

International Collection of Scientific Works
Міжнародний збірник наукових робіт
Международный сборник научных работ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблеми і дослідження

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations
ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

Випуск 22

Засновники:

Національний
педагогічний
університет
ім.М.П.Драгоманова
Донецький
національний
університет

Інститут
педагогіки
Академії
педагогічних
наук
України

Донецька школа
евристики та точних наук
Донецької фірми
наукоємних технологій
(Фірма ТЕАН)
Національної академії
наук України

Редакційна колегія:

М.І.Бурда, чл.-кор. АПН України, док. пед. наук, проф. чл.-кор. АПН України,
Ю.І.Мальований, чл.-кор. АПН України, канд. пед. наук,
Т.М.Хмара, канд. пед. наук, ст. наук. співроб.,
(Інститут педагогіки АПН України, Київ),
М.В.Працьовитий, док. фіз.-мат. наук, проф.,
З.І.Слепкань, док. пед. наук, проф.,
В.О.Швець, канд. пед. наук, проф.,
(Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова м.Київ),
Г.В.Горр, док.фіз.-мат.наук, проф.,
О.Г.Кучерявий, док.пед.наук, проф.,
О.І.Скафа, канд. пед. наук, доц.,
О.В.Хорольська, ст.викладач
(Донецький національний університет),
М.Я.Ігнатенко, док. пед. наук, проф.
(Кримський державний гуманітарний інститут),
В.І.Ключко док. пед. наук, проф.
(Вінницький національний технічний університет).
Н.М.Шунда, док. пед. наук, проф.
(Вінницький державний педуніверситет).

Редакційна рада:

Я.Ю.Бейгельзімер, член Нью-Йорської АН, док.тех.наук, проф.
(Донецький національний технічн.університ., Донецький фізико-технічний інститут ім. О.О.Галкіна НАН України),
В.О.Гусєв, док. пед. наук, проф.
(Московський державний педуніверситет),
І.О.Новік, дійсний член БАО, док. пед. наук, проф.
(Національний педуніверситет, Мінськ),
А.Плоцкі, док. пед. наук, проф.
(Інститут математики, Педагогічна академія, Краків, Польща),
В.Берінде, док. математики, проф.
(Університет Байя-Маре, Румунія),
Е.Р.Цекановський, док. фіз.-мат. наук, проф.
(Ніагарський університ., США),
Н.О.Кулеско-Палант, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співробітник
(Донецький фізико-технічний інститут ім. О.О.Галкіна).

Донецьк Фірма ТЕАН 2004

УДК 51(07)+53(07)

ББК В1 р

Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році.

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 26.11.2004 (протокол № 9).

Д44 Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 22. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2004. – 136 с. (Міжнародна програма «Евристика та дидактика точних наук»).

ISBN 966-7507-0-9 (серія)

ISBN 966-7507-12-2 (Фірма ТЕАН, Україна)

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів та студентів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся и студентов.

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

УДК 51(07)+53(07)

ББК В1 р

ISBN 966-7507-0-9 (серія)

ISBN 966-7507-12-2 (Фірма ТЕАН, Україна)

**© Донецька фірма наукоємних технологій
НАН України (Фірма ТЕАН), 2004**

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу "Педагогічні науки" включено наш збірник наукових робіт "Дидактика математики: проблеми і дослідження" (Бюллетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання "Евристика та дидактика точних наук" міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

ЗМІСТ ВИПУСКУ

Швець О.В. <i>О.М.Астриб – засновник методичної школи в Україні</i>	4
Ключко В.І. <i>Проблема трансформації змісту курсу вищої математики в технічних університетах в умовах використання сучасних інформаційних технологій</i>	10
Славка К., Димчо К. <i>Специальность „Математика и информатика” в контексте государственного стандарта</i>	16
Крилова Т.В., Тихонцова Н.І., Орлова О.Ю. <i>Активізація процесу навчання математики студентів вищих закладів освіти</i>	21
Наконечна Т.В. <i>Деякі аспекти інженерної освіти у сучасному інформаційному суспільстві</i>	24
Мазнев А.В. <i>Синергетический аспект педагогической деятельности в ВУЗе</i>	28
Пуханова Л.С. <i>Застосування елементів інформаційних технологій як засіб інтенсифікації навчального процесу</i>	34
Subbotin I.Y., Badkoobehi H., Bilotskii, N.N. <i>Application of fuzzy logic to learning assessment (применение нечеткой логики к анализу оценивания знаний студентов)</i>	38
Иванов И., Николов Й., Петрова Р., Божидарова М., Първулов С., Трайчев Т., Тончева Н., Стефанов С. <i>Видеозанятия по математике – средство формирования профессиональных учений студентов</i>	42
Гроза В.А., Лещинський О.Л., Тихонова В.В., Томащук О.П. <i>Розширення уявлень студентів про число шляхом вивчення кватерніонів</i>	45
Панченко Л.Л. <i>Навчання студентів математичному моделюванню у візівських курсах геометрії</i>	50
Улитин Г.М., Гончаров А.Н. <i>О суммировании числовых рядов в курсе высшей математики</i>	58

Бевз В.Г. <i>Використання історичного матеріалу у навчанні елементарної математики майбутніх учителів</i>	62
Скафа О.І. <i>Концепція формування прийомів евристичної діяльності учнів в процесі навчання математики</i>	69
Тымко Ю.Г. <i>Система педагогических умений учителя в эвристическом обучении математике</i>	76
Чашечникова О.С. <i>Система компонентів творчого мислення, що можуть діагностуватися в процесі навчання математики</i>	81
Тарасенкова Н.А., Нестеренко А.М. <i>Приём порівняння і розвиток пізнавальної самостійності майбутніх абітурієнтів при вивченні математики</i>	88
Межейнікова Л.С. <i>Про визначення поняття активізації пізнавальної діяльності учнів в процесі навчання</i>	94
Черних Л.В. <i>Диференційований підхід до навчання учнів математики на основі їх персональних когнітивних стилів</i>	100
Гончарова И.В., Кокотов О.Л. <i>Индивидуальный подход к развитию творческой личности школьника через систему коррекционных эвристических упражнений</i>	106
Наконечна Л.Й. <i>Особистісно орієнтоване навчання в контексті окремого уроку</i>	112
Braverman A., Samovol P., Applebaum M. <i>Positive impressing of a school research problem (положительный импрессионг математической задачи)</i>	116
Сморжевський Ю.Л. <i>Узагальнення і конкретизація як прийоми евристичної діяльності та їх диференційоване формування в учнів на уроках стереометрії</i>	121
Прус А.В. <i>Вибрані питання прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії</i>	127
Босовський М.В. <i>Граничний перехід в геометричних задачах</i>	132



О.М.АСТРЯБ – ЗАСНОВНИК МЕТОДИЧНОЇ ШКОЛИ В УКРАЇНІ

В.О.Швець,
*канд. педагог. наук, професор,
Національний педуніверситет
ім.М.П.Драгоманова, м. Київ*

Минає 125 років від дня народження Олександра Матвійовича Астряба – відомого українського математика-педагога, заслуженого діяча науки УРСР, першого завідувача кафедри математики і методики викладання математики Київського педагогічного інституту імені О.М.Горького (нині НПУ імені М.П.Драгоманова).

Олександр Матвійович Астряб народився 4 вересня 1879 р. у м.Лубни Полтавської губернії в сім'ї вчителя. У 1899 р. після закінчення Лубенської гімназії він поступив на фізико-математичне відділення природничо-історичного факультету Київського університету, який закінчив у 1904 р. з дипломом І ступеня.

У 1904/05 навчальному році О.М.Астряб працював викладачем математики і фізики у Глухівській гімназії, а з 1905 р. він викладав математику і фізику у київському комерційному училищі М.М.Володкевича.

Молодого О.М.Астряба зацікавили проблеми нової школи і він став одним з організаторів комерційного училища нового типу ("Первое общество преподавателей"). У цей час читав курс математики і методики математики слухачам вищих жіночих курсів, народного університету, Київського і Лубенського вищих педагогічних курсів.

Олександр Матвійович постійно цікавився новітніми досягненнями у педагогіці і методиці, тому у 1907 р. він здійснив поїздку до Франції для вивчення стану і особливостей викладання математики у французьких школах. У цьому самому році його обрали дійсним членом Київського фізико-математичного

товариства, яке приділяло велику увагу питанням викладання математики в школі.

У 1912 р. О.М. Астряб брав участь в роботі I Всеросійського з'їзду учителів математики. У 1910–1916 рр. він працював у комісії Київського навчального округу зі складання проекту програми з математики і фізики для гімназій.

У 1922–1925 рр. О.М.Астряб читав лекції з математики і фізики на робітничих факультетах Київського політехнічного і Київського сільськогосподарського інститутів, працював на робітничому факультеті при Київському інституті народного господарства і в трудовій школі. З 1925 р. працював доцентом, пізніше – професором Київського інституту народної освіти, з 1930 р. – у Київському інституті соціального виховання (який потім був перетворений у Київський педагогічний інститут, нині НПУ імені М.П.Драгоманова) і Київському фізико-хіміко-математичному інституті. У 1936 р. О.М.Астряб очолив відділ методики математики Українського науково-дослідного інституту педагогіки.

Починаючи з 1924 р. в школах УРСР запровадили комплекси, а згодом їм на зміну прийшли проекти. Тому виникла потреба у розробці нової методики математики відповідно до но-

вих форм і методів навчання. Найбільший внесок до неї зробив О.М.Астряб. Йому належить одна із перших спроб створення задачників з арифметики для молодшого концентру, побудованих за комплексною системою викладання. Перший підручник з математики для молодшого концентру трудшколи за “методом проектів” також підготував О.М.Астряб. Підручник мав виконувати одночасно дві функції: забезпечення опрацювання комплексної теми і формування певної системи знань і вмінь учнів з математики. Для цього матеріал кожної теми підручника поділено на дві частини – А і В, а в кінці підручника запропоновано довідник. У першій частині (А) вміщувався матеріал, який стосувався комплексної теми і мав назву “практичні роботи”. Друга частина (В) складалася з:

- вказівок до виконання практичних вимірювань, підрахунків та арифметичних дій, якими слід володіти для виконання попередньої практичної роботи;

- задач і вправ, які не завжди пов’язані з комплексною темою і запропоновані з метою засвоєння “математичної техніки” після того, як комплексна тема закінчена й підводяться підсумки роботи.

У 1927 – 1928 рр. О.М.Астряб став керівником групи київських авторів зі створення аналогічних підручників з математики для міських шкіл, а в 1929–1931 рр. він очолив роботу над підручником “Робітна книжка з математики для 4-го року навчання”. Кожен з підручників мав свою структуру, але спільним для них була наявність:

- “комплексних проектів” – завдань, що вимагають проведення певних спостережень, порівнянь, дослідів, трудових процесів;

- “математичних проектів” – завдань суто математичного характеру;

- задач і вправ тренувального характеру (не пов’язаних з комплексною тематикою) на засвоєння “математичної техніки”;

- найрізноманітнішого довідкового матеріалу;

- матеріалу з історії математики, математичних ігор тощо.

У 1923–1929 рр. авторським колективом за безпосередньої участі О.М.Астряба (а також ним самим) видано книжки, які потім перевидавалися кілька разів: «Арифметичний задачник для першого року навчання» (1924 р.), «До світла» (1924 р.), «До праці» (1926 р.), «Задачник для другого року навчання» (1927 р.) та інші. Особливістю цих видань є зв’язок теорії з життям, цікавий і живий виклад матеріалу (задачі-оповідання, віршований виклад, математичні ігри), наявність завдань, які активізують учнів, спонукають їх самостійно працювати, досліджувати, робити відповідні висновки. Наочність викладу, простота і чіткість у побудові речень робили підручники Олександра Матвійовича доступними для учнів.

Як відомо, комплексне навчання не знайшло підтримки в школах УРСР. Тому передові педагоги математики, виступаючи проти цього принципу як єдиного і головного в системі навчання, спрямовували свою діяльність на піднесення математичної освіти, забезпечення систематичності і міцності знань учнів з математики. Особливого значення Олександр Матвійович надавав питанню типізації і систематизації арифметичних задач, що не втратило актуальності і в наш час. Принципове значення на той час мала стаття О.М.Астряба “Методика арифметичної задачі в сучасній трудшколі” (1929 р.).

У 1924–1927 рр. у старшому концентрі трудових шкіл України геометрію вивчали за підручником «Геометрія на дослідах», а з 1927 р. – за підручником «Геометрія для трудшкіл» О.М.Астряба. У «Геометрії на дослідах» відповідний матеріал викладено індуктивно-лабораторно в такій послідовності: формулювання теореми (властивості); виконання досліду; доведення; задача на практичне застосування даної властивості. У «Геометрії для трудшкіл» математичні твердження вводяться і обґрунтовуються так: розглядається задача, з’ясовується, що шукану

величину можна знайти, якщо певні фігури мають якусь властивість; пропонується за допомогою досліду (креслення, вимірювання тощо) переконатися в тому, що така властивість справді має місце; доводиться ця властивість; робиться загальний висновок, формулюється властивість.

У 30–60-х рр. колектив математиків-методистів під керівництвом професора О.М.Астряба заклали основи методики викладання початкового і систематичного курсів арифметики, геометрії і тригонометрії. Упродовж цього часу написано посібники з методики викладання математики в школі: «Як викладати геометрію в політехнічній школі» (1934 р.), «Як викладати геометрію в середній школі» (1934 р.), «Розв'язування стереометричних задач» (1936 р.), «Принцип систематизації арифметичних задач» (1939 р.), «Теорія і методика задач на побудову» (1939 р.), «Методика розв'язування задач на побудову в середній школі» (1940 р.), «Арифметична задача» (1941 р.), «Методика стереометрії» (1949 р.), «Нариси з методики викладання арифметики» (1950 р.), «Наочна геометрія в IV—V класах» (1951 р.), «Викладання геометрії в середній школі. Планіметрія» (1953 р.), «Особливості викладання математики в середній школі при політехнічному навчанні» (1954 р.) та інші.

У стереометрії особливу увагу О.М.Астряб приділяв зв'язку між вивченням просторових форм і вимірюванням геометричних величин, а в планіметрії – вивченню рівності трикутників. Він вважав, що для доведення ознак рівності трикутників у шкільному курсі геометрії слід спиратися на поняття руху, але під час заключного повторення курсу геометрії необхідно ознайомити учнів і з аксіоматичним підходом до доведення цих ознак.

Кілька видань витримала колективна праця “Методика розв'язування задач на побудову”, у якій О.М.Астряб

виступив редактором і автором розділу “Загальні методичні зауваження до розв'язування задач на побудову в середній школі”. Міркування автора з приводу корисності від розв'язування задач на побудову залишаються слушними для вчителів математики і сьогодні. “Розв'язування геометричних задач на побудову, – писав О.М.Астряб, – дає учням велику користь, особливо при політехнічному навчанні.

По-перше, щоб розв'язувати задачі на побудову, учень повинен ґрунтовно вивчити певну геометричну фігуру, положення її елементів у просторі, взаємозв'язок між ними тощо. Усе це впливає на розвиток просторових уявлень, виховує свідоме ставлення до просторової форми, що так потрібно кожній людині в усіх галузях практичної діяльності.

По-друге, під час розв'язування задач на побудову учень повинен робити вступний аналіз умови задачі за рисунком, доводити правдивість певного процесу побудови, досліджувати можливість різних її випадків. Усе це вимагає від учня використання певних логічних тверджень та міркувань. Отже, розв'язування задач на побудову позитивно впливає на розвиток загального математичного мислення.

По-третє, розв'язуючи задачі на побудову, учень повинен широко застосовувати найрізноманітніші зв'язки між даними і шуканими елементами фігури, пригадувати велику кількість теорем з різних розділів курсу геометрії, вміти з великого запасу відомих йому теорем вибрати саме ту, яка потрібна для розв'язування даної задачі... Разом з цим учень набуває дуже корисних при політехнічному навчанні навичок щодо застосування загальних теоретичних тверджень до окремих конкретних випадків, дістає можливість пов'язувати теорію з практикою.

Наприкінці треба звернути увагу ще й на таке дуже важливе значення задач на побудову. Коли ми в систематичному курсі геометрії починаємо вперше вживати поняття про ту або іншу нову геометричну форму, то ми повинні дати не тільки означення цієї фігури, а й довести учням можливість її існування, тобто можливість побудови її простішим приладдям (наприклад, циркулем і лінійкою). Таку вимогу також підкреслює Евклід в своїх «Началах». Тому, ознайомлюючи учнів з поняттям трикутника, треба показати можливість побудувати його за певних умов; вводючи поняття паралелограма, слід показати на окремих задачах можливість побудови цієї фігури; вивчаючи правильні многокутники, треба навчити учнів будувати ці многокутники, знаючи, скажімо, радіус вписаного або описаного кіл і кількість сторін многокутника.

Отже, задачі на побудову повинні становити органічну частину всього теоретичного курсу елементарної геометрії в середній школі”.

Говорячи про завдання політехнічного навчання на уроках і позакласних заняттях з математики, учений передбачав такі шляхи їх здійснення: підвищення обчислювальної культури учнів і озброєння їх відповідними практичними навичками; проведення вимірювальних робіт на місцевості та інших вимірювальних робіт і прищеплення навичок користування вимірювальними приладами; використання на уроках математики виробничого матеріалу і розв’язування задач, які розкривають різні процеси виробництва або будову найпоширеніших сучасних машин та інструментів; технічне моделювання у зв’язку з виготовленням наочних посібників. Цій проблемі О.М.Астряб присвятив статтю “Особливості викладання математики в середній школі при політехнічному навчанні”, надруковану в 1954 р. у збірнику статей

за його редакцією. Розглядаючи проблему ознайомлення учнів з історією математики, він доходить такого висновку: “При політехнічному навчанні на ознайомлення учнів з історією розвитку математики треба робити ще більший наголос, треба виховувати ще більший інтерес в учнів до тих чи інших відомостей з історії математики взагалі і зокрема до ролі наших вітчизняних математиків у розвитку математики як науки. При цьому вчитель математики не повинен обмежуватися ознайомленням учнів тільки з датами з життя нашого вченого або тільки переліком певних фактів з історії математики. Викладачеві треба щоразу особливий наголос робити на таких особливостях усієї діяльності наших вітчизняних вчених-математиків:

- по-перше, на їх прагнення поєднувати теорію з практичними застосуваннями (Чебишев, Остроградський, радянські вчені);

- по-друге, на пошуках нових прогресивних шляхів для розв’язування певної наукової проблеми і наполегливій упертій боротьбі із застарілими консервативними поглядами (Лобачевський, Марков, Ляпунов);

- по-третє, на прагненні наших вчених математичним знанням озброювати широкі кола людей, математичну культуру робити досягненням для всього людства (Остроградський, Чебишев, Лобачевський, Ковалевська, наші радянські вчені-математики)”.

Характерною особливістю багатьох робіт О.М.Астряба є історичний підхід до теми, критичний аналіз літератури, врахування психологічних особливостей учнів певного віку, переконливість, обґрунтованість і конкретність методичних пропозицій. Він неодноразово наголошував на тому, що вдосконалення викладання математики має відбуватися у двох напрямках — підвищення ідейно-теоретичного рівня викладання та органічний зв’язок теорії з практикою.

Багато уваги приділяв О.М.Астряб загальній методиці математики: розвитку самостійності й активності

учнів, питанням міжпредметних зв'язків, організації позакласної роботи, елементам історизму у викладанні. Великого значення надавав Олександр Матвійович вихованню в учнів звички користуватися підручником. Він радив учителям після ознайомлення учнів з означенням, доведення певної властивості пропонувати учням відкрити підручники і прочитати відповідний матеріал; щоб перед розв'язуванням певної задачі учні спочатку знайшли її в підручнику й один з учнів (або вчитель) прочитав умову. Підсумовуючи опрацьований матеріал, учитель знову має використати підручник, запропонувати учням відкрити його на певній сторінці і наголосити, що там вони знайдуть основні висновки, до яких дійшли на уроці.

«Треба прагнути до того, – говорив О.М.Астряб, – щоб учні в підручнику бачили знаряддя, яке допомагає засвоїти матеріал, опрацьований у класі під керівництвом учителя».

У своїх працях О.М.Астряб зазначав також, що тільки знання учнями словесного означення певного математичного поняття, або тільки вміння словами формулювати певне правило ще не свідчать про те, що учень добре засвоїв і зрозумів їх. Він радив учителям не захоплюватися швидким заучуванням дітьми словесних формулювань певних правил, а прагнути допомогти їм ґрунтовно усвідомити зміст цього поняття або правила і тільки після цього вимагати від учнів стислих і правильних формулювань.

Багато уваги Олександр Матвійович приділяв систематизації математичних задач. Він вважав, що вміння розв'язувати типові задачі певної групи конче потрібно для опанування вміння розв'язувати задачі взагалі, але воно не може бути самоціллю, є не головним і далеко не єдиним чинником у складному процесі набуття навичок самостійного розв'язування задач. Таке вміння – це

тільки допоміжний засіб у цьому процесі. Щоб не зв'язувати ініціативи учнів алгоритмами розв'язування типових задач, треба щоб основних типових груп було якнайменше. Розглядаючи процес навчання учнів розв'язуванню задач, О.М.Астряб вважав неприпустимим, щоб задачу розв'язував тільки учень біля дошки, а весь клас пасивно, суто механічно копіював те, що записується на ній. Розв'язувати задачу мають усі учні, і вчитель повинен щоразу звертатися із запитаннями до різних учнів класу. Учень біля дошки є тільки одним з активних учасників колективу, який розв'язує задачу.

Цікавий підхід мав О.М.Астряб до проблеми навчання учнів доведенню теорем. «Уміння зацікавити дітей змістом даної теореми, викликати в них інтерес до дослідження певної невідомої ще залежності є одним з важливих стимулів для свідомого ставлення учнів до процесу доведення цієї теореми. В усіх наших підручниках так повелося, що спочатку дається готовий текст теореми з остаточно сформульованою шуканою залежністю, а учням залишається тільки засвоїти саме доведення справедливості поданої в готовому вигляді закономірності. Коли ми хочемо викликати в дітей більшу зацікавленість, пробудити в них інтерес дослідницького характеру, то доцільніше буде починати нову теорему з формулювання завдання в загально цільовому напрямі з таким розрахунком, щоб вона була остаточно розшифрована і сформульована тільки в кінці дослідження – доведення, тобто так, як це буває в кожного дослідника.»

Значний внесок зробив О.М.Астряб і в організацію підготовки майбутніх учителів математики. Так, у 1928 р., виступаючи з доповіддю на конференції методистів-математиків інститутів народної освіти України, він виголошує програму педагогічної практики студентів педвузу. У ній зазначається що підготовка вчителя математики не мислима без проходження педагогічної

практики в школі.

Така практика має відбуватись у два етапи. Спочатку має бути так звана "пасивна практика", на якій студенти протягом певного часу відвідують уроки, ознайомлюються з основними принципами навчання, програмою, робочими планами вчителів, відповідною літературою, наочними посібниками. Кожний студент складає плани різних типів уроків, готується до їх проведення (хоч і не проводить безпосередньо).

На другому етапі студенти самостійно проводять уроки, на яких мають бути присутні всі практиканти і методист. О.М.Астряб не радив захоплюватись великою кількістю проведених уроків, а пропонував звертати особливу увагу на серйозну підготовку до них студентів і детальне обговорення проведених уроків з виставленням оцінок.

Після закінчення підпрактики пропонувалося проводити підсумкову конференцію всього курсу, на якій детально обговорювалися б загально-методичні і організаційні питання, що виникли під час практики.

Хіба не за цією програмою працюють педвузи і нині?!

Свої погляди з питань історії математичної освіти і розвитку методико-математичної думки в Україні О.М.Астряб виклав в статтях: «З історії викладання математики в радянській школі» (1947 р.), «З історії розвитку методики викладання математики в школах України» (1957 р.), «Викладання математики в Росії і на Україні в XVII—XVIII ст.» (1954 р.).

Цікаві історико-методичні нариси, в яких учений аналізує методичні погляди Л.М.Толстого, М.В.Остроградського, К.Ф.Лебединцева, О.В.Ланкова; розкриває

роль Евкліда і Лежандра як основоположників підручників з геометрії.

Олександр Матвійович часто виступав з лекціями перед учителями Києва і інших міст України. Жодна серпнева чи січнева нарада вчителів математики м.Києва та багатьох районів Київської обл. не проходила без участі професора Астряба та його співробітників. І кожного разу його виступи були присвячені актуальним темам, насичені фактичним матеріалом, значними конкретними і реальними пропозиціями.

Олександр Матвійович Астряб був частим і бажаним гостем на учнівських вечорах і урочистих ранках, в учнівських майстернях, на уроках і екзаменах. Учні обирали його почесним членом своїх математичних товариств, вели з ним жваве листування.

Великі заслуги мав учений у підготовці молодих наукових кадрів з методики математики в Науково-дослідному інституті педагогіки та в Київському педагогічному інституті імені О.М.Горького. Близько двадцяти аспірантів, учителів і робітників педвузів захистили написані під його керівництвом кандидатські дисертації. Сотні вчителів були його учнями.

У 1944 р. Президія Верховної Ради УРСР присвоїла професору Астрябу звання заслуженого діяча науки УРСР. Він кавалер ордена Леніна, лауреат премії імені К.Д.Ушинського.

Помер О.М.Астряб 18 листопада 1962 р., залишивши нащадкам велику наукову і педагогічну спадщину – понад сто статей, підручників, навчальних посібників. Він похований на Байковому цвинтарі у м.Києві.

У вчителів і методистів-математиків України збереглися найкращі спогади про О.М.Астряба як людину великої і прекрасної душі.

Summary. Methodical heritage prominent of Ukrainian mathematics Alexsander Astryab is considered in article.

Надійшла до редакції 28.05.2004 р.

ПРОБЛЕМА ТРАНСФОРМАЦІЇ ЗМІСТУ КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТАХ В УМОВАХ ВИКОРИСТАННЯ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

В.І. Ключко,
доктор педагогічних наук, професор
Вінницький національний технічний університет

Курс вищої математики в технічному ВНЗ є фундаментом математичної підготовки майбутнього фахівця, яка здійснюється з метою розвитку логічного і алгоритмічного мислення студента, озброєння його методами дослідження, аналізу і моделювання пристроїв, явищ і процесів, а також методами обробки й аналізу результатів експериментів. Необхідно навчити студентів прийомам розв'язування математично формалізованих задач, виробити у студентів уміння аналізувати одержані результати, навички самостійного вивчення літератури з математики та її застосування.

Вимоги до математичної освіти сучасного фахівця зазнали суттєвих змін: послабла роль деяких розділів класичної математики; з'являються нові навчальні математичні дисципліни. Читке уявлення про нові розділи математики необхідно мати майбутньому фахівцеві з таких причин: по-перше, йому необхідно знати, як можна і потрібно грамотно застосовувати той чи інший математичний метод, та сприймати зміст праць, в яких він використовується; по-друге, мати уявлення про практичні можливості використання нових розділів математики.

Вища технічна школа має значний досвід щодо постановки математичної освіти [6,7,8]. Разом з тим в цій галузі освіти є досить багато нерозв'язаних проблем. Часто знання з математики майбутніх інженерів носять формальний характер, не відповідають потребам фахових дисциплін і загальному рівневі підготовки сучасного фахівця. Однією з головних причин цих недоліків є недосконалість змісту та методичної системи навчання вищої математики. Так, наприклад, зміст спеціальних дисциплін разом з їхнім математичним апаратом за

останні роки суттєво змінюється, а зміст курсу вищої математики залишається майже незмінним. Необхідно додати також, що ця проблема загострюється у зв'язку з впровадженням на спеціальних кафедрах комп'ютеризованих технологій навчання, використанням потужного комп'ютерного супроводу розв'язування математичних задач.

Один із напрямів розв'язування проблеми підвищення рівня математичної освіти фахівців вбачається у впровадженні нових інформаційних технологій у процес навчання математики.

Між фахівцем та предметними знаннями виникає посередник у вигляді інформаційної технології у даній галузі знань [4]. Предметні знання стають віддаленішими, фахівець все частіше користується пакетами програм. Тому у навчальному процесі уже на молодших курсах повинно бути передбачене знайомство із ППП, такими як DERIVE, NUMERI, Maple, Mathematica, EUREKA, MathCAD та ін.

Дослідження комплексу проблем, пов'язаних з НІТН математики, започатковано у роботах А.П.Єршова, М.І.Бурди, М.І.Жалдака, О.І. Ляшенка, Н.І.Кузнецова, О.Л. Кузнецова, В.М. Монахова,

Ю.С.Рамського, В.Г.Розумовського, О.В.Співаковського і інших дослідників.

При розробці теоретичних і методичних аспектів проблеми важливе значення мають науково-методичні дослідження з формування математичних знань, умінь і навичок (М.І.Бурда, М.І.Жалдак, П.М.Ерднієв, М.Я.Ігнатенко, Т.В.Крилова, М.В.Метельський, З.І.Слепкань, А.А.Столяр, І.Ф.Тесленко, М.І.Шкіль, Н.М.Шунда і ін.).

Метою даної статті є узагальнення проведених автором досліджень щодо проектування змісту курсу вищої математики в технічних ВНЗ в умовах використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій.

Тут можливі два підходи. Або повна перебудова навчального процесу з метою створення нових комп'ютеризованих курсів математики, або розробка методики використання систем комп'ютерної математики (СКМ) MathCAD, Mathematica, Maple, DERIVE, GRAN 1 і інших спеціалізованих програмних продуктів (наприклад, NUMERI) під час вивчення традиційних математичних курсів. Для курсу вищої математики з його канонічною структурою і змістом другий шлях на нашу думку є перспективнішим.

