умови на частини.
- На другому етапі треба скласти план розв'язання, тобто знайти зв'язок між тим, що завдано й невідомим. Тут важливе значення мають питання: чи не зустрічалась вам раніш подібна задача? Чи відома вам якась близька задача? Чи не можна скористатися нею? Чи не можна придумати більш просту, близьку задачу? Чи не можна розв'язати тільки частину задачі, так що частина умов буде відкинута? Чи не можна інакше сформулювати задачу?
- Коли вже результат буде отриманий, необхідно перевірити його й подумати, чи не можна отримати цей результат якось інакше?

Надамо систему завдань, яка допоможе учням уявити, що таке фрактал. Її можна запропонувати учням 11 або 9 класів, якщо опустити питання розмірності фрактала, яке вимагає знань про роз'язання показникових рівнянь та логарифма.

Ця система складається з п'яти задач, які містять в собі загальну теорію фракталів, з серії евристичних питань, що допомагають сприйманню цього матеріалу та з серії самостійних завдань, які призначені для формування прийомів евристичної діяльності.

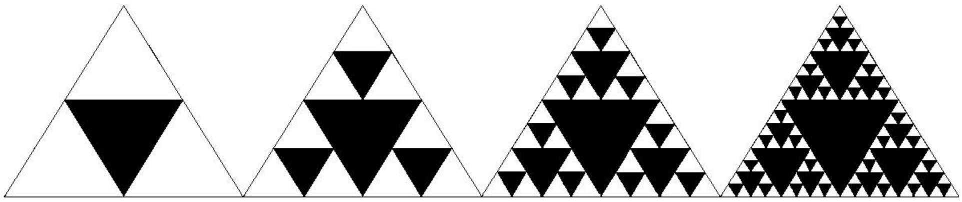
Завдання 1.

Зробимо фрактал, який називається *трикутником Серпинського.*

Перший етап. Намалюйте рівностороннії трикутник, довжина сторони якого дорівнює, наприклад, 2 см. З'єднайте середини сторін. Скільки рівносторонніх трикутників ви отримали? Зафарбуйте трикутник в середині.

Другий етап. Намалюйте тепер рівносторонній трикутник із стороною 4 см. З'єднайте середні точки сторін, зафарбуйте серединний трикутник і повторіть дії, описані на першому етапі, з кожним з трьох трикутників.

Третій етап. Намалюйте тепер рівносторонній трикутник із стороною 8 см. Виконайте процедуру описану на першому й другому етапах. Не забувайте зафарбовувати серединний трикутник. Ви повинні були зафарбувати один великий, три середніх і дев'ять маленьких трикутників. Цю процедуру можна продовжувати нескінченно [6].

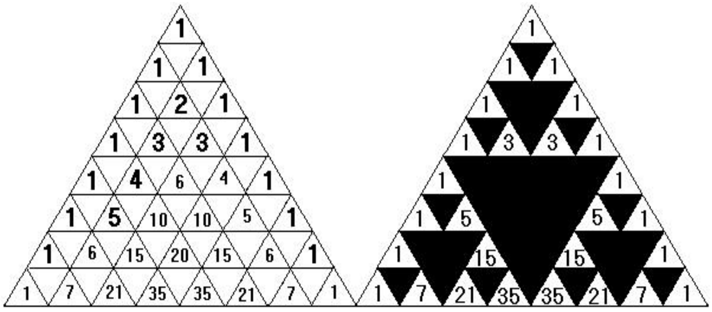


Питання 1. Подивіться на трикутник, який ви зробили на першому етапі. Яку частину трикутника ви не зафарбували? Яка частина трикутника залишилась не зафарбована на другому етапі? На третьому? Чи є якась закономірність? Спробуйте передбачити, яка частина трикутника не буде зафарбована на четвертому етапі. Спробуйте вивести формулу, яка дозволить обчислити незафарбовану частину на якому завгодно етапі.

Учень при відповіді на це питання зможе поповнити деякі прогалини при навчанні математиці і помітить, що на першому етапі залишилось не зафарбованим 3/4 трикутника, на другому - 9/16 трикутника, на третьому – 27/64, на четвертому – 81/256. За індукцією робиться висновок, що не зафарбована частина трикутника множиться на 3/4 на кожному етапі. Тому не зафарбована площа буде дорівнювати $(3/4)^n$ на n-тому етапі [4].

Завдання 2.

Чи бачили ви колись трикутну послідовність чисел, яка носить ім’я французського математика Блеза Паскаля? Знайдіть закономірність, згідно якій вписані числа, та заповніть ті ,яких не вистачає.



Спробуйте тепер при фарбуванні парних трикутників в трикутнику Паскаля отримати трикутник Серпинського. Це завдання має наступні аспекти (інтуїтивний, логічний) застосування [6].

Завдання 3.

Розглянемо ще один приклад який називається *сніжинкою Коха.* Цей красивий об’єкт теж є результатом нескінченного дроблення і добудов.

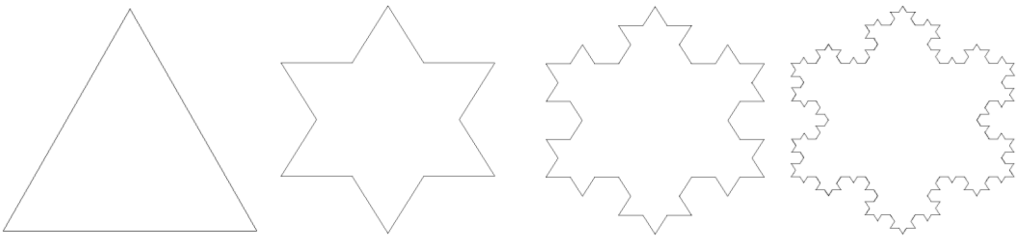
Перший етап. Почніть з великого рівностороннього трикутника.

Другий етап. Зробіть зірку. Розділіть кожну з сторін трикутника на 3 частини та видаліть середню частину, замініть цю частину на дві лінії такої ж довжини.

Третій етап. Повторіть процес із “трикутником” на зірці.

Тепер ви розумієте, чому математики називають це сніжинкою?

Продовжуйте процес далі.



Цікавою особливістю сніжинки Коха є її периметр. Звичайно, коли ви збільшуєте периметр геометричної фігури, ви також збільшуєте її площу. Якщо ви маєте квадрат з великим периметром, то його площа теж велика [6]. Але почекайте! Згадайте процес утворення сніжинки Коха.

1. Ми ділимо кожну сторону трикутника на три рівні частини й відкидаємо середню.
2. Замінюємо видалену двома тієї ж довжини.
3. Робимо це з усіма сторонами трикутника.

Питання 2. Якщо периметр початкового трикутника дорівнює 9, то чому дорівнюють периметри фігур після кожної іттерації? Чи є якась закономірність? У скільки разів збільшується периметр фігури в порівнянні з попередньою? Скільки іттерацій необхідно зробити, щоб отримати периметр не більший, ніж 100? Уявіть, що процес креслення сніжинки нескінченний, чи залишиться периметр кінцевим? Що буде із площиною сніжинки Коха? Поясніть.

Питання 3. Щоб відповісти на запитання, що робиться із площиною Коха продовжіть заповнення таблиці.

№ ітерації	Площа одного трикутника	Кількість трикутників, що додаються	Додана площина	Загальна площина
				81
1	9	3	27	108
2	1	12	12	120
3	1/9	48	5,33	125,33
4	1/81	192	2,37	127,7
5	1/729	728	1,05	128,75
6	1/6561	3072	0,4682	129,21
7	1/59049	12288	0,2081	129,43
8	1/531441	49152	0,0924	129,522

Щоб знайти відповідь на запитання, учні скористуються евристичним прийомом перебору та індукцією. Периметр початкового трикутника – 9 ; периметр після першої іттерації – 12; після другої – 16; після третьої – 21,3(3). Кожен раз периметр фігури збільшується в 4/3 рази в порівнянні з попередньою фігурою. Це означає, що периметр не має меж. Необхідно зробити 8 ітерацій, щоб отримати периметр, приблизно рівний 89 (це найближче до 100). З наступною ітерацією периметр дорівнює 119. Площа, навпаки периметру, залишається кінцевою величиною. Це легко довести, якщо уявити, що початковий трикутник було вписано в коло. На кожному етапі сніжинка Коха залишається в цьому колі, тому площа сніжинки не більша площі круга.

З таблиці буде видно, що площина на кожному етапі і зростає, але ріст її зменшується із збільшенням номера ітерації. Легко помітити, що площа утворює спадаючу геометричну прогресію із показником 4/9. Таким чином, площа сніжинки Коха на *n*-тому етапі дорівнює $81 + 27 * (1 - {}^{qn+1})/(1 - q)$. Це число наближається до 129,6 [3].

У цьому завданні пропонується так звана “народна мудрість”, яка народилась із досвіду інших. Учень робить своє відкриття, тобто з’являється нове, евристичне, що сприяє формуванню евристичної діяльності, а її ми розуміємо, як різновид мислення людини, що створює нову систему дій, або відкриває невідомі раніш закономірності об’єктів, що оточують людину [5].

Розглянемо тепер деякі властивості фракталів.

Перша властивість – самоподібність. Просто кажучи, геометричні фігури називаються подібними, якщо ми можемо збільшити одну з них так, що вона співпаде з іншою. Наприклад, які завгодно квадрати подібні; які завгодно круги подібні; прямокутники не є подібними.

Самоподібність можна сформулювати так, що фігура складається з менших, кожна з яких подібна початковій (тобто є її зменшеною копією) [3].

Питання 4. Чи є квадрати, гексагони, пентагони, круги самоподібними? Відповідь підтвердіть малюнками. Чи є самоподібним трикутник Серпинського? Скільки копій початкового трикутника ви бачите, для яких відношення сторони початкового трикутника до внутрішнього дорівнює 2 : 1? 4 : 1? 8 : 1? Чи бачите ви закономірність? Очевидно, що квадрати й гексагони є самоподібними, а пентагон і круг – ні. Згадайте трикутник Серпинського. Його зовнішній периметр – рівносторонній трикутник. В середині – нескінченно багато рівносторонніх трикутників. Усі вони подібні великому зовнішньому трикутнику. Це означає, що трикутник Серпинського є самоподібним. Існує три копії початкового трикутника із стороною в два рази меншою від початкового, дев'ять – із стороною в чотири рази менше початкової, двадцять сім – із стороною в вісім разів менше початкової, тобто на *n*-тому етапі відношення сторони копії початкового трикутника до самого початкового трикутника дорівнює 2^n, кількість копій – 3^n. (При відповіді на це запитання можна скористатися результатами першого питання).

Питання 5. Ознайомимось з поняттям розмірності фрактала. Геометричні фігури мають різну розмірність. Наприклад, пряма має одну розмірність – довжину; площа – дві розмірності – довжину і ширину; простір – довжину, ширину, висоту. Розберемось, що ми називаємо розмірністю. Якщо ми подвоюємо довжину відрізку, то отримаємо дві копії початкового відрізку. Подвоєння довжини і ширини квадрата надає нам чотири копії початкового [4]. Якщо ми подовоюємо довжину, ширину і висоту куба, то отримаємо 8 копій?

Чи є якась закономірність між розмірністю та кількістю копій? Скористайтеся цією закономірністю, щоб знайти розмірність трикутника Серпинського.

Закономірність існує. Якщо кожний вимір самоподібної фігури збільшується в 2 рази, то кількість копій початкової фігури буде 2^d (d – розмірність фігури). При збільшенні сторони трикутника Серпинського в два рази, кількість копій дорівнює трьом, як ми встановили в попередньому питанні. Згідно правилу, $3 = 2^d$, d = ln3/ln2 = 1,58 (фрактали мають дрібну розмірність, чого не буває в "звичайній" геометрії) [4].

Безумовно, ця система виконує багато дидактичних функцій:

1. Засіб мотивації при виборі дій.
2. Засіб розуміння загальності розв'язуваних задач, їх єдності.
3. Встановлення аналогій. При розв'язанні багатьох задач ми користуємось однаковими евристиками.
4. Засіб отримання знань.
5. Джерело внутрішньої установки на евристичну діяльність.
6. Вплив на діалог та його продуктивність.
7. Надає емоціональне задаволення учню, веде його до математичного відкриття, до евристики.

1. Атамась В. Фрактали і групи// Математика в школі. -2000.-№1.-С.50-53.
2. Кабанова-Меллер Е. Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся.-М.: Просвещение, 1968.
3. Mandelbrot B.B. The Fraktal Geometry of Nature.-New York: Freeman and Co.-1983.
4. Оленко А.Я. Топологічна і фрактальна вимірності// У світі математики. – 1996. – Т.2. – Вип.2. – С.1-12.
5. Скафа Е.И. Эвристический подход в обучении математике// Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН. – 2000. – №14. – С.33-40.
6. Соколов И.М. Фракталы// Квант. – 1989. – №5. – С.6-13.

Резюме. В статье рассматриваются способы организации эвристической деятельности учащихся 9-11 классов. В системе заданий предложено оперделить понятие фрактала, его свойств и размерности с использованием эвристических приемов.

Summary. The article deals with the ways of organization of heuristic pupils' activity in the 9^{th}-11^{th} forms. The system of tasks assumes the pupils' definition of the notion of Fraktal, its properties and degree, with the help of heuristic methods.

DEVELOPMENT OF THE SCIENTIFIC MATHEMATICAL CREATIVNESS IN SCHOOLCHILDREN BY RESEARCH PROBLEMS

(РАЗВИТИЕ НАУЧНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ТВОРЧЕСТВА ШКОЛЬНИКОВ ЧЕРЕЗ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ)

Dr. Peter Samovol,
Ben-Gurion University of Negev, Beer- Sheva, Israel,
Mark Applebaum,
Kaye College of Education, Beer-Sheva, Israel

Formation of mathematical thinking in children, training their minds in criticism, development of convergent and divergent faculties in an individual with simultaneous high-level support and enrichment of their knowledge, skills and habits is the key objective, task and challenge of a mathematics teacher.

Many researchers ([1], pp. 222 –248) noted that convergent intellectual faculties reveal themselves, first of all, in the efficiency of information processing, and in the capacity of quick finding the proper way out of the given situation. Divergent intellectual faculties manifest themselves in the ability to put forward a number of equally correct ideas concerning the same problem solution. Convergent and divergent intellectual faculties thus characterize the adaptive opportunities of individual behavior in the hidebound activity conditions.

The researcher A.D. de Groot has come to the conclusion that any creative act or product was in no way the result of intuitive inspiration or inherent geniality, but rather appeared as the result of specific individual development combined with long term accumulation and differentiation of experience, useful for the given sphere of activity.[2]

R. Gardner came to similar conclusions while describing the phenomenon of the "experience crystallization " [3]. It should be noted that Poincare [7] has asserted similar ideas in his famous report in the Psychological Society in Paris. "The thing that surprises us first of all, I mean a visibility of a sudden inspiration, is an obvious result of the long unconscious work of intelligence in the field of the analysis of knowledge and experience that have been received in this time or another…"

Thus summarizing the foregoing, we shall emphasize:

1. The modern community increasingly more demands convergent and divergent intellectual faculties of a personality mental activity. At present, the tendency to enhance the role of these intellectual faculties is especially marked when choosing among the applicants for an office in different areas of human activity.

2. Convergent and divergent intellectual faculties of a personality can not be manifested and realized on "a blank place". The person's skills and habits of work in the chosen field of activity can effectively be manifested and developed only on the basis of solid knowledge mastered at the level of profound comprehension rather then just formally.

3. Convergent and divergent intellectual faculties of a personality are able to essentially improve his mental activity and make it constructive only then when these two branches of an individual facilities develop in parallel, supplementing and enriching each other.

Basis concepts and notations

By the "scholastic research tasks" concept we mean the subjectively difficult theorems or mathematical constructions that are not initially known to a particular student (or he is unfamiliar with the proof modus operandi).

These are such problems that a student, when solving them, encounters the necessity to investigate mathematical models of configuration which are new to him, non-standard connection, existing between such models, property of figures, and at the same time he has to find and establish the logic scheme of reasoning. As it is customary in the majority of mathematics methodical courses, all scholastic tasks can be divided into two main groups – heuristic and algorithmic tasks. Solution of a scholastic research task results in the established and well-founded solution algorithm for the total class of similar problems or heuristic device, the scientific idea that, after being justified and generalized, can be used and recommended for the solution of alternative nonstandard problems.

The technique of each such problem solution assumes that there exists an initial opportunity of splitting given problem into a chain of comparatively easy lemmas. This technique also assumes the opportunity to derive and analyze intermediate results of the received solution both by the student and by his tutor.

Thus, we shall notice that the concept of "scholastic research tasks" is always considered in a relative sense, in the context of a concrete student's personality. It allows individualizing and intensifying the process of intellectual education of a particular pupil or student on the given material. Our experience (that has shown its advantages in the educational structures of various countries) enables us to assert that it is possible to train the pupil in self-education and scientific creativity skills as well as in the elements of experimentalist or researcher work on the research type tasks.

We emphasize that, as it was noticed above, the basic motives for the choice of such tasks were dictated, on the one hand, by the considerations based on our own positive pedagogical experience. On other hand, this choice was the consequence of study and analysis of the results of well-known psychologist L.S.Vygodsky [9].