Розробка власного програмного забезпечення для підтримки курсу вимагає значних ресурсів. В результаті ж не приводить до несумісних один з одним навчальних програм для розв'язування окремих вузьких питань тієї чи іншої теми курсу. Загальним недоліком більшості таких програм є те, що їх можна використовувати лише для ілюстрації і тестування. Це не дозволяє студенту вирішувати задачі творчо, а тому недостатньо реалізують і розвивають його інтелектуальний потенціал, а викладачеві – реалізувати концепцію діяльнісного підходу до навчання, що передбачає включення до змісту навчання знань таких видів: світоглядні, мотиваційні, теоретичні, понятійно-описові. Розкриття ж світоглядної, філософської

сторони математичних понять, теорем, ідей і методів не тільки підвищує інтерес студентів до вивчення математики і до самого процесу пізнання, але формує інтерес до дисциплін гуманітарного циклу.

Принципово інший підхід полягає у створенні навчального середовища на базі відомих систем комп'ютерної математики, що дозволяє зосередити зусилля па методичному змісті досліджуваної предметної області, розробці методик розв'язування задач, алгоритми яких передбачають складні символічні перетворення [1]. Крім цієї головної переваги, слід зазначити і той факт, що при такому підході не потребує особливих вимог попередня комп'ютерна підготовка як студента, так і викладача. Непотрібна прив'язка до визначеного чину комп'ютера, операційної системи або певного пакету прикладних програм. Розроблене викладачем наповнення середовища системи комп'ютерної математики методичним матеріалом у цьому змісті є універсальним.

ППЗ дозволяють використовувати нові форми і методи навчання - роботу з інформаційними системами, проведення демонстрацій і експериментів на математичних моделях процесів, організацію самостійної роботи методом творчих завдань з адаптацією до можливостей і здібностей студентів. Все це сприяє реалізації в навчальному процесі принципу системності знань та формуванню системного, упорядкованого типу сприймання і опрацювання математичної інформації.

Не всі студенти мають однакову готовність до навчання у ВНЗ. Деякі з них не отримують на занятті інтелектуального навантаження, не будуть задоволені їх пізнавальні потреби. А тривалий стан такого неузгодження між функціональним та інтелектуальним навантаженням призводить до втрати інтересу до навчання. Це пояснюється тим, що не вдається досягти однієї з головних цілей навчання – розуміння навчального матеріалу, що могло б трансформуватись у внутрішні потреби

навчання. Тобто в багатьох випадках не вдається зовнішні стимули перевести у внутрішні. Для створення умов виникнення внутрішніх стимулів пізнавальної активності, організація початкового періоду оволодіння новим навчальним матеріалом повинна бути здійснена таким чином, щоб студент одержав суттєвий результат у навчанні за мінімальний термін. Як показали наші дослідження [7], з цією метою для початкового вивчення відбирається така навчальна інформація, яка необхідна для досягнення суттєвого результату. Наприклад, якщо студент з деяких причин вчасно не вивчив тему «Невизначений інтеграл», то можна вважати, що на певному рівні не будуть засвоєні такі розділи, як диференціальні рівняння, інтегральне числення функцій багатьох змінних, ряди Фур'є та інші. Використовуючи пакети MathCAD, Maple, DERIVE, GRAN 1 та інші, викладач може ефективно реалізувати принцип залучення студентів до навчальної діяльності незалежно від рівня їхніх попередніх знань з деяких розділів курсу, ці студенти можуть на рівні з іншими оволодіти матеріалом теми.

Застосування пакетів під час проведення лабораторних робіт, практичних занять з деяких тем розділів «Визначений інтеграл», «Диференціальні рівняння», «Кратні інтеграли» та інших, де необхідно обчислювати інтеграли, складати та розв'язувати диференціальні рівняння, дає можливість збільшити у 3-5 разів, у порівнянні із традиційною організацією заняття, кількість завдань, які розв'язуються та аналізуються на занятті.

У дисертації М.І.Бурди [2] теоретично і експериментально обґрунтовано принципи, які складають основу відбору змісту освіти з математики: принцип пріоритету розвиваючої функції навчання, принцип інформаційної ємності і соціальної ефективності, принцип діагностико-прогностичної реалізованості, принцип диференційованої реалізованості; дидактичні принципи навчання: науковості та доступності, наступності, систематичності, системності і перспек-

тивності, наочності, модульний принцип, принцип концентризму, принцип гуманізації і гуманітаризації освіти.

В силу універсального характеру ці принципи стали основою при відборі змісту знань з математики, якими може оволодіти студент за допомогою НІТН.

При цьому враховувались такі особливості предметної області:

- навчання з використанням НІТН потребує спеціальної структурної організації навчального матеріалу;

- комп'ютер є робочим інструментом фахівця, тому важливо навчити студентів використовувати його при розв'язуванні математичних задач, застосуванні чисельних методів тощо;

- математичний апарат є одним із основних інструментів дослідження предметної області фахівця (принцип інформаційної ємності і соціальної ефективності).

Вплив нових інформаційних технологій навчання на зміст навчання проявляється у [9]:

- розширенні та поглибленні теоретичних основ курсу математики завдяки більшій доступності;

- поглибленні міжпредметних зв'язків та використовуванні задач реального виробничого змісту;

- включенні до змісту навчання вивчення стратегій навчання, засвоєнні студентами власної навчальної діяльності.

Наведемо приклад завдання, яке ілюструє з одного боку збільшення інформаційної ємності, поглиблює зміст теми "Ряди Фур'є", а з іншого – розширення та поглиблення теоретичних основ теми, підкреслює неможливість розв'язання завдання на занятті без використання системи комп'ютерної математики.

Приклад 1. Розвинути в тригонометричний ряд Фур'є функцію $f(t) = t, t \in [1;5]$. Проаналізувати поведінку часткових сум.

Довжина проміжку, на якому задано функцію, дорівнює 4. Отже, приймаємо $2T=4$. Функцію $f(t)$ про-

довжено на всю числову вісь, при цьому $[-2;2]$ - проміжок інтегрування. Функція $\varphi(t)$ на цьому проміжку аналітично задається таким чином:

$$\varphi(t) = \begin{cases} t + 4, \text{ при} & -2 \leq t < 1, \\ t, \text{ при} & 1 \leq t \leq 2. \end{cases}$$

З метою аналізу поведінки часткових сум ряду Фур'є студенти будують графіки часткової суми та функції $f(t)$ на періоді та в околі точки розриву. Так, в околі точки розриву проявляється явище Гіббса, яке полягає в тому, що графіки часткових сум $S_n(x)$ в околі точки розриву коливаються і не мають тенденції до зменшення амплітуди коливання. Зокрема, студенти переконуються в тому, що в околі точок неперервності функції $f(x)$ абсолютна величина різниці між значеннями функції та часткової суми $S_n(x)$ прямує до нуля при $n \rightarrow \infty$: $|f(x) - S_n(x)| \rightarrow 0$. Крім того, швидкість прямування до нуля у точках x віддалених від точки розриву тим більша, чим далі знаходиться x від точки розриву. По іншому ведуть себе часткові суми в околі точок розриву. Скінчена сума перших членів ряду Фур'є більша за відповідні значення функції. А провівши обчислення, студенти переконуються в тому, що коли кількість членів часткової суми ряду зростає ($m=10$, $m=100$, $m=1000$), ця особливість не зникає, а зміщується ближче до точки розриву. Тобто розриви функції породжують осциляції часткових сум ряду Фур'є. Цю ситуацію можуть обґрунтувати аналітично студенти з високим рівнем знань.

Поняття простору Гільберта, як функціонального простору, у якому введено поняття скалярного добутку функцій, доцільно ввести на початку теми "Ряди Фур'є". Після викладу загальних питань можна зупинитися на виборі інших базисів простору L_2 . Наприклад, тригонометричних, алгебраїчного базису Лежандра та інших. Застосування СКМ дає можливість ознайомити студен-

тів із узагальненими рядами Фур'є, на основі яких будуються математичні моделі у багатьох галузях знань, і у відповідності із принципом системності і перспективності ущільнити зміст теми.

Важливу роль в дослідженні радіотехнічних сигналів відіграє система ортонормованих функцій, зокрема, функцій Уолша:

$$\text{Wal}(k,t): w_0(x)=1, w_1(x)=\text{sign}(\sin(2x)),$$

$$w_2(x)=\text{sign}(\sin(4x)),$$

$$w_3(x)=w_1(x) \cdot w_2(x), \dots,$$

або многочленів Лежандра:

$$P_0(t)=1, \quad P_1(t)=t, \quad P_2(t)=\frac{1}{2}(3t^2-1), \dots,$$

$$P_n(t)=\frac{1}{2^n \cdot n!} \cdot \frac{d^n}{dt^n}[(t^2-1)^n], \dots \text{ ортогональних}$$

при $t \in [-1,1]$. Студент переконується в тому, що тільки спільне використання аналітичних і чисельних методів може привести до повного аналізу практичних задач. Надлишковість в цьому випадку по відношенню до формально-логічної навчальної інформації з математики необхідна студентові для свідомого оволодіння даним предметом, навичками роботи з машинними носіями інформації, основами діалогу з комп'ютером. А використання у наведених прикладах комп'ютерної графіки сприяє розвитку просторової уяви.

В задачах, пов'язаних із теоретичним та практичним застосуванням рядів, виникають потреби у виконанні операцій із рядами, які відповідно до введеного означення, є розбіжними. Тобто, є необхідність в узагальненні поняття збіжності ряду.

Нехай задано числовий ряд $a_1+a_2+\dots+a_n+\dots$. Нехай S_n – часткова сума ряду. Даний ряд називається підсумованим методом Чезаро, якщо існує границя середнього арифметичного часткових сум даного ряду $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_n}{n}$.

У відповідності з методом Вороного осмислюється границя

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_1 P_n + S_2 P_{n-1} + \dots + S_n P_1}{P_1 + P_2 + \dots + P_n}, \text{ де } \{P_n\} - \text{ деяка по-}$$

слідовність. Якщо границя дорівнює S ,

то сума ряду за Вороним дорівнює S . Зокрема, якщо $P_1=P_2=\dots=P_n=1$, одержується метод Чезаро, а при $P_1=1, P_2=\dots=P_n=0$ – означення суми ряду за Коші.

Застосування СКМ в даному випадку частково усуває труднощі, що виникають під час аналітичного розв'язування задачі пошуку узагальненої суми ряду. З іншого боку, такий підхід робить розв'язання, аналіз задачі цілком доступними навіть для студентів з недостатнім рівнем математичних знань, що, у свою чергу, створює реальні передумови для розширення змістової частини інших навчальних предметів.

Поява сучасних комп'ютерів та математичних комп'ютерних систем створюють умови для використання у навчальному процесі більшої кількості наближених методів та ознайомлення студентів із сучасними наближеними аналітичними методами розв'язування, наприклад, диференціальних рівнянь, зокрема, методом відомого українського математика Дзядика В.К. (1919-1998).

Метод дає можливість на заданому проміжку будувати многочлени, які з високою точністю наближають шуканий розв'язок, особливо у випадку, коли коефіцієнтами лінійного диференціального рівняння (ДР) є многочлени. Без використання математичних комп'ютерних систем здійснити обчислення можна лише в найпростіших випадках.

Моделі деяких процесів описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Це стосується, наприклад, дослідження систем автоматичного управління, які описуються нелінійними математичними моделями. Тому для одержання характеристик динамічної системи часто перетворюють рівняння. Одним із методів перетворення рівнянь є метод лінеаризації. Він полягає у послідовному перетворенні нелінійного рівняння, в результаті чого одержується лінійне

рівняння, яке відповідає заданому нелінійному.

Приклад 2. Знайти методом лінеаризації наближений розв'язок системи ДР, яка є варіантом моделі розвитку популяції

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x + \beta xy, \\ \frac{dy}{dt} = \gamma y + \delta xy, \end{cases} \text{ де } x(t), y(t) - \text{кількість жертв}$$

та хижаків, $\alpha > 0, \beta < 0, \gamma < 0, \delta > 0$. Початкові умови $x(0)=x_0, y(0)=y_0$.

Нелінійна задача замінюється лінійною в околі стаціонарної точки.

Розв'язком лінеаризованої системи в системі координат $ХОУ$ є сім'єю еліпсів

$$\frac{(x - x_s)^2}{2\beta x_s} - \frac{(y - y_s)^2}{2\delta y_s} = C. \text{ На рис. 1}$$

наведено фазові портрети заданої системи та лінеаризованої при $\alpha = 3, \beta = -1.8, \gamma = -4, \delta = 1.2$.

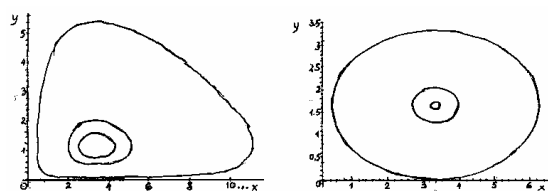


Рис. 1.

Студенти роблять висновок про те, що поведінка розв'язку заданої системи у певному розумінні близька до розв'язку лінеаризованої системи ДР і, що на основі цього можна робити певні висновки та припущення щодо досліджуваного процесу. Наприклад, що фазові траєкторії в околі стаціонарної (особливої) точки є концентричними, що коливання в системі «хижак - жертва» є нестійкими.

Зміст курсу вищої математики у ВНЗ визначається типовою програмою [10] і, відповідно до неї, робочими програмами, складеними на кафедрах. Робочі програми та плани враховують не тільки загальні обов'язкові положення курсу вищої математики, але і її прикладні аспекти, необхідні для глибокого вивчення спеціальних дисциплін при підготовці бакалаврів і магістрів. Проте кількість годин на курс вищої математики в навчальних

планах у даний час визначається без участі фахівців і тому не завжди обгрунтовано. Взаємний обмін робочими програмами та робочими планами для споріднених спеціальностей не завжди практикується.

Використання СКМ ілюструє можливість комп'ютера, дозволяє акцентувати увагу на прикладних задачах, особливостях чисельного розв'язання задач, з'ясовувати межі застосування комп'ютерів і математичних методів, істотно підвищують зацікавленість студентів у глибокому вивченні математики, допомагають засвоїти структурні зв'язки різних розділів курсу.

Діяльність викладача спрямовується на те, щоб студент усвідомив, що при підготовці до інженерної діяльності без знань з курсу вищої математики не може сформуватись фахівець. Знання з математики належать до фундаментальної системи знань, на базі якої будуватиметься навчання студентів.

Таким чином, показано, що застосування інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) навчання дозволяє значно ефективніше розв'язувати протиріччя між формально-логічним вивченням курсів математики та евристичною діяльністю інженера шляхом інтенсивного та систематичного впровадження адаптованих до навчального процесу завдань; між об'ємом знань та часом на оволодіння ними за рахунок одночасного використання всіх засобів подання інформації.

Обгрунтоване відображення у змісті курсу вищої математики дидактичних принципів сприятиме розв'язанню проблеми наповнення осучасненим змістом курсу вищої математики в технічних університетах в

умовах використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій.

1. Атанов Г.А. Пустынникова И.Н. *Обучение и искусственный интеллект или основы дидактики высшей школы.* - Донецк: ДООУ, 2002. - 504 с

2. Бурда М.І. *Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи.* Автореф. дис. ... докт. педагог. наук. К., 1994. - 36 с.

3. Вірменко Н.О. *Вибрані питання методики вищої математики.* - К., 2003. - 280 с.

4. Говорухин В., Цибулин В. *Компьютер в математическом исследовании Maple, MATLAB, LaTeX.* СПб.: Питер, 2001.

5. Гончаренко С.У. *Український педагогічний словник.* К.: Либідь, 1997. - 376 с.

6. Жильцов О.Б., Торбін Г.М. *Вища математика з елементами інформаційних технологій.* - К.: МАУП, 2002. - 408 с.

7. Ключко В.І. *Застосування нових інформаційних технологій навчання при вивченні курсу вищої математики у технічному вузі: Навч. метод. посібн.* - Вінниця: ВДТУ, 1997. 64 с. 3.

8. Крилова Т.В. *Проблеми навчання математики в технічному вузі.* - К.: Вища школа, 1998. - 296 с.

9. Машибиц Е.И. *Психологический анализ новых информационных технологий обучения // НИТО – Международный научно-педагогический электронный журнал.* - К. - 1993. Т. 1, вып. 3-4.

10. Носенко Ю.Л., Пак В.В. *Навчальна програма з вищої математики для технічний, технологічний, економічних та природничих спеціальностей вищих навчальних закладів освіти.* - К.: Міністерство освіти України, 1999. - 45 с.

Summary. Questions are considered in article about need of the education student's opening of the decision mathematically formalized problems, work out beside student of the skill to analyse the going results.

Надійшла до редакції 26.09.2004 р.

СПЕЦИАЛЬНОСТЬ “МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА” В КОНТЕКСТЕ ГОСУДАРСТВЕННОГО СТАНДАРТА

Славка К. Славова, Димчо К. Станков
Шуменский университет “Епископ К. Преславски”
Болгария

У статті аналізуються основні компоненти навчального плану спеціальності «математика й інформатика» у контексті державного стандарту Республіки Болгарії.

В 2002 году наступили содержательные перемены в государственных образовательных стандартах высшего образования в Болгарии. Постановлением №125 Министерского совета 24 июня 2002 года утвержден Классификатор областей высшего образования и профессиональных направлений [1]. Он отменяет Государственный регистр специальностей по образовательно-квалификационным степеням в высших школах Республики Болгарии.

Месяц спустя, 23 июля 2002 года вышло Постановление №162 Министерского совета, которым утверждено Распоряжение государственных требований к высшему образованию по образовательно-квалификационным степеням “бакалавр”, “магистр” и “специалист” [2]. Оно отменяет все распоряжения единых государственных требований к высшему образованию по отдельным специальностям или профессиональным направлениям и регламентирует только требования к соответствующим образовательно-квалификационным степеням высшего образования.

Оба нормативные документы дают большую свободу высшим школам раскрывать актуальные в 21-ом веке специальности и возможность организовать обучение, соизмеримо с европейскими стандартами.

Специальность “Математика и информатика” является традиционной для факультета математики и информатики в

Шуменском университете “Епископ К. Преславски”. В соответствии с новым государственным стандартом [2] в факультете разработана концепция организации и проведения бакалаврского образования по специальности, в основе которой редукция аудиторного обучения (лекции, семинары, практические упражнения) в пользу индивидуального обучения и самостоятельной работы студентов.

В этой статье мы проанализируем основные компоненты учебного плана специальности.

1. Область высшего образования: Педагогические науки [1, шифр 1].

2. Профессиональное направление: Педагогика обучения [1, шифр 1.3].

3. Образовательно-квалификационная степень: бакалавр.

4. Профессиональная квалификация: учитель по математике и информатике.

5. Форма обучения: очная (дневная) и заочная.

6. Срок обучения: 4 года в очной и 5 лет в заочной форме [2, чл.6.(1)].

В очной форме обучение осуществляется в 8 семестрах (каждый по 15 недель), а в заочной – 10 семестрах (каждый по 3 недели). Есть возможность уменьшить на год срок обучения в заочной форме [2, чл.6.(2)].

7. Объем аудиторной нагрузки: 3000 часа в очной форме (375 часа в семестре или 25 часа в неделю) и 1500 часа в

заочной форме (150 часа в семестре) [2, чл.6.(1),(2)].

Дальше мы будем рассматривать только очную форму обучения, так как в заочной редуция на 50%.

Вопрос о балансе аудиторной нагрузки по семестрам еще не полностью решен в учебном плане, так как в I семестре - 345 часа (23 часа в неделю), во II – 420 часа (28 часа), в III – 390 часа (26 часа), в IV – 435 часа (29 часа), в V – 450 часа (30 часа), в VI – 405 часа (27 часа), в VII – 360 часа (24 часа) и в VIII – 195 (13 часа).

8. Соотношение лекций и практических занятий: 45% лекции (1350 часа) и 55% практические (1650 часа), в частности семинары - 41% (1230 часа) и практические занятия – 14% (420 часа). Соотношение лекций и практических занятий утверждается факультетским советом.

Доля практических занятий неудовлетворительна. Ее нужно увеличить за счет лекций и за счет семинаров в дисциплинах прикладного характера.

С нашей точки зрения, эти соотношения можно улучшить следующим образом: 40% лекции и 60% практика (35% семинары и 25% практические занятия).

9. Типы учебных дисциплин и соотношение: обязательные учебные дисциплины (ОУД) – 83%, выбираемые учебные дисциплины (ВУД) – 12% и факультативные дисциплины (ФД) – 5%.

Обязательные учебные дисциплины обеспечивают фундаментальную подготовку по выбранной широкопрофильной специальности из профессионального направления, выбираемые – специфические знания и компетенции из области специальности, факультативные – возможность получить знания и умения в разных научных областях в соответствии с интересами студентов [2,чл.2.(3)-(5)].

Обязательные учебные дисциплины обеспечивают теоретическую, специализирующую, технологическую и практическую подготовку студентов в области математики, информатики, информационных технологий, педагогики, психологии и частных дидактик. Они составляют 83%

(2490 часа) и расположены во всех семестрах.

Выбираемые учебные дисциплины углубляют специализирующую, технологическую и практическую подготовку студентов в указанных областях. Они составляют 12% (360 часа) и расположены в IV-VIII семестрах.

Факультативные дисциплины определяются интересами студентов, составляют 5% (150 часа) и расположены в I-IV семестрах. Соотношение типов дисциплин утверждается факультетским советом [2,чл.2.(6)].

С нашей точки зрения, эти соотношения можно улучшить в пользу выбираемых и факультативных дисциплин за счет обязательных учебных дисциплин следующим образом: ОУД – 70%, ВУД – 20%, ФД – 10%.

10. Соотношение лекций и практики в типах дисциплин. Из-за специфических особенностей отдельных типов дисциплин лекции и практика в учебном плане распределены в них по-разному.

В обязательных учебных дисциплинах лекции составляют 35.5% (1065 часа), а практика – 47.5% (1425 часа), в частности, семинары – 36.5% (1095 часа) и практические занятия – 11% (330 часа).

В выбираемых учебных дисциплинах лекции составляют 7.5% (225 часа), а практика – 4.5% (135 часа), в частности, семинары – 1.5% (45 часа) и практические занятия – 3% (90 часа).

В факультативных дисциплинах лекции составляют 2% (60 часа), а практика (семинары) – 3% (90 часа). Лекционные курсы в обязательных и выбираемых дисциплинах обеспечиваются преподавателями, имеющих научное звание профессор или доцент; до 30% из них могут реализовываться ассистентами, имеющих образовательную и ученую степень “доктор” [2, чл.3.(1),(2)].

В табл. 1 представлено распределение аудиторной нагрузки в очной форме в типах и формах проведения (лекции, семинары, практических занятия).

Таблица 1.

**Распределение аудиторной нагрузки
по формам проведения**

Типы дисциплин	Объем ауд. нагрузки		Лекции		Семинары		Практические занятия	
	%	часа	%	часа	%	часа	%	часа
ОУД	83	2490	35.5	1065	36.5	1095	11	330
ВУД	12	360	7.5	225	1.5	45	3	90
ФД	5	150	2	60	3	90	-	-
Всего	100	3000	45	1350	41	1230	14	420

11. Виды учебных дисциплин и соотношение: теоретическая подготовка с фундамента профессионального направления (ТПФПН) – 3.5%; специализирующая подготовка в соответствии со специальностью (СПСС) – 65.5%; технологическая подготовка в соответствии со специальностью (ТПСС) – 21.5%, практическая подготовка студентов (ППС) – 5.5%, другая подготовка (ДП) – 4%.

Теоретическая подготовка с фундамента профессионального направления составляет 3.5% (105 часа) и включает знания из области педагогики и психологии. Она состоит только из обязательных учебных дисциплин, сосредоточенных в двух модулях “Педагогика” - 2% (60 часа) и “Психология” – 1.5% (75 часа). Следует подумать о надстройке в выбираемых дисциплинах хотя бы на 2.5% (45 часа).

Специализирующая подготовка в соответствии со специальностью составляет 65.5% (1965 часа) и включает знания и компетенции из научных направлений математики и информатики. Она состоит из 54.5% (1635 часа) обязательных, 9% (270 часа) выбираемых и 2% (60 часа) факультативных дисциплин и содержит три модуля – “Математика” (подмодули “Алгебра”, “Геометрия” и “Математический анализ”), “Математическое моделирование” и “Информатика” (подмодули “Программирование”, “Информационные технологии” и “Компьютерные практики”).

Модуль “Математика” составляет 43.5% (1305 часа) и содержит 38% (570 часа) обязательных, 3.5% (105 часа) выбираемых и 2% (60 часа) факультативных дисциплин.

Модуль “Математическое моделирование” составляет 6.5% (195 часа) и содержит 5.5% (165 часа) обязательных и 1% (30 часа) выбираемых учебных дисциплин.

Модуль “Информатика” составляет 15.5% (465 часа) и содержит 11% (330 часа) обязательных и 4.5% (135 часа) выбираемых учебных дисциплин.

Технологическая подготовка в соответствии со специальностью составляет 21.5% (645 часа) и включает частные дидактики и школьные курсы математики и информатики. Она состоит из 17.5% (525 часа) обязательных, 3% (90 часа) выбираемых и 1% (30 часа) факультативных дисциплин и содержит два модуля – “Школьные курсы математики и информатики” (ШКМИ) и “Методика обучения математике и информатике” (МОМИ).

Первый модуль составляет 11.5% (345 часа) и содержит 10.5% (315 часа) обязательных и 1% (30 часа) выбираемых учебных дисциплин.

Второй модуль составляет 10% (300 часа) и содержит 7% (210 часа) обязательных, 2% (60 часа) выбираемых и 1% (30 часа) факультативных дисциплин.

Практическая подготовка студентов является прямым продолжением специализирующей и технологической подготовки и включает педагогическую практику. Она состоит из 5.5% (165 часа) обязательных учебных дисциплин и содержит три модуля – “Хоспитирование”, “Текущая педагогическая практика” и “Преддипломная педагогическая практика”.

Первый модуль составляет 1.5% (45 часа), второй – 1.5% (45 часа), а третий – 2.5% (75 часа).

Другая подготовка составляет 4% (120 часа) и состоит из 2% (60 часа) обязательных и 2% (60 часа) факультативных дисциплин. Она содержит два модуля – “Английский язык” и “Физическая культура”. Первый модуль составляет 2% (60 часа) и содержит 1% (30 часа) обязательных и 1% (30 часа) факультативных дисциплин. Также распределен и второй модуль.

Количественный анализ показывает, что доля специализирующей подготовки самая большая - 65.5% (1965 часа), за ней следует технологическая подготовка – 21.5% (645 часа). У остальных видов подготовки сходные доли.

Факультетский совет утверждает соотношение видов дисциплин и перечень выбираемых и факультативных дисциплин после ежегодной актуализации на кафедрах, соблюдая вид дисциплин.

12. Соотношение лекций и упражнений в видах учебных дисциплин.

И здесь специфика видов дисциплин определяющая для форм проведения учебных часов – лекции, семинары и практические упражнения.

В теоретической подготовки с фундамента профессионального направления лекции составляют 2% (в ОУД), а упражнения (семинары) – 1.5% (в ОУД).

В специализированной подготовке в соответствии со специальностью лекции составляют 31.5% (26% в ОУД, 4.5% в ВУД и 1% в ФД), а упражнения – 34% (28.5% в ОУД, 4.5% в ВУД и 1% в ФД), в частности, семинары – 26.5% (24% в ОУД, 1.5% в ВУД и 1% в ФД) и практические упражнения – 7.5% (4.5% в ОУД и 3% в ВУД).

В технологической подготовке в соответствии со специальностью лекции составляют 11.5% (7.5% в ОУД, 3% в ВУД и 1% в ФД), а упражнения – 10% (в ОУД), причем 9% семинары и 1% практические упражнения.

Практическая подготовка студентов целиком в практических упражнениях – 5.5% (в ОУД). Другая подготовка тоже в упражнениях (семинары) – 4% (2% в ОУД и 2% в ФД).

В таблице 2 представлено распределение аудиторной нагрузки в очной форме в типах и видах учебных дисциплин и формах проведения (лекции, семинары и практические упражнения).

Таблица 2

Распределение аудиторной нагрузки по учебным дисциплинам

Тип	О У Д					В У Д					Ф Д					Всего				
	л	с	пр	вс	%	л	с	пр	вс	%	л	с	пр	вс	%	л	с	пр	вс	%
ТПФПН	60	45	-	105	3.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	60	45	-	105	3.5
СПСС	780	720	135	1635	54.5	135	45	90	270	9	30	30	-	60	2	945	795	225	1965	65.5
ТПСС	225	270	30	525	17.5	90	-	-	90	3	30	-	-	30	1	345	270	30	645	21.5
ППС	-	-	165	165	5.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	165	165	5.5
ДП	-	60	-	60	2	-	-	-	-	-	-	60	-	60	2	-	120	-	120	4
Всего	1065	1095	330	2490	83	225	45	90	360	12	60	90	-	150	5	1350	1230	420	3000	100

13. Число экзаменов и текущие оценки: 33 экзамена и 16 текущих оценок, распределены по семестрам следующим образом – 4 экзамена и 1 текущая оценка (I семестр), 4 экзамена и 2 текущие оценки (II, III семестр), 5 экзамена и 1 текущая оценка (IV, V семестр), 4 экзамена и 3 текущие оценки (VI, VII семестр), 3 экзамена и 3 текущие оценки (VIII семестр).

14. Форма окончания: государственный экзамен по математике и информатике или дипломная работа (для студентов с минимальной суммарной семестровой оценкой 4.50); государственный практико-прикладной экзамен по математике; государственный практический прикладной экзамен по информатике.

Государственный экзамен по математике и информатике проводится государственной комиссией, назначенной ректором университета, в которой участвуют только профессора и доценты [2, чл.7. (1),(2)].

15. Образовательная мобильность студентов. Учебный план специальности “Математика и информатика” обеспечивает хорошие

условия для образовательной мобильности студентов по горизонтали и по вертикали образовательно-квалификационных степеней.

После успешного окончания бакалавры могут продолжить свое образование по магистерским программам (мобильность по вертикали) по математике, информатике (профилирование и углубление подготовки в соответствии с бакалаврской специальностью “Математика и информатика”) или по другой специальности.

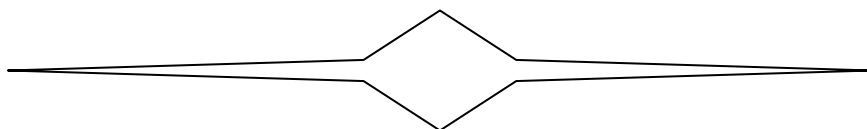
Во время своей учебы студенты могут обучаться и по другой бакалаврской специальности (мобильность по горизонтали) – “Математика” или “Информатика”.

1. Классификатор областей высшего образования и профессиональных направлений, ГВ, 2002, бр.64, с.11.

2. Распоряжение государственных требований к высшему образованию по образовательно-квалификационным степеням “бакалавр”, “магистр” и “специалист” ГВ, 2002, бр.76, с. 8–11.

Summary. In article are analysed main components of the curriculum to professions "mathematics and informatics" in context of the state standard of the Republic to Bulgaria.

Надійшла до редакції 26.09.2004 р.



АКТИВІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ ЗАКЛАДІВ ОСВІТИ

Т.В. Крилова,
доктор педагог. наук, професор
Н.І. Тіхонцова,
старший викладач
Дніпродзержинський державний технічний університет
О.Ю. Орлова,
асистент
Одеська національна академія харчових технологій

В зв'язку з реформуванням системи освіти в Україні, потребою суспільства у висококваліфікованих фахівцях, які спроможні творчо мислити і працювати, особливої актуальності набула проблема активізації навчально-виховного процесу у вищій школі. В статті розглянуто сучасні форми, методи та засоби активізації навчально-пізнавальної діяльності з дисциплін математичного циклу студентів вищих закладів технічної освіти.

Реформування системи освіти в Україні здійснюється в умовах розбудови Української держави, високого динамізму науково-технічного прогресу, інформатизації та комп'ютеризації суспільства.

Потреба країни і суспільства у висококваліфікованих спеціалістах для наукової та господарської діяльності, які творчо мислять і працюють, вимагає, щоб вища школа готувала й виховувала таких фахівців. Тому актуальними є проблема вироблення нових педагогічних технологій, розробка нових і удосконалення традиційних форм і методів навчання, зокрема навчання математики для забезпечення належного рівня математичної підготовки підростаючого покоління. "Математична підготовка повинна давати необхідні знання та вміння, що сприяють формуванню світогляду, забезпечують можливість оволодіти комплексом професійно-орієнтованих дисциплін, дозволяють науково-обґрунтовано розв'язувати інженерні задачі"[1].

Тенденціями сучасної педагогіки є педагогіка співробітництва, діяльнісний та особистісно орієнтований підходи до навчального процесу, індивідуалізація та комп'ютеризація навчання тощо. Це потребує удосконалення навчально-виховного процесу, перегляду існуючих методичних систем навчання, зокрема навчання математики.

Напрямами удосконалення навчально-виховного процесу у вищій школі є активізація традиційних форм навчання, застосування імітаційних методів активного навчання, використання інформаційно-комунікаційних засобів навчання.

Під удосконаленням традиційної моделі навчання, пріоритетом якої є міцне засвоєння знань, умінь та навичок, розуміємо оновлення та актуалізацію тематики, поліпшування методики проведення занять. Особливу увагу треба приділяти проведенню проблемних лекцій, лекцій-семінарів, лекцій-дискусій, лекцій-конференцій, удосконалювати методику проведення практичних занять (вправ, лабора-

торних занять, семінарів тощо), використовуючи принципи особистісно орієнтованого навчання [2].

Активізація навчального процесу у вищій школі має дві складові:

- активізація діяльності викладача (удосконалення наукових знань, педагогічної майстерності, змісту, форм і методів навчання),
- активізація діяльності студентів.

Активізація діяльності викладача спрямована на підвищення активності, творчості, самостійності студентів в засвоєнні ними знань, застосовуванні їх у практичній діяльності.

Активізація діяльності студентів спрямована на удосконалення набутих знань, вмінь і навичок та на здобування нових знань.

Проблема активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів загальноосвітніх шкіл та студентів вищої школи завжди була актуальною, але зараз вона набуває особливої актуальності.

Активізувати студентську аудиторію на лекції можна проблемним її викладанням, залученням студентів до зацікавленої їх участі в основних положеннях навчального матеріалу. Так як лекції мають в основному інформаційний характер, то лектор повинен підкреслювати протиріччя, що виникають, залучати студентів до обговорення, до дискусії.

Активне навчання на лекції досягається і в тому випадку, коли яким-небудь способом забезпечена інтенсивна самостійна робота студентів. Наприклад, це може бути контрольна перевірка засвоєних знань на початку або наприкінці лекції, що стимулює позааудиторну роботу студентів.

Активізує роботу студентів також демонстрація учбових фільмів, таблиць, моделей тощо.

На практичних (вправи) і лабораторних заняттях активність студентів стимулює продуманий і чітко організо-

ваний процес використання засобів інформаційно-комп'ютерних технологій навчання.

Основною навчально-пізнавальною роботою з активного оволодіння студентами теоретичними знаннями та практичними вміннями з математики є їх самостійна робота (підготовка рефератів, доповідей, виконання індивідуальних домашніх завдань тощо).

Виконання самостійної роботи з математики повинно постійно контролюватися. Останнім часом широко використовується модульно-рейтингова перевірка засвоєних знань і набутих вмінь студентів, що орієнтована на посилення їх пізнавальної розумової діяльності.

Щоб виконання самостійних завдань з дисциплін математичного циклу було успішним, необхідно, щоб на математичних кафедрах вищих закладів освіти було створено належне методичне забезпечення з кожного модуля, яке містить комплексні індивідуальні розрахунково-аналітичні, графічні завдання, питання з тем, що входять до даного модуля, методичні рекомендації для самостійного опрацювання окремих тем або розділів математичної дисципліни та методичні рекомендації по розв'язуванню задач і прикладів за даною темою модуля.

Олімпіади, конкурси, науково-практичні конференції також відносяться до активного навчання при умові забезпечення надійного контролю самостійності підготовки та участі в них студентів.

Одним з універсальних напрямків активізації більшості традиційних форм навчання математики є його індивідуалізація та диференціація.

Отже, активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів з математики сприяють такі прогресивні форми, методи і заходи навчання:

- проблемні лекції,
- лекції-семінари,

- лекції-дискусії,
- лекції-конференції,
- професійна спрямованість навчання математики [1],
- математичне моделювання [1,3],
- самостійна робота студентів [4],
- застосування інформаційно-комп'ютерних технологій навчання на практичних і лабораторних заняттях [5,6],
- індивідуалізація та диференціація навчання,
- ділові навчальні ігри [3],
- імітаційні вправи,
- модульно-рейтинговий контроль засвоєних знань та набутих умінь і навичок [7],
- студентські олімпіади, конкурси, науково-практичні конференції,
- технічні засоби навчання (учбові фільми, слайди, графослайди, навчальне телебачення, персональні комп'ютери, таблиці, плакати, моделі тощо).

У зв'язку з посиленням ролі й значення людського фактора подальшого дослідження потребує модульно-розвивальна технологія навчання та проблема особистісно орієнтованого навчання математики студентів вищих закладів освіти.

1. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі. – К.: Вища шк., 1998. – 438 с.

2. Сериков В. В. Образование и личность: теория и практика проектирования образовательных систем. – М.: "Логос", 1999. – 272 с.

3. Слєпкань З. І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. – К.: НПУ, 2000. – 210 с.

4. Крилова Т.В., Тіхонцова Н.І., Орлова О.Ю. Самостійна робота студентів в умовах особистісно орієнтованого навчання // Тези Всеукр. наук. – практ. конф. "Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики". – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова. – 2004. С. 90-91.

5. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал інформатизації навчального процесу // Наукові записки Тернопільського держ. пед. ун-ту ім. В.Гнатюка. Серія: Педагогіка. – 2002. – №6. – С. 143-154.

6. Співаковський О.В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей. – Херсон: Айлант, 2003. – 229 с.

7. Крилова Т.В. Особливості контролю знань і умінь з математики студентів вищих закладів технічної освіти // Матеріали VI міжнарод. научно-метод. конф. "Методы совершенствования фундаментального образования в школах и вузах". – Севастополь: Изд-во СевГТУ. – 2000. – С. 24-27.

Summary. In connection with reforming an education system in Ukraine, need for society the highly qualified specialists, which one are capable creatively to think and to work, the special actuality was gained by a problem of activities of educational process in a higher school. In the article the modern forms, methods and ways of educational cognitive activities on disciplines of mathematical cycle of the students of higher educational technical school are considered.

Надійшла до редакції 28.06.2004 р.

ДЕЯКІ АСПЕКТИ ІНЖЕНЕРНОЇ ОСВІТИ У СУЧАСНОМУ ІНФОРМАЦІЙНОМУ СУСПІЛЬСТВІ

Т.В. Наконечна,
канд. фіз.-мат. наук, доцент
Дніпродзержинський державний технічний університет

Розглядаються проблеми математичної підготовки майбутніх фахівців у сучасному суспільстві і впровадження інформаційних технологій, зокрема математичних пакетів Maple та MathCAD, в процесі викладання курсу вищої математики студентам технічних вузів механічних спеціальностей.

В даний час, у зв'язку з розвитком інформаційних технологій, прискоренням технологічного розвитку, збільшенням різноманітності техносфери, зростом значимості екологічних факторів, особливості інженерної діяльності й інженерної освіти істотно змінюються.

Варто визнати, що головним напрямком удосконалювання системи інженерної освіти є розвиток фундаментальної освіти, що полягає в збагненні основних законів природи, суспільства, техніки й основних принципів їхнього розвитку. Це фундамент, що залишається незмінним, як би не мінялися технології, елементна база або стандарти. Фундаментальна складова освіти повинна містити в собі математичні і природничонаукові, загально-технічні і гуманітарні, а також спеціальні знання про видатні розробки у професійній сфері. Людина, що одержала таку освіту, значно легше і швидше освоюється в будь-якій сфері діяльності, чим вузький фахівець, орієнтований на яку-небудь техніку або технологію.

Сучасний інженер значною мірою дослідник і винахідник. І чим більш глибокі й абстрактні розділи математики і фізики використовуються при створенні нових виробів і технологій, тим більш значні технічні й економічні результати дають інженерні розробки. Однак це не означає згортання спеціальної інженерної підготовки в тій або іншій предметній галузі.

Високий рівень мотивації, неослабний інтерес до навчання є, мабуть, основними факторами успішності та результативності процесу навчання. Інтерес до курсів, що досліджуються, істотно залежить від методичного і наукового рівня викладання, від зацікавленості викладача як фахівця у своїй предметній області і його доброзичливого відношенні до студентів. Але в рамках лише академічних занять навряд чи можливо зробити цей інтерес стійким, необхідне включення студентів у науковий пошук, у практичні інженерні розробки.

Безсумнівна важливість особистісного розвитку студентів, що вимагає індивідуалізацію навчання, підвищення самостійності в навчально-пізнавальній діяльності.

Загальновідомим є твердження, що основним джерелом економічного розвитку сучасного суспільства є рівень знань та наукова діяльність. У підґрунті сучасної технології здобуття, формування нового знання покладена математична освіта сучасної людини, яка формується в університетах завдяки співпраці кафедр математичного напрямку та спеціалізованих і зорієнтованих на конкретні галузі діяльності.

Перед математичною освітою стоять цілі: добра координація роботи кафедр і наявність неперервної математичної підготовки, причому результат навчання слід оцінювати не кількістю наданої інформації, а якістю її засвоєн-

ня, вмінням її використовувати та розвитком здібності до самоосвіти.

В останні роки у зв'язку з реформуванням освіти відбувається пошук нових інноваційних елементів організації навчального процесу. Однак, все, що пропонується кафедрами і закладами вищої освіти, має пройти всебічну експериментальну перевірку на ефективність педагогічного процесу [1].

Очевидно, що підготовка фахівців досить високої кваліфікації в століття бурхливого розвитку нових технологій і широкого впровадження математичних методів в інженерні дослідження неможлива без використання персональних комп'ютерів.

Зрозуміло, що використання сучасних технологій навчання й інформаційних технологій вимагає особистісно-орієнтованого підходу і забезпечується шляхом інтеграції з традиційними технологіями, потребує переосмислення не лише змісту, а й методик навчання, включаючи розробку спеціального комп'ютерного оснащення та відповідного інструментального забезпечення.

Розгляд комплексу питань, пов'язаних із використанням сучасних інформаційних технологій у навчанні середньої і вищої шкіл, започатковано в роботах А.П.Єршова, М.І.Жалдака, Т.В.Крилової, О.А.Кузнєцова, С.І.Кузнєцова, В.М.Монахова, О.В.Павловського, Ю.С.Рамського, В.Г.Розумовського та інших дослідників.

Дидактичні й психологічні аспекти застосування інформаційних технологій навчання знайшли відображення в працях В.П.Безпалька, В.П.Зінченка, В.С.Ледньова, В.Я.Ляудіса, Ю.І.Машбиця, О.М.Леонтьєва, А.М.Пеникала, В.В.Рубцова, В.Ф.Паламарчук, Л.Н.Прокопенка, Н.Ф.Тализіної, О.К.Тихомирова та ін.

З розвитком науки та техніки об'єм знань, накопичених суспільством, дуже швидко зростає, знання ускладнюються і створюється ситуація, коли „дослідник, якій володіє лише старою, традиційною технікою роботи з інформацією, просто немає можливості за до-

ступний для огляду час вивчити той передній край наукових знань від якого почав шлях у невідоме. В такій ситуації йому все частіше й частіше доводиться відповідати на питання і розв'язувати задачі, які в науці так або інакше вже розв'язані” [6]. В такій же ситуації опиняється і студент. Йому в силу малого наукового досвіду ще важче знайти необхідну та розкидану по різних джерелах інформацію. Ці труднощі в значній мірі можна подолати за допомогою ЕОМ, але й під час її використання також виникає досить великий круг проблем та питань.

Так, комп'ютер допомагає швидко і точно розв'язувати різноманітні практичні задачі, в тому числі і навчальні, але він байдужий до вимог та мотивів людської діяльності, до ставлення задач та цілей, до існуючих методів пізнання, якщо вони не формалізовані у програмі. В навчальному процесі, наприклад, комп'ютер допомагає контролювати знання студентів в розрахунках та під час проведення наукового пошуку, але ЕОМ байдужі до виховної функції контролю, до проблем розвитку мови у студентів, вмінні письмово викладати думки і таке інше. Цього не слід випускати із уваги при всіх перевагах використання ЕОМ в навчальному процесі.

У випадку викладання загальноосвітніх та загально-інженерних наук можливо гармонійне поєднання особливостей учбово-організаційних технологій навчання з перевагою та можливістю персональних комп'ютерів. Підвищення рівня комп'ютерної підготовки студентів, опанування математичним апаратом полегшує впровадження ПЕОМ як для виконання розрахунково-графічних завдань і розв'язування задач з елементами дослідницького характеру, так і контрольного опитування, що значно скорочує витрати часу на його проведення.

Застосування обчислювальної техніки при викладанні загальноосвітніх та інженерних дисциплін завжди було склад-

ною проблемою і не треба розглядати комп'ютер, як панацею від усіх бід.

Практика показує, що із збільшення кількості розрахункових робіт на комп'ютері падає рівень знань студентів. Тому на наш погляд ПЕОМ доцільно використовувати для виконання трудомістких розрахунків, які не потребують спеціальних знань, зменшують витрати часу на знаходження, наприклад, коефіцієнтів регресії під час планування експерименту, для ілюстрації проведених розрахунків, а також для контролю знань студентів.

В сучасному суспільстві з розвитком науки та техніки вимоги до математичної освіти майбутніх фахівців досить швидко зростають, але об'єм часів, які виділяються на викладання вищої математики не збільшується, а постійно зменшується. Крім того, у інженерному середовищі відношення до математики досить прагматичне, тобто вона розглядається в основному як інструмент для розв'язування прикладних задач. За таких обставин перед викладачем математики технічного вузу виникає проблема адаптації курсу вищої математики і до ситуації, яка склалася і до необхідності впроваджувати сучасні інформаційні технології. Вихід з цієї ситуації ми бачимо у використанні у навчальному процесі першокласних систем комп'ютерної алгебри (таких як *Maple* і *MathCAD*), що увібрали в себе досягнення багатьох математичних шкіл за сотні років їхнього розвитку і здатних вирішувати математичні задачі в аналітичному виді.

Пакет *MathCAD* дуже популярний в інженерному середовищі. Характерною рисою пакета є використання звичних стандартних математичних позначень, тобто документ на екрані виглядає точно так само як і математичний розрахунок. На відміну від таких пакетів, як *Mathematica*, *Maple*, пакет *MathCAD* є середовищем візуального програмування, тобто не вимагає знання специфічного набору команд. Безпосередність освоєння пакета, дружній інтерфейс, відносна невибагливість до можливос-

тей комп'ютера, з'явилися головними причинами того, що пакет був обраний для навчання студентів технічних, зокрема, механічних напрямків математики та чисельним методам.

Як і будь яка інженерна дисципліна, теоретична механіка досить активно використовує математичний апарат. Наприклад, переважна більшість задач статистики пов'язана з визначенням реакцій опор твердого тіла або системи тіл, з'єднаних між собою за допомогою шарнірів, гнучких в'язей або стержнів, і відчуває дію довільної просторової або плоскої системи сил. У цьому випадку ми приходимо до системи лінійних неоднорідних рівнянь відносно невідомих реакцій в'язей. Ця система може складатися з досить значного числа рівнянь, що призводить до виконання трудомістких розрахунків. Для ефективного розв'язування таких систем доцільно використання пакету *MathCAD*. Для цього достатньо ввести матрицю системи і стовпчик вільних членів і за допомогою рівняння $X = A^{-1}B$ отримати матрицю-стовпець невідомих. Під час викладання теми „Матриці та дії над ними”, „Лінійні системи і методи їх розв'язування” в курсі вищої математики, студентам пропонується освоїти дії над матрицями і розв'язування систем лінійних рівнянь „вручну” і за допомогою ПЕОМ, порівняти результати і трудомісткість розрахунків. Ці завдання також являються складовою частиною модуля „Елементи лінійної алгебри та алгебри многочленів”.

Під час вивчення динаміки, зокрема при дослідженні вимушених коливань механічної системи, виникає необхідність у розв'язуванні лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь, представленні результатів розрахунків на графіку, розв'язуванні крайових задач і систем лінійних диференціальних рівнянь. Математичні пакети *Maple* і *MathCAD* дозволяють досить швидко і ефективно розв'язувати ці задачі, але це має сенс тільки тоді, коли математична

підготовка студента дозволяє йому грамотно оцінити отриманий результат і зробити відповідні висновки.

Висновки. Застосування нових інформацій-них технологій в навчанні – це життєва необхідність. Для подальшого економічного розвитку нашої країни необхідно, щоб майбутні фахівці дістали сучасну математичну підготовку, яка відповідає світовим стандартам. В результаті навчання у вузі в молодій людини повинна сформуватися картина світу, у якій мається загальне для всіх сучасників ядро культури, сучасні природничонаукові уявлення, спеціальні знання, які безупинно поповнюються, критично сприйнята інформація про суспільні процеси, самобутні й індивідуалізовані особистісні якості.

Кожен фахівець повинен усвідомлювати, що в сучасних умовах не можна на початку життя одержати освіту, на основі якої можна буде працювати все останнє життя, тільки в цьому випадку він зможе йти в ногу з розвитком у своїй галузь діяльності.

Інженерна справа знову перетворюється в гармонійну творчість, у якому є рівноправними наука і мистецтво, теорія й експеримент, логіка та інтуїція.

Перспективи подальшого розвитку у даному напрямку

Вважаємо за необхідне відреагувати план неперервної математичної підготовки студентів механічних спеціальностей відповідно до вимог нової парадигми і доктрини освіти та розробити методичне супроводження для впровадження в навчальний процес ма-

тематичних пакетів *Maple* та *MathCAD* у наступних напрямках:

- ✓ розв'язування задач символічного диференціювання та інтегрування функцій однієї або декількох змінних;
- ✓ побудова графіків функцій і поверхонь;
- ✓ розв'язування задач матричної алгебри;
- ✓ пошук аналітичного розвитку систем лінійних рівнянь;
- ✓ розв'язування нелінійних рівнянь;
- ✓ розв'язування диференціальних рівнянь;
- ✓ розв'язування задач теорії чисел та комбінаторних задач.

1.Слепкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу в вищій школі.–К.: НПУ, 2000 – 210 с.

2.Рыжов В.П. Инженерное образование в информационном обществе. – М.: «Энергия, экономика, техника, экология», № 2, 2004.

3.Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики.–К.:Техніка, 1997.–304с.

4.Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі. – К.: Вища школа, 1998. – 437с.

5.Співаковський О.В. Теоретико-методичні основи навчання вищої математики майбутніх вчителів математики з використанням інформаційних технологій // Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук. – К.: НПУ, 2004.

6.Моисеев М.М. Человек и ноосфера. – М.: Молодая гвардия, 1990. – 181с.

Summary. The author considers a problem of mathematical education of the future engineers in the modern society and problem of implantation new information technologies, such as mathematical packages *Maple* and *MathCAD*, at training the students of technical high schools (in particular, students of mechanical specialties) higher mathematics.

Надійшла до редакції 18.09.2004 р.

СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ВУЗЕ

А.В. Мазнев,
канд. физ.-мат. наук, доцент
Донецкий национальный университет

Розглядаються питання самоорганізації суб'єктів педагогічного процесу з позиції синергетики.

Личностно-ориентированное образование признается всеми как важнейшее средство гуманизации педагогической деятельности. Его гуманизм состоит в том, что оно обращено к собственно личностному в воспитании и обучении. Это сознание и преподавателя, и студента. Главные ценности личности – личностный смысл и личностный опыт – возникают, существуют и управляют поведением человека в его сознании.

Они становятся личностными не потому, что обучающий обучает знаниям. Личностный смысл и личностный опыт становятся достоянием человека только тогда, когда он сам придаст, породит ценность знаний и ценность правильного поведения лично для себя. Для этого нужна активная интеллектуальная деятельность сознания, самостоятельно принимающего решения по поводу ценности чего-либо [2]. Чтобы учение и поведение студента стали гуманными, т. е. человеческими, соответствующими его людской, а не механической природе, необходимо изменение режима работы его сознания. Из режима отражения (повторения, воспроизведения переданных преподавателем знаний и опыта поведения) оно должно быть переведено в режим творческого производства собственных смыслов и опыта – учения, поведения. Но

сознание – это самоорганизуемая система.

Самоорганизацию личности с гуманистической точки зрения помогают понять основные термины педагогической синергетики.

Целью данной статьи является более детальное рассмотрение вопросов, связанных с новыми смыслами системы самоорганизуемой педагогической деятельности посредством синергетических ориентиров.

Сегодня понятийный аппарат синергетики используют разные науки, в том числе, и педагогика. Появление любой новой методологии осмысления или структурирования научного знания практически обязательно примеряется каждой наукой на себя. Это обеспечивает новое видение, возможности прогнозирования и развития определенной предметной области.

Из синергетики заимствуется, прежде всего, то, что она имеет дело с открытыми саморазвивающимися системами, побуждение собственных сил индивида, обретение им себя или сотрудничества с самим собой и другими людьми [6].

Синергетика – это кооперативная наука, изучающая системы с самоорганизацией. Это сложные, открытые, постоянно развивающиеся системы, основным свойством которых является самоорганизация – внутренняя способность системы выращивать в себе,

надстраивать из себя новые качества, необходимые для выживания. В педагогике такими системами являются образование, сознание, личность.

Такие понятия синергетики, как бифуркации и бифуркационные последовательности, особенно важны в педагогике и психологии, например, в описании внезапных изменений в мотивационной сфере, при научении, в изучении психофизиологической активности человека на разных стадиях развития и связанных с этим личностных проблем, возникающих спонтанно или вследствие самокоррекционной работы педагога.

Самоорганизация является важным предметом динамики развития личности педагога. Являясь открытой системой, индивидуум способен контролировать свои собственные управляющие параметры, позволяя создавать бифуркации внутри собственных динамических схем и сложных динамических систем, изучать свои собственные диаграммы отклика, учиться ориентироваться с их помощью, мысленно экстраполировать эти диаграммы и использовать их для самопроверки и самоконтроля [5].

Внутренние изменения обеспечиваются деятельностью личностных структур сознания, влияющих на качество обучения и воспитания. Возникновение в сознании новых, более сильных структур, обладающих новыми, более сильными качествами порожденного ими знания и опыта поведения, становится возможным при соблюдении ряда условий.

Во-первых, старая система должна находиться в кризисном состоянии, т. е. переживать критический момент.

Во-вторых, основной источник возникновения новых качеств заложен в самой системе, т. е. он – внутренний. Однако, для того чтобы “запустить” механизм самоорганизации, этот

источник должен “подпитываться” извне.

В-третьих, новая структура в процессе эволюции и сопровождающих ее отклонений, случайностей должна быть достаточно устойчивой.

В-четвертых, формирование новых качеств в системе образования должно определяться синергетическими принципами и условиями.

Это означает, что реальное, гуманистическое взаимодействие между преподавателем и студентом возможно только тогда, когда оно выстраивается на основе ориентиров для совместного творчества в обучении и воспитании, создающих внешнюю питательную среду для проявления внутренних источников саморазвития и самоорганизации, а не только на основе привычных методов передачи знаний и формирования опыта поведения [2].

Ситуация, сложившаяся в украинском образовании, полностью описывается терминами синергетики. Она имеет критические точки разрушения старых структур и возникновения веера возможностей для перехода системы в новое качество; ее вероятностное развитие может быть представлено новообразованиями более высокой сложности; она обладает свойствами нелинейности, т. е. многовариантностью и непредсказуемостью перехода системы из одного состояния в другое; она неустойчива и сильно неравновесна, открыта для развития посредством совместного творчества и т. д.

Педагогическое творчество – наиболее специфическая черта украинских педагогов. Его наличие обусловлено комплексом исторических, этнических, природных и этических факторов, что позволяет рассматривать педагогическое творчество как нашу национально-сообразную личностную характеристику.

Критические точки – это показатели системного кризиса

образования: его неспособность обеспечивать новую цель – подготовку учащихся как субъектов своей жизнедеятельности, профессиональной и социальной самореализации, саморазвития и самоорганизации.

Старые структуры – это изжившие себя понимания видов педагогической деятельности – обучения, как трансляции знаний, накопления их суммы; воспитания, как передачи социального опыта и научения “правильному” поведению; развития, как формирования необходимых (с точки зрения государства) качеств личности под воздействием преподавателя в режиме воспитательного или обучающего монолога.

Новое качество – это новое качество понимания преподавателем своего места и роли в структуре образования, понимания ценностей воспитания, обучения и развития, исходя не только из интересов государства, но и из возможностей и интересов студента, его личности, его личностных смыслов и опыта. Новое качество понимания основных категорий педагогики придает им более личностный смысл, позволяющий взаимодействовать со студентом на понятном и доступном для него личностном уровне.

Ф. Д. Абрахам, например, считает необходимым подталкивать индивидуума к точке бифуркации, чтобы дать возможность выхода из прежнего, устаревшего, неудобного, малоадаптивного, хотя и устойчивого аттрактора к новому, имеющему больший потенциал для удовлетворения и продуктивной жизнедеятельности (даже если процесс приближения к этой точке доставляет массу неудобств и неприятностей). Он даже рекомендует создавать комфортные условия для нахождения индивида вблизи бифуркационной точки, чтобы подготовить его к выбору наиболее благоприятного

аттрактора из имеющихся возможных [1].

Обучение (передача знаний, опыта познания) – диалог между деятельностью научения (осуществляемой преподавателем) и учения (осуществляемой студентом), направленный на формирование опыта понимания научных и человеческих (гуманных) ценностей и явлений окружающего мира. Обучение в традиционном варианте – это прямая передача знаний и опыта в готовом для запоминания виде. Его цель – накопление знаний, умений и навыков для последующего использования их в различных видах деятельности. Оно традиционно потому, что обращено не к личности, а к коллективу, в лучшем случае – к индивиду. Оттого оно внелично и поэтому – негуманно даже в том случае, когда использует проблемно-поисковые, эвристические, исследовательские и другие методы [2].

Обучение в гуманистическом варианте предполагает необходимость развития и саморазвития личности при освоении ею знаний, выработку собственных смыслов их понимания. Содержание обучения несводимо только к его научному компоненту. Оно дополняется обыденными, субъектными смыслами и только благодаря этому создает основу для переживания изучаемого знания личностными структурами сознания студентов.

Имея в виду, что гуманистическая система обучения и воспитания – прежде всего – открытая система, становится очевидным, что наряду со свойствами свободного саморазвития, самоорганизации, жизнеспособности ей необходимы и свойства неравновесия, неустойчивости, нелинейности, случайности и т. д.

Основные положения теории функционирования и развития нерав-

новесных систем позволяют сделать несколько принципиально важных теоретических предположений относительно профессионально-личностного самоопределения педагога.

Процесс профессионально-личностного самоопределения носит Нелинейный характер и может иметь как устойчивое, так и неустойчивое состояние. Устойчивое состояние определяется системой, в которую Вовлекается преподаватель в процессе педагогической деятельности.

Педагогическая система, рассматриваемая как социокультурный феномен, также обладает диссипативными свойствами, т. е. для нее характерны открытость, нелинейность и неравномерность развития. В основе ее функционирования лежит связь между функциональным эффектом и целеесообразностью развития, обязательным взаимодействием со средой и многоуровневостью, иерархичностью [4].

Неравномерность и нелинейность развития системы образования определяют элементы – осцилляторы, базовую основу которых составляют ценности. Совпадающие ценностно-ориентировочные позиции играют для индивида роль своеобразных аттракторов, которые обладают свойствами “притягивать” все близлежащие траектории. Обозначенные Ф. Д. Абрахамом три вида аттракторов: фиксированная точка, периодический аттрактор и хаотический аттрактор – выполняют разные функции как в динамическом процессе функционирования образовательной системы, так и в профессиональном самоопределении преподавателя. Все три типа названных аттракторов с точки зрения динамического равновесия могут определять устойчивое состояние [1]. По силе их действия на процесс самоорганизации диссипативной системы можно выделить сильные и слабые аттракторы.