Vygodsky has justified the following fact: the condition of person development as a whole, and the level of his mathematical thinking in particular, is determined not only by a personality current state. Not only what the child has already learned to do is essential, but also what he is capable to learn. Here, as Vygodsky has shown, two parameters are necessary to be accounted for:

1) How a student solves the offered tasks independently, by himself.

2) How he solves the same tasks with the help of adults.

Certainly, with the help of adults the child can solve only such tasks that lay in the scope of his own intellectual abilities.

The divergence between these two parameters would also be a parameter that defines the so-called "zone of proximal development".

Tasks that a child is capable to understand or solve with the help of a tutor specify the area of his nearest development.

"What a child can perform with the help of adults today (that is what does currently lay in the area of his nearest development), will tomorrow be the thing he would manage to perform independently (that is, that will tomorrow proceed to the level of his authentic development)". [9]

The idea of taking into account not only that was already achieved but that would be achievable in the nearest future as well, that is to work on an advancing, – has appeared rather fruitful not only in the researches of others scientists (such as psychologist V.A.Krutetsky, for instance), but in our everyday pedagogical practice as well.

Expediency and necessity of the students' training in the solution of research tasks. Problem urgency.

1. Essentially always the process of any research task solution reconstructs the atmosphere of scientific work in the most realistic way. It can be ascribed to any analysis in general and to a mathematician's work, in particular. Hence, a child can receive general notion about the research work since his school age. This is obviously rather significant for his vocational guidance. B.N.Delaunay, the brilliant representative of Moscow mathematical school, declared in this connection that "great scientific discovery differs from serious scholastic research task only in one feature: a child spends several hours or even several days to solve his problem, whereas a real scientific discovery may sometimes take the whole scientist's life".

2. Statistical data confirm that mathematicians accomplish their most important discoveries at the age of 22 to 26. Therefore, from our point of view, it is promising enough to teach children the scientific analysis methods at their early school age.

3. In the course of training to solve research tasks students learn to master the special schemes of plausible and provable reasoning and gain high level of knowledge, skills and habits of work from numerous mathematics divisions, as well. That is very important per se, of course.

4. The process of search for the scholastic task solution will demand from a student to undertake corresponding intellectual efforts. Thus, the intellectual facilities of a pupil receive a powerful impulse for development. "You see that anything you are compelled to discover independently, by yourself, leaves a path in your mind which you can always use to take advantage when a necessity would arise".[5]

5. "Scholastic research tasks" allow individualizing and intensifying the process of intellectual education of a particular pupil or student in the given material. Use of material of the research type tasks makes it possible to train a pupil in self-education and scientific creativity skills as well as to accustom him to the elements of experimentalist or researcher work.

6. Course of the research tasks solution, as it is, opens up the majority of heuristic solution procedures that are valuable for the mathematical personality development. Later, the skills obtained can be extended to any mathematical material or to any sphere of scientific interests of a future specialist. From the aforesaid, follow the urgency and practical prospects of the declared problem study.

Selected methods of the students' training in the research task solution

We shall refer to the whole well-founded assembly of mathematical actions as to an *approach to the mathematical problem solution*. We shall refer to the well-founded logical scheme that lays in the basis of a particular mathematical problem solution as the *method of mathematical problem solution*.

From the declared task point of view, the "Method of Heuristic Training" is of particular interest.

Obviously, D.Polya may be rightfully considered as the author of this method of training in its modern interpretation and justification. (See, for instance,

[8]). The essence of the method is that a student is offered to carry out the search for a particular problem solution in accordance with the *sui generis* invariant set of general questions. Answers to these questions should draw the student near to the guesswork or to the solution discovery.

In the due course, some students would manage to master the proposed scheme of "reasoning through substantiated questions", and quite often they would gain success in the solution of scholastic problems.

But... from our point of view, for the necessities of the general mass-scale pedagogical practice, his method in its stated interpretation can sometimes appear as unacceptable.

Let us find the cause of this.

Heuristic schemes, which in their different variants and on different stages were given to the students, have certain common features. But abstract advice of general type such as: "…apprehend an offered problem…" or "formulate a relationship between the known and the unknown…" are of little help to the student, when searching for the concrete problem solution, if any sufficient experience in problem solution is absent.

Below we offer our vision of the development of main ideas for the given method of education. The realization of the following methods and devices of students' education is its base:

- Inductive method of teaching the research task solution.
- Method of teaching the research task solution by the way of analogy.
- Deductive method of teaching the research task solution.

In practice, the choice of teaching method depends mainly on the particular task features and on the particular purposes of the tutor.

Let's briefly consider the essence of each method.

Inductive method of teaching the solution of research tasks.

(This method implies a transition from the specific to the general.)

The inductive method of teaching is based on some mathematical experiment. This method requires much more time compared to the two other approaches, as the greatest difficulty of such an approach is to promote the credible hypothesis. Nevertheless, the advantage of this method lies in its maximum vicinity to the real scientific mathematical activity and in the fact that the inductive method develops intuition and creates conditions for the insight and impressing rise. The inductive method of teaching can considerably activate the pupils' creative activity. As the psychologist V.A.Krutetsky has shown in his investigations: "Despite the primitive character of the trail and error approaches, they are underlying the large class of creative processes at the research task solution… It should be noted that the trails could be taken at any level of analytical or synthetic activity. Only at the lowest level of trails these trails are blind – that is they are just guessing, when the pupils fail to realize why namely this test is conducted and what they should receive as a result of this trail" [4, p. 510].

In practice, we aspire to organize an inductive method of teaching as an experimental step-by-step pedagogical process.

Didactic support for the scientific research process of teaching and development of pupils

Here we are going to show some representative examples that illustrate our basic principles of selection of the didactic contents for the effective development of convergent and divergent intellectual faculties of the personality mathematical thinking.

Problems of the solution existence definition

During our 20-year pedagogical practice we have carried out a series of experiments that brought us to the conclusion that if our aim is to teach a pupil the technique of the research task solution, it would be advantageous to begin with the problems that sound as "*whether it is possible or no*?"

Let's dwell on this type of tasks in detail.

Previously it is necessary to explain to the pupils the following:

Most of mathematical tasks that may be found in a school textbook begin with the words: "simplify…", "calculate this…" or "find what is…". In mathematical sciences, however, investigators very often deal with the research problems, where the main aim is rather to establish whether the object with the given properties exists at all or whether the given assertion is valid in principle than to simplify or calculate something.

This type of tasks usually begins with words: "whether it is possible to (do something)", or "whether (something) exists? " and so on.

When searching and justifying the solution of such tasks, it is necessary to stick to the following rule:

1) If we assert that something can be made it is well enough to specify the concrete way that allows fulfilling that.

2) If we assert that under no conditions something can be made, then the examples by themselves wouldn't help here. It is necessary to construct a rigorous deduction in this case.

Let's consider some representative examples of problems that we used in our work with the children.

Example. Several marble blocks with overall weight of 14 tons are to be transported from one site to another. Exact weights of individual pieces are unknown, but it is known that none of these blocks weighs more than 400 kg. Three questions are set:

1. May it be asserted that 12 trucks with the weight-carrying ability of up to 1500 kg will be actually enough to cope with this task?

2. What is the minimal number of trucks with the weight-carrying ability equal to 1500 kg each to be ordered to transport the cargo?

3. If 9 identical trucks are actually enough to transport this cargo, what should be the minimal weight-carrying ability of one truck?

Solution (with the elements of discussion).

Answer to the first question. We shall "throw a trial stone", that is we shall begin with an attempt to construct an example demonstrating that 12 trucks with weight-carrying ability equal to1500 kg each will cope with the given task. The problem lies in the fact that the weight of each individual block is unknown. However, it is intuitively obvious that the maximum efficiency of the trucks used means maximum possible loading of the each truck. That results in the minimum number of trucks needed. On the other hand, the less is the weight of each piece, the larger may be the weight-carrying ability of each truck used (ideal case would be if each marble block would have a grain size). The simple calculation shows that if all marble blocks have the same weight, for example, 350 kg, one truck could carry 4 blocks with $350 \cdot 4 = 1400$ kg gross weight. And this means that 10 machines would be enough to transport all marble. This calculation shows that under certain conditions we can "save" minimum two trucks of 12. We tried to think up a situation facilitating an effective utilization of transport. But it is also clear also that the calculation was carried out under "favorable conditions".

How would the situation be solved if those favorable conditions would not realized? Evidently, such favorable conditions do not take place in the general case. Let's try to construct a suitable example, reasoning from the end.

Let us assume that 12 trucks would not be enough for the given task. For example, we can imagine a situation when each truck transfers less than 14,000 : 12 =$1166\frac{2}{3}$ kg of a marble. It is possible if the weight of each block does not differ much from, for example, 388 kg. In this case, the truck is able to carry three blocks as $388 \times 3 = 1164 < 1500$ but it cannot carry four as

$388 \times 4 = 1552 > 1500$. In that case, 12 trucks wouldn't be actually enough to cope with the task as: $1164 \times 12 = 13968 < 14000$ (kg).

Now we have only to define the figures more accurately. If the weight of each block is assumed to be equal $14000 : 36 = 388\frac{8}{9}$ kg and the consignment consists of 36 marble blocks, then 3 blocks can be loaded on a truck: $388\frac{8}{9} \cdot 3 =$

$1166\frac{2}{3} < 1500$ (and $388\frac{8}{9} \cdot 4 = 1555\frac{5}{9} > 1500$) and we obtain that 12 trucks would be enough. But if there would be, for example, 37 blocks of identical weight, then:

a) the weight of each piece would be equal to $378\frac{14}{37}$ kg;

b) no more than 3 blocks may be loaded on each truck because

$378\frac{14}{37} \cdot 3 = 1135\frac{5}{37} < 1500$ and $378\frac{14}{37} \cdot 4 = 1513\frac{19}{37} > 1500$.

This means that 12 machines can carry only $12 \cdot 3 = 36$ such blocks. One block will not be transported. The answer to the first question is negative.

Answer to the second question

As by the problem conditions, the weight of each block does not exceed 400 kg, any truck is able to carry above 1100 kg of a cargo. This permits to claim that 13 trucks would be actually enough for the transportation of all marble blocks: $13 \cdot 1100 = 14300 > 14000$.

Answer to the third question

If the weight-carrying ability of each truck is equal to M and the underload should not exceed 400 kg, then the maximum load that the truck should transport can exceed (M – 400) kg. From an inequality $9 \cdot (M - 400) > 14000$, we shall obtain $M > 1955\frac{5}{9}$ kg. So, we got the lower limit of the truck weight-carrying ability.

Thus, the answers to all questions set in the problem are obtained.

Theoretical prospects of the given problem research

The results of this study are expected to stimulate the development of the major methods and principles of the mathematical education organization. For instance, the investigation and development of the heuristic educational methods. We believe that the most interesting line of investigation consists in the study of motivations and reinforcement of interest to the problem solution. The central point is the stimulating atmosphere of scholastic process created by a teacher. We believe that the existing organization of students' activity does not sufficiently promote the development of deep personal interest in such an activity in the majority of students.

Our long-term practical experience confirms the **following hypothesis:**

Students' training in the scientific methods of research problem solution stimulates the process of shaping and development of person's mathematical thinking, promotes the quality of his knowledge, brings up and drills his intellectual endurance, arouses a young person's deep personal interest in his own mental activity, and prompts a person to self-education.

In conclusion, we would like to emphasize and direct reader's attention to the following: any method of teaching should be used creatively, in view of the interests of the learning person. In this connection an idea stated by Maier N.R. [6]: "the person can fail to solve a problem not because he is not capable to find the solution but rather because the habitual mode of action restrains the correct decision development", deserves merit.

From this, the need for the improvement of obsolete teaching methodology as well as the necessity of search for the new effective methods of teaching which are able to develop a creative person are naturally ensued.

1. Cholodnja M. A. " Psychology of intelligence: paradoxes of research " M., 1997 (In Russian)
2. De Groot, A. D. (1965) Thought and Choice in Chess. The Haugue: Mouton
3. Gardner, R.W., Holzman P.S., Klein G.S., Linton H. B., Sprence D.P., (1959), Cognitive control. A study of individual consistencies in consistencies in cognitive behaviour. Psychological Issues. Monograph 4. V.1 (4)
4. Krutetskii, V. A. (1976), The Psychology of the Mathematical Abilities of the Schoolchildren. Chicago, University of Chicago Press.
5. G. Litenberg, G., "Hphorismen" [Berlin, 1902-1906.])
6. Maier, N.R.,(1933). An aspect of human reasoning. "British journal of psychology", vol. 24.
7. Poincare, A.: 1983, About Science. Moscow. Nauka.
8. Polya, G. (1957), How to Solve the Problem. New York - London John Wiley&Sons, INC
9. Vigodski, L. S. (1956)" the Elected psychological researches". Ì., APN RSFSR edition.

Резюме. В статье изложены основные принципы, некоторые практические идеи и находки в работе учителя, занимающегося проблемой обучения школьников общим методам научного математического творчества. На материале подборки исследовательских задач проиллюстрированы некоторые особенности процесса формирования и развития конвергентных и дивергентных интеллектуальных способностей личности. Статья предназначена методистам, педагогам – учителям математики.

Резюме. В статті викладено основні принципи, деякі практичні ідеї та знахідки у роботі вчителя, який займається проблемою навчання учнів загальним методам наукової математичної творчості. На матеріалі підборки дослідницьких задач проілюстровано деякі особливості процесу формування та розвитку конвергентних та дивергентних інтелектуальних здібностей особистості. Статтю призначено методистам, педагогам – вчителям математики.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДИАГРАММ ПРИ ВВЕДЕНИИ ПОНЯТИЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

В.Николайшвили, З.Котрикадзе, Г.Хачапуридзе, К.Николайшвили,
Грузинский Технический Университет, Тбилисский государственный университет, Тбилисский институт экономических отношений, Грузия

Из-за большого различия уровней школьной и высшей математики затруднено проникновение в суть современных применений математики и на этой основе своевременное формирование желаемого интереса к его овладению.

Имеется в виду нахождение нужной системы объединяющих идей ([1], с. 300, 303, 304) и соответствующих технических форм для их реализации, что представляется одним из приоритетных направлений исследования.

Основные понятия школьной математики и традиционная последовательность установления логических связей между ними недостаточно обеспечивают возрастающие потребности других предметов (физики, информатики, экономики, биологии и др.). Так, например, запоздалое введение понятий вектора, производной, кортежа, кривой, графа и некоторых других не только затрудняет нормальное прохождение указанных предметов, но и вообще делает неоправданно трудоемким решение задачи в пределах элементарной математики. Многое упирается в проблему, связанную с развитием способности абстрактного мышления, его визуального моделирования нужного (и полезного) при введении обобщающих понятии (см. [2] с. 103, [3] с. 6; 7; 18).

Для преодоления возникших препятствий среди различных способов представляет интерес возможность подготовки основы путем построения суммирующих схем (диаграмм и не только таких) наглядных моделей. Как утверждается в [4, 5], значительная часть высшей математики может быть изложена в терминах понятия отображения. В это время представление основных положений и узловых моментов их доказательств осуществляется с помощью не только формул, а составлением диаграмм или словесными надписями, указанных на стрелках, что дает возможность краткого и наглядного изложения информации. Это подсказывает, что соответствующим дозированным упрощением некоторые конструкции станут вполне доступными и для школьников старших классов, а для особо одаренных даже и раньше.

Этот метод изложения математической теории с помощью схем и диаграмм позволяет просто и наглядно изложить те цели, ради которых вводятся основные математические понятия и устанавливаются логические связи между ними.

Такой подход тем более оправдан для тех понятий, в отношении которых применение традиционных геометрических наглядностей затруднительно или вообще не разработано.