Сильные аттракторы способствуют конвергентности траекторий развития к аттрактору. К таковым аттракторам в полной мере можно отнести общечеловеческие ценности, определяющие инвариантный характер функционирования системы образования.

Слабые аттракторы, напротив, способствуют тенденции отталкивать траектории друг от друга. Тем самым слабые аттракторы оказывают более существенное влияние на процесс профессионально-личностного самоопределения, так как именно они определяют дивергентный характер индивидуального формирования свойств личности.

Признание факта нелинейного развития системы образования предполагает многовариантность, Альтернативность выбора путей эволюции и ее необратимость. Как всякая нелинейная система, система образования также испытывает влияние случайных малых воздействий, порождаемых неравновесием, нестабильностью, выражающихся в накоплениях флуктуации, бифуркациях (ветвлениях путей эволюции), фазовых и самопроизвольных переходах. В ней возникают и поддерживаются локализованные процессы, которые сопровождаются интеграцией и объединением структур. Также происходит вероятностный распад этих структур на этапе нарастания их сложности.

Развитие системы образования, по мнению синергетиков, невозможно надежно прогнозировать, так как развитие совершается через случайность выбора пути в момент бифуркации, а сама случайность не повторяется вновь [3]. Однако можно инициировать отдельные процессы выбора путей эволюции через введение определенного рода аттракторов, которыми, как нам представляется, являются априорные ценности.

Синергетический подход сегодня, пока идет его оформление и отработка аппарата относительно педагогики, пока более уместен для уровня научной методологии, чем для применения в решении конкретных задач педагогики.

Нужно определить механизмы функционирования самоорганизующихся систем в педагогике, саморазвитие их как систем или подсистем. Например, для студента в качестве таких механизмов могут выступать рефлексия, персонализация, стереотипизация, а основное направление саморазвития направлено на развитие предметно специфического мышления, профильного стиля компетентности. Для преподавателя – это совершенствование стиля преподавания, его гибкости.

Следует наметить логику их взаимодействия между собой в синергетической парадигме мышления, т. е. показать, как изменения в одной саморазвивающей системе влияют на саморазвитие другой. Например, хорошо известно взаимовлияющее воздействие студента и преподавателя.

Феномен самоорганизации сознания субъектов учебного процесса связан с процессами осмысления, переосмысления и определенной дискредитации традиционного содержания знаний и опыта поведения, т. е. содержания обучения и воспитания, а также осмысления их новых ориентиров, “включающих” личностные структуры сознания в режим осмысленного, достаточно автономного поиска.

Сегодня требуются новые технологические ориентиры, позволяющие рассматривать развитие существующих систем обучения и воспитания, с позиций синергетики, их преобразование в гуманистические посредством развития личностных структур сознания “снизу”, создавая специфические условия для реальной самоорганизации педагогической деятельности.

Мы считаем, что можно использовать синергетический подход, например, к формированию информационной среды вуза и миссия информатизации системы высшего образования неосуществима без управления формированием информационной среды образовательного учреждения.

Под информационной средой образовательного учреждения следует понимать комплекс компонентов, обеспечивающих системную интеграцию информационных технологий в образовательный процесс с целью повышения его эффективности. Для этого комплекс компонентов информационной среды вуза должен представлять собой совокупность нормативно-регламентирующего обеспечения образовательного процесса, телекоммуникационной программно-аппаратной среды, мультимедийных инструментальных компьютерных средств, информационных ресурсов накопления, хранения, распространения знаний, включая электронные издания учебного назначения, и организационную структуру по обеспечению эффективного взаимодействия пользователей – субъектов образовательного процесса.

Исходя из специфики образовательной системы, связанной с ее открытостью и нелинейностью, концептуальной основой формирования информационной среды образовательного учреждения является, по нашему мнению, создание организационно-педагогических условий для актуализации и активизации информационных потоков, направленных на саморазвитие всех субъектов педагогической системы, и обеспечение координации их (субъектов) деятельности в условиях саморазвивающейся образовательной системы.

Мы согласны с подходом Н. Куровой, которая считает, что модель управления информационными потоками необходимо выстраивать как

сквозную, пронизывающую всю совокупность рассматриваемых систем:

- на уровне образовательной системы вуза в целом;
- на уровне системы взаимодействия “преподаватель (педагогический коллектив) – студент (коллектив обучающихся)”;
- на уровне системы “субъект образовательного процесса”, не забывая, однако, при этом включать каждую из рассматриваемых систем как открытую социальную систему в круг тех больших и малых систем, управляемыми и управляющими подсистемами которых они являются.

При таком подходе создаются условия для позиционирования субъектов образовательного процесса в их новом статусе: студент – в роли субъекта обучения, выстраивающего собственную траекторию развития, а, традиционно выступающий в роли транслятора знаний, преподаватель – в новой для него роли тьютора – человека, сопровождающего обучающегося в продвижении по избранной траектории.

С точки зрения синергетического подхода к управлению инфраструктура информационной системы вуза организуется как своеобразный набор аттракторов, попадая в “зону притяжения” которых каждый из субъектов современного образовательного процесса обретает требуемый статус.

Мы считаем, что под воздействием организованной таким образом

информационной среды вуза, происходят изменения в сознании преподавателей и студентов, которые связаны с демократизацией внутри-вузовского управления, создаются условия для построения личностно-ориентированной образовательной системы, культивирующей саморазвитие всех субъектов педагогического процесса.

1. Абрахам Ф. Д. Введение в теорию динамических систем: язык основных понятий; основная стратегия метамоделирования // Синергетика и психология. Тексты. Выпуск I. “Методологические вопросы” / под ред. И. Н. Трофимовой, В. Г. Буданова – М., 1997.

2. Кулькевич С.В. От стратегии самоорганизации к тактике личностного воспитания // Известия Южного отд. РАО. Выпуск II: Личностно-ориентированное образование в контексте культуры. Ростов-на-Дону. Изд-во РГПУ, 2000. С. 13–24.

3. Николис Дж. Хаотическая динамика лингвистических процессов и образование паттернов в поведении человека // Вопросы философии. – № 3, 1997.

4. Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур – М.: Наука, 1996.

5. Хакен Г. Синергетика иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. – М.: Мир, 1985.

6. Шевелева С. С. К становлению синергетической модели образования // Общественные науки и современность. – № 1, 1997.

Summary. The problems of self-organization of subjects in pedagogical process are considered from the synergetic point of view.

Надійшла до редакції 5.06.2004 р.

ЗАСТОСУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ЯК ЗАСІБ ІНТЕНСИФІКАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ

*Л.С. Пуханова,
викладач*

*Донецький державний університет економіки і торгівлі
ім. М. Туган-Барановського*

У статті подано педагогічний досвід використання інформаційних технологій у процесі вивчення курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика», а також сформульовані переваги представленої методики в порівнянні з традиційними методами навчання студентів.

Комп'ютерні технології в освіті мають великий вплив на педагогічні стратегії. Якщо аудіовізуальні оточення зручні для об'єднання в „традиційну” з педагогічної точки зору учбову аудиторію й ілюструють навчальний курс без зміни стратегії, то активне використання комп'ютерів призводить до суттєвих змін в педагогічних і навчальних стратегіях. Звичайно, неможливо машиною підмінити навчальний педагогічний процес, але не можна не визнати, що використання інформаційних технологій відкриває перед викладачем нові можливості у виборі методів і засобів навчання та розробці власного підходу до навчального процесу.

Не викликає сумніву, що комп'ютеризація педагогічного процесу дозволяє подолати недоліки традиційних форм навчання, зберігаючи при цьому усі їхні переваги, та повніше і глибше реалізувати дидактичні принципи вищої школи з метою підвищення ефективності навчання, розвитку і виховання студентів. Зміна традиційної системи підтримуючого навчання приводить до структурованих змін та акцентів у навчанні. В процесі навчання студент не просто засвоює навчальний предмет, а й вчиться використовувати інформацію, яку одержує, для формування нових знань. Використання

інформаційних технологій дозволяє зробити більш доступним сприйняття абстрактних математичних об'єктів і методів. Разом з тим, особливої уваги заслуговує проблема місця і можливостей застосування їх в навчальному процесі. Необхідно зазначити, що ефективність використання інформаційних технологій залежить не лише від їхньої технічної досконалості, а й значною мірою від методики застосування та від змісту навчального матеріалу. Запровадження інформаційних технологій не повинно бути самоціллю, а має бути педагогічно виправданим та розглядатись передусім з погляду педагогічних переваг, які вони можуть забезпечити порівняно з традиційною методикою навчання.

Психолого-педагогічні і методичні основи проблеми використання комп'ютера як засоба навчання та перспективи використання інформаційних технологій для інтенсифікації навчального процесу розкриті в дослідженнях вчених (В.П. Беспалько, В.Г. Болтянський, Б.С. Гершунський, М.І. Жалдак, В.М. Монахов, Ю.С. Рамський, В.Г. Разумовський, Н.Ф. Тализіна, І.Я. Яглом та ін.).

З огляду методики навчання теорії ймовірностей та математичної статистики, комп'ютеризація педагогічного процесу досить ефективно впливає на

рівень знань студентів, так як сприяє розвитку функціонального і теоретичного стилю мислення та актуалізує проблему індивідуального підходу в навчанні.

Метою даної статті є представлення та деякий аналіз особливостей методики застосування елементів інформаційних технологій в процесі навчання теорії ймовірностей та математичної статистики в вищій школі.

В цьому аспекті вважаємо доцільним використання педагогічного програмного забезпечення GRAN1, яке розроблено під керівництвом академіка, доктора педагогічних наук М.І. Жалдака [3, 4, 5].

Покажемо можливість застосування програмного засобу GRAN1 в процесі розв'язування ймовірнісно-статистичних задач та проаналізуємо педагогічні переваги порівняно з традиційною методикою навчання.

Пропонуємо розглянути задачу.

Задача. За допомогою функції розподілу статистичних ймовірностей та полігону відносних частот дослідити коливання сум уставного капіталу в шести банках України (дані газети „Економіка і життя” №1-3, 2002р., табл.1):

Таблиця 1

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	5	10	15	20	40	10

Розв'яжемо задачу традиційними методами.

Розв'язування. Знайдемо об'єм вибірки: $n = 5 + 10 + 15 + 20 + 40 + 10 = 100$.

Для кожної варіанти обчислюємо відносні частоти:

$$p_1^* = \frac{5}{100} = 0,05; \quad p_2^* = \frac{10}{100} = 0,1; \\ p_3^* = \frac{15}{100} = 0,15; \quad p_4^* = \frac{20}{100} = 0,2; \quad p_5^* = \frac{40}{100} = 0,4; \quad p_6^* = \frac{10}{100} = 0,1.$$

Здійснюємо контроль:

$$0,05 + 0,1 + 0,15 + 0,2 + 0,4 + 0,1 = 1$$

Побудуємо полігон відносних частот (рис.1):

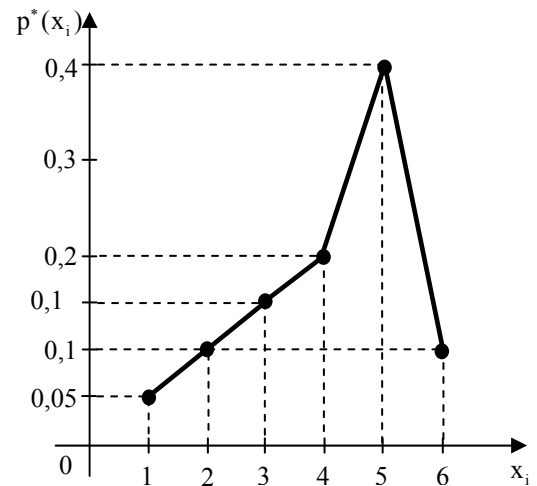


Рис.1 Полігон відносних частот

Складаємо функцію розподілу статистичних ймовірностей згідно з означенням та властивостями. Вона матиме такий вигляд:

$$F^*(x) = \sum_{x_i < x} p_i^*(x_i) = \begin{cases} 0,00, & \text{при } x \leq 1; \\ 0,05, & \text{при } 1 < x \leq 2; \\ 0,15, & \text{при } 2 < x \leq 3; \\ 0,30, & \text{при } 3 < x \leq 4; \\ 0,50, & \text{при } 4 < x \leq 5; \\ 0,90, & \text{при } 5 < x \leq 6; \\ 1,00, & \text{при } x > 6. \end{cases}$$

Будуємо графік функції $F^*(x)$ (рис.2)

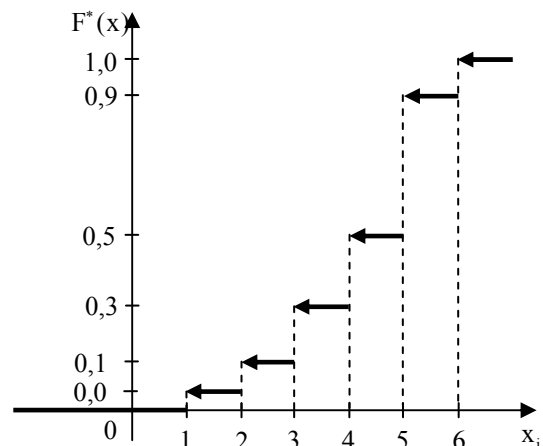


Рис.2. Графік функції дискретного розподілу статистичних ймовірностей

Розв'яжемо задачу, використовуючи програму GRAN1.

На екрані подано декілька контекстних меню програми. Вибераємо зі списку об'єктів пункт „Стат. вибірку”, який призначено для викори-

стання при опрацюванні статистичних даних. Вказуємо тип даних, модель даних і тип графіку (рис. 3).

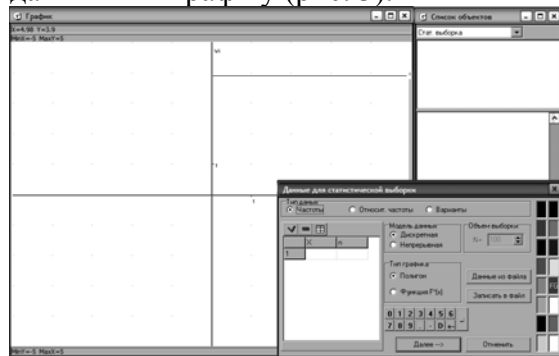


Рис.3 Вибір об'єкту та типу даних, моделі і графіку

Вводимо з клавіатури чи з файла на диску статистичні дані (рис.4).

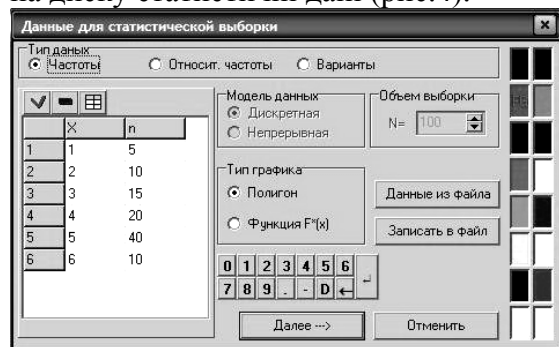


Рис.4 Введення статистичних даних вибірки

Складаємо ряд розподілу відносних частот даної статистичної вибірки (рис.5).

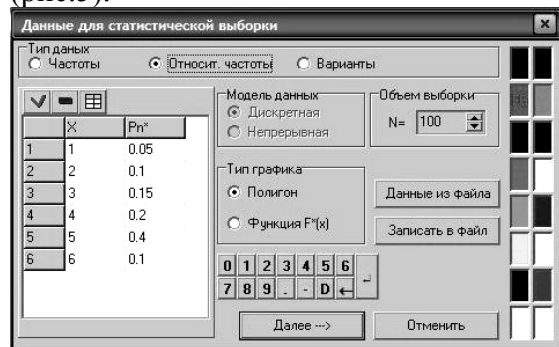


Рис. 5 Ряд розподілу відносних частот вибірки

Відкривши пункт „Графік” меню програми, звертаємося до послуги „Побудувати”. В вікні „Графік” з’явиться полігон відносних частот даної статистичної вибірки (рис.6).

В вікні даних для статистичної вибірки змінюємо тип графіку: графік полігону відносних частот на графік

функції $F^*(x)$. Будуємо графік функції дискретного розподілу статистичних ймовірностей $F^*(x)$ аналогічно тому, як ми це зробили при побудові графіку полігону (рис. 7).

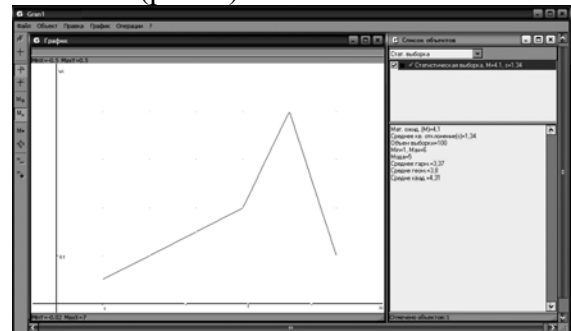


Рис. 6 Полігон відносних частот вибірки

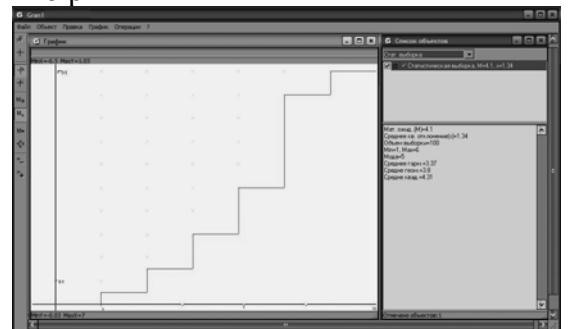


Рис. 7 Графік функції дискретного розподілу статистичних ймовірностей

Треба зазначити, що комп'ютер виконує автоматично і практично миттєво всі розрахунки і побудови графіків – досить звернутися до відповідної послуги програми. Це дозволяє позбутися рутинних обчислювальних і графічних операцій стосовно опрацювання статистичних даних, а економія часу дозволяє студентам глибше осягнути основи теорії ймовірностей та математичної статистики, дає змогу основну увагу звертати на з'ясування сутності досліджуваних процесів і явищ, побудову відповідних математичних моделей, інтерпретацію здобутих результатів, встановлення причинно-наслідкових зв'язків між досліджуваними явищами. При такому підході студенти самостійно здобувають знання, що сприяє формуванню дослідницьких вмінь та навчає творчо мислити.

Педагогічні дослідження показують, що впровадження елементів інформаційних технологій в навчальний процес та

раціональне поєднання їх з традиційними методами навчання несе із собою суттєві педагогічні переваги:

- дозволяє суттєво підсилити пізнавальну активність студентів до вивчення дисципліни;
- залучає студентів до більш активної самостійної діяльності;
- створює нову технічну основу для здійснення навчального процесу та надає можливості пред'явлення навчальної інформації через використання сучасних засобів відеотехніки;
- сприяє організації нових форм колективної роботи студентів;
- дозволяє збільшити кількість та діапазон задач, що використовуються у навчальному процесі;
- дозволяє якісно змінити контроль за діяльністю студентів, забезпечуючи його об'єктивність, оперативність, гнучкість;
- створює умови для випереджаючого навчання тих, хто має здібності і цікавість до математики;
- надає навчання прикладного, практично важливого характеру;
- забезпечує більш якісний рівень математичної і фахової підготовки студентів та розвиток їх інтелекту, здібностей і нахилів;
- забезпечує можливість студенту навчатися у відповідності з індивідуальними можливостями та в оптимальному для нього темпі;
- дозволяє закріпити навички роботи з комп'ютерною технікою, що є важливим в підготовці сучасного фахівця.

На нашу думку перспективи подальшої роботи над окресленою проблемою мають бути пов'язані з удосконаленням та створенням нових напрямків і методик

застосування інформаційних технологій в процесі навчання математики.

1. Беспалько В.П. Педагогика и прогрессивные технологии обучения. – М.: Высш. школа, 1995. – 156с.
2. Гершунский Б.С. Компьютеризация в сфере образования. Проблемы и перспективы. – М.: Прогресс, 1987. – 364с.
3. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою: Посібник для вчителів. – К.: НПУ ім. Драгоманова, 2000. – 70с.
4. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Берлінська С.Ю. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційної технології. – К.: Вища школа, 1995. – 352с.
5. Жалдак М.І., Горошко Ю.В. Програма GRAN I для вивчення математики в школі й вузі: Метод. рекомендації. – К.: КПДІ, 1992. – 48с.
6. Козлакова Г.О. Теоретичні і методичні основи застосування інформаційних технологій у вищій технічній освіті. Монографія. – К.: ІЗМН, ВППОЛ, 1997. – 179 с.
7. Машбиц Е.И. Психолого-педагогические проблемы компьютеризации обучения. – М.: Педагогика, 1988. – 297с.
8. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования/Под ред. Е.С. Полант. – М.: Изд-ий центр «академия». 2000. – 272с.
9. Рамський Ю.С., Ключко В.І., Ключко Н.О. Експериментальна оцінка ефективності використання автоматизованих навчальних курсів// Сучасні інформаційні технології в навчальному процесі. – К.: НПУ, 1991. – С.22–40.
10. Талызина Н.Ф. Компьютеризация и программированное обучение// Вопросы психологии. – 1986. – №6. – С. 43–45.

Summary. In article is organized certain analysis of the modern condition and particularities of the introduction information technology in process of the education mathematicians, in particular theory of chances and mathematical statistics, which promote shaping scholastic-cognitive activity student.

Надійшла до редакції 20.05.2004 р.

APPLICATION OF FUZZY LOGIC TO LEARNING ASSESSMENT

(применение нечеткой логики к
анализу оценивания знаний студентов)

Dr. Igor Ya. Subbotin, Professor

*Department of Mathematics, School of Arts and Sciences,
National University, USA*

Dr. Hassan Badkoobehi, Associate Professor,

*Department of Applied Engineering, School of Engineering and Technology,
National University, USA*

Dr. Bilotskii, N.N., Associate Professor

Department of Mathematics, National Pedagogic University, Kiev

Нечітка логіка останнім часом успішно розвивалася багатьма дослідниками, і було показано, що її застосування можуть бути надзвичайно плідними в багатьох напрямках, включаючи різні технічні розробки, теорію керування, бізнес, медицину та інше. Здійснювалися також деякі цікаві спроби застосувати ідеї нечіткої логіки в області освіти. Стаття обговорює можливий спосіб застосування нечіткої логіки в процесі оцінювання знань студентів.

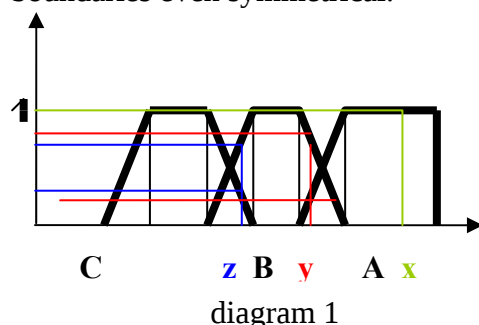
In 1965 L.A.Zadeh [12, 13] introduced the ideas of so called fuzzy logic as a prospective tool in the control theory for solving some engineering problems that could not be solved with the standard mathematics tools because of their very complicated nature. This theory lets us handle and process information in a similar way as the human brain does. Fuzzy logic has been successfully developed by many researchers and has been proven to be extremely productive in many applications (see, for example, [1, 3, 5, 6, 11,], and others). There are also some interesting attempts to implement fuzzy logic ideas in the field of education [7, 9].

As some other researchers (see, for example, [9]), we will base our consideration on the ideas of Voss [10], who developed the argument that learning as a specific case of knowledge transfer consists of successive problem-solving activities, in which the input information is represented of existing knowledge with the solution occurring when the input is

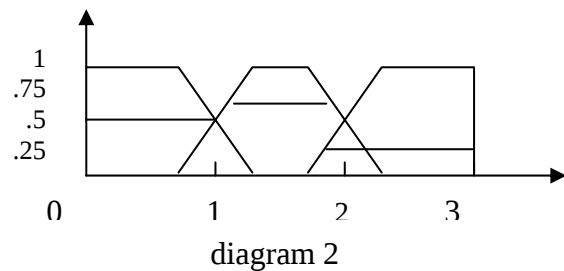
appropriately represented. This process implements the following states: a) representation of the input data, b) interpretation of this data, c) generalization of the new knowledge, and d) categorization of this knowledge. The states a and b could be unified in one state of interpretation the new knowledge. In the article [9], some interesting fuzzy logic applications based on the Voss theory have been developed. We will try to imply another approach to the assessment of students learning. Our approach is visible, does not implement on the final stage any complicated calculations, and, what is important, can be applied to a single student assessment and to the class assessment as well. Depending on evaluation criteria, this approach could be used for the comparing or just for individual independent assessment.

While assessing our students' knowledge acquisition we are not completely sure about a particular numerical grade, which could belong to the

two adjacent groups of grades with different degrees of membership, which we can measure, for instance, in percentages. It is also based on commonly used in fuzzy logic ideas. This idea could be realized in the following diagram 1, describing so called membership function, which simply assigns to each of the considered element its degree of belonging to the corresponding sets. Formally, it could be described as a function $F = \{(x, f(x): x \in U\}$, where U is the universal set of the discourse, and the range $E(F)$ of function F is $[0, 1]$. It is a very common approach to divide the interval of the specific grades on three parts and assign the corresponding grade using + and - . For example, $80 - 82 = B-$, $83 - 86 = B$, $87 - 89 = B+$. On the diagram 1 student Z has, lets say, 0.25 or 25% degree membership in the set corresponds to the grade C and, therefore, 0.75 or 75% degree membership in the set B, while student X has the 1.0 degree membership in the set corresponds to the grade A. It follows from the simple geometric considerations that in the described cases degrees of membership for the same element complement each other to 1. It is worthy to note that the same kind of simple geometric arguments imply that this rules are valid for any boundary distributions (for example, $80 - 81 = B-$, not $80 - 82$ as above, and so on). Moreover, we do not have to make these boundaries even symmetrical.

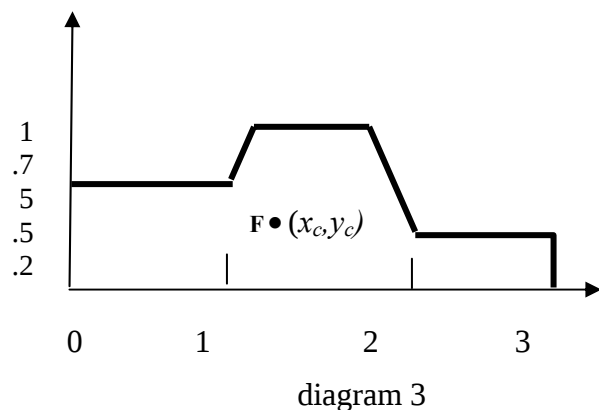


Based on the ideas above, we can consider the following diagram 2 for a student knowledge acquisition base on the briefly explained above Voss theory [10].



Let student X has achieved 0.5 or 50% of knowledge acquisition on the stage corresponding to the first level of knowledge interpretation; 0.75 = 75% of knowledge acquisition on the stage corresponds to the second level of knowledge generalization; and only 0.25 = 25% of knowledge acquisition on the stage corresponds to the third level of knowledge categorization.

Diagram 2 defines the membership function in the way described above. Using fuzzy logic rule “C or D means maximum (C, D)” we are coming to diagram 3 describing student X ’s performance in the process of learning.



This diagram itself is able to provide us with very useful information regarding this specific learning process. Our example shows, for instance, that the instructor is supposed to think of improving his/her material representation style since X was able to absorb only 50% of information on the first introductory steps.

Also, due to different reasons, including from one side the student’s capabilities, and, from another side, designed by the instructor the final set of activities, the result on the stage of

knowledge categorization is also far from the desirable. However, there is a commonly used in the fuzzy logic approach to measure this performance with the pair of numbers (x_c, y_c) as coordinates of the center of mass of the represented figure F , which we can calculate using the following well-known formulas:

$$x_c = \frac{\iint_F x dx dy}{\iint_F dx dy}, y_c = \frac{\iint_F y dx dy}{\iint_F dx dy}. (1)$$

It is not a problem to calculate such numbers using the formulas above, however it could take some significant amount of time. As any assessment, our approach is very approximate.

So it would be much more useful in everyday life to simplify the situation substituting our trapezoids by rectangles. In this case, diagram 3 modifies to the following diagram 4. On this diagram the instructor assess that student X has achieved y_1 ($0.5 = 50\%$) of knowledge acquisition on the stage corresponding to the first level of knowledge interpretation; y_2 ($0.75 = 75\%$) of knowledge acquisition on the stage corresponds to the second level of knowledge generalization; and only y_3 ($0.25 = 25\%$) of knowledge acquisition on the stage corresponds to the third level of knowledge categorization. Diagram 4 defines the membership function in the way described above.

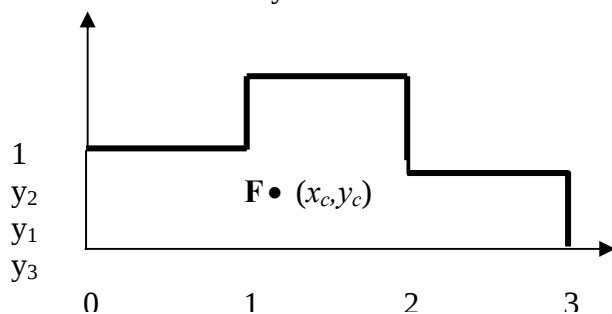


diagram 4

In this case, formulas (1) can be easily transformed to the following simple formulas:

$$x_c = \frac{1}{2} \left(\frac{y_1 + 3y_2 + 5y_3}{y_1 + y_2 + y_3} \right), y_c = \frac{1}{2} \left(\frac{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}{y_1 + y_2 + y_3} \right). (2)$$

In our specific example, $y_1 = 0.5$, $y_2 = 0.75$, $y_3 = 0.25$, and therefore, after simple calculations we obtain $x_c = \frac{4}{3}$, $y_c = \frac{7}{24}$.

In the ideal case, when X has successfully absorbed knowledge on all three stages, i.e. $y_i = 1$ for all $i = 1, 2, 3$, diagram 4 will look as following:

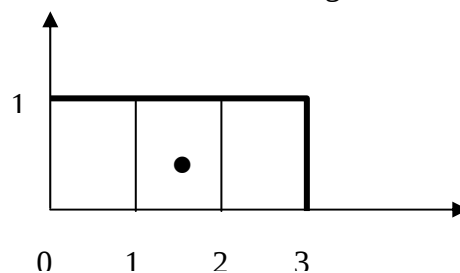


diagram 5

The coordinates of the center of mass are $x_c = \frac{3}{2}$, $y_c = \frac{1}{2}$.

So, we can compare the performance of different students finding out which center of mass is situated closer to this ideal point $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$.

To do that, one can use a simple formula of distance between two points on the coordinate plane. For example in our case this distance r is

$$r = \sqrt{\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{24} - \frac{1}{2}\right)^2} = 0.267$$

Or one can give the radius r of the r -neighborhood of this ideal point $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ and assess how many students perform correspondently to this given number r . However, it is more adequate to consider two r -neighborhoods: one for each coordinate. For instance, for x_c , the appropriate number r_x could be around 0.25, but for y_c the number r_y should be no more than 0.1. This way we come to a

rectangular neighborhood for $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$. It is worthy to note that these coordinates are giving us not only a sort of average value, but also information on values' distribution around this average.

It is easy to see that the formulas (2) can be generalized for the case when our figure consists not only from three rectangles, but also from n rectangles. In this case we will come to the following formulas:

$$x_c = \frac{1}{2} \left(\frac{\sum_{i=1}^n (2i-1)y_i}{\sum_{i=1}^n y_i} \right), y_c = \frac{1}{2} \left(\frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i} \right). (3)$$

Formulas (3) could be useful in the case if one would like to consider more than three states of the learning process.

1. BINAGHI E. A *Fuzzy Logic Inference Model for a Rule-based System in Medical Diagnosis. Expert Systems, Vol 7, No. 3, pp. 134-141, 1990.*

2. DRIANKOV D., HELLENDORN H. and REINFRANK M. *An Introduction to Fuzzy Control, Springer-verlag, 1993.*

3. DOWLING E. T., *Mathematics for Economists, Schaum's Outline Series, McGraw - Hill, New York, 1980.*

4. ESPIN E. A. - OLIVERAS C. M. L., *Introduction to the use of the fuzzy logic in the assessment of mathematics teachers' Proceedings 1st Mediterranean Conf. Math., 107-113, Cyprus, 1997.*

5. JAMSHIDI M., VADIEE N. and ROSS T. (eds.). *Fuzzy logic and Control, Prentice-Hall, 1993.*

6. KLIR G. J. - FOLGER T. A., *Fuzzy sets: Uncertainty and Information, Prentice - Hall Int., London, 1988.*

7. PERDIKARIS S., *Mathematizing the van Hiele levels: a fuzzy set approach, Int. J. Math. Educ. Sci. Technol., 27, 41-47, 1996.*

8. POLYA G., *On learning, teaching and learning teaching American Math. Monthly, 70, 605-619, 1963.*

9. VOSKOGLLOU M.G., *The process of learning mathematics: a fuzzy set approach, Heuristics and Didactics of Exact Sciences, V 10, p.9 - 13, 1999.*

10. VOSS J.F., *Learning and transfer in subject-matter learning: A problem solving model, Int. J. Educ. Research, 11, 607-622, 1987.*

11. WILLIAMS T. *Fuzzy Logic Simplifies Complex Control Problems. Computer Design, pp. 90-102, March, 1991.*

12. ZADEH, L.A. *Fuzzy sets. Information and Control, 8, 338-353, 1965.*

13. ZADEH, L.A. *Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision processes. IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, SMC-3, pp. 28-44, 1973.*

Резюме. Нечеткая логика в последнее время успешно развивалась многими исследователями, и было показано, что ее применения могут быть чрезвычайно плодотворными во многих направлениях, включая различные технические разработки, теорию управления, бизнес, медицину, и прочее. Осуществлялись также некоторые интересные попытки применить идеи нечеткой логики в области образования. Статья обсуждает возможный способ применения нечеткой логики в процессе оценивания знаний студентов.

Надійшла до редакції 25.05.2004 р.

ВИДЕОЗАНЯТИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ – СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕС- СИОНАЛЬНЫХ УМЕНИЙ СТУДЕНТОВ

*И.Иванов, Й.Николов, Р.Петрова, М.Божидарова,
С.Първулов, Т.Трайчев, Н.Тончева, С.Стефанов
Шуменский Университет “Епископ К.Преславски”
Болгария*

У статті описаний досвід кафедри в оформленні професійних умінь студентів на практичному рівні з використанням відеозаняття як неklasичної форми реалізації їхнього навчання.

Формирование профессиональных умений студентов - это продолжительный и не легко достижимый процесс. Этот процесс осуществляется на двух уровнях: теоретическом и практическом.

На первом уровне в лекционных курсах общей методики обучения математике (ОМОМ), специальной и частной методики обучения математике (СЧМОМ), школьном курсе алгебры (ШКА) и школьном курсе геометрии (ШКГ) формируется теоретическая основа знаний, которая необходима для следующего практического уровня. Так как эта основа очень широка, мы рассмотрим только ту ее часть, которая имеет отношение к уроку как к основной форме обучения математике.

В лекциях и упражнениях по ШКА и ШКГ расширяются, систематизируются и обобщаются идеи, понятия, теоремы и методы решения задач, которые реализованы в учебниках по математике болгарской средней школы. ШКА и ШКГ составляют основу изучения учебного содержания методики обучения математике (МОМ).

На лекциях и особенно на семинарских занятиях по МОМ отрабатываются отдельные структурные элементы отдельных видов уроков математики, изъясняется содержание поурочного плана (план урока),

который на нашей кафедре имеет следующую форму [1]:

Кафедра методики обучения
математике и информатике

ПЛАН-КОНСПЕКТ

урока..... для.....класса, 20.. г.
составил.....
студент.....курса,
специальность.....
руководитель практики.....

1. Тема урока.....
2. Вид урока.....
3. Цели урока:
 - а. Образовательные.....
 - б. Воспитательные.....
4. Основной метод обучения на уроке
5. Обеспечение урока дидактическими пособиями и техническими средствами обучения.....
6. Место урока в общей теме
7. Методические заметки по уроку.....
8. Последовательность дидактических задач:

Дидакти- ческая задача	Деятель- ность учителя	Деятель- ность уче- ников
1.....		
2.....		

Из перечисленных компонентов, мы рассмотрим только седьмой, так как он специфичен для урока математики.

В этом пункте студент описывает свою деятельность, связанную с подготовкой к конкретному уроку. Этот пункт дополняется после анализа реально проведенного студентом урока. В нем пункте открываются анализируются факторы, влияющие на отклонение от плана урока. На базе этого анализа намечаются новые пути и средства для избежания этих отклонений.

Формирование профессиональных умений студентов продолжается на практическом уровне. Классическими формами реализации этой цели являются:

1. Конспектирование по математике (наблюдение и обсуждение видеоурока или реально проведенного учителем урока).

2. Текущая педагогическая практика по математике (ТПП – наблюдение и обсуждение реально проведенного студентом из группы урока – педагогический стаж без отрыва от занятий в университете).

3. Преддипломная педагогическая практика по математике (ППП – каждый студент обучает конкретный класс в данной базовой школе на протяжении десяти недель – педагогический стаж в школе с отрывом от занятий в университете).

Цель данной статьи – описать наш опыт в формировании профессиональных умений студентов на практическом уровне с использованием неклассической формы реализации данной задачи, а именно использование видеозанятий.

Видеозанятия, которые мы создаем для этой цели имеют следующую структуру:

1. Введение.
2. Изложение.
3. Заключение.

Во введении показан текст, указывающий дату (год, месяц, день недели и час) проведения, место (базовую школу) проведения, кто проводит урок (базовый учитель или студент-стажер), класс, в котором проводится урок, тема и методические задачи, связанные с формированием конкретных профессиональных умений студентов (умение провести данный вид урока – для усвоения новых знаний, решение упражнений, обобщающий и т.д; умения, связанные с изучением математических понятий, теорем, доказательств математических утверждений, задач и т.д.)

В изложении представлен фильм с конкретной реализацией заранее поставленной методической задачи.

Продолжительность изложения видеоурока может быть равна, длиннее или короче по времени по сравнению с длинной академического занятия (45 минут).

Тема и поставленные методические задачи определяют необходимое для изложения время.

В заключении показан фильм, на котором учитель (базовый или студент-стажер) проводит анализ урока (см. изложение).

Анализ содержит заметки по всем восьми пунктам представленного выше плана. Особое внимание уделяется седьмому пункту. Этим заканчивается видеофильм, который показываем студентам на лабораторной работе в специальном видеозале университета.

Видеозанятие продолжается обсуждением студентами данного фильма (или его частей), осуществляющееся в отсутствии базового учителя или студента-стажера. Обсуждения студентов обобщает преподаватель по МОМ. Этим заканчивается видеозанятие.

Руководствуясь представленным содержанием проведения видеозанятия по математике, попробуем

перечислить некоторые достоинства и недостатки этой неклассической формы реализации формирования практических профессиональных умений студентов.

► **Достоинства видеозанятий:**

- Дают свободу при изучении отдельных структурных элементов урока.

- Подробно изучается реализация заранее поставленных целей на базе конкретно представленного решения методических задач (здесь возможно поаспектное сопоставление целей и методических задач, поставленных базовым учителем или студентом-стажером с теми задачами, которые предлагают (предложили бы) студенты данной группы на лабораторном занятии).

- Занятия могут проводиться в любое время (во время каникул и выходных дней).

- Финансово выгодно для университета.

- Вносят разнообразие в практические формы обучения в высшей школе, чем вызывают познавательный интерес у студентов.

► **Недостатки видеозанятий:**

- Технические (звук, картина, операторские ошибки и т.д.)

- Дидактические (нереальное представление о школьной жизни и условиях обучения и воспитания).

Из перечисленных достоинств и недостатков видно, что технические недостатки практически преодолимы, а дидактические являются необходимым компромиссом.

В данной статье показаны содержание и методика проведения видеозанятий по математике, как неклассическое средство формирования практических профессиональных умений студентов.

Надеемся, что опыт других авторов по этому вопросу поможет нам усовершенствовать методику обучения в высшей школе.

1. Портев Л., Иванов Ив., Николов Й., Първулов С., Трайчев Т., Методическо ръководство за семинарни упражнения по методика на математиката, Университетско издателство, Шумен, 2002.

Summary. In article described experience of the pulpit in registration of the professional skills student on practical equal with use video-occupations as неклассической of the form to realization of their education.

Надійшла до редакції 26.09.2004 р.

РОЗШИРЕННЯ УЯВЛЕНЬ СТУДЕНТІВ ПРО ЧИСЛО ШЛЯХОМ ВИВЧЕННЯ КВАТЕРНІОНІВ

В.А. Гроза,
О.Л. Лещинський,
канд. фіз.-мат. наук, доценти,
В.В. Тихонова,
викладач,
Промислово-економічний коледж, м.Київ
О.П. Томащук,
канд. педагог. наук, доцент
Економіко-правовий технікум, м.Київ

Кватерніони ... Це була революція в арифметиці,
подібна тій, яку здійснив Лобачевський в геометрії.
Анрі Пуанкаре

У статті розглядається один з підходів до розширення представлень студентів про число шляхом ознайомлення їх з поняттям кватерніона.

На сучасному етапі розвитку суспільства і в майбутньому гостро поставатиме потреба у висококваліфікованих фахівцях комп'ютерно-орієнтованих спеціальностей. Пояснюється це тим, що завдяки бурхливому розвитку комп'ютерної техніки розкриваються якісно нові можливості для використання комп'ютера в самих різноманітних галузях науки, техніки, виробництва.

Підготовка фахівців комп'ютерно-орієнтованих спеціальностей здійснюється у вищих навчальних закладах різних рівнів акредитації. Вона включає в себе оволодіння студентами відповідним комплексом навчальних дисциплін, серед яких вагому частку становлять професійно значущі дисципліни. У цьому комплексі важливе місце повинно належати математичним дисциплінами. Це пояснюється тим, що вони є базовими для багатьох дисциплін професійного циклу. Крім цього, при реалізації своїх професійних функцій фахівці комп'ютерних спеціальностей постійно будуть стикатися із задачами,

розв'язання яких потребуватиме наявності відповідних фундаментальних математичних знань, вміння аналізувати і вибирати оптимальні рішення. Тому навчаючись у вищому навчальному закладі, студенти вказаних спеціальностей повинні здобути ґрунтовну математичну освіту.

Враховуючи, що комп'ютерні технології широко впроваджуються в різні галузі науки, техніки, виробництва, в процесі навчання важливого значення слід надавати ознайомленню студентів з математичними поняттями і фактами, які застосовуються чи будуть у майбутньому застосовуватися під час моделювання реальних процесів і явищ. До таких понять слід віднести поняття кватерніона.

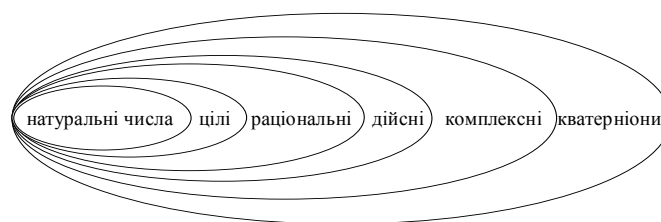
Нами досліджується методика розширення уявлень студентів вищих закладів освіти I-II рівнів акредитації комп'ютерно-орієнтованих спеціальностей про число шляхом введення поняття кватерніона.

Поняття кватерніона можна ввести після вивчення студентами теорії комплексних чисел у межах єдиного модуля “Розширення поняття числа”. На перших заняттях, присвячених розширенню поняття

числа, доцільно ознайомити студентів із схемою, яка ілюструє співвідношення між основними числовими множинами:

Модуль “Розширення поняття числа”

№	Назва теми	Орієнтовна кількість годин
1.	Розширення поняття числа від натурального до дійсного.	4
2.	Поняття комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексного числа.	2
3.	Геометричне зображення комплексних чисел. Тригонометрична форма комплексного числа.	4
4.	Показникова форма комплексного числа. Переходи від показникової до інших форм комплексного числа.	2
5.	Застосування комплексних чисел для розв’язування прикладних задач.	4
6.	Узагальнення поняття числа. Гіперкомплексні числа. Кватерніони.	6
	Всього	22



Закінчуючи заняття, присвячене застосуванню комплексних чисел для розв’язування прикладних задач, необхідно підвести підсумок, зазначивши, що комплексні числа виявилися досить корисними і знайшли багато застосувань. Тому природно сподіватися, що інші, більш загальні види чисел, також мають важливі застосування. Тут варто звернутися до історії розвитку математики і розповісти студентам, що Дж.К.Максвелл (1831-1879), вивчаючи побудовану ним математичну модель класичної електродинаміки, передбачив існування електромагнітних хвиль. Пізніше Г.Р.Герц (1857-1894) експериментально встановив існування таких хвиль. Компактний запис своїх відомих рівнянь Максвелл подав в термінах кватерніонів. У 60-70-х роках минулого століття механіками були розроблені методи розрахунків систем управління орієнтацією штучних супутників Землі,

що ґрунтувалися на використанні кватерніонів.

На першому з трьох занять, присвячених кватерніонам, можна запропонувати студентам історичну довідку про розвиток поняття числа, включивши в розгляд числа вигляду $a + bi + cj$ (де i та j – дві різні уявні одиниці) – триплети, і вказати причину падіння інтересу в науковців до таких чисел. Розповісти про видатного вченого У.Р.Гамільтона (1805-1865), який займався проблемами узагальнення комплексних чисел. Можна зазначити, що в 22 роки він був обраний професором Дублінського університету і директором Дублінської обсерваторії, а в 32 роки його було обрано президентом Ірландської Академії наук. В 1844 році Гамільтон виклав елементи теорії кватерніонів на чотирьох сторінках. А в 1845 році склав з себе повноваження президента Академії наук, щоб повністю зайнятися вивченням кватерніонів.

Далі можна перейти до викладення теоретичного матеріалу і розглянути вирази вигляду $q_0 + q_1i + q_2j + q_3k$, (1) де q_0, q_1, q_2, q_3 , – дійсні числа, i, j, k – уявні одиниці ($i^2 = j^2 = k^2 = -1$).

Якщо розглядати уявну площину, а в ній уявні одиниці, зображені у вигляді взаємно перпендикулярних одиничних векторів, то узагальнення може мати такий вигляд:



Знак “+” у виразі (1) – це не знак суми, а знак об’єднання компонентів q_0, q_1, q_2, q_3 цього виразу в єдине ціле. Для того, щоб вказаний вираз можна було назвати числом, необхідно ввести умову рівності та правила дій (додавання, віднімання, множення). Нехай

$$Q = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k,$$

$$Q' = q'_0 + q'_1i + q'_2j + q'_3k.$$

Тоді за означенням: $Q = Q'$, якщо

$$q_0 = q'_0, q_1 = q'_1, q_2 = q'_2, q_3 = q'_3;$$

$$Q \pm Q' = (q_0 \pm q'_0) + (q_1 \pm q'_1)i +$$

$$+ (q_2 \pm q'_2)j + (q_3 \pm q'_3)k;$$

$$Q \cdot Q' = (q_0q'_0 - q_1q'_1 - q_2q'_2 - q_3q'_3) +$$

$$+ (q_0q'_1 + q_1q'_0 + q_2q'_3 - q_3q'_2)i +$$

$$+ (q_0q'_2 + q_2q'_0 + q_3q'_1 - q_1q'_3)j +$$

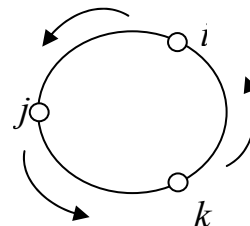
$$+ (q_0q'_3 + q_3q'_0 + q_1q'_2 - q_2q'_1)k.$$

Далі слід зазначити, що вирази вигляду (1), для яких рівність та арифметичні дії (додавання, віднімання, множення) визначені за вказаними правилами, називають кватерніонами.

Студентам слід зауважити, що добуток кватерніонів не є комутативним, тобто у загальному випадку $Q \cdot Q' \neq Q' \cdot Q$, і навести приклади, коли комутативність виконується. Далі можна розглянути задачі, пов’язані з арифметикою кватерніонів.

На другому занятті доцільно буде ознайомити студентів із таблицею, яка асоціює перехід від комплексної площини C до простору кватерніонів K .

На занятті до кожного пункту таблиці бажано навести приклади. Для кращого запам’ятовування правила множення уявних одиниць i, j, k (пункт 1 таблиці) студентів слід ознайомити з відповідним мнемонічним правилом:



При русі по колу проти годинникової стрілки зустрічаються уявні одиниці i, j, k . Добуток двох сусідніх дорівнює третій зі знаком “+”, якщо перехід по колу від першого співмножника до другого відбувається проти годинникової стрілки, та зі знаком “–”, якщо перехід відбувається за годинниковою стрілкою. Коментуючи це правило, слід наголосити студентам, що для добутку уявних одиниць не справджується комутативний закон. Так, наприклад, $i \cdot j \neq j \cdot i$.

Доцільно буде привернути увагу студентів до пункту 7 таблиці і запропонувати їм самостійно довести рівність $|Q_1| \cdot |Q_2| = |Q_1 \cdot Q_2|$. Вона в подальшому використовуватиметься при розв’язуванні задач.

На третьому занятті студентів можна ознайомити із деякими застосуваннями теорії кватерніонів для розв’язування нескладних задач.

Задача 1. Довести, що число 1271 можна представити у вигляді суми чотирьох точних квадратів.

Розв’язання. Очевидно, що

$$1271 = 31 \cdot 41, \quad 31 = 5^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2,$$

$$41 = 6^2 + 2^2 + 1^2 + 0^2. \quad \text{Тоді}$$

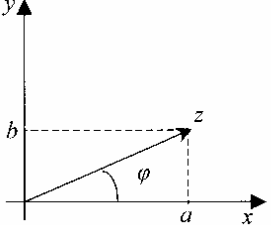
$$31 = |5 + 2i + j + k|^2, \quad 41 = |6 + 2i + j|^2,$$

$$1271 = |5 + 2i + j + k|^2 \cdot |6 + 2i + j|^2 =$$

$$= |(5 + 2i + j + k) \cdot (6 + 2i + j)|^2 = |+(0 + 6 + 2 - 2)k|^2 = |25 + 21i + 13j + 6k|^2 =$$

$$= |(30 - 4 - 1 - 0) + (10 + 12 + 0 - 1)i + (5 + 6 + 2 - 0)j + | = (\sqrt{25^2 + 21^2 + 13^2 + 6^2})^2 = 25^2 + 21^2 + 13^2 + 6^2$$

C		K																																			
1.	<table><tr><td></td><td>1</td><td>i</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>i</td></tr><tr><td>i</td><td>i</td><td>-1</td></tr></table>		1	i	1	1	i	i	i	-1	1.	другий співмножник <table><tr><td></td><td>1</td><td>i</td><td>j</td><td>k</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>i</td><td>j</td><td>k</td></tr><tr><td>i</td><td>i</td><td>-1</td><td>k</td><td>-j</td></tr><tr><td>j</td><td>j</td><td>-k</td><td>-1</td><td>i</td></tr><tr><td>k</td><td>k</td><td>j</td><td>i</td><td>-1</td></tr></table> перший співмножник		1	i	j	k	1	1	i	j	k	i	i	-1	k	-j	j	j	-k	-1	i	k	k	j	i	-1
	1	i																																			
1	1	i																																			
i	i	-1																																			
	1	i	j	k																																	
1	1	i	j	k																																	
i	i	-1	k	-j																																	
j	j	-k	-1	i																																	
k	k	j	i	-1																																	
2.	$i^2 = -1.$	2.	$i^2 = j^2 = k^2 = -1.$																																		
3.	$z = \boxed{a} + \boxed{bi}$ $\downarrow \qquad \downarrow$ $\text{Re } z \qquad \text{Im } z$ $z = \text{Re } z + \text{Im } z$	3.	$Q = \boxed{q_0} + \boxed{q_1 i + q_2 j + q_3 k}$ $\downarrow \qquad \downarrow$ $S(Q) \qquad V(Q)$ $Q = S(Q) + V(Q):$ $S(Q)$ називають скалярною, а $V(Q)$ – векторною частиною кватерніона Q.																																		
4.	$ z = \sqrt{a^2 + b^2}.$	4.	$ Q = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}.$																																		
5.	$z_1 = a_1 + b_1 i,$ $z_2 = a_2 + b_2 i$ $z_1 \pm z_2 = \boxed{(a_1 \pm a_2)} + \boxed{(b_1 \pm b_2)i}$ $\downarrow \qquad \downarrow$ $\text{Re } (z_1 \pm z_2) \qquad \text{Im } (z_1 \pm z_2)$	5.	$Q_1 = a_0 + a_1 i + a_2 j + a_3 k,$ $Q_2 = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k,$ $Q_1 \pm Q_2 = \boxed{(a_0 \pm q_0)} + \boxed{[(a_1 \pm q_1)i + (a_2 \pm q_2)j + (a_3 \pm q_3)k]}$ $\downarrow \qquad \downarrow$ $S(Q_1 \pm Q_2) \qquad V(Q_1 \pm Q_2)$																																		
6.	$z_1 = a_1 + b_1 i,$ $z_2 = a_2 + b_2 i,$ $z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i =$ $= \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ b_1 & a_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & -a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} i.$	6.	$Q_1 = a_0 + a_1 i + a_2 j + a_3 k,$ $Q_2 = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k,$ $Q_1 Q_2 = (a_0 q_0 - a_1 q_1 - a_2 q_2 - a_3 q_3) +$ $+ (a_0 q_1 + a_1 q_0 + a_2 q_3 - a_3 q_2)i +$ $+ (a_0 q_2 + a_2 q_0 + a_3 q_1 - a_1 q_3)j +$ $+ (a_0 q_3 + a_3 q_0 + a_1 q_2 - a_2 q_1)k =$ $= \left(\begin{vmatrix} a_0 & a_1 \\ q_1 & q_0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_2 & -a_3 \\ q_3 & q_2 \end{vmatrix} \right) + \left(\begin{vmatrix} a_0 & -a_1 \\ q_0 & q_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ q_2 & q_3 \end{vmatrix} \right) i +$ $+ \left(\begin{vmatrix} a_0 & -a_2 \\ q_0 & q_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ q_3 & q_1 \end{vmatrix} \right) j + \left(\begin{vmatrix} a_0 & -a_3 \\ q_0 & q_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ q_1 & q_2 \end{vmatrix} \right) k.$																																		
7.	$z_1 = a_1 + b_1 i,$ $z_2 = a_2 + b_2 i,$ $z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot z_2 .$	7.	$Q_1 = a_0 + a_1 i + a_2 j + a_3 k,$ $Q_2 = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k,$ $Q_1 \cdot Q_2 = Q_1 \cdot Q_2 .$																																		

8. $z = a + bi,$ $\bar{z} = a - bi$ – спряжене комплексне число, $z \cdot \bar{z} = z ^2$	8. $Q = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k,$ $\bar{Q} = q_0 - q_1i - q_2j - q_3k$ – спряжений кватерніон, $Q \cdot \bar{Q} = \bar{Q} \cdot Q = Q ^2$
9.  $z = z \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)$ – тригонометрична форма комплексного числа	9. $\vec{V}(Q)$ – векторна частина кватерніона Q , яку можна зобразити у вигляді вектора $\vec{V}(Q) = q_1\vec{i} + q_2\vec{j} + q_3\vec{k}$, $ \vec{V}(Q) = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}, \quad \vec{n} = \frac{\vec{V}(Q)}{ \vec{V}(Q) };$ $\cos \varphi = \frac{S(Q)}{\sqrt{(S(Q))^2 + (\vec{V}(Q))^2}} = \frac{q_0}{ Q },$ $\sin \varphi = \frac{ \vec{V}(Q) }{\sqrt{(S(Q))^2 + (\vec{V}(Q))^2}} = \frac{ \vec{V}(Q) }{ Q },$ $Q = Q \cdot (\cos \varphi + \vec{n} \sin \varphi)$ – тригонометрична форма кватерніона
10. Формула Муавра $(\cos \varphi + i \sin \varphi)^k = \cos k\varphi + i \sin k\varphi$	10. $(\cos \varphi + \vec{n} \sin \varphi)^k = \cos k\varphi + \vec{n} \sin k\varphi$

Задача 2. Задано прямокутник зі сторонами 30 см і 74 см. Чи можна побудувати чотири квадрати, сума площ яких дорівнює площі прямокутника?

Відповідь: Можна (квадрати мають відповідно сторони завдовжки 1 см, 13 см, 31 см, 33 см).

Закінчуючи ознайомлення студентів з елементами теорії кватерніонів, можна зазначити, що:

– теорія кватерніонів є як науковою, так і культурною спадщиною;

– в подальшому теорія кватерніонів обіцяє широкі застосування;

– існують подальші узагальнення чисел, наприклад, достатньо розроблена теорія октав (чисел вигляду

$u = u_0 + u_1i_1 + u_2i_2 + u_3i_3 + u_4i_4 + u_5i_5 + u_6i_6 + u_7i_7$ де i_k ($k=1, \dots, 7$) – уявні одиниці) та загальна теорія гіперкомплексних чисел.

1. Балк М.Б. и др. Реальные применения мнимых чисел. – К.: Рад. шк., 1988. – 259 с.

2. Яглом Ф.М. Комплексные числа и их применения в геометрии. – М.: Физматгиз, 1963. – 192 с.

Summary. In the article one of the approaches towards the broadening of students' awareness of a number by the way of acquaintance with quaternion notion is taken under consideration.

Надійшла до редакції 28.09.2004 р.

НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННЮ У ВУЗІВСЬКИХ КУРСАХ ГЕОМЕТРІЇ

*Л.Л. Панченко,
старший викладач*

Національний педуніверситет ім.М.П.Драгоманова, м.Київ

У статті розглянута проблема формування умінь математичного моделювання в майбутніх учителів математики при вивченні геометрії.

Вища педагогічна школа в умовах розбудови незалежної української держави покликана підготувати педагогічні кадри для загальноосвітньої, професійної і вищої школи на високому рівні. Наукові основи підготовки майбутнього вчителя математики полягають у вивченні фундаментальних курсів математики. Математика як наука в ході свого історичного розвитку накопичила багато фактів, які свідчать про те, що математичні поняття, операції, способи логічних міркувань зазнають суттєвого впливу практики і мають цілком певне практичне походження. Специфічність відображення математикою дійсності визначає основні напрямки формування світогляду при її навчанні. Одним з таких напрямків є оволодіння студентами методом математичного моделювання.

Ідеї і методологія математичного моделювання виникли в 40-50 роки і продовжують розвиватися далі. Фундаторами методології математичного моделювання були А.М.Колмогоров, А.М.Тихонов, О.А.Самарський, Б.В.Гнеденко. Не дивно, що названі вчені розробляючи методи математичного моделювання і їх використання в різних галузях науки і техніки, прийшли до думки про необхідність навчання математичному моделюванню студентів вузів, учнів загальноосвітньої школи. Б.В.Гнеденко зазначав, що готувати майбутнього вчителя слід так, щоб він міг бачити “прикладні можливості” сучасної математики [3]. Оволодінню

методологією математичного моделювання майбутніми вчителями математики велика увага приділена в «Галузевих стандартах вищої освіти. Математика» [2]. Сьогодні відсутня науково-обгрунтована методична система навчання студентів математичному моделюванню в процесі вивчення математики. Розробити таку методичну систему необхідно. Цю мету ставить перед собою автор статті, розглядаючи навчання студентів математичному моделюванню у вузівських курсах геометрії як елемент такої системи. На Україні створені подібні методичні системи для навчання математичному моделюванню майбутніх інженерів – Т.В.Криловою [5], майбутніх економістів – Л.І. Нічуговською [6].