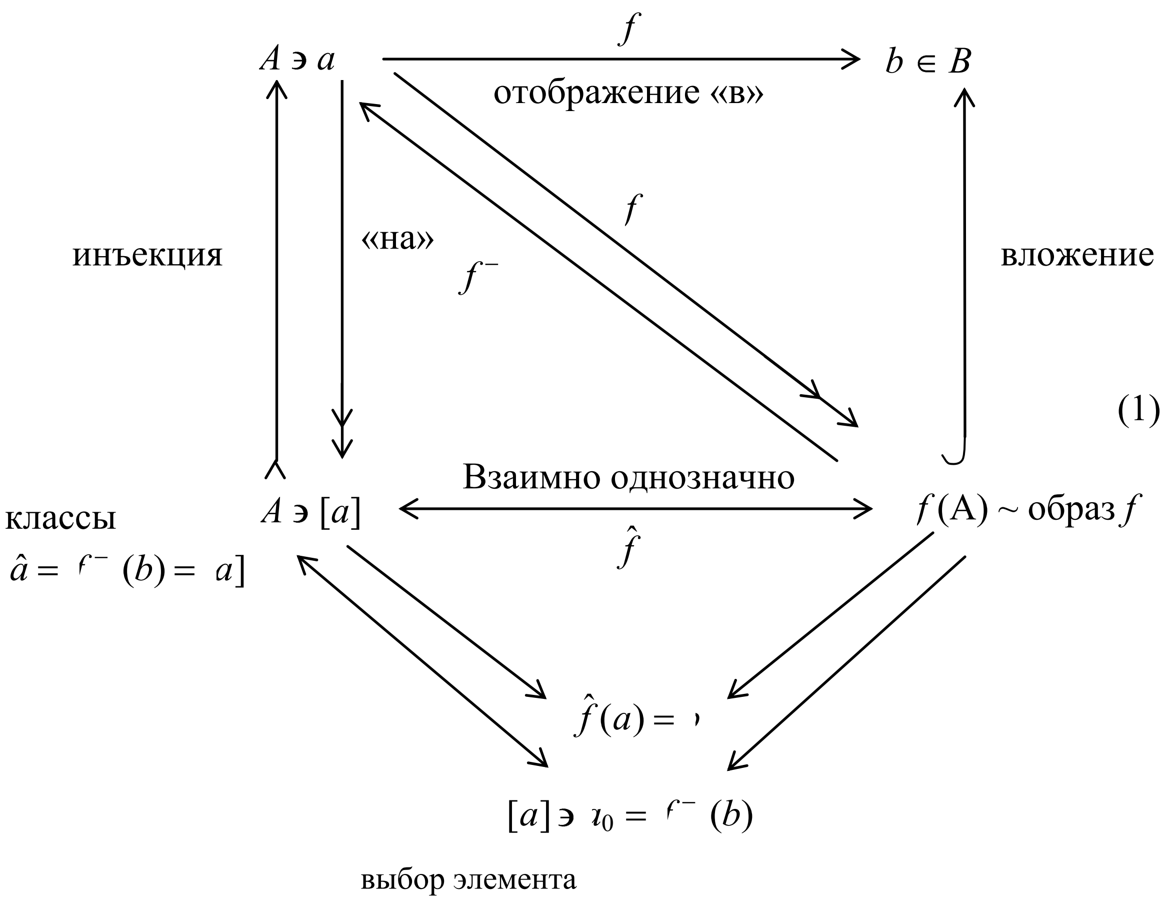
Разработка этого метода в курсе высшей математики принадлежит первому автору и описана в его публикациях [4], [5], а реализация его в пределах школьной математики, которая требует нетривиальных модификаций, и организация соответствующего педагогического эксперимента принадлежит остальным авторам [6, 7, 8]. В частности, они в соответствии с отдельными темами разрабатывают варианты более наглядного изложения ряда вопросов, принятых для рассмотрения. Вместе с тем, они установили, что в соответствии с современными требованиями количество этих тем можно увеличить или иногда заменить их более приоритетными без появления новых трудностей путем отбора и приведением их в систему в улучшенном виде.

Экспериментальные данные, подтверждающие сказанное и полученные в результате проведения занятий в различных учебных заведениях, они использовали для разработки определенного единого принципа.

Исходя из нашего опыта этот метод способствует сокращению величины скачка между уровнями школьной и высшей математики и некоторым образом отражается на созревшем взгляде об их необходимом сближении.

Этот метод апробирован со студентами Тбилисского института экономических отношений и в существующем при нем экономическом колледже, а также в одной математической школе-интернате г. Тбилиси.

I. В качестве иллюстрационного примера приводим один из «источников» этого принципа - "общую конструкцию" графа (1), появившегося в результате осмысления понятия отображения - f: A—>B, что служит во многих случаях основой введения (и не только этого) из упомянутых понятий.

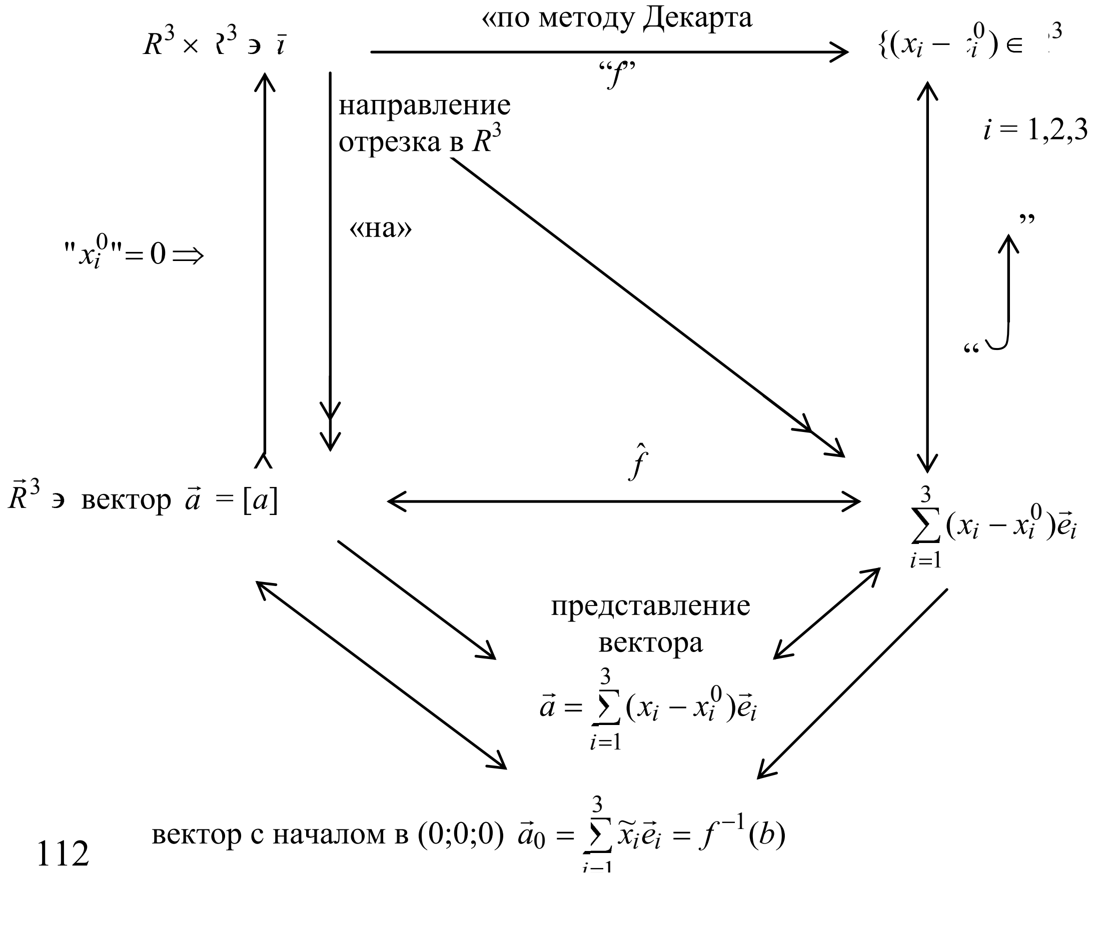


Раскрытие смысла соотношений, указанных на (1) можно осуществить на "практических" примерах. Скажем, А - множество граждан некоторого населенного пункта, f - их год рождения, дальше уже ясно где что "ставит". Можно начать с таких примеров с самого начала, улавливать практический смысл понятия отображения и его частных видов: $\xrightarrow{"в"}, \xrightarrow{"на"}, \ldots \xrightarrow{"вл."}$.

В курсе школьной математики, в основном, рассматривается тот случай, когда вершины этого графа обозначают численные множества или "фигуры", описываемые числами, и стрелки являются функциями, определенными на этих множествах, которые взаимокоммутируемы.

Для высшей математики типичен тот случай, когда упомянутые вершины являются символичными представлениями функциональных пространств или тех "фигур", на которых задаются эти функции, а стрелки - операциями, которые имеют смысл для определенной части упомянутых функций (допускающих возможность определенных деформаций, сдвиг графиков, нахождения производной, интегрируемость, аналитичность и т.д.).

Приведем конкретный пример (2), как выглядит эта "конструкция" при введении понятия вектора:



(2)

Вектором называют класс эквивалентности направленных отрезков, который совпадает с классом, образованным отображением этих отрезков в систему упорядоченных чисел (с помощью Декартова метода). Здесь определение "сливается" с теоремой (с формулой), компактно раскрывающей смысл основных соотношений: вектор - это элемент множества $\{[a] = \hat{a}, ...\}$ - одной из вершин графа (2), раскрывающего упомянутые соотношения.

Аналогично можно ввести некоторые другие понятия, например, производной, построение обратной к которой (интеграл) требует некоторых модифицированных рассуждений. В общем, в каждом частном случае нужен свой "ключ", который нетрудно найти, имея единый "графовый" подход (1), диктующий "отбор" отдельных терминологических изменений (такими могут быть понятия из комбинаторики, теории уравнений, элементов теории вероятностей, даже случайная функция и т.д.).

Отдельно рассмотрим вопрос о понятии предела, являющегося одним из главных препятствий при попытке введения элементов высшей математики в школьном курсе. Здесь сталкиваются с трудностями, что связано с более «грубым» нарушением принципа постепенности при переходе от школьной математики к высшей (если это происходит без особой подготовки!).

Целью такого изложения понятия предела и доказательства некоторых теорем, касающихся его, является то, что в результате не только получаем еще один путь в отличие от классического изложения, представляющего собой новую попытку для проникновения в его сущность, но вместе с тем для лиц с соответствующими склонностями могут быть более подходящими (приемлемым) ([9] с. 154, 162, ...).

Ниже приводим определение бесконечно малого в виде взаимокоммутирующих, некоторым естественным путем определенных отображений, что, очевидно, требует определенной подготовки и объяснений деталей. В первую очередь, это связано с тем, что приведенную диаграмму (3) можно рассмотреть с различных точек зрения. В частности, она показывает не только отображения множеств, символически обозначенных в ее вершинах и их обратных, но и отображения, "индуцированного" для системы подмножеств, являющейся упорядоченной по расширению или по "уменьшению" системой подмножества этих множеств; (3) => ($\hat{3}$):

$$\begin{tikzcd}
\{1,2,\ldots n\ldots\} = N \arrow[rr, "f(n) = a_n", "\text{последовательность}"'] \arrow[drr, "\text{композиция “k”}"'] & & \{a_n \in R\} \arrow[d, "\Leftarrow\ {}^{*}|"] \\
& & \{|a_n| \in R_0^+\}
\end{tikzcd} \Longrightarrow \qquad (3)$$

$\hat{n} = \; n, n+ \; ,...); \; \hat{a}_n = \; a_n, a_{n+} \; ,...\}; \; \varepsilon \; = \; 0; \varepsilon \; ,\varepsilon \; \equiv R^+, \; |\,\hat{a}_n\,| = \; |\,a_n\,|, \| \, a_{n+} \; |...)$

$$\Longrightarrow \begin{tikzcd}
\{\hat{1}, \hat{2}, ..., \hat{n} ...\} = N \arrow[rr, "\hat{f}_n"] \arrow[drr, shift left, "\hat{k}"] & & \{\hat{a}_n \ldots\} \arrow[d, "|\hat{*}|"] \\
& & \{|\hat{a}_n| \in R_0^+\} \arrow[ull, shift left, "\exists\, \grave{k}^{-}"]
\end{tikzcd} \qquad (\hat{3})$$

или $\{ \;),|\,a_n\,| \,\}\subset \{\hat{\varepsilon}, \varepsilon \; \equiv R^+\} \subset \{(a_0 - \; , \; a_0 + \;)\} \subset \ldots$

Подставляя типичные примеры в диаграммах (3) и ($\hat{3}$) добиваемся понимания того, что последовательности бывают отличающимися свойствами в зависимости от того куда отображаются их образы.

Исходя из этого, на указанном подготовительном этапе надо попытаться заострить внимание на том, что полученное упорядочение числового множества, рассматриваем как такую особую новую структуру, связанную с "включением" подмножеств, «скоплением» точек образа $f(N)$, что понятие предела вводится как раз в связи с изучением этой структуры. За этим должно последовать осмысление того, что существование отображения множеств вообще вызывает также новые отображения их подмножеств, в данном случае - на некоторое "новообразованное" множество, обозначенное символом $\varepsilon \;\varepsilon \equiv R^{+}, \varepsilon = 0, \varepsilon \}$, представляющем одной из вершин графов ($\hat{3}$) и (4). Существование отображения с особым свойством и его обратного, указанного на (4) и сохраняющего в определенном смысле это «упорядочение», означает существование (в частности «нулевого») предела.

$$\begin{tikzcd}
\{\hat{1}, \hat{2}, \ldots, \hat{n} \ldots\} = N \arrow[rr, "\hat{f}_n"] \arrow[dd, "\exists\ \hat{k}^{-} \Leftrightarrow \lim\limits_{n \to} a_n =)"'] \arrow[ddrr, shift left, "\hat{k}"] & & \{\hat{a}_n\} \arrow[dd, "\Leftarrow\ n_0 = |a_{n_0}|;\ n_0 = \min n_{\varepsilon} :\ |a_n| < \varepsilon,\ n > n_{\varepsilon}"] \\
& & \\
\{\hat{n}_{\varepsilon}\} & & \{\hat{\varepsilon}, \varepsilon \in R^{+}\} \arrow[ll, "\exists\ n_{\varepsilon}''"] \arrow[uull, shift left]
\end{tikzcd} \tag{4}$$

Вместе с тем образ, полученный из значений некоторых последовательностей может быть составлен из элементов более общего вида, чем числа (векторы, функции, ряды, матрицы точки плоскости ("пространства") и т.п....) и вообще объекты, среди которых имеет смысл понятие взаимоблизости (что должно быть разумным путем получено нами по согласованию с возможными применениями).

Надо отметить, что до нахождения строго формализованного определения понятия предела (по Коши) его применение, как известно, фактически происходило при осмыслении естественных явлений, диктующих обобщающее формулирование и даже не ясно формулировано понятие «участвовал» при получении основных результатов анализа.

Вместе с тем, упомянутое определение не было общепризнанно с самого начала и для этого потребовалось определенное время. Очевидно, наша попытка, учитывающая целесообразность существования альтернативных вариантов не исключает появления различных (взаимоотличающихся) соображений. В связи с этим напомним, что существуют люди, радикально отличающиеся стилем мышления. Более того, существует и такое мнение [10]: "Фактическое усвоение учениками соответствующего курса не произойдет, пока в их психике не оформятся модели основных логических схем и методов. Отдельные знания, не организованные общими идеями, долго не держатся в памяти; они безусловно поддаются забвению, следовательно, ранее накопленные знания оказываются практически бесполезными".

После усвоения этого понятия, для его углубления (обобщения) на более сложный случай, естественно, следует формулирование достаточных, необходимых, необходимых и достаточных условий существования предела, свойств, и в дальнейшем, представление его в виде единой модели, что облегчает восприятие полной картины после раздельного ознакомления и усвоения перечисленных частей. Об этом будет в последующих публикациях. Сжатое изложение реализации этой идеи для некоторых других вопросов анализа содержится в [11].

1. А.Пуанкаре. О науке. Пер.с франц. М.: Наука, 1983.
2. Б.В.Гнеденко. Математика и математическое образование в современном мире. М.: Просвещение, 1985.
3. Г.Биркофф. Математика и психология. М.: Сов.Радио, 1977.
4. В.В.Николайшвили. Векторный анализ.- Тбилиси: ГПИ, 1985.
5. В.В.Николайшвили "О принципе графического моделирования логических связей и его реализации в курсе математики". Рецензирована для публикации в виде монографии.
6. З.Л.Котрикадзе. Об альтернативном варианте изложения теории пределов. Materia1s of International Scientific Pedagogical Conference "Didactical Objective Laws of Education", December 11-12, 1998, Tbilisi. p.62-63.
7. В.Николайшвили, З.Л.Котрикадзе, Г.Хачапуридзе, К.Николайшвили. О применении диаграммного принципа введения понятий в курсе школьной математики. См.[6]. С.75-76.
8. Z.L.Kotrikadze. On Graph Interpretation of Infinitesimal. Труды ИПМ им.И.Н.Векуа при Тбилисском гос. университете им. Ив.Джавахишвили (в печати), 2000.

9. Г.Фройденталь. Математика как педагогическая задача. Ч.1. Пер.с нем.; М.: Просвещение, 1982.
10. И.Д.Пехлецкий. Количественный анализ и структурные модели в процессе обучения. Изд. Ленинградского и Пермского Пединститутов: Ленинград- Пермь, 1983.
11. В.В.Николайшвили. Об изложении векторного анализа и элементов теории функции комплексного переменного. Сб. научн.-метод. статей по математике.- М.: «Высшая школа».- 1986.-Вып. XII.-С.16-19.

Резюме. Розглядається метод викладання математичної теорії за допомогою схем та діаграм, що дозволяє просто і наочно викласти ті цілі, заради яких вводяться основні поняття в математиці.

Summary. A method of teaching mathematical theory using schemes and diagrams is considered which permits to reveal the objectives for introducing the principle mathematical concepts in a simple and illustrative way.

УМОВНИЙ ЕКСТРЕМУМ В КОНТЕКСТІ ПОНЯТЬ МНОГОВИДУ ТА ДОТИЧНОГО РОЗШАРУВАННЯ

М.М. Мельниченко, ст. викладач,
Донецький національний університет

> *“В хорошій педагогіці нові об’єкти вводять практично, пояснюють правила їх взаємодії з первісними елементами, існування яких приймається. До нового привчають, використовуючи правила, і лише після цього дають абстрактне означення. Математика ніколи не діяла інакше. Справжня проблема, з якою зіштовхується викладання математики –це не проблема строгості, а проблема побудови смислу, проблема онтологічного виправдання математичних об’єктів“ (Рене Том).*

п.1. За півстоліття відтоді, як поняття многовиду та векторного розшарування були явно сформульовані, онтологічних виправдань появи цих математичних об’єктів, насамперед успіхами у фізичних застосуваннях, маємо більш ніж достатньо. Тепер надходить час привчати до нового. І хоч нове віднесено зараз до топології, саме в курсі математичного аналізу многовиди і дотичні розшарування з’являються вперше і з’являються природно.

Більше того. В цілковитій згоді з відомою тезою, що нове – то добре забуте старе, уважніше придивившись, помічаєш, що йдеться лише про нові, щоправда набагато зручніші і точні терміни для насправді традиційних об'єктів аналізу. Врешті і дивного тут немає нічого, бо нові поняття визріли в надрах класичного аналізу.

Не знаю викладача, який би не мріяв про "добре підготовлені голови" [4] і про те, щоб хтось, хоч випадково, провів пропедевтику (тобто згадану підготовку голів) для його курсу. У обговорюваному ж випадку ми маємо рідкісну можливість використати для пропедевтики понять многовиду та розшарованих просторів курс математичного аналізу, причому з виграшем і для самого аналізу.

Далі ми всіляко переконуємо колег, що "готувати голови" можна простим зміщенням наголосів на заняттях з аналізу. Час, який доведеться витратити на усвідомлення нового, на переосмислення старих теорем, на спроби найраціональнішим способом вписати їх в новий контекст не мине марно. Геометричні методи, що асоціюються з новими поняттями, роблять аналіз ефективнішим, гнучкішим і, врешті, зрозумілішим.

Звичайно потрібна праця, схована від ока стороннього напружена праця. Але ж математики молодого покоління, а з ними й викладачі вибору не мають – засвоїти нове треба. Щоб розуміти математику, яка ефективно використовується, щоб самим цю математику використовувати.

п.2. Многовиди в аналізі всюдисущі. Області в R^n, криві, поверхні, графіки відображень – все це многовиди. Тут старе і старовинне зовсім поруч з модерним. Якщо теорему існування многовидів, теорему про неявну функцію, знав ще Галілей, то теорема Сарда – це зовсім недавній принципово важливий результат, який уточнює теорему про неявну функцію: множина рівня диференційовного відображення як правило (у точному сенсі) є многовидом. Еволюти, евольвенти, каустики і т. ін. в підручник аналізу вніс ще Лопіталь. Тепер це зміст модерних досліджень з теорії особливостей відображень многовидів.

Три століття диференціал вивчають і використовують, але питання, про що ж вістує мова аналізу – це питання залишається актуальним. І доводиться пояснювати, що диференціал функції $D \to R^1$ виявляється означеним вже на многовиді спеціальної будови, на циліндричній області $D \times R^n$. Такі розтлумачення – то і є пропедевтика. $D \times R^n$ – це дотичне розшарування області, клітина, з якої конструюються всі інші дотичні розшарування.

Мотивувати назву можна наглядно. Як правило df, де f – відображення інтервала або плоскої області в R^3, є локально взаємнооднозначним, а образ простору (x, R^1) або $(\vec{x}, R^2)$ є дотична пряма або площина. Отже $D \times R^n$ – це теж дотичне розшарування, правда ще не адаптоване відповідним чином.

Звичайно зрозуміти відразу, що многовид – то є "всього лише простір, сконструйований з відкритих множин в R^n, гладко накладених одна на другу" [3], студенти не зуміють. Бо щоб звикнути до того, що просторові, геометричні, кінематичні образи є і "вмістилищем смислу" [1] цілком певних математичних формалізмів, потрібен час. І щоб звикнути до "сленгового" словосполучення "склейка точок" (що просто означає: точки, зв'язані певним відношенням, повинні завжди переходити в одну точку) потрібен час. Це і є час пропедевтики понять диференціальної топології в аналізі. Але хіба усвідомлення подібного не є разом з тим і засвоєнням фрагменту аналізу?

Вже цілісним фрагментом "справжнього аналізу на многовидах" є задачі умовного екстремуму, задачі оптимізації функцій, означених на зв'язаних змінних. Зупинимось на цьому детальніше.

п.3. Якщо $(\vec{x}, \vec{y}) \in R^n \times R^m$ і на відображення зв'язку $\varphi(\vec{x}, \vec{y}) \in R^m$ накладено звичну умову максимальності рангу матриці φ частинних похідних на $\varphi^{-1}(\vec{0}), \vec{0} \in R^m$, то звязок виділяє в R^{n+m} не що інше як многовид M^n розмірності n. Функція ж , яку оптимізують в задачах умовного екстремуму, є найчастіше звуженням диференційовної функції $u : R^{n+1} \to R^1$ на многовид $M^n \subset R^{n+1}$.

Умови екстремуму пропонуємо (див. [2]) сформулювати дещо “інваріантніше”, ніж це робиться в наших лекційних курсах. Наприклад так: в точці $p \in M$ екстремуму функції $u_{|M}$ диференціал $du(p)$ необхідно анулює M_p (дотичний до M простір). Знакоозначеність $d^2(u_{|M})$ на M_p на додаток до зникнення диференціалу є вже достатньою умовою екстремуму в точці [2].

Про випадок, коли розглядаються многовиди в R^2 чи R^3, скажемо більше. Якщо зв’язок один, то до рівності $\varphi(\vec{x}) = 0$ додаємо умову колінеарності $\overrightarrow{grad\, u}$ та $\overrightarrow{grad\, \varphi}$. Якщо ж зв’язків два – то до умов $\varphi_1(\vec{x}) = \varphi_2(\vec{x}) = 0$ додаємо умову $\det(\overrightarrow{grad\, \varphi_1}, \overrightarrow{grad\, \varphi_2}, \overrightarrow{grad\, u}) = 0$. В обох випадках одержимо повний набір рівнянь для обчислення підозрілих (стаціонарних) критичних точок.

Звернемо увагу ще на одну вкрай занедбану (з різних причин) “методичну лінію”, а саме на вміння перетворювати задачу до еквівалентної простішої. На практиці це означає приділити більше уваги поняттю дифеоморфізму. Звичайно ж це поняття давно і повсюдно зустрічається, найчастіше під іменем “заміна змінних”. Це словосполучення вкрай перевантажене досить суперечливими тлумаченнями і нове слово дозволило б уточнити термінологію. Погодившись на пропоновану “новацію”, ми могли б віднайти необхідний для вправ час, відмовившись від славнозвісного “вступу до аналізу”. Цей рудимент колишніх захоплень “обгрунтуваннями” аналізу повинен бути виключений вже лише тому, що вимагає від студента такої логічної зрілості, яка набагато перевищує можливості пересічного нашого першокурсника.

Закінчимо прикладами.

Приклад 1 /[5], № 3661/. Оптимізувати $u = x^2 + y^2 + z^2$ при умові $\varphi(\vec{x}) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$, де $a > b > c > 0$.

Тут умова $\overrightarrow{grad\,u} \parallel \overrightarrow{grad\,\varphi}$ приводить до рівностей $\frac{x}{x/a^2} = \frac{y}{y/b^2} = \frac{z}{z/c^2}$. Це означає (в силу $a > b > c$), що підозрілі точки лежать на координатних осях. Параметризація g в околі таких точок виглядає просто і $d^2(u \circ g)$ обчислити неважко.

Цей приклад є також переконливою ілюстрацією до того, що зазвичай називають “інваріантністю форми першого диференціала” та “неінваріантністю другого диференціала”. Ця остання і примушує шукати параметризацію або ж звертатись до “послуг” множників Лагранжа. У випадку одного зв’язку множник легко знаходиться – це параметр λ в рівності $\overrightarrow{grad\,u}(\vec{x}) = \lambda\,\overrightarrow{grad\,\varphi}(\vec{x})$, $\vec{x}$ – критична точка.

Для перевірки знакоозначеності другого диференціала функції Лагранжа потрібно знайти базисні вектори в $M_{\vec{x}}$. Можна покласти $\vec{e}_1 = \left(-\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \frac{\partial\varphi}{\partial x}, 0\right)$ (використовуючи відому зі школи “теорему про три перпендикуляри”) та $\vec{e}_2 = \overrightarrow{grad\,\varphi} \times \vec{e}_1$.

Приклад 2 /[5], № 3663/. Знайти стаціонарні точки функції $u = xyz$ при умовах $\varphi_1(x, y, z) = x + y + z = 0$, $\varphi_2(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$.

Тут умова $\det(\varphi_1', \varphi_2', u_*') = 0$ дає рівність $yz(y - z) + zx(z - x) + xy(x - y) = 0$. Одержувана система рівнянь дуже симетрична, та все ж задачу корисно спростити, використовуючи наприклад ортогональне перетворення, яке суміщає одну з координатних площин з площиною $x + y + z = 0$ і зберігає сферу.

При звертанні до множників Лагранжа їх знаходять з рівності $\overrightarrow{grad}\,\vec{u}(x) = \lambda_1 \overrightarrow{grad}\,\varphi_1(x) + \lambda_2 \overrightarrow{grad}\,\varphi_2(x)$, $\vec{x}$ є критичною точкою. Базисний вектор $\vec{e}$ в $M_{\vec{x}}$ у випадку двох зв'язків знаходимо як $\vec{e} = \overrightarrow{grad}\,\varphi_1 \times \overrightarrow{grad}\,\varphi_2$.

1. Манин Ю.И. Математика и физика. – М.: Знание, 1979
2. Картан А. Дифференциальное исчисление. Дифференциальные формы.– М.: Мир, 1971
3. Ботт Р., Ту Л.В. Дифференциальные формы в алгебраической топологии. – М.: Наука, 1989
4. Дьедонне Ж. Линейная алгебра и элементарная геометрия.– М.:Наука, 1972
5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.:Наука, 1990

Резюме. Автор обращает внимание коллег-преподавателей на уместность, желательность и необходимость пропедевтики фундаментальных понятий дифференцируемого многообразия и расслоенного пространства уже в университетском курсе математического анализа.

Summary. The author pays attention of colleagues lecturers to timeliness, desirability and necessity of propaedeutics of substantial conceptions of differentiated diversity and stratified space just in the university course of mathematical analysis.

ВІЗУАЛЬНА ОСНОВА ДЛЯ ТЕОРЕТИЧНИХ УЗАГАЛЬНЕНЬ ПРИ ВИВЧЕННІ СКЛАДНИХ ПИТАНЬ ТЕМИ "ВЕКТОРИ"

Н.А.Тарасенкова, канд. пед. наук, доцент
Черкаський державний університет

У шкільному підручнику з геометрії О.В.Погорєлова понятійний апарат теми "Вектори" розкривається у двох напрямах: а) від геометричної до алгебраїчної інтерпретації понять (вектор, співнапрямлені й протилежно напрямлені вектори, модуль вектора, нульовий вектор, рівні вектори тощо); б) від алгебраїчної до геометричної інтерпретації (координати вектора, сума й різниця векторів, добуток вектора й числа, скалярний добуток векторів тощо). При цьому, геометрично вектор визначається як напрямлений відрізок, а його алгебраїчний аналог – як координати цього відрізка, котрі за певним правилом задаються через координати його початкової та кінцевої точок.

Зрозуміло, що у "шкільному" геометричному тлумаченні поняття вектора йдеться про зв'язаний вектор. Тим самим фактично стверджується, що істинний зміст поняття вектора (вільного вектора), геометричною інтерпретацією якого є множина еквіполентних відрізків, не є доступним для учнів.

Можливо, саме такі методичні міркування О.В.Погорєлова відобразились у способі подання в підручнику матеріалу, що стосується координат вектора. З таким методичним висновком, на нашу думку, можна було б погодитись, якби обраний підхід не викликав в учнів конфліктів між візуальним і логічним при опрацюванні цього матеріалу. Намагання уникнути графічних інтерпретацій у параграфах "Координати вектора", "Додавання векторів" та ін., що має місце у підручнику, за нашими даними, не знімає проблему, а навпаки, призводить до повного формалізму у знаннях і вміннях учнів.

У ході навчання математики (і геометрії, і алгебри), що передує вивченню теми "Вектори", в учнів формуються досить міцні зв'язки між геометричним та алгебраїчним трактуванням поняття точки. Термін "координати точки" неодмінно викликає в учнів наступний ланцюжок міркувань: координати точки задаються у певній прямокутній декартовій системі координат – у даній системі координат кожна точка має єдині координати – певні координати точки задають єдину точку у даній системі координат. Факт єдиності графічного образу, як правило, генералізується у свідомості учнів. Він стає домінуючим і вже підсвідомо переноситься на будь-які ситуації, що пов'язані із застосуванням аналітичних методів у геометрії.

Перше речення навчального тексту підручника у параграфі "Координати вектора" містить наступну інформацію: "Нехай вектор $\vec{a}$ має за початок точку $A_1(x_1; y_1)$, а за кінець точку $A_2(x_2; y_2)$" [2, 149]. Такі відомості не викликають конфліктів між візуальним і логічним, оскільки у попередньому навчанні учні вже засвоїли, що вектор – це напрямлений відрізок, причому єдиний. Тепер вони усвідомлюють, що початок і кінець вектора задається певними точками з цілком визначеними координатами, отже, даний вектор буде зображатись цілком визначеним і, головне, єдиним відрізком у заданій системі координат. Наступна ж інформація першого абзацу сприймається учнями з великими складнощами, оскільки її зміст об'єктивно провокує появу конфліктів між візуальним і логічним.

Перший конфлікт виникає від того, що упорядкована пара чисел може задавати не тільки точку на координатній площині, але й напрямлений відрізок. Проте, за умов докладних пояснень вчителя, цей факт спочатку не надмірно приголомшує учнів, оскільки кожна координата вектора визначається через цілком природну процедуру – знаходження різниці відповідних координат конкретних точок. Ресурсів оперативної пам'яті учнів на момент пояснення цього факту вистачає, для того щоб утримувати у дієвому стані концепт "координата вектора – різниця координат двох точок". При цьому, досвід попереднього навчання підказує учням, що за двома числами завжди можна знайти їх різницю, до того ж єдину. Отже, конкретному вектору може відповідати єдина пара чисел.

Конфлікт загострюється у той момент, коли координати вектора "вивільняються" від координат початкової й кінцевої точок певного напрямленого відрізка, тобто тоді, коли його координати подаються упорядкованою парою чисел, а вектор позначається одною маленькою літерою. Новий запис "$\vec{a}(a_1;a_2)$" вступає у протиріччя з уявленнями учнів, що вже усталилися. При цьому концепт "координата вектора – різниця координат двох точок" у більшості учнів витісняється з оперативної пам'яті, якщо взагалі не руйнується, оскільки позбавляється адекватної візуальної підтримки. Дійсно, нова форма запису вектора з його координатами не містить жодних візуальних натяків на те, що кожна координата вектора є різницею певних чисел, а вектор, взагалі, якимось чином пов'язаний з двома точками. Багато хто з учнів ідентифікує такий запис скоріше з точкою, заданою своїми координатами, аніж з вектором. Про це свідчать намагання учнів виправити “помилку” у цьому запису, наприклад, у такий спосіб: $\vec{A}\,(a_1;a_2)$.

Другий конфлікт між візуальним і логічним породжується наступним. У ході навчання математики учням неодноразово доводилось зустрічатися з тим, що будь-яке число можна подати через різницю двох чисел безліччю способів. Отже, парі чисел (3; 4) може відповідати безліч пар різниць: (4-1; 5-1); (-3+6; 9-5) тощо. Якщо координати вектора розуміються як різниці чисел, тоді учням впадає у вічі, що напрямлені відрізки $(\overline{4}-\ ;\overline{5}-\ )$ і $(-\ +\ ;\overline{9}-\ )$ є різними, оскільки мають різні точки прикладання. Такий факт, навіть якщо на ньому не наголошувати під час навчання, обов’язково помічається учнями, більш того, генералізується і створює бар’єр у розумінні наступного факту, що координатами і першого, і другого напрямленого відрізка є пара чисел (3;4). Протиріччя, на думку учнів, полягає у тому, що різним точкам координатної площини взагалі відповідають різні координати, а різним напрямленим відрізкам – одні й ті самі координати. За нашими спостереженнями, введення властивості координат рівних векторів саме у цей момент навчання, а не пізніше, може певною мірою згладити названий конфлікт.

Нове протиріччя, причому майже нездоланне, виникає при спробі учнів зрозуміти, який саме з напрямлених відрізків – $(\overline{4}-\ ;\overline{5}-\ )$, чи $(-\ +\ ;\overline{9}-\ )$, є вектором $(\overrightarrow{3;4})$. Це протиріччя ще більше загострюється при спробі побудувати вектор $(\overrightarrow{3;4})$ у певній системі координат. Якщо залишитись на позиціях автора підручника й трактувати вектор як зв’язаний вектор, а не як множину еквіполентних відрізків, тоді роз’яснити учням витоки такого протиріччя не видається можливим.