Отже, формування вмінь математичного моделювання у майбутніх вчителів математики – одне з найважливіших дидактичних завдань університетських курсів геометрії, які вивчаються на протязі 5-ти семестрів. В цих курсах розглядаються моделі, які умовно можна поділити на 2 типи:

1-й тип – математичні моделі практичних задач, побудовані на основі теорем, тверджень, рівнянь, співвідношень аналітичної, проективної, диференціальної геометрії.

2-й тип – математичні моделі, що забезпечують розуміння та розвиток геометричної теорії.

Формування вмінь побудови та дослідження математичних моделей

1-го типу значною мірою реалізуються через систему практичних задач - тренувальних та розвиваючих.

Тренувальні задачі забезпечують набуття навичок та вмінь, як суто геометричного характеру так і математичного моделювання.

Розвиваючі задачі забезпечують розвиток творчого мислення, сприяють розвитку творчої особистості студента.

Математичне моделювання є евристичною діяльністю студентів [8]. Навчання студентів математичному моделюванню в процесі розв'язання практичної задачі відбувається за наступною евристичною схемою діяльності математичного моделювання:

1. Попередній аналіз об'єкту, що досліджується.
2. Побудова моделі.
3. Реалізація моделі математичними методами.
4. Аналіз результатів, та перенесення їх на образ, що вивчається [11].

Цю схему називають спрощеною. Використовувати її доцільно, починаючи навчати математичному моделюванню в шкільному курсі математики та продовжуючи таке навчання на першому курсі вузу.

Навчаючись у вузі, студенти здобувають ґрунтовні знання з вузівських курсів математики та інформатики, тому, поступово, їх слід знайомити з поглибленою евристичною схемою діяльності математичного моделювання. Вона має наступний вигляд:

1. Попередній аналіз об'єкту, що досліджується
2. Побудова математичної моделі.
3. Реалізація моделі математичними методами.
4. Вибір (чи розробка) алгоритму для реалізації моделі на комп'ютері.
5. Створення програм, що "перекладають" модель та алгоритм на доступну комп'ютерну мову.
6. Проведення обчислювального експерименту.

7. Аналіз результатів та вдосконалення моделі [7].

Розв'язуючи практичні задачі в процесі вивчення, як геометрії так і інших математичних дисциплін, поступово слід розширювати спрощену схему, додаючи до неї етапи поглибленої схеми, за мірою можливості. Математичне моделювання за поглибленою евристичною схемою діяльності не викликати труднощів лише за умови, що студенти досягнуть необхідного рівня знань та умінь з інформатики та обчислювальної техніки.

Практичні задачі, як засіб навчання математичному моделюванню, дуже важливі в системі навчання геометрії. Але не менш важливими у формуванні вмінь математичного моделювання є і задачі на застосування моделей другого типу. При чому при розв'язуванні задач на складання математичних моделей першого типу вміння математичного моделювання формується на основі вмінь оперувати певними геометричними образами (такі вміння в геометрії є основними, їх можна назвати первинними, тоді вміння математичного моделювання, формується на їх основі). Наведемо приклад.

Задача 1. (Тренувальна, аналітична геометрія, тема: "Пряма в просторі") [4].

На плоскій ділянці дна озера лежать три точки $M_1(2;-1;-4)$, $M_2(10;-2;-5)$, $M_3(-3;1;-3)$. Знайти відстань від вершини $M_4(12;16;10)$ похиленого над озером дерева до дна озера.

Цю задачу слід розв'язувати за спрощеною евристичною схемою діяльності математичного моделювання. Розглянемо це розв'язання.

I. Попередній аналіз об'єкту дослідження.

Дно озера будемо вважати ідеально плоским – площиною α . Вершину дерева – точкою M_4 . Слід знайти найкоротшу відстань від точки до площини.

II. Побудова моделі.

На площині α , що зображає дно озера лежать точки M_1, M_2, M_3 .

Точки задані своїми координатами у прямокутній декартовій системі координат. Точки M_1, M_2, M_3 цілком визначають площину α . Точка M_4 площині α не належить.

Отже слід знайти відстань від точки M_4 до площини α , що проходить через три точки M_1, M_2, M_3 . Якщо координати точок $M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2), M_3(x_3, y_3, z_3)$, а точку $M(x, y, z)$ – прийняти за довільну точку площини, то з компланарності трьох векторів $(\vec{M_1M}, \vec{M_1M_2}, \vec{M_1M_3}) = 0$ дістанемо наступне рівняння площини α :

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (1)$$

Розкриваючи визначник, дістанемо загальне рівняння площини α у вигляді:

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

Нехай $\rho(M_4, \alpha)$ – відстань від точки M_4 до площини α . Тоді

$$\rho(M_4, \alpha) = \left| \pm \frac{Ax_4 + By_4 + Cz_4 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right| \quad (2)$$

III. Реалізація моделі математичними методами.

Підставимо в рівняння площини (1) координати точок M_1, M_2, M_3 , задані в умові задачі, дістанемо:

$$\begin{vmatrix} x-2 & y+1 & z+4 \\ 8 & -1 & -1 \\ -5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Розкривши визначник, одержимо:
 $(x-2) \cdot 1 - (y+1) \cdot 3 + (z+4) \cdot 11 = 0$ або
 $x - 3y + 11z + 39 = 0$. Шукана відстань:

$$\rho = \frac{|1 \cdot 12 + (-3) \cdot (-6) + 11 \cdot 10 + 39|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + 11^2}} = \sqrt{179} \approx 13,3791.$$

IV. Аналіз результатів та перенесення їх на образ що вивчається.

Відстань від точки M_4 до площини α дорівнює $\sqrt{179}$.

Отже, відстань від вершини дерева (M_4) до плоского дна озера (площина α), що проходить через точки M_1, M_2, M_3 наближено дорівнює 13 метрів.

В процесі розв'язання цієї задачі в студентів формується слідує вміння з математичного моделювання:

- вміти сформулювати проблему-потребу математичного моделювання;

- вміти осмислити і конкретизувати проблему та визначити можливості її математичної ідеалізації;

- вміти виділяти об'єкт математичного моделювання [2] (ці три вміння набуваються при виконанні першого етапу: "Попередній аналіз об'єкту що досліджується");

- вміти виконати словесно-змістовний опис математичного об'єкту моделювання;

- вміти виявити множину елементів системи (образу) і визначити їх властивості;

- вміти знайти зв'язки і відношення між елементами системи (образу) і записати їх у математичній формі;

- вміти виділити системоутворюючі зв'язки в досліджуваній системі (образі), запис яких у математичній формі і є шуканою математичною моделлю [2] (перераховані чотири вміння набуваються при виконанні другого етапу евристичної схеми діяльності математичного моделювання: "Побудова моделі").

Вміння аналізувати створену модель, студенти набувають виконуючи четвертий етап: "Аналіз результатів та перенесення його на образ, що вивчається".

Другий тип математичних моделей (моделі, що забезпечують розуміння та розвиток геометричної теорії) - це специфічно вузівські моделі. До таких моделей належать, наприклад, моделі проективної прямої, проективної площини, площини Лобачевського. Розглянемо детально ці моделі. На першій лекції з проективної геометрії дається означення проективного простору: "Нехай V - векторний простір

розмірності $n+1$ над полем R дійсних чисел, а V' - множина всіх ненульових векторів цього простору. Непуста множина P називається проєктивним простором розмірності n (породженим векторним простором V), якщо задано відображення $f: V' \rightarrow P$, що задовольняє слідуєчим умовам (аксіомам проєктивного простору):

1. Відображення f сюр'єктивне, тобто будь-який елемент з P має хоч би один прообраз.

2. Рівність $f(\vec{x}) = f(\vec{y})$ виконується тоді і тільки тоді коли вектори $\vec{x}$ і $\vec{y}$ колінеарні" [1].

Якщо $f(\vec{x}) = X$, то кажуть, що вектор $\vec{x}$ породжує точку X . Оскільки, неколінеарні вектори породжують різні точки, то проєктивний простір розмірності n має нескінченну множину точок. В курсі "Проективна геометрія" студенти вивчають, в основному, проєктивні властивості одновимірного та двовимірного проєктивного простору – проєктивної прямої та проєктивної площини. Студентам, уявлення яких про геометрію, склалися в процесі вивчення евклідової геометрії, дуже складно зрозуміти такі абстрактні поняття як "проєктивна пряма" та "проєктивна площина". Зрозуміти їх можливо лише проінтерпретувавши в образах евклідової геометрії. Тому, перш ніж дати наведене вище означення проєктивного простору, студентам на моделях, побудованих в образах евклідової геометрії, пояснюють, що являє собою проєктивна пряма та проєктивна площина. Основними моделями проєктивної прямої є:

1. Пучок евклідових прямих.
2. Розширена евклідова пряма (евклідова пряма доповнена нескінченно віддаленою точкою).

Будують ці моделі, проводячи слідуєчі міркування:

"Нехай S -довільна точка простору і u -пряма, що не проходить через точку S . Проведемо через S і u площину ω і

розглянемо довільні прямі площини ω , що проходять через точку S . Називатимемо сукупність їх пучком прямих з центром S . Незалежно від розміщення точки A на прямій u їй завжди відповідає визначений промінь a з початком в точці S . (рис. 1). Але не можна сказати, що будь-якому промінню пучка S відповідає точка прямої u . Промінь m пучка S , паралельний прямій u , не перетинає u і тому немає відповідної собі точки. Отже, відповідність між прямими пучка S і точками прямої u не є взаємно однозначною.

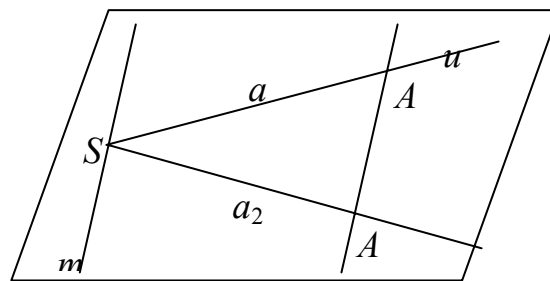


Рис. 1.

Щоб не порушувати взаємної однозначної відповідності, домовились вважати, що паралельні прямі перетинаються в нескінченно віддаленій точці. Таким чином, кожна пряма має одну і тільки одну нескінченно віддалену точку, яка належить всім прямим, паралельним їй, а також кожній площині, що проходить через пряму. Отже, евклідова пряма u , доповнена її нескінченно віддаленою точкою, є математичною моделлю проєктивної прямої, іншою моделлю є пучок прямих з вершиною в точці S , заданий прямими a та a_1 " [9]. Провівши подібні міркування, будують і основні моделі проєктивної площини. Ними є:

1. Розширена евклідова площина (евклідова площина, доповнена нескінченно віддаленою прямою).
2. В'язка прямих та площин, що проходять через деяку точку S простору.

1. Терміни "нескінченно віддалена точка", "нескінченна віддалена пряма" мають метричний характер і зв'язують

проективну геометрію лише з основними моделями проективної прямої та проективної площини. Це не завжди зручно, тому в проективній геометрії замість цих термінів вживають відповідно такі: *невласна точка, невласна пряма*. На моделях, наведених нижче, невласні елементи простору визначають за допомогою власних елементів.

На проективній прямій вводиться система координат. Координати точки проективної прямої визначаються координатами вектора евклідової площини, що породжують цю точку. Оскільки, цілий клас колінеарних векторів породжує лише одну точку проективної прямої, то координати точки записуються у вигляді відношення: $M(x_1 : x_2)$. Введення проективної системи координат на моделях дозволяє записувати рівняння геометричних образів, досліджувати ці образи, формулювати їх властивості у вигляді теорем, доводити ці теореми, вивчати проективні перетворення проективної прямої (інволюції) та проективної площини (колінеації). Основним засобом формування вмінь та навичок з проективної геометрії є задачі. Ці задачі дуже рідко розв'язуються в абстрактних образах проективної геометрії. Це не є дидактично доцільним. Більшість задач проективної геометрії розв'язуються на наведених вище математичних моделях проективних образів. Для розв'язання цих задач наведена вище евристична схема діяльності математичного моделювання також доцільна. Наведемо приклад задач, розв'язаних за цією схемою.

Задача 2 (тренувальна, проективна геометрія, „Проективна система координат на проективній прямій”). На евклідовій прямій R_1 дано своїми неоднорідними координатами точки $E_1(-1)$, $E_2(4)$, $E_0(1)$, $A(-2)$. Знайти проективні координати точки A в проективній системі координат $R(E_i)$ [10].

Розв'язання

I. Попередній аналіз об'єкту що досліджується.

Проективна система координат може бути задана лише на проективній прямій, тому дану евклідову пряму слід розширити, додавши до неї невласну точку.

II. Побудова моделі (в проективній геометрії доцільніше називати вибір моделі).

Отже проективною прямою тут буде її модель – розширена евклідова пряма. Проективні координати виразимо через однорідні координати, використовуючи формули зв'язку між однорідними і неоднорідними афінними координатами на розширеній евклідовій прямій: $x = x_1 / 1$ (1). На розширеній евклідовій прямій буде задано дві системи проективних координат $R(E_1, E_2, E_0)$ та $R'(E'_1, E'_2, E'_0)$. Знайшовши зв'язок між цими системами у вигляді співвідношень:

$$\begin{cases} \mu x_1 = q_{11}x'_1 + q_{12}x'_2, \\ \mu x_2 = q_{21}x'_1 + q_{22}x'_2, \end{cases} \quad (2)$$

знайдемо координати точки A .

Розглянемо другу модель проективної прямої – пучок евклідових прямих.

Знайти координати точки A на цій моделі – це значить знайти відношення координат власного вектора, що породжує точку A . Розглянемо відповідність між прямими пучка з вершиною в точці S і точками евклідової прямої заданими в умові задачі. Будемо вважати що

вектор $\vec{SA}$ породжує точку A проективної прямої, $\vec{SE}_1$ – точку E_1 , $\vec{SE}_2$ – точку E_2 , $\vec{SE}_0$ – точку E_0 . Спроекуємо точку E_0 на пряму SE_1 одержимо точку E'_0 , на SE_2 точку E''_0 .

Тоді $\vec{SE'_0} = \vec{e}_1$, $\vec{SE''_0} = \vec{e}_2$, вектори $\vec{e}_1$ і $\vec{e}_2$ приймемо за вектори базису. Задачу, яку ми розглядаємо можна записати у термінах евклідової геометрії: “Знайти

координати вектора $\vec{SA}$ в базисі $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

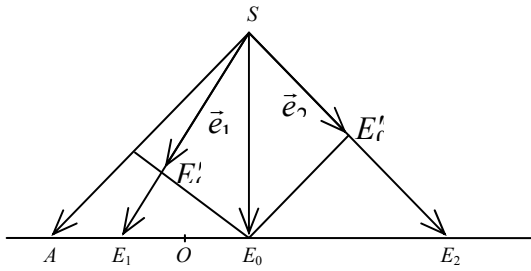


Рис. 2.

Отже, задачу можна розв'язати двома різними способами, в залежності від того, яку модель проєктивної прямої ми виберемо.

III. Реалізація моделі математичними методами.

Перший спосіб. Розв'язуємо задачу на розширеній евклідовій прямій. Відповідно до співвідношення (1) одинорідні координати заданих в задачі точок будуть: $E_1(-1:1)$, $E_2(4:2)$, $E_0(1:1)$, $A(-2:1)$ в системі координат R' . Але ці ж точки є фундаментальними точками проєктивної системи координат R : $E_1(1:0)$, $E_2(0:1)$, $E_0(1:1)$. В цій системі координат слід знайти координати точки A . Складемо таблицю:

	E_1	E_2	E_0	A
$R(E_i)$	1:0	0:1	1:1	?
R'	-1:1	4:1	1:1	-2:1

Знайдемо формули переходу від однієї системи координат до іншої, скориставшись співвідношенням (2). Підставимо у формули координати точок:

$$\begin{aligned}
 E_1: & \begin{cases} \mu_1 = -q_{11} + q_{12}, \\ 0 = -q_{21} + q_{22}; \end{cases} \Rightarrow q_{21} = q_{22}; \\
 E_2: & \begin{cases} 0 \cdot 2 = 4q_{11} + q_{12}, \\ \mu_2 = 4q_{21} + q_{22}; \end{cases} \Rightarrow q_{12} = -4q_{11}; \\
 E_0: & \begin{cases} \mu_0 = q_{11} + q_{12}, \\ \mu_0 = q_{21} + q_{22}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\mu_1 = -q_{11} - 4q_{11} = -5q_{11}, \quad q_{11} = -\frac{1}{5}\mu_1,$$

$$q_{12} = \frac{4}{5}\mu_1,$$

$$\mu_2 = 5q_{22}, \quad q_{22} = \frac{1}{5}\mu_2, \quad q_{21} = \frac{1}{5}\mu_1,$$

$$\begin{cases} \mu_0 = -\frac{1}{5}\mu_1 + \frac{4}{5}\mu_1 = \frac{3}{5}\mu_1, \\ \mu_0 = \frac{1}{5}\mu_2 + \frac{1}{5}\mu_2 = \frac{2}{5}\mu_2. \end{cases}$$

Нехай $\mu_0 = 1$, тоді $\mu_1 = \frac{5}{3}$, а

$$\begin{aligned}
 \mu_2 &= \frac{5}{2}, \quad q_{11} = -\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{3} = -\frac{1}{3}, \quad q_{21} = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{1}{2}; \\
 q_{12} &= \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4}{3}, \quad q_{22} = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

Шукані формули переходу матимуть вигляд:

$$\begin{cases} \mu x_1 = -\frac{1}{3}x'_1 + \frac{4}{3}x'_2, \\ \mu x_2 = \frac{1}{2}x'_1 + \frac{1}{2}x'_2. \end{cases}$$

Знайдемо координати точки A :

$$\begin{cases} \mu x_1 = -\frac{1}{3} \cdot (-2) + \frac{4}{3} \cdot 1, & \begin{cases} \mu x_1 = \frac{6}{3} = 2; \\ \mu x_2 = \frac{1}{2} \cdot (-2) + \frac{1}{2} \cdot 1; \end{cases} \\ \mu x_2 = \frac{1}{2} \cdot (-2) + \frac{1}{2} \cdot 1; & \begin{cases} x_2 = -\frac{1}{2}. \end{cases} \end{cases}$$

Точка $A\left(2: -\frac{1}{2}\right)$, або ж $A(4:1)$.

Другий спосіб. З рисунка 2:

$\vec{SA} = \vec{SE}_1 + \vec{E}_1A$. Виразимо вектори $\vec{SE}_1$ та $\vec{E}_1A$ через вектори базису $\vec{e}_1$ та $\vec{e}_2$. З подібності трикутників SE_1E_2 та $E'_0E_0E_2$

слідuje, що $\frac{|\vec{SE}_1|}{|\vec{e}_1|} = \frac{5}{3}$, отже $\vec{SE}_1 = \frac{5}{3}\vec{e}_1$.

Аналогічно з подібності трикутників SE_1E_2 і $E'_0E_1E_0$ слідuje, що $\vec{SE}_2 = \frac{5}{2}\vec{e}_2$.

Вектор $\vec{E}_1A$ колінеарний вектору $\vec{E}_2E_1$: $\vec{E}_1A = \frac{1}{5}\vec{E}_2E_1$, $\vec{E}_1A = \frac{1}{5}\left(\frac{5}{3}\vec{e}_1 - \frac{5}{2}\vec{e}_2\right)$.

$\vec{SA} = 2\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2$, отже точка A породжена

вектором $\vec{SA}$ має координати $A\left(2 : -\frac{1}{2}\right)$, або ж $A(4 : 1)$.

IV. Аналіз результатів та перенесення їх на образ, що вивчається.

Шукані проєктивні координати точки А в системі координат R с фундаментальними точками $E_1(1:0)$, $E_2(0:1)$, $E_0(1:1)$ – $(4:-1)$. Проєктивні координати точки А однакові на обох моделях проєктивної прямої, що свідчить про те, що проєктивні координати точки на проєктивній прямій не залежать від вибору моделі цієї проєктивної прямої.

В процесі розв'язання цієї задачі формуються слідуєчі вміння:

1. Математичного моделювання:

- вміти інтерпретувати основні поняття положення та відношення проєктивної геометрії в термінах евклідової геометрії;
- вміти доцільно вибирати з кількох моделей найбільш зручну для розв'язання тієї чи іншої проблеми (доведення теореми, розв'язання задачі);
- вміти аналізувати одержаний результат на моделі та представляти його в образах проєктивної геометрії;
- розуміти евклідову природу проєктивних координат.

2. Проєктивної геометрії:

- знаходити зв'язок між різними системами проєктивних координат у вигляді формул;
- знаходити однорідні координати точок, коли задані її неоднорідні координати;

Наведену задачу слід обов'язково розв'язувати обома способами. Перший спосіб є вдалим для формування вмінь і з математичне моделювання, і з проєктивної геометрії, другий спосіб формує вміння з математичного моделювання. Таким чином, математичні моделі другого типу допомагають правильно та наочно зрозуміти основні положення проєктивної геометрії. Звичайно, наведений приклад – один з найпростіших: “Задачу 2” розв'язують на другому практичному

занятті з проєктивної геометрії. Але саме на перших практичних заняттях слід підкреслювати зв'язок евклідової та проєктивної геометрій через математичне моделювання.

При вивченні як проєктивної геометрії, так і інших розділів геометрії, які прийнято називати неевклідовими, математичне моделювання є тим ключем до розуміння суті цих теорій, що забезпечує у студентів міцність знань та позбавляє їх від труднощів, пов'язаних з високим рівнем абстрактності.

До математичних моделей другого типу належать і математичні моделі, які забезпечують розуміння аксіоматичної побудови геометричної теорії. При побудові та аналізі таких математичних моделей формуються слідуєчі вміння математичного моделювання:

- вміти створювати моделі аксіоматичних теорій: інтерпретувати основні (неозначувані) поняття, положення та відношення систем аксіом в термінах конкретних математичних теорій (знаходити конкретні множини і відношення на них, які мають задані властивості);
- вміти обґрунтовувати еквівалентність тверджень, зокрема, аксіом;
- вміти перевіряти несуперечливість, незалежність, повноту, категоричність системи аксіом [2].

Перераховані вміння формуються в основному в процесі вивчення курсу “Основи геометрії”. Вивчаючи аксіоматичний метод обґрунтування сучасної геометричної теорії, студенти знайомляться з різними системами аксіом: Евкліда, Г.Вейля, Д.Гільберта, М.І. Лобачевського та їх математичними моделями. Роль математичних моделей в аксіоматичному методі надзвичайно важлива, адже саме на моделях перевіряється несуперечливість, незалежність та повнота певної системи аксіом, так математичні моделі системи аксіом Вейля та Гільберта побудовані на основі арифметики дійсних чисел. Ці моделі описані в посібниках [1,12,13]. Під час вивчення курсу “Основи

геометрії” студенти не тільки знайомляться з наведеними моделями, вони вчаться будувати моделі конкретної системи аксіом самостійно. Евристична схема діяльності математичного моделювання залишається для цих задач такою ж як і для практичних задач, лише поетапна діяльність за цією схемою набуває іншого змісту. Перший та другий етапи тут не змінюються. Третій етап зводиться до перевірки виконання кожної аксіоми системи на побудованій моделі. Виконуючи четвертий етап, студенти дають відповідь на запитання: “Чи є побудована модель математичною моделлю системи аксіом, чи ні?”, встановлюють, що треба змінити в моделі, щоб на ній виконувались всі аксіоми системи.

До моделей другого типу належать також геометричні моделі. Під геометричними моделями розуміють зображення геометричних фігур, одержані паралельним проектуванням цих фігур на деяку площину. Ці моделі називаються просто зображенням фігури. Задачі на побудову зображень геометричних фігур розглядаються в розділі “Методи зображень”. Розв’язуючи ці задачі, студенти набувають слідуючих вмій математичного моделювання:

- ототожнювати геометричну модель з математичною моделлю, тобто бачити в геометричній моделі певний вид математичної моделі;

- класифікувати всі математичні моделі, що розглядаються в геометрії на 2 види: математичні моделі, побудовані геометричними методами, та геометричні моделі.

Таким чином навчання майбутніх вчителів математичному моделюванню доцільно і можливо здійснювати в процесі вивчення всіх фундаменталь-

них математичних дисциплін. Ґрунтовне ознайомлення студентів з поглибленою евристичною схемою діяльності математичного моделювання краще всього в процесі вивчення спецкурсів. Такі спецкурси доцільно запропонувати і майбутнім магістрам.

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Г. Геометрия. Ч. 2. — М.: Просвещение, 1987. — 352с.
2. Галузеві стандарти вищої освіти. Математика. — К.: Вид-во НПУ імені М.П.Драгоманова, 2003. — 83с.
3. Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире. — М.: Просвещение, 1985. — 192с.
4. Гандуліч В.К., Мохонько А.З., Томецька С.І. Збірник прикладних задач з математики для будівельних спеціальностей. — Л.: Львівська політехніка, 1999. — 223с.
5. Крилова Т.В. Початки математичного моделювання: Наукові основи навчання математики студентів технічних спеціальностей. — К.: Вища школа, 1997. — 278с.
6. Нічуговська Л.І. Математичне моделювання в системі економічної освіти. — Полтава: ВВ ПУСКУ, 2003. — 289с.
7. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи, методы. Примеры. — М.: Физматлит, 2001. — 316с.
8. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. — Донецк, Изд-во ДонНУ, 2004. — 439с.
9. Сергунова О.П., Котлова В.М. Практикум з проективної геометрії. — К.: Вища школа, 1971. — 188с.
10. Певзнер С.Л. Проективная геометрия. — М.: Наука, 1980. — 128с.
11. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. — Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. — 400 с.
12. Трайнин Я.Л. Основания геометрии. — М.: Учпедгиз, 1969. — 325с.
13. Егоров И.Б. Геометрия. — М.: Просвещение, 1969. — 368с.

Summary. In the paper we study the problem of teaching mathematical modelling for students of mathematical departments in pedagogical universities.

Надійшла до редакції 28.04.2004 р.

О СУММИРОВАНИИ ЧИСЛОВЫХ РЯДОВ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Г.М. Улитин,
доктор техн.наук,
А.Н. Гончаров,
канд. физ.-мат.наук, доцент
Донецкий национальный технический университет

При дослідженні збіжності знакосталих рядів розглядається питання оцінки решти ряду за допомогою заміни одного ряду іншим, відомим та більш простішим, який збігається швидше. Наведено приклади використання для такої заміни перетворення Кумера.

При решении многих задач как практики, так и теории мы необязательно получаем в процессе решения табличные интегралы или дифференциальные уравнения, допускающие стандартные классические решения. Как правило, часто решение той или иной задачи сводится либо к «неберущимся» интегралам, либо к дифференциальным уравнениям, неразрешимым в элементарных функциях.

По этой причине достаточно важную роль в подготовке, в частности, будущих инженеров играет раздел «Ряды», поскольку очень часто только с помощью рядов мы можем получить решение инженерной задачи. А получив в итоге решение в виде ряда, будущий инженер должен уметь исследовать его сходимость и, наконец, вычислить сумму ряда с заранее заданной точностью.

Широкое использование в учебном процессе электронно-вычислительной техники и сравнительная легкость в программировании вычисления суммы ряда часто играет отрицательную роль в процессе решения подобных задач и приводит к ситуациям, когда необходимая точность вычисления не достигается. Полученный в процессе решения ряд может сходиться настолько медленно, что его

суммирование неизбежно приводит к значительной погрешности вычислений.

Поэтому при изучении темы «Числовые ряды» в качестве основной задачи во втузовском курсе выдвигается задача исследования сходимости ряда с обязательным проведением оценки остатка ряда (точность вычислений). Это позволило бы вовремя прекратить вычисление последовательности частичных сумм.

Если полученный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ -

знакопеременный, то в этом случае весьма простой ответ на этот вопрос дает теорема Лейбница – для остатка знакопеременного ряда выполняется неравенство $|r_n| < |a_{n+1}|$.

Несколько сложнее обстоит дело в случае знакопостоянного ряда.

В связи с этим в данной статье предлагается рассмотреть относительно простые приемы приближенного вычисления суммы ряда и ускорения этого процесса, не требующих особых затрат лекционного времени.

1. Методы оценки суммы ряда

Начнем с оценки суммы ряда. Введем общепринятые обозначения: S_n – частичная сумма; r_n – остаток ряда; S –

сумма ряда. В некоторых случаях оценку δ можно получить непосредственно суммируя числовые ряды. Например, для ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 1}, \quad (1)$$

можно получить

$$r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 1} < \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{1}{k(k-1)} = \sum_{k=n+1}^{\infty} \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} \right) =$$

$$= \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} + \dots = \frac{1}{n} \quad (2)$$

т.е. оценка точности $\delta = 1/n$.

Это означает, что для того, чтобы достигнуть точности вычислений, например, 0,000001, нам необходимо просуммировать 1000000 членов ряда.

Для случая применения интегрального признака сходимости, если первообразная известна, можно использовать оценку [1]

$$F(\infty) - F(n+1) \leq r_n \leq F(\infty) - F(n) \quad (3)$$

Если же первообразная неизвестна, то

$$\int_{n+1}^{\infty} f(x) dx \leq r_n \leq \int_n^{\infty} f(x) dx \quad (4)$$

Причем, даже при известной первообразной, нахождение которой часто весьма трудоемко, провести оценку по формуле (3) порой затруднительно.

Таким образом, встает вопрос о проведении оценки несобственных интегралов, используя формулы (4). Здесь целесообразно применить формулу приближенного вычисления несобственных интегралов [2], справедливую при достаточно больших a

$$\int_a^{\infty} f(x) dx \approx \frac{f^2(a)}{|f'(a)|} \omega \quad (5)$$

где параметр ω определяется в зависимости от скорости стремления $f(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$.

Если, например, $f(x) \approx Ae^{-px}$ при $x \rightarrow \infty$, где $A = \text{const} \neq 0$, то $\omega = 1$ [2].