При обраному в підручнику підході, на нашу думку, доцільно виключити із ужитку як позначення вектора однією маленькою літерою, так і подання вектора упорядкованою парою чисел. За нашими спостереженнями, учні значно менше відчувають утруднень, коли у записі вектора з його координатами вектор позначається двома літерами, наприклад, $\overrightarrow{AB}\ (a_1; a_2)$. При цьому, необхідний концепт актуалізується досить легко, учні не вагаючись стверджують, що координати вектора $\overrightarrow{AB}$ є різницями відповідних координат точок *A* і *B*. Але за підручником ця властивість розглядається дещо пізніше. Отже, доцільними є відповідні зміни у порядку подання цього навчального матеріалу.

Вивчення питань, що пов'язані з діями додавання й віднімання векторів, також є дуже складними для учнів. У неспроможності більшості з них засвоїти відповідний матеріал на операціональному рівні ми вбачаємо одну з причин того, що векторний метод розв'язування задач не стає формою самостійності школярів.

Прийнятий у підручнику О.В.Погорєлова підхід до викладення цих питань, коли алгебраїчна інтерпретація дій з векторами передує геометричній інтерпретації, загалом, потрібно визнати вдалим. Однак, як вже зазначалося, ілюстрування в підручнику дій з векторами, в якому поняття координат точок і векторів абстраговане від системи координат, не можна вважати доцільним. Відображення властивостей дій додавання й віднімання векторів у координатній формі як таких, що носять загальний характер і не залежать від обраної системи координат, недоцільно подавати учням відразу узагальнено. У такий спосіб конфлікти між візуальним та логічним є неминучими. Їх знову ж таки породжують протиріччя між змістом і формою вираження відповідних фактів.

Для запобігання конфліктів між візуальним і логічним (принаймні, для їх пом'якшення) при вивченні названих питань теми "Вектори", необхідною є цілеспрямована, ретельно продумана методична система в роботі вчителя.

Мету побудови та застосування цієї системи ми пов'язуємо зі створенням візуальної основи для теоретичних узагальнень під час введення поняття вектора як множини еквіполентних відрізків (у явному чи опосередкованому вигляді), поняття координат вектора, а також алгебраїчної та геометричної інтерпретації дій з векторами.

Сутність створення візуальної основи для теоретичних узагальнень ми пов'язуємо, по-перше, з використанням візуальних аналогій у побудові об'єктивного підґрунтя для випереджаючого відображення в процесі навчально-пізнавальної діяльності учнів, по-друге, з накопиченням емпіричного досвіду учнів у процесі спостережень, аналізу й порівняння вихідних даних, ходу та результатів діяльності, по-третє, з випереджаючим формуванням відповідних вмінь школярів.

Використанню візуальних аналогій у навчанні математики учнів основної школи ми надаємо особливого значення. Справа в тім, що сучасна система освіти стимулює, в основному, розвиток лівої півкулі головного мозку, тоді як, за даними психофізіології [3], в учнів підліткового віку спостерігаються вищі швидкості обробки інформації структурами правої півкулі. Для цього вікового періоду провідним, в основному, є наочно-образне мислення.

Але, на відміну від молодших школярів, в яких наочно-образне мислення ще безпосереднє й не дає їм можливості зробити правильні висновки й узагальнення, таке мислення підлітків вже наближається до оперування образами-категоріями. В психології відомо, що такі образи виявляються значно багатшими, аніж сконцентроване в понятті логізоване знання [4, 278], тим більше тоді, коли словесно-логічне мислення ще не є досконалим, а знаходиться у стадії становлення.

Оперування візуальними образами пов'язується з функціонуванням так званого візуального мислення людини [11; 1]. Воно заключається у сприйнятті знаково-символічних структур, поданих у зоровій модальності, минаючи стадію вербалізації, породженні нових візуальних образів, конструюванні нових візуальних форм, які роблять видимим зміст цих образів та виводять назовні логічні взаємозв'язки поміж ними. У психолого-педагогічній науці проблеми, що пов'язані з дослідженням візуального мислення розглядаються у різних аспектах, як на методологічному, так і на теоретико-практичному рівнях. Зокрема, ряд досліджень методистів-математиків присвячено питанням організації навчання математики в школі з опорою на образне мислення [10] та візуальне мислення [5].

Використання візуальних аналогій ми розглядаємо як засіб, що може нести різнопланове дидактичне навантаження. Одну з можливостей його використання ми розглядали у статті "Пропедевтический этап обучения дополнительными построениям" [9].

У матеріалах даної статті застосування візуальних аналогій ми розглядаємо як засіб організації навчання математики на початковому етапі формування наукового знання учнів. Згідно нашого підходу, процес формування ряду понять шкільного курсу геометрії має розпочинатися з утворення в учнів цілісного несуперечливого й адекватного образу нового поняття чи факту, що формується, а вербалізацією поняття завершуватися. Вербалізація відбувається традиційно – у вигляді формулювання означення поняття (чи опису й характеристики поняття, якщо його засвоєння за вимогами програми не виводиться на рівень вільного володіння його вербальною формою), словесного аналізу логіко-математичних конструкцій, що утворилися, встановлення всілякого роду зв'язків даного поняття з іншими поняттями та фактами.

Випереджаюче формування вмінь дозволяє завчасно поопераційно відпрацювати способи діяльності, які використовуватимуться у процесі ознайомлення учнів з новими знаннями, не виводячи (до певного часу) на рівень вербалізації спосіб діяльності як цілісність. За нашими даними, у такий спосіб складнощі уяснення нового матеріалу об'єктивно зменшуються, відбувається розвантаження учнів. Головні зусилля учнів спрямовуються на отримання нової інформації через власну самостійну діяльність або сприйняття й осмислення сповіщення вчителя. Сформовані завчасно вміння стають реально дієвим інструментарієм учіння школярів. У навчанні реалізується діяльнісний підхід.

Одним з основних засобів організації випереджаючого відображення у пізнавальній діяльності учнів при вивченні геометрії, зокрема, складних питань теми “Вектори”, є спеціальні вправи за готовими малюнками. Розроблений нами відповідний дидактико-методичний комплекс для учнів 7-9 класів [6; 7; 8] широко використовується у навчанні математики не тільки у школах м. Черкас та Черкаської області, але й на теренах усієї держави.

У нашому комплексі завдань певні системи вправ спрямовані на формування в учнів вмінь знаходити координати напрямлених відрізків та будувати геометричну інтерпретацію вектора у заданій системі координат. Їх ми розглядаємо як цілісність, оскільки формування якоїсь дії без формування дії, оберненої до неї, навряд чи може принести бажані результати навчання. У завданні, призначеному для формування першого з названих вмінь, візуальну складову становить зображення ПДСК, у якій розташовано декілька однакових за довжиною й напрямом напрямлених відрізків. Термін “вектор” ще не використовується. Учням необхідно визначити координати кінців цих відрізків та координати самих напрямлених відрізків.

Зауважимо, що у наших посібниках кожне завдання формулюється до декількох малюнків, що розташовані у таблиці. Підбір малюнків ми здійснюємо так, щоб в утвореному комплексі задач того чи іншого завдання здійснювалась диференціація за двома основами – логічною та візуальною складністю розв’язання. Учням з певним рівнем компетенції (середнім, високим, достатнім) призначено більше, ніж одна задача – у задачах одного й того самого рівня логічної складності поступово нарощується візуальна складність. Тому, виконуючи завдання, кожний учень отримує достатню кількість задач для того, щоб встановити закономірності й прийти до необхідного висновку або самостійно, або з допомогою вчителя.

У наступному завданні пропонується побудувати у заданій ПДСК напрямлений відрізок за його координатами. Назви відрізків подано двома літерами, вказано точку прикладання. У кожній групі задач (першого, другого й третього рівнів логічної складності) вказані напрямлені відрізки мають одні й ті самі координати, а варіюється лише розташування точки прикладання. Крім того, у групі найпростіших задач використано візуальні підказки – на осях координат більшою товщиною ліній виділено відрізки, що пов'язані з проекціями заданих напрямлених відрізків на осі координат.

Під час проведення експериментальної роботи виконання таких вправ випереджало у часі введення названих понять. Набувши практичного досвіду знаходження координат декількох рівних за довжиною й однаково напрямлених відрізків за їх зображенням у ПДСК та виконання оберненої дії – побудов напрямлених відрізків за їх координатами, учні експериментальних класів показали значно вищі результати у розумінні поняття вектора та особливостей побудови його геометричної інтерпретації.

Підкріпленню таких навчальних здобутків сприяло виконання інших вправ нашого комплексу, зокрема, вправ на додавання векторів у координатній формі. За ними слідують вправи на додавання векторів у геометричній формі двома способами. Потім вправи на віднімання векторів, знову ж таки, спочатку в координатній формі, й лише після цього – у геометричній формі. Зауважимо, що візуальна складова для навчання додавання й віднімання векторів у координатній формі – одна й та сама. Для виконання дій з векторами у геометричній формі нами пропонуються інші малюнки, але знову ж таки візуальні основи завдань, пов'язаних з додаванням, і завдань, пов'язаних з відніманням векторів у геометричній формі, залишаються незмінними.

Для прикладу, наведемо два завдання із розробленої нами системи вправ.

У першому завданні (таблиця 1, мал. 1-12) вимагається знайти координати векторів-доданків і вектора-суми та записати відповідну векторну рівність у координатній формі. У другому завданні (таблиця 2, мал. 13-24) формулювання умови таке саме. У цих вправах ми використали візуальні аналогії двох типів – змістові та позиційні. Позиційні аналогії ми пов'язуємо з використанням ідентичного розташування малюнків (на однакових позиціях у матрицях), на базі яких має спрацювати візуальна аналогія. Бажано, щоб ці два завдання виконувалися учнями з невеликим розривом у часі. Для підсилення дії візуальних аналогій ми використовуємо ще й спеціальний спосіб розташування таких завдань-дублів. На розвороті посібника перше з них розташовано на сторінці ліворуч (парний номер сторінки), а друге – на сторінці праворуч (непарний номер сторінки).

На перший погляд може видатися, що відмінність візуальних компонентів цих завдань не є суттєвою. Однак, неістотні (з позицій знань досвідченого дорослого) відмінності у розташуванні заданих векторів на відповідних малюнках у першій та другій таблицях, як виявилось, виступили значними перешкодами для учнів контрольних класів. Повна ідентичність результатів виконання завдань, які візуально є відмінними, приголомшила учнів. Зауважимо, що у контрольних класах вивчення цього навчального матеріалу було організовано у традиційній послідовності. Наші завдання не використовувались.

В експериментальних класах учні, завдяки виконання попередніх завдань та методично грамотно побудованих пояснень вчителя, вже були підготовлені до появи таких результатів. Виконання наведених завдань не породило протиріч між візуальним та логічним. Більш того, учні експериментальних класів значно менше вагались і, врешті, мало помилялись при виконанні завдань на побудову суми векторів у геометричній формі, на відшукання різниці двох векторів як у координатній, так і в геометричній формі.

Загалом, при виконанні завдань контрольного зрізу учні експериментальних класів показали вищі результати, аніж учні контрольних класів. До таких завдань ми включили, зокрема, задачі на побудову вектора за його координатами у даній ПДСК, побудову суми та різниці двох векторів у геометричній формі – одні з найскладніших для учнів завдань при вивченні цієї теми.

Більш того, наприкінці вивчення теми для учнів експериментальних класів не виявилось несподіванкою, що сукупність усіх рівних за довжиною й однаково напрямлених відрізків у математиці вважається цілісним об'єктом, який має назву "вектор".

1. Петухов В.В. Психологическое описание визуальных способов решения задач: Автореф. дис. … канд. психол. наук: 19.00.01 / МГУ им. М.В.Ломоносова – М., 1978. – 18 с.
2. Погорєлов О. В. Геометрія: Планіметрія: Підруч. для 7-9 кл. серед. шк. – К.: освіта, 1994. – 238 с.
3. Поручинський А. І. Амплітудно-часові і топографічні характеристики викликаних потенціалів кори головного мозку школярів: Автореф. дис. ... канд біол. наук: 03.00.13 / Львівський національний університет імені І.Я.Франка. – Львів, 2000. – 16 с.
4. Психологія: Підручник / Ю.Л.Трофімов, В.В.Рибалка, П.А.Гончарук та ін.; за ред. Ю.Л.Трофімова. – К.: Либідь, 1999. – 558 с.
5. Резник Н.А. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием средств развития визуального мышления: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Ин-т Продукт. Обучения в лаб. естеств.-матем. образования Рос. Акад. образования. – 1997. – 32 с.
6. Тарасенкова Н.А. Геометрія,7. Диференційовані завдання за готовими малюнками: Навч. посібн. для учнів та вчителів середніх шкіл. – К.: Фенікс, 1998. – 76 с.
7. Тарасенкова Н.А. Диференційовані завдання за готовими малюнками для 8 класу. – К.: Кімо, 1999. – 80 с.
8. Тарасенкова Н.А. Диференційовані завдання за готовими малюнками для 9 класу. – Черкаси, 2000. – 112 с.
9. Тарасенкова Н. А. Пропедевтический этап обучения поиску дополнительных построений // Математика в школе. – 2000. – №4. – С.32-35.
10. Цукарь А. Я. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием образного мышления: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Новосиб. гос. пед. ун-т. – 1999. – 33 с.
11. Arnheim R. Visual Thinking. – Berkley, 1969.

Резюме. Раскрываются особенности организации обучения сложным вопросам темы «Векторы» курса геометрии основной школы.

Summary. The features of organization of training to difficult questions of a subject "Vectors" of a rate of geometry of the basic school are opened.

РЕАЛІЗАЦІЯ ПРИНЦИПІВ МОДУЛЬНОГО НАВЧАННЯ ПРИ ДИФЕРЕНЦІЙОВАНОМУ ВИВЧЕННІ СТЕРЕОМЕТРІЇ В КЛАСАХ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ

М.П.Красницький, асистент,
Державний педуніверситет ім.В.Г.Короленка, м.Полтава

З початком реформування системи освіти в Україні в шкільну практику (особливо у старшій школі) почали втілюватись ідеї модульного навчання:

- об’єднання програмового матеріалу в завершені інформаційні блоки (модулі) для подальшого вивчення його учнями;
- збільшення частки самостійного здобування знань учнями у навчальному процесі;
- зміна суб’єкт-об’єктних відношень між учителем та учнем суб’єкт-суб’єктними тощо.

Модульне навчання грунтується на принципах: модульності; виділення із змісту навчання окремих елементів знань; динамічності; дієвості й оперативності знань та їх системи; гнучкості; усвідомлення перспективи; різноманітності методичного консультування; паритетності відношень учителя й учнів [1, ст.56].

Вказані ідеї та принципи знайшли відображення у парадигмі особистісно-орієнтованого навчання, згідно якої першочерговим завданням школи є не формування особистості із наперед заданими якостями, а створення умов для повноцінного прояву і розвитку її індивідуальних рис. Чудові можливості для розв’язання цього завдання створює диференціація навчання. Вона забезпечує реалізацію основних принципів модульного навчання і, таким чином, є засобом втілення ідей особистісно-орієнтованого навчання. Покажемо це на прикладі методичної системи диференційованого вивчення стереометрії у класах математичного профілю.

Принцип модульності передбачає розбиття програмового матеріалу на окремі інформаційно-завершені частини, добір форм і методів організації навчального процесу, спрямованих на досягнення поставлених перед кожним учнем дидактичних цілей [1, с.56]. Тобто мова йде про виділення інформаційного модуля та методичне забезпечення його вивчення. Все це разом визначає один повний дидактичний цикл. В якості інформаційного модуля варто використовувати навчальну тему — логічно цілісну частину програмового змісту, що вивчається в межах одного повного дидактичного циклу [2, с.34].

Методика логіко-дидактичного аналізу змісту підручника з метою визначення обсягу навчальних тем представлена, наприклад, у роботі [2, с.36-42]. Вона передбачає таку послідовність дій:

1) визначити дидактичні цілі й основні завдання курсу;
2) проаналізувати структуру підручника з точки зору повноти і відповідності програмам послідовності представлення в ньому навчального матеріалу;
3) структурувати навчальний матеріал кожної *програмової теми*, виділивши об'єкти, поняття, відношення, геометричні факти і теореми, що вивчаються (елементи семантичних знань [3]);
4) встановити логічний зв'язок між виділеними елементами знань (які елементи використовуються при означенні або доведенні інших);
5) побудувати структурно-логічну схему (орієнтований граф) представлення кожної програмової теми в обраному підручнику;
6) виділити *навчальні теми* (їх зміст визначатимуть найбільш тісно пов'язані між собою вершини графа).

Курс стереометрії для спеціалізованих фізико-математичних класів ми розбили на 18 навчальних тем (інформаційних модулів), а для профільних – на 17. Вони представлені у таблиці 1.

Таблиця 1

№ п/п	**КЛАС, НАВЧАЛЬНІ ТЕМИ** (ІНФОРМАЦІЙНІ МОДУЛІ)	**Кількість годин**	
		у спеціалізованих класах	**у профільних класах**
	10 клас		
1.	Повторення курсу планіметрії.	5	4

2.	Аксіоми стереометрії.	6	6
3.	Паралельність прямих. Паралельність прямої і площини.	10	8
		+1	+1
4.	Паралельність площин. Паралельне проектування.	13	11
5.	Перпендикулярність прямих. Перпендикулярність прямої і площини.	12	10
		+1	+1
6.	Перпендикулярність площин. Ортогональне проектування.	11	9
7.	Координати в просторі..		
8.	Перетворення простору	10	5
9.	Вектори в просторі.	10 +1	+1
		10	7
10.	Повторення за рік.	13	5
	11 клас		
11.	Повторення курсу стереометрії (10 клас).	7	6
12.	Многогранники. Побудова плоских перерізів многогранників.	10	7
		+1	+1
13.	Призми. Піраміди.	15	8
14.	Тіла обертання.	16	10
15.	Центральне проектування. Елементи проективної та сферичної геометрії.	6	–
16.	Об’єми многогранників.	11	10
17.	Об’єми тіл обертання.	13	10
18.	Площі поверхонь тіл обертання.	10+1	6+1
19.	Повторення за рік.	12	9

Табл. 1. Перелік навчальних тем (інформаційних модулів) поглибленого курсу стереометрії

Зауважимо, що структурування навчального матеріалу в ході логіко-дидактичного аналізу програмової теми реалізує і другий принцип модульного навчання – виділення окремих елементів знань.

Після визначення змісту і структури навчальних тем (інформаційних модулів) конкретизують дидактичні цілі курсу відповідно до матеріалу кожної теми і складають тематичний план. У [4] показано, що освітні цілі для кожного рівня опанування змісту навчання мають формулюватися через діяльність учнів, характерну для певного рівня. У відповідності до рівнів навчального змісту, яким повинні оволодіти учні, ми розрізняємо обов'язковий, підвищений (базовий) і поглиблений рівні освітніх цілей. Такий підхід дає можливість у кінці дидактичного циклу уроку або повного дидактичного циклу вивчення теми встановити факт досягнення поставленої мети. Крім того створюються передумови для усвідомлення учнями перспектив вивчення окремих навчальних тем і всього курсу, реалізації принципу гнучкості методичної системи.

Реалізація принципу усвідомлення перспектив в умовах диференційованого вивчення стереометрії у класах математичного профілю може бути досягнута диференціюванням вимог до засвоєння знань учнями, відповідно до рівнів освітніх цілей, та структурованим представленням навчальної інформації, як при першому ознайомленні на лекції, так і при систематизації та узагальненні знань на уроці-семінарі. Дослідження показали, що ці форми лекційно-практичної системи навчання є досить ефективними при поглибленому вивченні стереометрії в школі. На нашу думку, вивчення кожної навчальної теми доцільно розпочинати оглядовою проблемною лекцією, завдання якої – ознайомити учнів із основними елементами знань розглядуваної теми, розкрити її значимість для подальшого вивчення математики і суміжних дисциплін у школі та вузі, показати практичну значимість. Семінари ж доцільно проводити у кінці вивчення не навчальної, а програмової теми. В одинадцятому класі курс стереометрії присвячений вивченню многогранників та тіл обертання. Тому можна обмежитись лише двома семінарами, тоді як у десятому – доцільно провести і чотири.

Згідно принципу гнучкості у модульному навчанні методична система вивчення інформаційних модулів і всього курсу повинна забезпечувати можливість адаптації навчального процесу до індивідуальних якостей і пізнавальних потреб кожного учня. При здійсненні рівневої диференціації на уроках стереометрії у фізико-математичних класах цей принцип реалізується через поєднання різних форм диференціації [5], побудову, відповідно до цілей навчання, і використання в навчальному процесі різнорівневої системи задач. Зокрема система задач має включати, залежно від орієнтовної основи дії учнів, яка формується, завдання таких рівнів складності: 1) розпізнавання; 2) відтворення; 3) продуктивно-евристичний; 4) творчий [6].

Принцип динамічності у модульному навчанні передбачає вільну заміну модулів з врахуванням соціального замовлення [1, с.57]. В умовах диференціації цей принцип реалізується за допомогою створення різних профілів навчання і доповнення програмового змісту інформаційними модулями, специфічними для того чи іншого профілю. Наприклад, у розглядуваній нами методичній системі таким модулем є "Центральне проектування. Елементи проективної та сферичної геометрії" (11 клас), який вивчається у спеціалізованих математичних класах, і не вивчається у профільних. Крім того, на нашу думку, принцип динамічності охоплює й можливість певних змін у послідовності вивчення окремих модулів, що обумовлюється різними підходами до побудови, у даному випадку, курсу стереометрії різними авторами підручників та навчальних посібників. Так за підручником О.В.Погорєлова "Геометрія 10-11: Стереометрія" навчальна тема (модуль) "Перетворення простору" вивчається у десятому класі, а "Многогранники. Плоскі перерізи многогранників" – в одинадцятому. За експериментальним же посібником для 10-11 класів шкіл з поглибленим вивченням математики Г.П.Бевза та ін. "Геометрія" порядок вивчення вказаних тем інший [7].

Що ж стосується принципу дієвості й оперативності знань та їх системи, то він перекликається із вимогою до навчання, сформульованою З.І.Калмиковою [3] та І.С.Якиманською [8]: необхідно формувати в учнів не лише семантичні знання, а й оперативні. Таку можливість дає діяльнісний підхід до навчання, який разом з іншими психологічними принципами покладено в основу здійснення рівневої і профільної диференціації. Він реалізується шляхом поступового просування учнів по рівнях у засвоєнні програмового матеріалу, залученням їх до розв'язування різноманітних проблем навчального характеру, переважанням продуктивних методів навчання над репродуктивними.

Здійснення рівневої диференціації передбачає і різноманітність методичного консультування як учнів так і вчителя. Наприклад, при розв'язуванні задач проблемного характеру міра допомоги різним категоріям учнів може бути різною: від розгляду проблеми із переважною участю в її розв'язанні вчителя до самостійного розв'язання задачі учнями, можливо з координуючими діями вчителя. Відносно ж учителя принцип різноманітності методичного консультування ставить вимогу професіоналізму в педагогічній діяльності, що є невід'ємною умовою реалізації будь-яких технологій навчання, у тому числі й диференційованого навчання.

І, нарешті, принцип паритетності відношень учнів і вчителя передбачає не лише взаємоповагу, а й рівноправність вчителя й учнів у виборі шляхів навчання, поступове зростання ролі самостійності здобування знань учнями. При здійсненні диференціації навчання учень самостійно обирає профіль навчання та рівень оволодіння навчальною програмою, крім того, продуктивні методи навчання, такі як: проблемне викладання матеріалу, частково-пошуковий (евристичний), дослідницький [9], створюють умови для самостійності та прояву творчості учнів при вивченні, зокрема, геометрії.

Отже, усі розглянуті принципи модульного навчання тісно пов'язані із загальнодидактичними принципами і реалізуються в умовах диференційованого навчання.

1. Юцявичене П.А. Принципы модульного обучения// Сов. педагогика.- 1990.- №1.- С.55-60.
2. Швец В.А. Реализация функций тематического контроля результатов обучения учащихся математике в старших классах средней школы: Диссерт. на соиск. уч. степени канд.пед..наук. – К., 1988. – 205 с..
3. Калмыкова З.И. Проблема преодоления неуспеваемости глазами психолога. – М.: Знание, 1982. – 96 с.
4. Красницький М. Цілі навчання стереометрії при здійсненні рівневої диференціації у класах фізико-математичного профілю/ Збірник наукових праць: Вісник Полтавського державного педагогічного інституту ім.В.Г.Короленка. – Полтава, 1998. – Серія "Педагогічні науки". – Вип. 1(5). – С.137-142.
5. Красницький М.П. Рівнева диференціація, як основа інтенсифікації профільного навчання математики/ Евристика та дидактика точних наук: Міжнар. збірник наук. робіт. – Вип. №7. – Донецьк: ТЕАН, 1997. – С.35-40.
6. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. – М.: Педагогика, 1989. – 190с..
7. Красницький М.П. Орієнтовне поурочне планування поглибленого курсу стереометрії // Математика. – №35 (47), №36 (48). – Вересень, 1999. – С.4-6.
8. Якиманская И.С. Знания и мышление школьника. – М.: Знание, 1985. – 80с.
9. Дидактика средней школы: Некоторые проблемы современной дидактики. Учебное пособие для слушателей ФПК директоров общеобр. школ/ Под ред. М.Н.Скаткина. – М.: Просвещение, 1982. – 319с.

Резюме. В статье раскрыта взаимосвязь модульного и дифференцированного обучения. В частности показано, что осуществление уровневой дифференциации при изучении стереометрии в классах математического профиля обеспечивает реализацию основных принципов модульного обучения.

Summary. Discussed in the artide is inter relationship between module and differentiated teaching. Particularly, it was shown that implementation of level differentiation while studying stereometry in the classes with majoring mathemitcs secures realisation of the main principles of module education.

ПЛАНУВАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

С.М.Григулич, асп., В.О.Швець, канд..пед.наук, доцент,
Національний педуніверситет ім. М.П. Драгоманова, м.Київ

Якості особистості школяра проявляються і розвиваються в його діяльності, зокрема в його самостійній діяльності. Тому серед критеріїв ефективності впровадження особистісно зорієнтованого навчання повинен бути ріст (позитивно мотивованої) самостійності школярів у їх учнівській праці.

Самостійна робота і є тією навчальною діяльністю, в якій найбільше проявляється учнівська самостійність. При цьому від того наскільки вдало з методичної точки зору вчитель зумів її організувати, настільки ж повно така робота враховує, а тим паче розвиває особистісні якості школяра. Організація ж самостійної роботи, на нашу думку, обов'язково повинна починатись з її планування у навчальному процесі. Систематичне, системне планування самостійної роботи забезпечує той рівень педагогічної майстерності, коли така робота стає не лише прийомом, формою, засобом викладання, а методом навчання.

В умовах швидкого зростання обсягу знань, коли вчитель змушений подавати великий обсяг наукової інформації в обмежений час, а учень – сприймати і засвоювати її, педагогічний процес стає дедалі складнішим та різноманітнішим. Зорієнтуватись у процесі навчання з вибором форми та виду самостійної роботи учнів стає дедалі складніше. Особливо це відчувається при вивченні математики в старшій школі, де частка самостійності учнів у оволодінні предметом – найбільша. Виникає потреба у створенні плану самостійної роботи учнів. Говорячи про планування самостійної роботи в навчальному процесі, слід вияснити якого відрізку змісту освіти вона стосуватиметься.

На практиці навчальний матеріал подається порціями, кожна з яких відповідає пізнавальній задачі, опосередкованій програмою. Розглянемо три способи дозування навчального матеріалу: "малими дидактичними одиницями", середніми, великими.

Засвоєння навчального матеріалу малими дозами (дидактичними одиницями) характерне для програмованого навчання. Така організація самостійної роботи учнів більш доречна у молодших та середніх класах, оскільки саме там матеріал найдоцільніше розбивати на малі порції.

Спосіб дозування навчального матеріалу середніми дозами, що полягає у вивченні змісту одного, рідше двох пунктів параграфа, підходить не для всіх видів самостійної роботи. Отже, на основі середньої дидактичної одиниці спланувати систему самостійних робіт не завжди можливо. Тому зазначені вище аспекти не є об'єктом нашої уваги.

Великі дидактичні одиниці відповідають декільком параграфам підручника. Створюється можливість організовувати навчально-виховний процес в системі за лекційно-практичною формою навчання.

Організація навчального процесу за лекційно-практичною формою навчання полягає в тому, що вчитель математики заздалегідь продумує певні розділи програми відповідно до шкільних підручників, навчально-методичної літератури та власного досвіду і на основі цього складає тематичний план. У ньому чітко спланована система уроків, визначені за основною дидактичною метою їх типи, встановлений орієнтовний зміст усіх видів робіт на уроках і тих, котрі потрібно заздалегідь виконати для організації і проведення уроків-семінарів, контрольно-залікових уроків, самостійних та контрольних робіт. Вчитель також добирає необхідні наочні посібники, діафільми, діапозитиви, задачі для розв'язування в класі і вдома, завдання для проведення диференційованих самостійних робіт тощо. Отже, планування самостійної роботи повинно бути пов'язане з плануванням навчальної теми.

Перший етап – формування цілей навчання, що відповідають навчальній темі. На нашу думку, не варто формулювати навчальну ціль стосовно кожного елементу навчального процесу, у тому числі і до самостійної роботи. Окрім того, що така робота забиратиме багато часу, вона не є необхідною. Рідко освітня ціль, на яку спрямована самостійна діяльність учня під час виконання ним самостійної роботи, різко відрізняється від освітньої цілі сформульованої до уроку чи навіть всієї теми. Щодо виховної та розвиваючої цілі, то слід зауважити, що сама реалізація вдало диференційованої та позитивно вмотивованої самостійної роботи несе досягнення ряду таких цілей, оскільки вимагає прояву волі, самостійності, уміння долати труднощі, передбачає активну розумову працю.

Етап здійснення логіко-дидактичного аналізу навчального матеріалу підручника, який цю тему реалізує, містить у собі процес оцінювання його доступності (з урахуванням індивідуальних особливостей учнів, на яких буде спрямована викладацька діяльність) для самостійного опрацювання учнями. Надалі це дасть можливість спланувати самостійну роботу з підручником. Такі роботи можуть бути різними як за видом, так і за формою. Наприклад, попереднє опрацювання теоретичного матеріалу наперед конкретним учнем (індивідуальне завдання), систематизація та узагальнення теоретичного матеріалу групою учнів; розв'язування завдань за зразками у підручнику.

Етап побудови структурно-логічної схеми навчального матеріалу теми супроводжується виявленням у ній таких логічних зв'язків (знову ж таки з урахуванням індивідуальних особливостей школярів), які учні можуть встановлювати самі, тобто проявити в навчанні самостійність. На основі такого аналізу вчитель в подальшому може спланувати самостійну роботу учнів, спрямовану саме на створення тієї навчальної ситуації, в якій учень сам здійснюватиме потрібний аналіз, синтез, порівняння, аналогію тощо.

Якщо виникає необхідність розділити навчальну тему на підтеми, то це можна здійснити на основі учнівської самостійності. Тобто виділити такі підтеми, які учень взмозі засвоїти самостійно і спланувати відповідні самостійні роботи. Серед них можуть бути домашні роботи або роботи пов'язані з опрацюванням додаткової літератури та написанням рефератів, готуванні повідомлень, тощо.

Наприклад, у темі “Тригонометричні функції” для самостійного опрацювання учням можна виділити наступні підтеми: “Радіанна кутів і дуг”; “Властивості тригонометричних функцій: y=cos(x), y=ctg(x); “Обчислення значень тригонометричних функцій і тригонометричних виразів за допомогою мікрокалькулятора”.

Самостійні роботи пов’язані з опрацюванням “історичних довідок” як повідомлень перед вивченням теми повинно носити традиційний характер. Доречі, такі самостійні роботи сприяють створенню позитивних мотивів щодо вивчення теми.

Забезпечення навчальної теми списком елементів знань і структурно-логічною схемою повинно супроводжуватись їх аналізом на предмет доступності (знову ж таки з урахуванням індивідуальних особливостей школярів) для сприйняття учнями. Вчитель визначається у тій кількості завдань, які повинні дати потрібну міцність знань, умінь та навичок. Це дає можливість вдало здійснити дозування у самостійних роботах запитань, задач, що необхідні для оволодіння учнями відповідними елементами знань.

Щодо переліку завдань, розв’язуючи які вчитель навчає учнів застосовувати отримані знання на практиці, то серед них варто виділити ті, які учні розв’язують самостійно, користуючись при цьому консультацією вчителя, однокласників, батьків.

На етапі представлення навчальної теми як дидактичного циклу відбувається прогнозування організації самостійних робіт, спрямованих на досягнення дидактичних цілей. Передбачаються обсяг, зміст та форма таких робіт. Тобто плануються самостійні роботи на повторення, засвоєння, закріплення теоретичної та практичної частини матеріалу теми.

На наступному етапі бажані перспективи щодо плану організації самостійної роботи учнів у навчальному процесі співставляються з реальними можливостями вчителя. Відсіюються неможливі з тієї чи іншої причини варіанти викладацької роботи.

Наступний етап планування характеризується тим, що приймається рішення про організацію конкретних видів самостійних робіт, про послідовність їх реалізації. Уточнюється форма організації таких робіт, а також здійснюється підбір дидактичного матеріалу та інших матеріальних засобів навчання.

Так діючи за вказаним алгоритмом і притримуючись запропонованої методики, до кожної навчальної теми можна сформулювати навчальну ціль, об'єкти вивчення, систему пізнавальних дій, детерміновану ланками дидактичного циклу, час вивчення вибраного відрізка змісту освіти і т. і.

Вибір вчителем завдань для пояснення матеріалу теми може бути однаковим для всіх класів. Робота досвідчених вчителів і методистів часто і спрямована на відшукування універсальних задач з точки зору вмісту в них тої наукової інформації, того потенціалу проблемності, що дозволяє найбільш влучно розкрити зміст поняття, логіку теореми чи визначення.

Це відбувається тому, що такі завдання більше прикріплені до змісту навчальної теми, ніж стосуються індивідуальних особливостей учнів.

Інша ситуація з завданнями спланованими на самостійне опрацювання учнями. Вибір таких завдань якраз тісно пов'язаний з індивідуальними особливостями учнів класу. Тому виділені у тематичному плані елементи знань, задачі у кожному класі відрізнятимуться. На практиці доцільно такі позначення робити олівцем, щоб мати можливість з часом вносити відповідні зміни.