Используя аналогичный прием, для $f(x) \approx Ax^{-p}$ легко получить $\omega = p/(p-1)$.

Тогда, например, для ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3 + 1} \quad (6)$$

$p = 3$ и в соответствии с формулой (5) получим для данного ряда оценку точности вычислений $\delta = \frac{1}{2n^2}$.

Рассмотрим еще один прием оценки остатка ряда.

Если $u_{k+1}/u_k \downarrow$, то обозначая $q = u_{n+2}/u_{n+1}$, получим

$$r_n = u_{n+1} + u_{n+2} + u_{n+3} + \dots =$$

$$= u_{n+1} \left(1 + \frac{u_{n+2}}{u_{n+1}} + \frac{u_{n+3}u_{n+2}}{u_{n+2}u_{n+1}} + \dots \right) < u_{n+1} (1 + q + q^2 + \dots) =$$

$$= \frac{u_{n+1}}{1-q} \quad (7)$$

$$\text{то есть } \delta = \frac{u_{n+1}}{1-q} = \frac{u_{n+1}^2}{u_{n+1} - u_{n+2}}.$$

Если же $u_{k+1}/u_k \uparrow$, то обозначая $q = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{u_{k-1}}{u_k}$, получим формулу, аналогичную (7), которая справедлива в этом случае при $q \neq 1$.

Пример. С точностью $\delta = 10^{-2}$ вычислить сумму ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{5^k}$.

Замечаем, что $u_{k+1}/u_k = (k+1)/5k \downarrow$ и согласно формуле (7), получаем

$$\delta = \frac{(n+1)^2}{5^n(4n+3)} = \frac{1}{475} < 10^{-2},$$

при $n = 4$ и тогда сумма ряда

$$S \approx \frac{1}{5} + \frac{2}{25} + \frac{3}{125} + \frac{4}{625} = 0,2 + 0,08 +$$

$$+ 0,024 + 0,0064 \approx 0,31.$$

2. Ускорение сходимости ряда

Определяя сумму ряда (6) с достаточной точностью, замечаем, что суммировать приходится весьма значительное число членов ряда. Встает вопрос об ускорении сходимости ряда. Для этого можно использовать

различные преобразования рядов, т.е. замену одного сходящегося ряда по некоторому правилу другим, более быстро сходящимся.

Здесь мы рассмотрим наиболее простое из них – преобразование Куммера.

Пусть дан сходящийся ряд

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_k + \dots$$

и требуется вычислить его сумму с заданной точностью. Согласно необходимому условию сходимости $\lim_{k \rightarrow \infty} u_k = 0$.

Выберем другую бесконечно малую величину v_k эквивалентную u_k таким образом, чтобы ряд $\sum_{k=1}^{\infty} v_k$ сходилась, и его сумма S была известна. В качестве таких рядов можно использовать, например, ряды [3]

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} &= 1; \\ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2(k+1)} &= \frac{\pi^2}{6} - 1; \\ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2(k+1)^2} &= \frac{\pi^2}{3} - 3 \end{aligned} \quad (8)$$

или другие известные значения дзета-функции Римана [4]

$$\zeta(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}.$$

Тогда $u_k - v_k = \alpha_k$, причем $\alpha_k = o(u_k)$ и

$$\sum_{k=1}^{\infty} u_k = S + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \quad (9)$$

где ряд в правой части формулы (9) сходится быстрее, чем первоначальный. Причем, данное преобразование можно применять неоднократно, доведя количество значимых членов ряда до практической реализации.

3. Пример применения преобразования Куммера

Пусть нам требуется найти сумму ряда (6) с точностью $\delta = 10^{-4}$.

При простом суммировании для достижения заданной точности нам необходимо просуммировать 71 член ряда:

$$\delta = \frac{1}{2n^2} = \frac{1}{2 \cdot 71^2} \leq 0,0001.$$

В качестве ряда для применения преобразования Куммера выберем второй ряд из формул (8), тогда

$$\alpha_k = \frac{1}{k^3 + 1} - \frac{1}{k^2(k+1)} = \frac{k-1}{k^2(k^3+1)}$$

и

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3+1} = \frac{\pi^2}{6} - 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-1}{k^2(k^3+1)} \quad (10)$$

Ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k$, стоящий в правой части формулы (9), сходится быстрее, чем данный. Для него оценка суммы остатка ряда, а, следовательно, и точности вычислений

$$\begin{aligned} r_n &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-1}{k^2(k^3+1)} < \int_n^{\infty} \frac{(x-1)dx}{x^5(x^2+1)} \approx \\ &\approx \frac{1}{3n^3} = \frac{1}{3 \cdot 15^3} = \frac{1}{10125} \leq 0,0001 \end{aligned}$$

поэтому для достижения заданной точности необходимо просуммировать уже 15 членов ряда.

Применив преобразование Куммера еще раз, взяв третий ряд из формул (8), получим

$$\alpha_{k1} = \frac{k-1}{k^2(k^3+1)} - \frac{1}{k^2(k+1)^2} = \frac{k-2}{k^2(k+1)(k^3+1)}$$

и

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3+1} &= \left(\frac{\pi^2}{6} - 1 \right) + \left(\frac{\pi^2}{3} - 3 \right) + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-2}{k^2(k+1)(k^3+1)} \end{aligned} \quad (11)$$

Для вновь полученного ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{k1}$ в правой части выражения (11) проведем оценку точности вычислений по формуле (4) с использованием формулы (5)

$$r_n = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-2}{k^2(k+1)(k^3+1)} < \\ < \int_n^{\infty} \frac{(x-2)dx}{x^5(x+1)(x^2+1)} \approx \frac{1}{4n^4}$$

Таким образом, для достижения заданной точности $\delta = 10^{-4}$ нужно просуммировать только $n = 5$ членов вспомогательного ряда.

Окончательно имеем

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3+1} \approx \left(\frac{\pi^2}{2} - 4 \right) - \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{1008} + \frac{1}{2600} + \\ + \frac{1}{6300} = 0,9348 - 0,25 + 0,0010 + 0,0004 + \\ + 0,0002 \approx 0,6864$$

Иногда полезно знать значения сумм рядов в виде определенных или несобственных интегралов. Например [3],

$$\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{ka+b} = \int_0^1 \frac{t^{k-1}}{t^k+1} dt; \\ \sum_{k=0}^n \frac{1}{(k+a)^2} = \int_0^1 \frac{t^{k-1}}{t^k-1} \ln t dt;$$

и им аналогичные, суммирование которых приводит к вычислению интегралов.

Выводы. Рассмотренные приемы ускорения сходимости знакопостоянных

числовых рядов не занимают много лекционного времени и являются весьма полезными для вычислений сумм числовых рядов. Они активизируют процесс обучения и вызывают интерес студентов к практической стороне математики.

Рассмотренный здесь подход может быть использован и при исследовании сходимости некоторых функциональных рядов, в частности, в ряде прикладных задач [5].

При наличии свободного лекционного времени можно рассмотреть и другие методы преобразования рядов с целью ускорения их сходимости, например, преобразование Маркова.

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука, 1966. – т.2 – 800 с.

2. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы прикладной математики. – М.: Наука, 1967. – 646 с.

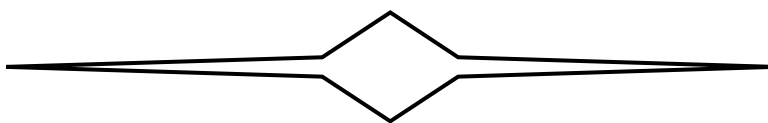
3. Прудников А.П., Брючков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. – М.: Наука, 1981. – 798 с.

4. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Вища математика. – К.: Либідь, 2004. – 440 с.

5. Улитин Г.М. Продольные колебания упругого стержня, моделирующего буровую установку. – Прикладная механика. – 2000. – № 1. – с.70-74.

Summary. Investigating constantly signed series converge the problems of valuation of the series remainder with the help of other series change solved. These series are simpler and tally faster. There are examples of using for such Cummer's transform change.

Надійшла до редакції 20.10.2004 р.



ВИКОРИСТАННЯ ІСТОРИЧНОГО МАТЕРІАЛУ У НАВЧАННІ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ

В.Г. Бевз,

канд. педагог. наук, доцент,

Національний педуніверситет ім. М.П. Драгоманова, м. Київ

У статті розглядається проблема використання історичного матеріалу в навчанні елементарної математики студентів педагогічних університетів. На прикладах демонструються навчальні й розвиваючі функції історизмів у навчальному процесі.

Проблема відбору змісту того чи іншого навчального курсу у вищих закладах освіти – одна з важливіших дидактичних проблем. Особливої актуальності вона набуває в сучасних умовах реформування освіти у напрямі Болонського процесу (єдиних критеріїв і стандартів, які утверджуються в Європі). Головні цілі Болонського процесу – забезпечення якості вищої освіти та істотне підвищення її конкурентоспроможності – в першу чергу стосуються педагогічної освіти.

Реформування системи освіти залежить насамперед від учителя, здатного вільно орієнтуватися в соціальних, природних і освітніх умовах, розуміти особливості розвитку культури, оволодівати науковою інформацією. Якість і ефективність професійної діяльності сучасного вчителя математики визначаються не лише спеціальною математичною і методичною підготовкою, а й особистими рисами спеціаліста, рівнем його загальної і методологічної культури.

Проблема підготовки педагогічних кадрів, зокрема майбутніх учителів математики, широко висвітлювалася і висвітлюється в науково-методичній і психолого-педагогічній літературі. Значний внесок у її розв'язання зробили: А.М.Алексюк, М.І.Бурда, О.С.Дубинчук, М.І.Жалдак, Л.Д.Кудрявцев, Г.Л.Луканкін, Г.О.Михалін, М.В.Метельський, А.Г.Мордкович, І.О.Новик, А.М.Потоцький,

В.А.Сластьонін, З.І.Слепкань, А.А.Столяр, Р.С. Черкасов, М.І. Шкільта інші.

Про велике освітнє та виховне значення історії науки у навчанні математики наголошували відомі математики і методисти: Б.М.Білий, М.М.Бєскін, О.І.Бородін, В.Брадєс, А.С.Бугай, М.І.Бурда, М.Я.Віленкін, Л.М.Вивальнюк, Г.І.Глейзер, І.Я.Депман, А.В.Дорофєєва, М.Я.Ігнатенко, М.І.Кованцов, А.Г.Конфорович С.Є.Ляпін, О.І.Маркушевич, В.М.Молодший, В.Мрочек, Р.Таварткіладзе, Ф.Філіппович, В.Д.Чистяков, І.М.Шевченко, М.І.Шкіль та інші.

Окремі аспекти проблеми використання елементів історії математики в навчальному процесі розглядалися в дисертаційних дослідженнях В.М.Беркутова, Б.В.Болгарського. Г.І.Глейзера, К.А.Малигіна, С.М.Насибова, М.А.Скоробагатої, А.Т.Хохлова, А.Т.Умарової та ін.

Автори цих робіт зробили свій внесок у розв'язання вказаної проблеми. Результати їх досліджень мали певний вплив на впровадження історизмів у шкільний курс математики і безумовно заслуговують на увагу. Але значна кількість рекомендацій тепер суттєво застаріла в часі, а деякі стосуються вузьких питань змісту чи методів навчання, торкаються введення елементів історії математику лише в шкільну практику і лише як засіб підвищення інтересу учнів до вивчення предмету.

Мета статті: вказати на реально існуючі зв'язки між курсами "Елементарної математики" та "Історії математики", обґрунтувати необхідність врахування цих зв'язків у відборі змісту навчального матеріалу та на конкретних прикладах показати методичні особливості використання історичного матеріалу в процесі вивчення елементарної математики.

Систематичний курс "Історія математики" в педагогічних університетах викладається переважно на останніх курсах. Це пов'язано з тим, що вивчення історії математики як науки можливе лише після опанування студентами основних математичних дисциплін: алгебри, геометрії, математичного аналізу, теорії ймовірності тощо. Саме курсом історії математики завершується загальна математична підготовка студентів на фізико-математичному факультеті. Таке місце курсу історії математики в навчальному процесі робить його дещо відокремленим від інших предметів і, на перший погляд, унеможливорює міжпредметні зв'язки. Крім того, студенти не мають можливості в повній мірі використати знання з історії математики в процесі написання курсових робіт з математичних дисциплін, на лабораторних заняттях з методики математики, під час проходження педагогічної практики тощо. Значну частину історичного матеріалу студентам доводиться опрацьовувати самостійно.

В Національному педагогічному університеті імені М.П.Драгоманова для покращання ситуації з оволодіння студентами історичним матеріалом організовано пропедевтичне вивчення історії математики. На першому курсі для студентів математичних спеціальностей вводиться факультативний курс "Математика як наука і навчальний предмет", в якому, крім іншого, розглядаються основні періоди розвитку математики. Період зародження ма-

тематики і період математики сталих величин вивчається детальніше, бо студенти ще з школи мають певну базу для засвоєння окремих матеріалів з історії елементарної математики. В межах факультативного курсу вони ознайомлюються:

- з різноманітними задачами з єгипетських папірусів і вавилонських дощечок та способами їх розв'язування древніми;
- з арифметикою цілих і раціональних чисел в школі Ніфагора, а також відкриттям несумірних відрізків (ірраціональні величини);
- з визначними задачами давнини;
- з особливостями «Начал» Евкліда;
- з розвитком теорії рівнянь тощо.

На окремі питання історії математики в наступні періоди звертається увага в процесі вивчення відповідних математичних дисциплін. У курсі аналітичної геометрії, наприклад, висвітлюється внесок Р.Декарта і П.Ферма в становленні аналітичної геометрії як науки, звертається увага на походження терміну "аналітична геометрія", повідомляється про творців векторного числення: Г.Грассмана, У.Гамільтона, Дж.Гіббса, згадується про діяльність Г.Вейля тощо [6].

Аналіз програми курсу "Елементарна математика" дає можливість встановити тісні зв'язки з історією розвитку математики та відобразити їх у навчальному процесі. На нашу думку, це стане у нагоді студентам як для засвоєння елементарної математики, так і для вивчення історії математики. А в цілому, така інтеграція знань сприятиме підвищенню якості підготовки майбутнього вчителя математики.

Зупинимось детальніше на побудові курсу елементарної математики в педагогічному університеті, який є важливою складовою у підготовці

майбутніх учителів. Вивчення студентами елементарної математики забезпечує їм міцну теоретичну базу для викладання шкільного курсу математики, сприяє розширенню та поглибленню математичних знань, готує їх до майбутньої професійної діяльності – вчителя математики.

У діючій програмі з елементарної математики [7] визначено мету цього навчального предмету – підвищити загальну математичну культуру студентів, навчити їх розв'язувати шкільні задачі з математики як на підвищеному, так і на поглибленому рівнях (рівень факультативних занять, класів і шкіл з поглибленим вивченням математики, конкурсних завдань, олімпіад юних математиків і т.д.). Програмою передбачено лекційні та практичні заняття, зміст яких охоплює вибрані питання арифметики, алгебри, геометрії, теорії ймовірності та комбінаторики. Для прикладу наведемо питання з арифметики, що розглядаються в курсі елементарної математики:

– Числа та дії над ними. Подільність натуральних чисел. Прийоми та способи розв'язування задач на подільність. Відсотки та пропорції. Арифметична та геометрична прогресії. Арифметичні задачі і методи їх розв'язування – лекційний курс;

– Числа, види чисел. Подільність чисел. Невизначені рівняння першого степеня. Діофантові рівняння. Принцип Діріхле та його застосування до розв'язування задач. Розв'язування задач арифметичним способом. Задачі на відсотки, арифметичну та геометричну прогресію – практичний курс;

Висвітлення кожного з цих питань можна вдало поєднати з історією їх становлення та розвитку, але це вимагатиме суттєвого збільшення кількості годин на вивчення курсу елементарної математики. В той же час існують можливості висвітлення історичних аспектів питань, що

вивчаються, без зайвої витрати часу. Наведемо кілька прикладів.

Ознайомлюючи студентів з прийомами та способами розв'язування задач на подільність, лектор може продемонструвати один із таких прийомів за допомогою задачі французького математика і філософа Софі Жермен (1776- 1831).

Задача. Довести, що кожне число виду $a^4 + 4$ є складене ($a > 1$).

Розв'язання. Перетворимо вираз $a^4 + 4 = a^4 + 4a^2 + 4 - 4a^2 = (a^2 + 2)^2 - (2a)^2 = (a^2 + 2 + 2a)(a^2 + 2 - 2a)$. Тут $a^2 + 2 + 2a \neq 1$, $a^2 + 2 - 2a = (a - 1)^2 + 1 \neq 1$.

Тому, $a^4 + 4$ має два різних дільники, відмінних від самого числа й одиниці. Отже, це число складене.

Історичний матеріал доцільно використати в курсі елементарної математики розглядаючи арифметичні задачі та способи їх розв'язування.

Арифметична задача у традиційному розумінні – це математична задача, у якій всі дані є раціональними числами, а залежності між даними і невідомими можна подати рівняннями першого степеня. Відмінність арифметичної задачі від інших математичних задач полягає у способі її розв'язання: допускається введення букв для позначення невідомих, але не дозволяється виконувати над ними дії. Арифметичний спосіб розв'язування задачі – це спосіб, коли всі математичні дії та логічні операції в процесі розв'язування задачі проводяться над конкретними числами і основою міркувань є розуміння смислу арифметичних дій.

Розв'язування арифметичних задач пронизує увесь курс математики 5-6 класів. В роботі [4] підкреслюється, що для учнів цих класів, в силу переваги у них образного мислення над формальним, саме арифметичний спосіб має стати домінуючим у системі розвиваючого навчання. Тому майбутньому вчителю корисно знати різні способи розв'язування ариф-

метичних задач. Великий арсенал різноманітних способів і прийомів можна побачити у зразках розв'язування старовинних задач. Серед них: спосіб хибного припущення, правило трьох, правило інверсії, зведення кількості роботи до одиниці, оригінальні схеми тощо.

Особливі труднощі виникають в учнів (а інколи і у вчителів) під час розв'язування задач на спільну роботу, їх можна розв'язувати різними способами, а не лише арифметичним. Детальний аналіз способів розв'язування таких задач подано в роботі [4]. Цікавий спосіб розв'язування задач на спільну роботу пропонувався в старовинних російських рукописах. Розглянемо одну з них.

Задача. Чотири теслі хочуть побудувати будинок. Перший тесля один може побудувати будинок за рік, другий тесля може побудувати будинок за два роки, третій – за три роки, четвертий – за чотири роки. За який час вони побудують будинок, якщо працюватимуть разом?

Розв'язання за оригіналом. "Возьми число первому плотнику 12, а другому вполы – 6, а третьему $\frac{1}{3}$ – 4, а четвертому $\frac{1}{4}$ – 3. Сочти же все те перечни как 12 да 6 да 4 да 3, станет 25. То стал деловой перечень. Разости же те 12 годов – первое число на дни; умножи с 365-ю дни, придут 4380 дней. Дели же те дни на 25, придет $175\frac{1}{5}$ дни, столько они вместе делали. Станет 25 недель $4\frac{4}{5}$ часа" [5].

Таким чином, у рукописі задача розв'язується зведенням кількості роботи кожного теслі до одного і того ж часу, а саме до 12 років. За 12 років перший тесля побудує 12 будинків, другий – 6, третій – 4, четвертий – 3, а разом вони побудують 25 будинків.

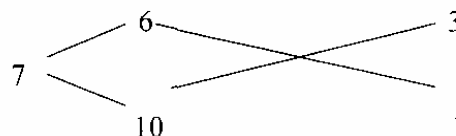
Тому один будинок вони побудують у 25 разів швидше, тобто за $175\frac{1}{5}$ днів.

Заслужовують на увагу майбутніх учителів оригінальні схеми за допомогою яких у давнину розв'язували задачі на суміші.

Задача. В одного чоловіка була для продажу олія двох сортів: вартість однієї – 10 гривень за відро, а другої – 6 гривень за відро. Скільки частин кожної олії потрібно взяти, щоб отримати відро олії вартістю 7 гривень?[5]

Розв'язання. Наведемо старовинний спосіб розв'язування задач на суміші за допомогою схеми, що утворюється у такий спосіб:

- Один під одним пишуться вартості кожної олії;
- Ліворуч від них – вартість олії, яку хочуть отримати після змішування;
- Меншу ціну віднімаємо від ціни змішаної олії, а результат записуємо праворуч від більшої ціни;
- Від більшої ціни віднімаємо ціну змішаної олії, а результат записуємо праворуч від меншої ціни.



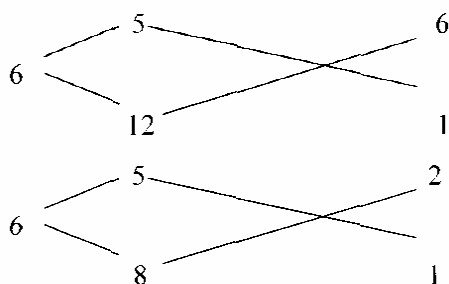
Отримана схема дає можливість зробити висновок: дешевої олії потрібно взяти втричі більше, ніж дорогої. Отже, щоб отримати відро олії вартістю 7 гривень, потрібно взяти $\frac{1}{4}$ відра олії за 10 гривень і $\frac{3}{4}$ відра олії вартістю 6 гривень.

Розглянувши таку задачу і її старовинний спосіб розв'язання, викладачу варто дати студентам для домашнього завдання інші задачі на змішування, зокрема на змішування трьох компонентів. Наприклад таку.

Задача. Один чоловік має чай трьох сортів – цейлонський по 5

гривень за фунт, індійський по 8 гривень за фунт і китайський по 12 гривень за фунт. Скільки частин кожного чаю потрібно взяти, щоб отримати чай вартістю 6 гривень за фунт?

При розв'язуванні задачі потрібно двічі застосувати прийом, який використовували при розв'язуванні попередньої задачі. Причому, перший раз, взяти чай з найбільшою і найменшою вартістю, а другий раз з найменшою та середньою вартістю.



Отже, щоб отримати чай вартістю 6 гривень за фунт, потрібно взяти 8 частин чаю вартістю 5 гривень і по одній частині чаю вартістю 8 гривень і 12 гривень за один фунт.

Корисно також запропонувати студентам обґрунтувати розглянуті способи і їйсувати, чи завжди за їх допомогою можна отримати правильну відповідь.

Актуальною проблемою у підготовці майбутнього вчителя є забезпечення його математичної і методичної підготовки з тих тем, що останнім часом активно впроваджуються в шкільний курс математики, а саме: комбінаторики, теорії ймовірностей, математичної статистики. Елементи комбінаторики розглядаються в лекційному і практичному курсах елементарної математики. Програмою передбачається вивчення таких питань: основні комбінаторні задачі; перестановки, розміщення і комбінації; розв'язування задач.

На початку вивчення теми студентам слід зауважити, що слово „комбінаторика” походить від латинського „combina”, яке означає сполучати, зв'язувати. Математики Стародавнього Китаю ще в X ст. до н.е. займалися вивченням комбінацій та перестановок, знали і використовували правило знаходження біноміальних коефіцієнтів у розкладі $(a + b)^n, n \in \mathbb{N}$. Деякі елементи комбінаторики зустрічалися в роботах індійських математиків II ст. до н.е. інтерес до комбінаторики в Стародавній Індії пояснювався широким застосуванням її у правилах ведійського віршоскладання.

Як наукова дисципліна комбінаторика сформувалася лише в другій половині XVII ст. її наукове обґрунтування дав Г.Лейбніц у роботі „Міркування про комбінаторне мистецтво” (Dissertatio de art combinatorial”, 1666 p.), звідки і отримала назву ця галузь математики.

Класичні комбінаторні задачі – це задачі переважно розважального змісту типу головоломок, які зводяться до вибору і розташування елементів скінченної множини. Одна з таких задач зустрічалася ще в міфах Стародавнього Китаю – побудова магічного квадрата, тобто розташування перших n^2 натуральних чисел у квадраті $n \times n$ так, щоб усі суми рядочків, стовпчиків і діагоналей дорівнювали одному й тому самому (магічному) числу. В Європу магічні квадрати потрапляють в середні віки через роботи арабських математиків.

Сучасні вимоги до змісту шкільної математичної освіти вимагають ознайомлення учнів 5-6 класів з елементами комбінаторики і теорії ймовірностей. Першими доступними для дітей цього віку можуть стати задачі по заповненню пропусків у магічних чи напівмагічних квадратах. Щоб реалізувати цю ідею на практиці вчителі мають розуміти значення і можливості магічних квадратів для розвитку

обчислювальної та логічної культури учнів. Впровадження їх у практику навчання математики в шкільний та позаурочний час сприятиме розвитку інтересу учнів до математики.

На заняттях з елементарної математики студентам бажано розповісти про історію магічних квадратів, їх види та правила побудови. Зацікавить студентів задача про визначення магічного числа конкретного і довільного магічного квадрата, яке однозначно визначається розмірами квадрата.

В квадраті розміром $n \times n$ розташовуються числа від 1 до n^2 . Їх суму можна знайти:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n^2(n^2 + 1)}{2}.$$

Якщо m магічне число, то сума усіх чисел квадрата становить mn . Отже, $mn = \frac{n^2(n^2 + 1)}{2}$, звідки $m = \frac{n(n^2 + 1)}{2}$.

Для домашнього завдання студентам можна запропонувати побудувати магічний куб, знайшовши попередньо його магічну сталу. Такі задачі свого часу цікавили Г.Лейбніца і Л.Ейлера.

Значна частина курсу елементарної математики відводиться вивченню геометрії. Розглядаючи чудові точки і лінії в трикутнику студентам бажано повідомити, що деякі властивості трикутників виявили ще античні геометри. Зокрема вони встановили, що всі три медіани перетинаються в одній точці і всі три бісектриси також перетинаються в одній точці. Італійський математик Д.Чева узагальнив ці твердження і встановив необхідну і достатню умову перетину трьох прямих, що проходять через вершини трикутника. Л.Ейлер довів, що в одному трикутнику ортоцентр, центр вписаного і центр описаного кола лежать на одній прямій (пряма Ейлера), що середини сторін трикутника і основи його висот

лежать на одному колі (колі Ейлера). Л.Ейлер довів також багато метричних співвідношень.

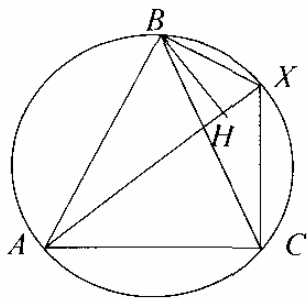
Розширенню знань студентів з геометрії сприятиме використання історичного матеріалу під час розв'язування задач про коло та його властивості. Для прикладу зупинимось на геометричних дослідженнях видатного ученого античності Архімеда. Учням і студентам більш відомі його закони фізики і різноманітні винаходи: машина для зрошування полів, гвинт, система важелів, військові металеві машини, способи визначення складу сплавів тощо. Але майбутнім учителям математики слід знати, що Архімед зробив значний внесок у розвиток геометрії. Про це свідчать навіть назви його творів: "Книга про круги, що дотикаються", "Книга про вимірювання круга", "Книга про побудову круга, поділеного на сім рівних частин", "Про кулю і циліндр" тощо. Наведемо одну з теорем Архімеда, яка стосується кола. Ця теорема була високо оцінена арабським математиком Ал-Біруні, який часто використовував її і дав кілька власних доведень.

Теорема Архімеда. Якщо з середини дуги, описаної навколо ламаної з двох ланок, опустити перпендикуляр на більшу ланку, то він розіб'є всю ламану на дві частини, які мають рівні довжини.

За допомогою цієї теореми спрощується розв'язання широкого класу задач. Наприклад.

Задача. Нехай X – довільна точка кола, описаного навколо рівностороннього трикутника ABC . Доведіть, що один із трьох відрізків XA , XB , XC дорівнює сумі двох інших.

Доведення. Доведемо, що $XA = XB + XC$ (мал. 1).



Мал. 1

Опустимо перпендикуляр BH на AX . Тоді $XB = 2HX$, бо $\angle BXA = \angle BCA = 60^\circ$. За теоремою Архімеда $AH = HX + XC$. Маємо: $XA = AH + HX = HX + XC + HX = 2HX + XC = XB + XC$.

Багато тверджень з геометрії кола Архімед довів у "Книзі лем". Сформульовані Архімедом лема і задачі, які раціонально розв'язуються з їх допомогою, можна знайти в роботі [3]. Стереометричні задачі Архімеда розглядаються в нашій статті [1]. В ній також подається стереометричний аналог теореми Піфагора (Задача Фаульгабера) та інші історичні задачі.

Історичний матеріал у різних формах (коротке повідомлення, біографічна довідка, історична задача, творче завдання для самостійної роботи) можна використовувати з різною метою і на різних етапах навчання. Наведені приклади демонструють освітні, розвиваючі та виховні функції історизмів у навчаль-

ному процесі. Впровадження історичного матеріалу в курс елементарної математики сприяє розвитку інтересу студентів до навчального предмету, активізації їх навчально-пізнавальної діяльності, а в цілому підвищенню математичної культури майбутніх учителів. Спеціального дослідження, на нашу думку, потребує проблема створення інтегрованого курсу "Елементарна математика та історія її розвитку" для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів.

1. Бевз В.Г., Свєрчевська І.А. Геометричні тіла у визначних геометричних задачах // Математика в школі. - 2002. - № 5. - С. 6-9, № 6. - С. 10-14.
2. Бевз Г.П. Методика розв'язування алгебраїчних задач. - К.: Радянська школа, 1975. - 240с.
3. Бевз Г.П. Геометрія кіл. - Харків.: Видав.гр. «Основа», 2004. - 112с.
4. Лук'янова С.М. Урок розв'язування текстових задач// Математика в школі. - 2002. - № 1. - С.31 - 36.
5. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные занимательные задачи. - М.: Дрофа, 2002. - 176с.
6. Працьовитий М.В. Екзамен з аналітичної геометрії (I семестр). - К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. - 92 с.
7. Програми з методики навчання математики, елементарної математики та історії математики. - К.: НПУ, 2001. - 34 с.