Варто зауважити, що виділений у плані теми матеріал для самостійної роботи учнів ще не створює загальної картини таких робіт у навчальному процесі. Не дає орієнтації ні щодо їх виду, ні щодо їх форми. Вона є корисною лише в ракурсі прогнозування самостійності учіння в оволодінні матеріалом навчальної теми, а також в орієнтації про вміння і навички школярів навчатись самостійно. Це дає можливість вчителеві коректувати свою роботу на майбутнє і розподіляти обсяг тих чи інших видів та форм самостійної роботи так, щоб поступово знімати слабкі місця в реалізації учнівської самостійності.

Висновком таких міркувань є те, що хоча процеси тематичного планування та планування самостійної роботи учнів у навчальному процесі, є так би мовити, синхронними процесами, та результати цих процесів вимальовуються окремими моделями. Виникає потреба в окремому плані самостійної роботи учнів.

У зв’язку з великою різноманітністю особливостей класних колективів, методичної підготовки викладачів, особистісних якостей конкретних учнів, розподіл самостійних робіт у навчальному процесі досить варіативний. Тому складання плану досвідченими вчителями чи їх об’єднаннями, як наприклад у разі тематичного плану, для плану самостійної роботи не підходить. Такий план повинен складати кожний вчитель для кожного конкретного класу. Інакше не може йти мова про особистісно зорієнтоване навчання, яке передбачає саме такий підхід у навчанні, коли враховуються можливості як учнів, так і вчителя.

Створення у навчальному процесі системи самостійних робіт (моделлю якої є їх план) не легка справа. Це пов’язано з великою різноманітністю їх видів, форм, особливостей наукового змісту матеріалу конкретної теми, індивідуальних особливостей учнів. Кожного разу, плануючи ту чи іншу самостійну роботу, вчителеві слід враховувати багато факторів: навченість, научуваність, розумові здібності дітей, рівень сформованості умінь та навичок учнівської самодіяльності, умови реалізації самостійної роботи, особисту методичну підготовку і т. ін.

У зв’язку з цим виникає потреба в створенні форми плану самостійних робіт у навчальному процесі, яка б дозволяла враховувати вище згадані аспекти.

Така форма плану має бути, з одного боку, придатна для використання в будь-якому класі кожному вчителеві, з іншого боку, повинна бути зручною для відображення різних моделей систем самостійної роботи учнів у навчальному процесі.

Тобто форма плану, повинна бути такою, яка б дозволяла б сплановувати:

- самостійні роботи за дидактичною ціллю;
- самостійні роботи за ступенем самостійності учнів;
- навчаючі, контролюючі самостійні роботи;
- індивідуальні, групові, фронтальні форми організації самостійної роботи;
- час виконання самостійної роботи;
- урок, на якому дана робота організовуватиметься.

З урахуванням вище згаданих аспектів, нашою пропозицією є наступна форма плану самостійної роботи учнів у навчальному процесі.

Навчальні теми та підтеми / **Список класу**	*Означення і основні властивості похідної*			*Похідна елементарних функцій*		
		I	**II**		**I**	**II**
1.						

Види самостійних робіт

(за дидактичною ціллю)

I - самостійні роботи, що пов'язані з набуттям нових знань; II - самостійні роботи, що спрямовані на закріплення знань; III - самостійні роботи на повторення знань.

(за ступінню самостійності учня)

– Самостійна робота за зразком
– Варіативна
– Реконструкція
– Творча

Для кожного учня виділено два рядки: перший – теорія, другий – практика. К кутку квадратів, що відповідають груповій формі самостійної роботи можна помістити менші квадрати з номером відповідної групи у якій працюватиме учень. Фронтальну самостійну роботу можна виділити вказавши стрілкою на відповідний їй стовпчик. На індивідуальні вказуватиме відсутність вище згаданих позначень.

Домашні самостійні роботи представлені у тематичному плані, тому не вважаємо за потрібне їх вносити у план самостійної роботи. У разі ж індивідуалізованих домашніх робіт, то їх можна відобразити у плані самостійних робіт, зробивши примітку “Д/З”.

Запропонована форма плану дозволяє створити модель системи самостійних робіт. У ньому чітко прослідковується спосіб здійснення диференціації навчання за ступенем розвитку діяльнісних умінь та навичок (індивідуальна, групова, фронтальна роботи), властивостей розуму (роботи за зразком, реконструктивні, варіативні, творчі), індивідуальним темпом навчання (різний час виконання роботи для різних учнів).

Рівень навченості, научуваності, уяви, уваги, волі, уміння долати труднощі та інші особистісні якості учнів враховуються при підборі змісту та форми завдань для самостійної роботи, а також у виборі мотиваційно-цільового аспекту її організації.

План самостійної роботи учнів у навчальному процесі створює загальну картину системи таких робіт, допомагає прогнозувати самостійність учіння в процесі матеріалу навчальної теми.

Систематичне складання такого плану сприяє оволодінню вчителем таким методом навчання як самостійна робота, результатом якого є вміння та навички учнів навчатись самостійно, що є, як ми вважаємо, одною з найголовніших цілей навчального процесу.

1. Беспалько В.П. Программированное обучение. Дидактические основы. – М.: Высшая школа, 1970. – 300 с.
2. Болотник Л.В., Соколова М.А. Выделение объектов проверки на основе структурирования учебного материала / В кн.: Совершенствование проверки знаний и умений учащихся. Сб. науч. тр. НИИСиМО АНН СССР // Под ред. Р.Ф.Кривошаповой. – М., 1979. – С.17-24.
3. Есипов Б.П. Самостоятельная работа учащихся на уроке. – М.: Учпедгиз, 1961. – 239 с.
4. Журавлев И.К., Зорина Л.Н. Дидактическая модель учебного процесса // Новые исследования в педагогических науках. – М. – 1979. – №1. – С.18-23.
5. Зоренко И.С. Дидактические условия организации самостоятельной учебной работы школьников: Дис. канд. пед. наук. Криворожский гос. Педагогический ин-т. – Кривой Рог, 1997. – 181 с.
6. Зорина Л.Я. Дидактические цикл процесса обучения и его элементы. – Советская педагогика. – 1983. – №10. – С.31-35.

Резюме: Раскрывается процесс планирования самостоятельной работы учеников в учебном процессе. Предлагается форма самостоятельной работы.

Summary: This article deals with the problems concerning the planning of the independent work of pupils during the educational process. The article suggests the form of the for scheme of some independent works.

ЗАСТОСУВАННЯ ЗАЛІКОВОЇ СИСТЕМИ ПЕРЕВІРКИ ПІДСУМКІВ НАВЧАННЯ УЧНІВ З МАТЕМАТИКИ В МЕДИЧНОМУ УЧИЛИЩІ

О.В.Шавальова,викладач,
Бердянське медичне училище, м. Бердянськ

Педагогічна сутність залікової системи перевірки результатів навчання полягає в розчленуванні всієї програми даного предмета на розділи, що відбивають етапність формування знань, навичок і вмінь (залікові розділи); в системі зростаючих від розділу до розділу вимог до знань, навичок та вмінь учнів і рівня розвитку їх самостійності; в обліку успішності кожного учня з кожного розділу курсу.

Залікова система дозволяє більш об’єктивно і систематично провадити перевірку і облік знань учнів. Підсумкові оцінки (піврічні й річні) при цьому виводяться не на основі окремих випадкових оцінок, одержаних учнями на уроках, а в результаті систематичного обліку успішності учня за розглядуваний період з кожного залікового розділу. При цьому враховуються спостереження за роботою учнів на уроках і консультаціях, результати поточної перевірки знань, виконання письмових робіт і, нарешті, заліку.

При означенні кількості залікових розділів слід виходити з наступних міркувань:

1) об’єм матеріалу, який виноситься на залік, повинен дозволяти викладачеві за порівняно короткий час ґрунтовно і глибоко перевірити знання учнів, впевнитись в наявності у них необхідних навичок і вмінь;
2) матеріал, який виноситься на залік, повинен носити завершений характер, тобто бути певним етапом у формуванні знань, навичок і вмінь.

При визначенні кількості заліків необхідно пам’ятати, що із збільшенням об’єму кожного розділу учням важче готуватися до заліку як із-за самого об’єму, так і через тимчасовий розрив між вивченням матеріалу і перевірки його засвоєння.

Враховуючи вище написане, ми виділяємо такі залікові розділи в курсі “Математика”.

I семестр (обсяг 72 години)

1) Лінійні та квадратні рівняння, нерівності та їх системи.
2) Функції, їх властивості та графіки.
3) Показникова, логарифмічна та степенева функції.
4) Показникові, логарифмічні та ірраціональні рівняння та нерівності.
5) Тригонометричні функції.
6) Тригонометричні рівняння та нерівності.

II семестр(обсяг 104 години)

1) Границя числової послідовності та функції в точці.

2) Похідна. Правила диференціювання.

3) Дослідження функції за допомогою похідної та побудова графіків функції.

4) Неозначений інтеграл. Основні методи інтегрування.

5) Означений інтеграл та його застосування.

6) Вектори й координати.

7) Прямі та площини в просторі.

8) Геометричні тіла та поверхні.

9) Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл.

10) Елементи теорії ймовірності та математичної статистики.

В практиці викладання математики застосовуються різні типи заліків: повністю письмові (контрольна робота), змішаного характеру (письмові й усні), лише усні.

Ми використовуємо такі типи заліків

№	**Залікові розділи**	**Тип заліку**
1	Лінійні та квадратні рівняння, нерівності та їх системи.	Письмовий
2	Функції їх властивості та графіки.	Усно-письмовий
3	Показникові, логарифмічні та степеневі функції.	Усний
4	Показникові, логарифмічні та ірраціональні рівняння та нерівності.	Письмовий
5	Тригонометричні функції.	Усно-письмовий
6	Тригонометричні рівняння та нерівності.	Письмовий
1	Границя числової послідовності та функції в точці.	Усно-письмовий
2	Похідна. Правила диференціювання.	Усний
3	Дослідження функції за допомогою похідної та побудова графіків функцій.	Письмовий
4	Неозначений інтеграл. Основні методи інтегрування.	Усно-письмовий

5	Означений інтеграл та його застосування.	Письмовий
6	Вектори й координати.	Письмовий
7	Прямі та площини в просторі.	Усний
8	Геометричні тіла та поверхні.	Усно-письмовий
9	Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл.	Письмовий
10	Елементи теорії ймовірності та математичної статистики.	Усний

По заліковому розділу, де передбачений письмовий залік, виконання письмової контрольної роботи є обов'язковим для всіх учнів. При складанні завдань потрібно враховувати типові помилки учнів і включати в них такі запитання і вправи, в яких вони часто допускають помилки. Задачі і запитання в роботі слід розташовувати в порядку зростання трудності так, щоб вони активізували пам'ять, мислення й міркування учнів. В залежності від теми, задачі й запитання можуть бути самими різноманітними. Іноді треба включати в роботу задачі або вправи з домашньої роботи. На основі результату контрольної роботи виводиться залікова оцінка. Учні, що не писали контрольної роботи або виконали її на оцінку, що їх не задовольняє, запрошуються на повторний письмовий залік.

Наведемо приклад варіанту контрольної роботи для заліку з розділу "Лінійні та квадратні рівняння, нерівності та їх системи."

ВАРІАНТ №2

1) Розв'язати рівняння: а) += (4 бали)

б) x^3-5x^2+6x=0 (3 бали)

2) Розв'язати нерівності: а) x^2+7x+12>0 (4 бали)

б) (6 балів)

3) Розв'язати систему рівнянь: (9 балів)

4) Розв'язати систему нерівностей: (10 балів)

По заліковому розділу, по якому передбачається залік змішаного характеру (усно-письмовий), якщо учень виконував письмові завдання на кожному уроці, де розглядався відповідний матеріал, на уроках був активним, правильно відповідав на запитання викладача, він може бути атестований по заліковому розділу без виклику на залік. Усно можуть бути опитані лише ті учні, які мають позитивні оцінки по письмовим роботам. В окремих випадках учням можуть бути запропоновані лише питання письмового характеру.

Наведемо приклади контрольної роботи та питань для співбесіди на заліку з розділу "Функції, їх властивості та графіки".

Варіант №1

1) Побудувати графік функції $y=(x+1)^2-4$.
2) Знайти область визначення функції y=.
3) Дослідити функцію на парність $y=x^4-2x$.

Питання для співбесіди

1) Що ми розуміємо під функцією?
2) Яка множина називається областю визначення функції f:A->D ?
3) Що ми розуміємо під множиною значень функції?
4) Що називається аргументом функції?
5) Які способи завдання функції Вам відомі?
6) Як знайти значення функції в точці, якщо функція задана аналітично?
7) Як знайти значення функції в точці, якщо функція задана графічно?
8) Яка функція називається зростаючою на проміжку <a;b>?
9) Яка функція називається спадною на проміжку <a;b>?
10) Яка функція називається незростаючою на проміжку <a;b>?
11) Яка функція називається неспадною на проміжку <a;b>?
12) Яка функція називається монотонною на проміжку <a;b>?
13) Що ми розуміємо під парною функцією?
14) Чи є графік парної функції симетричним?

15) Що ми розуміємо під непарною функцією?

16) Чи є графік непарної функції симетричним?

17) Яка функція називається періодичною?

18) Що називається періодом функції?

19) Як пов’язані між собою графіки взаємно-обернених функцій?

20) Які перебудови графіків ми відносимо до елементарних?

По заліковим розділам, по яким передбачений усний тип заліку, проводиться співбесіда з учнями, на якій перевіряються як теоретичні знання, так і основні навички, їх застосування на практиці. Застосовується також форма взаємоконтролю. Прикладами питань для співбесіди або взаємоконтролю з розділу “Похідна. Правила диференціювання ” можуть бути:

- означення похідної функції в точці;
- геометричний зміст похідної;
- як довести правильність твердження: “не кожна неперервна функція диференційована в області її визначення ”?
- чому дорівнює похідна функції $y=x^3$?
- чому дорівнює похідна функції $y=\text{tg } x$?
- чому дорівнює похідна функції $y=\ln x$?
- чому дорівнює похідна суми двох функцій?
- чи правильне твердження: похідна добутку двох функцій дорівнює добутку їх похідних?
- як знайти похідну функції $y=(x^2-4)x^3$?
- чому дорівнює похідна частки двох функцій?
- назвіть правило знаходження похідної від складної функції;
- знайдіть похідну функції $y=\sin x^2$?
- знайдіть похідну функції $y=(x^2-3)^4$.

Як додаткові запитання на заліку доцільно пропонувати учням завдання, які дозволяють зробити висновок про рівень розвитку самостійності учнів в навчальній діяльності. Слід перевіряти вміння працювати з математичним текстом, користуватись довідковою літературою, приділяти увагу удосконаленню математичної мови учнів.

Ефективність застосування залікової системи перевірки залежить також від цілеспрямованої систематичної роботи вчителя по підготовці учнів до заліку. Ми використовуємо такі методи роботи:

1. На початку навчального семестру повідомляємо учням розділи по яким потрібно складати залік, і форми проведення цього заліку.

2. В процесі вивчення розділу знайомимо учнів з вимогами, які будуть пред'явлені до їх знань, навичок і умінь на заліку, теоретичні питання, зразкові типові завдання і вправи, список навчальної літератури (в тому числі і додаткової).

3. Заліку передує спеціальне домашнє завдання і кропітка консультаційна (як групова, так і індивідуальна) робота.

В цілях зменшення виникаючих труднощів поруч з поступовим посиленням вимог до знань учнів окремим учням дозволяється здавати залік за частинами.

Слід відмітити, що з введенням залікової системи перевірки знань, навичок і умінь учнів з'являється можливість основний час уроку приділяти поясненню нового матеріалу та його закріпленню.

Процес прийому заліку в умовах медичного училища повинен носити навчаючий характер в тому розумінні, що після заліку в учнів не повинно залишатись нез'ясованих питань з даного розділу і він повинен піти з заліку збагаченим.

Відомо, що відсутність з боку вчителя систематичної перевірки засвоєння учнями матеріалу, що вивчається а, отже, й незнання фактичного стану рівня їх знань є однією з причин слабкої успішності учнів з математики. Цим створюються передумови нерозуміння учнями подальших розділів програми і прививається безвідповідальне відношення до навчання; спочатку учень не вчить тому, що не розуміє матеріалу, а потім – тому, що не звик до систематичної роботи. Підвищення якості навчання неможливе без почуття відповідальності учнів за свою власну працю. Вчитель повинен поставити всіх учнів в такі умови, щоб вони працювали щодня і при цьому відчували насолоду від результатів своєї роботи.

Як показує практика, одним з методів підвищення відповідальності учнів є залікова система перевірки підсумків навчання. При такій перевірці учитель одержує найбільш своєчасну і об'єктивну інформацію про засвоєння учнями даної теми, забезпечує регулярність і систематичність контролю. Учні привчаються працювати над кожною темою, привчаються систематично і щоденно, завжди бути в стані готовності до відповіді, а вчитель одержує можливість своєчасно виявляти прогалини в знаннях учнів і приймати конкретні заходи до їх усунення. В даному випадку тематичний облік знань – це неформальне накопичення оцінок, а одна з важливих дидактичних умов організації процесу навчання.

За результатами перевірки вчитель бачить ступінь засвоєння матеріалу учнями і відповідно до цього планує свою подальшу роботу.

Загальна оцінка за тему виставляється в журнал. Проміжні оцінки в журнал не виставляються, вони потрібні учневі і вчителеві для того, щоб можна було проконтролювати щоденну роботу.

Залікова система перевірки підсумків навчання дозволяє своєчасно усунути недоліки в знаннях учнів з врахуванням можливостей кожного учня, концентрувати їх увагу на головних, істотних питаннях теми.

Такий вид роботи привчає учня працювати щодня, розвиває настирливість в навчанні, виробляє у нього відповідальне відношення до навчання, оскільки він знає, що його контролюють по кожній темі.

Запропонована форма не виключає, а передбачає такі форми роботи, як усне опитування з теми проведення самостійних робіт та інші види перевірки знань учнів.

Резюме. В статье описывается опыт применения зачетной системы проверки результатов обучения учащихся по математике в Бердянском медицинском училище.

Summary. In article the experience of functioning of the examing system of control of results of the education of students (at Mathematics) in Berdyansk medical college is described.

ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДИЧНИХ РЕКОМЕНДАЦІЙ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ СЛУХАЧІВ ЗАОЧНИХ ПІДГОТОВЧИХ КУРСІВ

А.М.Нестеренко, асистент,
Інженерно-технологічний інститут, м.Черкаси

Основним джерелом отримання навчальної інформації для слухачів заочних підготовчих курсів є методичні вказівки з елементарної математики, які містять розрахунково-графічні та контрольні роботи, а також відповідна їм навчально-методична література.

Проведений нами аналіз методичних посібників [5,6,7,8,9,10], які пропонуються в різних вузах слухачам підготовчих курсів, дозволяє виділити принаймні такі недоліки:

а) не завжди наведена інформація з теорії є достатньою і систематизованою, а саме, зустрічаються такі недоліки: у довідковому відділі наведені не всі властивості, формули, малюнки, теореми, які застосовуються при розв’язуванні завдань для самостійної роботи;

б) варіанти наведених індивідуальних завдань містять однотипові задачі, у яких не здійснюється принцип поступового нарощування складності;

в) наприкінці деяких методичних вказівок не відмічено основної рекомендованої літератури.

Взагалі, недоліком методичних вказівок для слухачів-заочників є те, що вони не забезпечують диференційованої допомоги при виконанні завдань, як це можуть мати слухачі денних та вечірніх курсів. Слухачі не можуть отримати вчасної консультації з боку викладачів (найчастіше це пов'язано з проживанням слухача в іншій місцевості), не можуть вчасно і сповна використати необхідну навчальну літературу (відсутність бібліотечного фонду).

На нашу думку такі недоліки дистанційного навчання можна усунути певною мірою, якщо крім прямих завдань методичні рекомендації будуть містити і завдання провокуючого характеру (наприклад, окрема система вправ зі спільною проблемою "Знайти помилку"), або приховані провокуючі завдання у системі запитань для самоконтролю. Крім того, зразки розв'язання прикладів доцільно оформляти у наступний спосіб:

- запитання з подальшим виконанням дії;
- дії з подальшим детальним поясненням;
- система питань, на які слухач може відповісти.

Наприклад: Поясніть, чи правильно, що логарифмічна нерівність рівносильна системі і чому?

Якщо до теми в методичних рекомендаціях розбираються декілька прикладів, то в системі таких прикладів доцільно дотримуватись поступового скорочення пояснень, а саме:

- перший приклад слід розв'язати з якомога більшими поясненнями до всіх виконуваних дій (чому з даної умови отримали рівносильну систему або інший вираз, чому змінили знак (>, <, +, -), які теоретичні відомості при цьому використали, як отримати розв'язок системи або сукупності і т.ін.);
- демонструючи розв'язання другого прикладу зробити лише деякі пояснення, що до виконуваних дій (яку зробили заміну, виходячи з яких теоретичних відомостей отримали рівносильний вираз і т.ін.);
- третій приклад розв'язати стисло, без пояснень, щоб слухачі самостійно обмірковували хід розв'язання, спираючись на попередні приклади.

Відмітимо інші особливості побудови методичних рекомендацій дистанційного навчання.

1. Теоретичні відомості потрібно розділити на окремі блоки, до кожного з яких віднести окремий випадок.
2. Приклади застосування того чи іншого теоретичного факту доцільно наводити відразу після сформульованого факту.
3. Система завдань для самостійного розв'язування, які спрямовані на вдосконалення навичок та вмінь, повинна бути: а)дифференційованою; б) містити завдання усіх типів, розглянутих в теоретичних відомостях; в) містити не менше 3 задач на кожен тип.
4. На нашу думку, методичні рекомендації повинні містити систему теоретико-практичних запитань і завдань роз'яснювально-уточнюючого характеру.
5. Доцільно запропонувати слухачам підготовчих курсів систему завдань провокуючого характеру, які допомагають при дистанційній організації навчання прямого застосування знань, навичок та умінь.
6. Кожний варіант контрольної роботи доцільно комплектувати у наступний спосіб:

а) з трьох рівнів складності слухач обирає певний за бажанням;

б) кожен рівень складності повинен містити всі типи завдань, визначених в теоретичних відомостях;

в) кількість варіантів може бути довільною.

7. Наприкінці методичних рекомендацій слід відмітити список літератури, рекомендованої для уточнення і розширення знань з теми, що вивчається.

Розглянемо приклад побудови методичних рекомендацій з теми "Ірраціональні нерівності". Методичні рекомендації мають наступну структуру:

1. Теоретичні відомості з наведеними прикладами.
2. Запитання і завдання для самоконтролю.
3. Варіанти індивідуальних завдань.
4. Список рекомендованої літератури.

Тема: Ірраціональні нерівності

1. Теоретичні відомості

Означення: Алгебраїчна нерівність називається ірраціональною, якщо її невідома змінна знаходиться під знаком кореня (радікала).

При розв'язанні ірраціональних нерівностей корені парного степеня розглядаються тільки арифметичні, а корені непарного степеня розглядаються на всій числовій осі (при всіх дійсних значеннях підкореневих виразів).

Слід пам'ятати:

1) при піднесенні обох частин нерівності в непарний степінь завжди отримується нерівність рівносильна заданій;

2) обидві частини нерівності можна підносити до парного степеня лише тоді, коли вони невід'ємні, при цьому отримується нерівність, яка рівносильна заданій.

Розв'язання ірраціональних нерівностей зводиться до розв'язання рівносильної їм сукупності систем раціональних нерівностей.

Розглянемо основні типи ірраціональних нерівностей.

I. Якщо n – парне натуральне число, нерівність виду рівносильна системі нерівностей:

Приклад: Розв'язати нерівність:

Розв'язання:

Дана нерівність рівносильна системі:

До цієї системи увійшли нерівності, які формалізують наступне:

1) умову невід'ємності підкореневого виразу;
2) умову того, що обидві частини нерівності повинні бути додатними;
3) нерівність, яка отримується з даної піднесенням обох частин до квадрату, при цьому використана властивість коренів .

Виконуючи елементарні перетворення і використовуючи властивості нерівностей, перейдемо до наступної рівносильної системи: , яку отримали таким чином:

a) у першій нерівності додали до обох частин –10 та поділили обидві частини на 2;
b) у другій нерівності додали до обох частин нерівності 5 та поділили обидві частини нерівності на 3;
c) у третій нерівності розкрили в правій частині квадрат різниці за формулою і додали до обох частин нерівності вираз, протилежний за знаком до правої частини нерівності.

Звівши подібні доданки, отримали квадратичну нерівність, яку розв'яжемо методом інтервалів. Отримаємо таку систему : в якій: розклали квадратний тричлен на множники за формулою , де - корені квадратного тричлена.

Розв'яжемо графічно на числовій прямій кожну нерівність системи і знайдемо перетин множин розв'язків цих нерівностей.

- 5 5/9 5/3 3 x

З малюнка видно, що розв'язки нерівностей системи співпадають на проміжку (3; ∞). *Відповідь:*

Завдання для самостійного розв'язування:

Розв'язати нерівності: Відповіді:

1.

2.

3.

Аналогічно розглянутому прикладу будуються матеріали для таких типів нерівностей:

II. , якщо n – парне натуральне число.

III. ⊕ якщо n – парне натуральне число.

IV. ⊕ , якщо *n* – непарне натуральне число.

Після основних типів нерівностей розглянемо приклади розв'язування деяких нетипових видів ірраціональних нерівностей. Наприклад, таких як:

1) ;

2)

2. Запитання і завдання для самоконтролю.

1. Які з нерівностей є ірраціональними і чому?

а) б) в)

г) д) е) .

2. Чому такі ірраціональні нерівності не мають розв'язків?

а) б)

в) г)

д) е)

є) .

3. Чи можна вважати рівносильними нерівності і чому?

а) і ;

б) і

в) і

г) і

д) і

е) і

4. В чому полягає метод розв'язування ірраціональних нерівностей?

5. Чим відрізняється розв'язування ірраціональних нерівностей з коренем парного і непарного степенів?

6. Довести, що нерівність не має розв'язків:

7. Знайти помилку:

а)

б)

3. Варіанти індивідуальних завдань контрольної роботи

(Наведемо один з варіантів).

Варіант 1. Розв’язати нерівності.

№	Завдання за рівнями складності		
	А–обов’язковий	*Б - середній*	*В – підвищений*
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

4. Список рекомендованої літератури: [1], [2], [4], [11] та

1. 3000 конкурсных задач по математике. Под ред. проф. Н.А.Бобылева. – М.: Рольф, 1997 – 608с.
2. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1991.- 352 с.
3. Сканаві М.І. Збірник задач з математики для вступників до вузів. Минск. – Изд. Высшей м. шк. 1990. – 528 с.
4. Цыпкин А.Г., Пинский А.И. Справочник по методам решения задач по математике для средней школы. – М.: Наука, 1989. – 576 с.
5. Шарыгин М.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике: решение задач: Учеб. пособие для 11-х классов средней школы. – М.: Просвещение, 1991.

На нашу думку, розширений і вдосконалений апарат організації засвоєння матеріалу, який подається у методичних рекомендаціях для дистанційного навчання, дозволить підвищити ефективність навчання на заочних підготовчих курсах.

1. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. – М.: Наука, 1987. – 240 с.
2. Каплан Я.Л. Математика. Пособие для подготовки к конкурсным экзаменам в вузы. – К.: Вища школа, 1970. – 500 с.
3. Контрольні роботи з математики для слухачів підготовчого відділення (збірник завдань для проведення поточного контролю). – К.: КДТУБА, 1998. – 31 с.
4. Мельников И.И., Сергеев И.Н. Как решать задачи по математике на вступительных экзаменах. – М.: Изд-во Московского университета, 1990. – 303 с.
5. Методичні вказівки з математики для абітурієнтів ЧІТІ. – Черкаси: ЧІТІ, 1994. – 96 с.
6. Методические указания к тематическим работам по математике для слушателей подготовительного отделения (логарифмические, показательные и тригонометрические уравнения, неравенства и системы) – К.: КПИ, 1982. – 60 с.
7. Методические указания по геометрии. Раздел «Планиметрия» - К.: КИСИ, 1981. – 77 с.
8. Методичні вказівки для слухачів підготовчих курсів. Розділ "Тригонометрія". І частина. - Черкаси: ЧІТІ, 1999.
9. Методические указания по математике для поступающих на подготовительное отделение. - К.: КИСИ, 1983. – 15 с.
10. Методические указания по математике для поступающих на подготовительное отделение. - К.: КИСИ, 1986. – 24 с.
11. Назаренко О.М., Назаренко Л.Д. Тисяча і один приклад. Рівності і нерівності. Посібник для абітурієнтів. - Суми: Слободянщина, 1994. – 272с.
12. Павлович В.С. Анализ ошибок абитуриентов по математике. – К.: Вища школа, 1975. – 232 с.

Резюме. В статье раскрываются особенности и структурирование методических рекомендаций для слушателей заочных подготовительных курсов.

Summary. This articl deals with the pecularities and the structure of the methodical recomenations for the pupils of the Preparatory courses of the Higher Educational Establishments studying for the Correspondence

ЗМІСТ

ДО ВІДОМОСТІ АВТОРІВ

В ЗБІРНИКУ ПУБЛІКУЮТЬСЯ ОРИГІНАЛЬНІ РОБОТИ З ДИДАКТИКИ МАТЕМАТИКИ, РОЗВИВАЮЧОГО НАВЧАННЯ, ЕВРИСТИКИ, ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ІДЕЙ ТА МЕТОДІВ У НАВЧАННІ.
МОВА ПУБЛІКАЦІЇ – УКРАЇНСЬКА, РОСІЙСЬКА, АНГЛІЙСЬКА.

Редколегія зберігає за собою право відхиляти роботи без обговорення та рецензування.

Витрати на публікацію сплачуються автором.

Об`єм статті від 6 до 10 сторінок.

Бажано раніше узгоджувати назву та об`єм роботи, надіслав її коротку анотацію.

Для публікації необхідно представити рекомендацію кафедри та відгук члена редакційної ради.

Автор надає:

1) 1 екземпляр статті (яку набрано у WORD, на білім папері розміром 297x210 мм, підготовленої для репродуктування на резографі (чіткий та контрасний друк);
2) дискету з файлом своєї роботи.

Формули та малюнки теж набираються на комп`ютері. Малюнки розміщуються усередині тексту (не окремо!).

Поля: ліворуч - 25 мм, праворуч - 25 мм, зверху - 25 мм, знизу - 25 мм.

Номери сторінок не проставляти !

Через 1 інтервал друкується: назва роботи великими жирними літерами симетрично, далі - пропуск рядка і ініціали та прізвище автора (авторів), науковий ступень, вчене звання – курсивом, рядковими літерами, з симетричним розміщенням, потім на другому рядку місце роботи та адреса для спілкування (адреса вказується за бажанням авторів)- курсивом, рядковими літерами. Після цього - пропуск рядка і йде початок тексту роботи. Текст друкується через 1,5 інтервали. Пропуск спочатку абзацу - 7 литер. Посилання на літературу розташовуються номерами у квадратних дужках. Список літератури йде у кінці роботи після пропуску рядка через 1 інтервал, без додаткових назв. Оформлення бібліографії стандартне (ГОСТ 7.5-88). Після статті та списка літератури (якщо він є) треба додати резюме на двох мовах, відмінних від тієї, котрою написано статтю через 1 інтервал.

Екземпляр рукописа повинен бути підписаний автором. На звороті останнього аркуша автор повинен вказати своє призвище, ім`я по батькові повністю, науковий ступень, вчене звання, місце роботи та посаду, наукового керівника (якщо він є), домашню та робочу адресу з індексом, домашній та робочий телефони, fax, E-mail (якщо є).

При пересиланні рукопис та дискету повинно розмістити не згинаючи поміж двома аркушами картону або покласти у папку.

МОЖЛИВЕ СПІЛКУВАННЯ ЕЛЕКТРОННОЮ ПОШТОЮ

РОБОТИ, ЯКІ НЕ ВІДПОВІДАЮТЬ ВКАЗАНИМ ВИМОГАМ,
ПУБЛІКУВАТИСЯ НЕ БУДУТЬ!

Роботи надсилати за адресою: пр.Миру 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна, Хорольській Олені Вікторівні.

Fax: (38)–(0622)-927112 (Для Скафи О.І.).

E-mail: skafa@univ.donetsk.ua

E-mail: horol@bio.donetsk.ua
Контактні телефони:
Науковий редактор - доц. Скафа Олена Іванівна
Тел.:(38)-(0622)-919244 (р.), (38)-(0622)-554429 (д.), код для СНД (0622).
Відповідальний секретар - ст.викл. Хорольська Олена Вікторівна
Тел.:(38)-(0622)-992375 (р.), (38)-(062)-3378985 (д.).

Наукове видання

**ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕНЯ
МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ**

Випуск 15

Рекомендовано до друку вченою радою Донецького національного університету 27.04.2001 (протокол №4).

Редакція збірника:
Науковий редактор – канд. пед. наук, доц. Скафа Олена Іванівна.
Тел.: (38)-(0622)-919244 (р.) (38)-(0622)-554429 (д.), код для СНД (0622).
E-mail: skafa@univ.donetsk.ua

Відповідальний секретар – ст. викл. Хорольська Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(0622)-992375 (р.), (38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: Horol@bio.donetsk.ua

Адреса редакції збірника: Кафедра вищої математики та методики викладання математики. Донецький національний університет, вул. Університетська, 24, Донецьк, 83055, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:
Хорольській О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Підписано до друку 29.04.2001 р. Формат 60х90/16. Папір типографський.

Друк Офсетний. Умовн. друк. арк. 10,75 Тираж 300 прим. Замовлення № 308

Видавництво Донецької фірми наукоємних технологій НАН України
(Фірми ТЕАН)
Україна, 83050, Донецьк, а/я 435. E-mail: tean@an.dn.ua
Надруковано: Лабораторія комп'ютерних технологій Донецького національного університету,
83055, м.Донецьк, вул. Університетська, 24