Summary. The proposed article is devoted to the problem of use of a historical material in training the students of elementary mathematics at pedagogical university. The concrete historical exercises and ways of their decision are considered.

Надійшла до редакції 16.07.2004 р.

КОНЦЕПЦІЯ ФОРМУВАННЯ ПРИЙОМІВ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

О.І.Скафа,
канд. педагог. наук, доцент
Донецький національний університет

Проблема формування прийомів евристичної діяльності учнів у процесі навчання математики - одна з актуальних проблем методичної науки. В роботі обґрунтовується актуальність цієї проблеми та визначається її науково-методична концепція.

Вирішальне значення для економічної ефективності і конкурентоспроможності України, забезпечення її інтелектуальної самостійності і гідного місця в сучасному світі мають наукові і технічні знання, високі моральні якості особистості, її інтелектуальний і творчий потенціал, винахідливість, ініціатива, чуття нового, здатність адаптуватися до умов, що змінюються, не лише певних груп, а й населення в цілому.

В цих умовах особливо актуальним стає завдання школи щодо розвитку учнів, прилучення їх до творчої діяльності. Але останнє можливо здійснити тільки завдяки включенню до змісту освіти різних евристик і створення спеціальних умов для розвитку творчості учня. Усе це дозволяє віднести проблему евристик (класифікацію евристик, форми включення їх до змісту, співвідношення логічної й евристичної складових у навчанні, навчання евристикам, формування евристичної діяльності тощо) до числа важливих проблем методики навчання математики.

Необхідно зазначити, що проблемі реалізації евристичних ідей у навчанні математики приділяли увагу такі математики і методисти як Ж.Адамар, М.Я.Антоновський, В.Г.Болтянський, Г.Д.Балк, Г.П.Бевз, М.І.Бурда, Б.О.Вікол, Б.В.Гнеденко, С.Г.Губа, Г.В.Дорофєєв, І.І.Зільберберг, Ю.М.Колягін, Ю.М.Кулюткін, Л.Ларсон, Т.М.Міракова, А.Д.Мишкіс, К.І.Нешков, В.М.Осинська, Ю.О.Па-

лант, Д.Пойа, Г.І.Саранцев, Є.Є.Семенов, З.І.Слепкань, Н.А.Тарасенкова, Є.Н.Турецький, Л.М.Фрідман, Р.Г.Хазанкін, А.Я.Хінчин, С.І.Шапіро, М.І.Шкіль, Н.М.Шунда, П.М.Ерднієв та ін.

Проведений нами аналіз робіт вказаних авторів підтверджує, що в основі евристичного підходу лежить психологія творчого мислення, процедура пошуку нового, намагання формалізації творчої діяльності.

Під час розгляду різних прийомів навчання розв'язанню математичних задач, формуванню понять, навчанню доведенням теорем на неалгоритмічній основі, виникає проблема дослідження творчої розумової діяльності. Тому, на наш погляд, одним з головних факторів подальшого розвитку методики навчання математики повинне стати теоретичне обґрунтування та методична розробка проблеми формування прийомів навчально-пізнавальної евристичної діяльності школярів.

Метою даної статті вважаємо визначення актуальності та формулювання концепції формування прийомів евристичної діяльності в процесі вивчення математики в умовах впровадження сучасних технологій навчання.

Треба відмітити, що в практиці роботи загальноосвітніх шкіл розвитку евристичної діяльності школярів не приділяється належної уваги. Причина в першу чергу є нерозробленість методич-

ного забезпечення вчителів і недостатня організація евристичної діяльності учнів в підручниках та навчальних посібниках з математики.

Крім того, підхід до проблеми формування евристичної діяльності учнів під час вивчення математики потребує суттєвих змін у методичних системах у зв'язку з протиріччями:

- між потребою суспільства в активних, ініціативних, творчо мислячих, соціально адаптивних громадянах і традиційною спрямованістю масової школи;

- між соціальними вимогами інформаційного суспільства до підготовки випускників середньої школи і майбутніх вчителів до використання у практичній роботі сучасних технологій навчання, в тому числі інформаційно-комунікаційних технологій і відсутністю належного методичного забезпечення такої підготовки;

- між творчим характером пізнавальної діяльності і репродуктивними методами навчання в шкільній практиці;

- між прагненням частини вчителів надавати педагогічну підтримку розвитку евристичної діяльності школярів і нерозробленістю відповідного методичного забезпечення в умовах застосування сучасних технологій навчання, в тому числі інформаційно-комунікаційних технологій.

Для розробки науково-обґрунтованого методичного забезпечення формування прийомів діяльності учнів середньої школи наявні достатні передумови, які сформувалися в дослідженнях у різних галузях: філософії, психології, дидактиці, методиці математики.

Певні спроби вирішення цієї проблеми знаходимо у дослідженнях, які присвячені: проблемі розвитку творчого мислення учнів; різним аспектам розвитку продуктивного мислення учнів у процесі навчання математики; створенню системи задач для розвитку творчого мислення учнів основної школи (А.К.Артемов, І.Я.Василенко, К.В.Власенко, І.А.Горчакова, Й.Н.Іванов,

Н.Кади́ров, С.М.Калашніков, Л.З.Кареліна, А.Ю.Карлашук, Д.В.Клименченко, Т.М.Міракова, Т.В.Пивоварчук, П.І.Самовіл, С.П.Семенець, А.Халіков, Н.А.Тарасенкова, В.І.Таточенко, Л.Я.Федченко, О.С.Чашечникова, С.Є.Яценко та ін.).

Зазначена проблема розробляється й іноземними дослідниками, зокрема, Е.Боно, Л.Ларсоном, С.Папетом, Л.Терманом, Л.Холлінвесом, Р.Стренгом, Т.Уистоном, П.Уїті, Ф.Уілсоном, Н.Маршаллом, К.Бешером, Э.Райбисом та ін.

У своїх роботах ці дослідники вказують на необхідність використання евристичних прийомів, методів, схем під час навчання математики, але не розглядають питань методики формування цих прийомів. В недостатньому обсязі ними розглядається і важливий аспект використання евристичних методів, прийомів, форм, засобів навчання, які допомагають школяреві регулювати самостійно свою діяльність, приводити її до ситуативної нестимульованої евристичної діяльності, тобто сприяють формуванню прийомів такої діяльності.

Аналіз результатів досліджень, присвячених даній проблематиці, показує, що в психолого-педагогічній і методичній літературі не сформувалося однозначного розуміння навчально-пізнавальної евристичної діяльності як освітньої і методичної проблеми.

Таким чином, **актуальність дослідження зумовлена:**

- соціальним запитом щодо спрямування навчально-виховного процесу в особистісне русло;

- необхідністю удосконалення концепції математичної освіти в Україні, враховуючи надзвичайний динамічний розвиток суспільства;

- необхідністю оволодіння майбутніми громадянами спеціальними прийомами пізнавальної діяльності, які дозволять їм адаптуватися в умовах впровадження в суспільстві інформаційно-комунікаційних технологій;

- потребою формування творчих умінь школярів в умовах диференціації навчання;

- можливістю розвитку творчої особистості за допомогою формування евристичної діяльності школярів в умовах впровадження сучасних технологій навчання математики, в тому числі інформаційно-комунікаційних технологій навчання;

- відсутністю розробки теоретичних, зокрема методичних основ формування прийомів евристичної діяльності при вивченні математики;

- можливістю вдосконалювати методичні системи навчання за рахунок впровадження евристичних прийомів та методів навчання.

Зазначені вище фактори дають нам підставу для створення нової методичної системи – *евристичного навчання математики*, яка б дала можливість вчителям організовувати і управляти евристичною діяльністю учнів. Реалізація такої методичної системи навчання реальна, вона дозволяє розширити можливості традиційного навчання, бо орієнтує вчителя та учня на досягнення невідомого їм раніше результату. В основі такої системи повинна бути сукупність п'яти взаємопов'язаних компонентів: цілей, змісту, методів, організаційних форм і засобів навчання, але на відміну від традиційного навчання кожний з цих компонентів має бути наділений евристичними складовими.

Евристичне навчання математики являє собою реалізацію теоретико-методичних основ формування прийомів навчально-пізнавальної евристичної діяльності учнів в умовах застосування сучасних технологій навчання, в тому числі інформаційно-комунікаційних технологій.

Метою евристичного навчання є не тільки передавання вчителем досвіду минулого, але створення учнями під керівництвом вчителя особистісного досвіду й навчальної продукції, зорієнтованої на конструювання майбутнього

в зіставленні з відомими культурно-історичними аналогами.

Репродуктивна діяльність в евристичному навчанні може сприяти творчості тільки тоді, коли за її допомогою засвоюються способи діяльності, а не тільки зміст навчання.

Об'єктами пізнавальної пошукової діяльності в евристичному навчанні є не тільки проблеми та задачі, але й самі учні.

Евристичне навчання відрізняється як від проблемного так і розвивального навчання, тому що ставить і розв'язує нову задачу: розвиток не тільки учня, але й встановлення траєкторії його освіти, у тому числі й розвиток цілей, технологій, змісту навчання. Оскільки учень в евристичному навчанні ставить свої особистісні цілі, відкриває знання, то й зміст освіти для нього стає варіативним й розвивається (змінюється) у ході діяльності самого учня. Тобто він стає суб'єктом, конструктором своєї освіти, він – повноправне джерело й організатор своїх знань, не менш важливий, ніж вчитель чи підручник.

Тобто в якості альтернативи традиційному навчанню математики ми пропонуємо ***евристичне навчання математики*** як дидактичну систему, спрямовану на формування навчально-пізнавальної евристичної діяльності школяра, на оволодіння знаннями, навичками й уміннями з математики через конструювання учнем своєї освітньої траєкторії під час вивчення математики.

Метою евристичного навчання математики є надання учням можливості створювати знання, продукувати освітню продукцію з математики у вигляді умінь будувати означення понять та використовувати їх, висловлювати судження й будувати умовиводи, розв'язувати різного виду математичні задачі, а також сприяти процесу зміни особистісних якостей учня, які розвиваються у навчальному процесі.

Цілі математичної освіти зумовлюють цілі евристичного навчання математики. Відомими є різні способи окреслення цілей навчання: визначення їх через досліджуваній зміст; діяльність учителя; навчальну діяльність школяра; внутрішні процеси інтелектуального, емоційного, особистісного розвитку учня. Для евристичного навчання математики характерним є визначення мети через навчальну діяльність учнів і частково через внутрішні процеси інтелектуального розвитку учня. Навчально-пізнавальній евристичній діяльності, як і навчальній діяльності, властиве виконання певних окреслених дій, тому трансформація мети у дію дозволяє здійснити діагностику і управління процесом опанування знань, умінь школярів, їх розвитку. Як корегувати цілі в евристичному навчанні математики? Знання неможливі без дій, тому доцільно, щоб цілі фіксували не тільки суму знань, необхідних для оволодіння змістом, а й описували евристичні вміння, яких мають набути учні в процесі вивчення конкретної математичної теми.

Одним із завдань у вдосконаленні методичних систем навчання математики має стати розробка змісту математичної освіти, приведення його у відповідність до вимог особистості і суспільства. Розв'язання цього завдання необхідно здійснювати, виходячи насамперед з цілей навчання, із принципів гуманізації, гуманітаризації, індивідуалізації і диференціації навчання. У своєму дослідженні ми спираємося на вимоги щодо змісту математичної освіти, які були запропоновані В.Г.Дорофєєвим та М.І.Бурдою [1], і створюємо його таким чином. До змісту математичної освіти, крім предметних знань, мають входити дії, адекватні математичним поняттям, теоремам, загальнонаукові методи пізнання, а також спеціальні евристичні прийоми. Ми виходимо з того, що в евристичному навчанні математичний зміст розширюється і поглиблюється шляхом включення до нього різноманітних евристичних завдань. Тобто в підручниках з математики

доцільним доповненням можуть стати системи евристичних завдань.

У нашому дослідженні евристична задача є синонімом нестандартної задачі і під *евристичною задачею ми розуміємо таку, яка припускає самостійне формулювання способу її розв'язання, в процесі якого учень потрапляє в ситуацію, в якій він має проявити власну евристичну позицію.*

У процесі розв'язування евристичних задач та їх систем здійснюється становлення інтелектуально-творчої та евристичної діяльності. Такі задачі виступають основою для створення евристичних ситуацій актуалізації, орієнтування, пошуку, перетворення та інтеграції, засобом для створення ЕДК, метою формування навчально-пізнавальної евристичної діяльності учнів, засобом використання різних видів евристичних прийомів під час формування математичних понять, вивчення теорем, розв'язання задач, а також вивчення різноманітних моделей реальних процесів [2].

Педагогічна взаємодія в процесі розв'язання евристичних задач, яка спрямована на стимулювання становлення евристичної діяльності учня, є послідовним вдосконаленням педагогічної діяльності в напрямку її технологізації і проходить через чотири етапи.

На першому етапі евристичні задачі використовуються ситуативно для досягнення різних дидактичних цілей уроку (актуалізація знань, спонукання до кращого сприйняття нового матеріалу, диференціація процесу засвоєння нових знань, контроль) і стимулювання пізнавального інтересу учнів, активізації їхньої пізнавальної активності.

На другому етапі для стимулювання пізнавальної самостійності учнів використовуються характерні форми організації процесу розв'язання евристичної задачі. Усна робота – для евристичних задач визначеного змісту, діалогічна співпраця – для напіввизначених задач і робота у групах – для невизначених евристичних задач.

На третьому етапі активно використовується принцип “розвитку” задачі, що стимулює вияв пізнавальної самодіяльності учнів під час послідовного застосування всієї методичної моделі.

Четвертий етап припускає творче застосування методики, адаптацію її особливостей до особливостей стилю роботи вчителя, подальше її вдосконалення.

Таким чином, ми прийшли до висновку про те, що в основі розв’язання будь-якої евристичної задачі знаходяться як загальні, так і спеціальні евристичні прийоми. Тому робота з формування прийомів евристичної діяльності повинна проходити за двома взаємозалежними напрямками.

З одного боку, треба враховувати досвід евристичної діяльності, який вже існує у школярів, а з другого – треба забезпечити виконання учнями такої системи завдань за програмами шкільних курсів й за таких умов, які гарантують формування прийомів на потрібному рівні.

До змісту навчання математики ми включаємо систему евристично орієнтованих завдань, метою якої є сприяння процесу управління формуванням евристичної діяльності учнів. В основі створення запропонованої системи знаходяться групи загальних і спеціальних евристик.

Евристично орієнтована система завдань задовольняє такі вимоги: 1) повнота представлення евристик; 2) доцільність співвідношення між евристичними та логічними компонентами на кожному етапі навчання; 3) можливого осмислення головних математичних ідей шляхом виведення інтуїтивних міркувань на рівень осмислених логічних процесів за схемою “передзнання” – формалізація – “післязнання”, забезпечення мотивації цього переходу; 4) забезпечення широти орієнтовної діяльності; 5) спрямування на “відкриття”. Таким чином, у процесі навчання школярів розв’язанню евристичних завдань у них формуватимуться основні вміння щодо використання у процесі пошуку розв’язання і вивчення теоретичного матеріалу різних

евристичних прийомів як загального, так і спеціального характеру. Включення до змісту завдань на застосування різноманітних евристик дозволяє закласти основи глибокого розуміння досліджуваного матеріалу, що, безумовно, сприятиме розвитку інтелекта і творчої активності.

Одним з головних принципів евристичного навчання є індивідуальний і диференційований підхід. З урахуванням цього нами виділяються три основні рівні сформованості евристичних умінь: низький, середній і високий.

Низький – учні здійснюють близьке перенесення евристик (дії за зразком), при цьому потребують значної допомоги з боку вчителя; діяльність такого роду мало їх цікавить.

Середній – учні здійснюють перенесення евристик у схожій ситуації, при цьому потребують незначної допомоги з боку вчителя, відчують інтерес до такого роду діяльності, але цей інтерес є нестійким.

Високий – учні здійснюють подальше перенесення евристик, переважно самостійно; відчують стійкий інтерес до такого роду діяльності.

Формування вищих рівнів евристичної діяльності відбувається в процесі вдосконалення рівнів нижчого ступеня.

В евристичному навчанні математики система традиційних методів доповнюється евристичними та спеціальними методами, які природно вийшли до створеної методичної системи (методи суттєвого, символного та образного бачення, метод евристичних питань, метод фактів, метод евристичного дослідження, метод конструювання понять, метод гіпотез, метод прогнозування, метод помилок, метод конструювання теорій, метод “мозкового штурму”, метод синектики, морфологічної скриньки тощо) [3].

Крім традиційних форм навчання, ми застосовуємо такі, як евристичні лекції та евристичні семінари, евристичні “занурення”, творчі тижні, учнівські дослідження, індивідуальні, групові і

фронтальні форми, які сприяють розвитку евристичної діяльності.

Нами було введено технологію евристичного навчання – актуалізація евристичних ситуацій (орієнтування, пошуку, перетворення, інтеграції) під час вивчення геометрії в основній та старшій школі [4, 5].

Поряд з традиційними засобами навчання в евристичному навчанні математики обґрунтовується доцільність використання інформаційних засобів навчання.

На особливу увагу заслуговують спеціалізовані програмні засоби GRAN (Жалдак М.І.), пакети динамічної геометрії DG (Раков С.А.) та створені нами комп'ютерні програми з системи ЕДК [6].

На наш погляд, це засоби візуалізації задачі та її розв'язування, які роблять діалог учня і вчителя більш доступним та евристичним. За їхньою допомогою учні здатні самостійно висувати гіпотези, робити припущення відносно закономірностей, які спостерігаються, мають змогу експериментально їх перевіряти.

Пропонуємо деякі методичні розробки щодо впровадження цих програмних засобів, які використовуються також для спрямування на спосіб розв'язання задач, “відкриття” важливих властивостей, теорем, використання та спрощення розв'язування задач на побудову, доведення та дослідження, забезпечення експериментування, проведення дослідження самими учнями, прискорення перевірки правильності висунутих гіпотез тощо.

Крім того, разом із традиційними формами організації контролю та корекції результатів навчання, запропоновано різнорівневий контроль знань для виявлення кожного із застосованих нами рівнів досягнення сформованості прийомів евристичної діяльності та методична підтримка корекції результатів навчання за допомогою комп'ютерної системи ЕДК – автоматизованого рецензування розв'язання математичних задач [7, 8].

З метою формування прийомів евристичної діяльності учнів, розвитку їх творчої особистості важливо використовувати технології формування математичних понять на основі використання різних евристик та ЕДК [9], в процесі навчання доведенням математичних тверджень доцільно використовувати засоби, які на наш погляд належать до складу ЕДК [10], тому що вони найкращим чином сприяють самостійному “відкриттю” математичних фактів, понять, теорій, а також формують свідоме вивчення математичних тверджень.

Таким чином, методична система евристичного навчання математики є реалізацією **концепції** формування прийомів евристичної діяльності в процесі вивчення математики. Її основні положення полягають у такому.

Навчально-пізнавальна евристична діяльність учнів спрямована на інтелектуальний розвиток школярів, на самостійне творче здобування, перетворення й використання знань, навичок та умінь особистості, яка зможе адаптуватися у швидко змінюючомуся сучасному інформаційному просторі.

Формування прийомів такої діяльності повинно забезпечуватись:

О дотриманням дидактичних принципів евристичного навчання у поєднанні з психологічними та дидактичними принципами розвивального навчання;

О необхідністю виділення типових евристичних прийомів як загального так і спеціального виду, їх класифікації й визначення місця в системі прийомів навчально-пізнавальної діяльності як засобу її формування;

О створенням методичної системи евристичного навчання математики, що сприяє процесу зміни особистісних якостей учня, які розвиваються у ході навчання;

О систематичним включенням до цілей навчання потреби в оволодінні евристичними вміннями;

О включенням до змісту навчання математики системи евристично орієнтованих задач;

О орієнтацією на цілеспрямоване і систематичне використання евристичних методів, прийомів, форм, які органічно поєднані з традиційними;

О організацією навчального процесу з математики за допомогою технологій евристичного навчання, в тому числі актуалізації евристичних ситуацій, в основі яких лежить евристична задача;

О вибором засобів навчання у вигляді різного виду евристико-дидактичних конструкцій та ефективним використанням ІКТ (інформаційно-комунікаційних технологій навчання) у поєднанні з традиційними засобами навчання.

Успіх навчання школярів навчально-пізнавальній евристичній діяльності залежить від виконання таких умов:

- вільне володіння вчителем теоретичними та практичними основами процесу формування прийомів евристичної діяльності учнів, уміння організовувати та керувати такою діяльністю;

- уміння вчителя зацікавити школяра евристичною діяльністю й мотивувати її;

- своєчасна індивідуальна допомога школярам, які зазнають з труднощів під час використання евристик;

- включення школярів до творчої діяльності, пов'язаної з розширенням можливостей виконання евристичної діяльності, за допомогою системи евристичних і творчих задач, а також використання різного виду евристико-дидактичних конструкцій;

- допомога учням визначити та усвідомити особистісні отримані результати цієї діяльності (рефлексія).

1. Бурда М.І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти / М.І. Бурда // Педагогіка і психологія. – 1996. – №1. – С.40-45.

2. Скафа О.І. Задача як форма і засіб формування евристичної діяльності / О.І. Скафа // Рідна школа. – 2003. – №6. – С.43-47.

3. Скафа Е.І. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е.И. Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

4. Власенко К.В. Актуалізація евристичних ситуацій на уроках геометрії (основна школа) / К.В. Власенко, О.І. Скафа. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. – 192 с.

5. Власенко К.В. Навчання стереометрії засобами актуалізації евристичних ситуацій / К.В. Власенко, О.І. Скафа. – Донецьк: Вид-во НОРД-ПРЕСС, 2004. – 124 с.

6. Скафа Е.І. Неравенства: эвристико-дидактические конструкции / Е.И. Скафа. – Донецк: Фирма ТЕАН, 2003. – 126 с.

7. Скафа Е.І. Автоматизация рецензирования решения математических задач. Алгебра 7-11 / Е.И. Скафа, Е.В. Власенко, Л.Я. Федченко. – Донецк: Фирма ТЕАН, 2004. – 72 с.

8. Скафа Е.І. Автоматизация рецензирования решения математических задач. Геометрия 7-11 / Е.И. Скафа, Е.В. Власенко, Л.Я. Федченко. – Донецк: Фирма ТЕАН, 2004. – 76 с.

9. Скафа О.І. Методичні складові етапів формування понять у евристичному навчанні математики / О.І. Скафа // Математика в школі. – 2004. – №1. – С.35-38.

10. Скафа О.І. Навчання доведенням та евристики / О.І. Скафа // Математика в школі. – 2004. – №5. – С.14-19.

Summary. *The problem of the shaping acceptance to heuristic activity of pupils in process of the education mathematician is one of the actual problems of the methodical science. In work there is motivated urgency of this problem and there is defined its scientifically-methodical concept.*

Надійшла до редакції 8.04.2004 р.

СИСТЕМА ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УМЕНИЙ УЧИТЕЛЯ В ЭВРИСТИЧЕСКОМ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Ю.Г.Тымко,
аспирант

Донецкий национальный университет

В роботі наведена система педагогічних умінь майбутнього вчителя математики що до організації евристичного навчання.

Среди многих проблем, которые решаются, на сегодняшний день нашим государством, актуальной является подготовка образованных, мобильных, конкурентноспособных граждан, Владеющих высокими моральными качествами, интеллектуальным и творческим потенциалом.

Необходимо организовывать обучение так, чтобы каждый ученик, независимо от того, чем он будет заниматься в будущем, получил что-то для себя полезное [1].

В этих условиях одним из основных заданий школы является формирование творческой деятельности школьников, которое можно обеспечить с помощью новой методической системы – эвристического обучения математики [2]. Такая система формирует учебно-познавательную эвристическую деятельность учащихся.

Однако результат внедрения этой системы зависит от того, насколько профессионально учитель сможет организовывать поисковую деятельность учащихся, формировать творческую личность, управлять процессом развития приемов эвристической деятельности. То есть одной из важнейших задач системы педагогического образования будущих учителей и переподготовки учительских кадров является формирование педагогических умений учителя, направленных на овладение методической системой эвристического обучения математики.

Проблема подготовки учителей всегда была в центре внимания педагогов и психологов. Общепедагогические аспекты

подготовки учителей рассматривали в своих работах И.А.Зязун, Н.В.Кузьмина, В.И.Лозовая, А.И.Пискунов, В.А.Сластенин, А.И.Щербаков и др.

Подготовкой будущих учителей математики занимались Г.П.Бевз, Б.В.Гнеденко, Я.И.Груденов, М.И.Жалдак, Ю.М.Колягин, О.И.Матяш, Г.А.Михайлин, З.И.Слепкань, А.А.Столяр, А.П.Томашук, А.В.Спивковский, и др.

Однако в перечисленных исследованиях не полностью рассмотрены проблемы подготовки учителей отвечающих сегодняшним требованиям. В условиях обновления профессиональной подготовки учителя математики возрастает потребность в дополнениях этой методической системы, направленных на подготовку учителя к организации и управлению эвристической деятельностью учащихся. Методика или система формирования готовности будущих учителей к такому виду деятельности в научно-методической литературе разработана недостаточно и требует дополнительных исследований.

Не рассмотренными остаются вопросы: **что** представляет собой эвристический компонент (готовность к организации и управлению эвристической деятельности учащихся) будущего учителя математики и **как** его формировать?

Цель статьи – вычленить систему педагогических умений учителя математики, направленных на формирование эвристической деятельности учащихся в рамках эвристического обучения математике.

Модель любого специалиста, как отмечает А.А.Лиготский [3], включает описание упорядоченной совокупности профессиональных целей, функций и качеств специалиста, которые необходимы и достаточны для эффективной его деятельности, отвечающие требованиям соответствующей производственной сферы. Она описана в образовательной квалификационной характеристике (ОКХ) - стандарте высшего образования.

В общем понимании стандарт – это эталон, который принимается за исходный для сопоставления с другими объектами.

Любой образовательный стандарт включает в себя перечень знаний и умений, которыми должны владеть выпускники. Знания и умения – необходимые требования стандарта математического образования.

Говоря о необходимости включения эвристического компонента как необходимой составляющей модели учителя математики, нами ставится вопрос: какими умениями должен владеть студент - будущий учитель математики, для того, чтобы быть готовым к организации и управлению эвристической деятельностью учащихся. Очевидно, что такие умения будут являться составной частью педагогических умений учителя.

Вопросами, связанными с педагогическими умениями посвящены работы О.А.Абдулиной, С.Б.Елканова, С.И.Кисельгофа, Н.В.Кузьминой, И.Я.Зимней, Е.А.Острянской, О.И.Бульвинской и др.

Существуют два взгляда на определение понятия «педагогические умения». И.Я.Зимняя, А.И.Щербаков, Е.А.Острянская, О.И.Бульвинская педагогические умения определяют как обладание сложной системой психических и практических действий, приемов, способов, направленных на выполнение определенных видов деятельности [4, 5, 6, 7].

Например, на взгляд И.Я.Зимней [4] «педагогические умения представляют собой совокупность различных действий учителя, которые, прежде всего, соотносятся с функциями педагогической деятельности, и в значительной мере определяют индивидуально-психологические особенности учителя и свидетельствуют о его предметно-профессиональной компетентности».

А.И. Щербаков педагогическое умение трактует как владение функциональной системой психологических и практических действий и операций, направленных на управление познавательной деятельностью учащихся в процессе их обучения, образования и воспитания [5].

Вторая группа исследователей, В.А.Сластенин, Н.В.Кузьмина, Л.Ф.Спирин, О.А.Абдулина считают, что педагогическое умение – это способность выполнять определенную деятельность или действие в новых условиях [8, 9, 10, 11].

Так, Н.В. Кузьмина [9], трактует педагогическое умение как приобретенную человеком способность на основе знаний и навыков исполнять определенные виды деятельности в изменяющихся условиях.

Так как в современной литературе понятие «умение» определяют через совокупность действий, мы придерживаемся точки зрения первой группы исследователей и принимаем определение Е.А.Острянской. По ее мнению **педагогическое умение** – это обладание гибкой системой осознанных, целенаправленных, взаимосвязанных умственных и практических действий, которые позволят учителю успешно исполнять учебно-воспитательные функции в изменяющихся условиях [6].

Что касается классификации педагогических умений, то в современных исследованиях в области педагогики нет единого общепринятого ее понимания.

С.Б.Елканов, С.И.Кисельгоф, Н.В.Кузьмина, А.И.Пискунов за основу классификации педагогических умений рассматривают компоненты педагогической деятельности: конструктивный, организаторский, коммуникативный, гностический. Классификация В.А.Сластенина характеризуется профессиограммой учителя, в которой определяется перечень теоретических знаний и педагогических умений, необходимых для выполнения учебно-воспитательных функций. Среди педагогических умений он выделяет специальные умения для каждого учителя-предметника. О.А.Абдулина педагогические умения классифицирует согласно конкретным видам деятельности учителя (умения проводить учебную и воспитательную работу с учащимися, работу с родителями и т.д.).

О.А.Бульвинская, Н.Ф.Белокур, среди педагогических умений выделяют **дидактические умения**, как сложные психические преобразования, которые объединяют профессиональные знания и навыки с элементами творчества и педагогической убежденности с умственными и практическими Действиями и обеспечивают успешное решение дидактических задач, которые постоянно изменяются [7].

В основу классификации дидактических умений О.А.Бульвинская ставит этапы учебного процесса: подготови-

тельный, этап организации и проведения деятельности учителя и учеников и аналитический. Каждому этапу соответствует определенная группа дидактических умений, а именно: **конструктивные, исполнительские и аналитические**.

Подготовительному этапу соответствуют конструктивные дидактические умения среди которых автор выделяет проектировочные и конструктивные умения. К первой группе относятся умения, необходимые для проектирования всего учебного процесса, ко второй же - для планирования конкретного урока.

Исполнительскую деятельность учителя характеризуют исполнительские умения. Среди них выделяют гностические - умения управлять познавательной деятельностью учащихся, организаторские и коммуникативные.

Аналитическая деятельность учителя выражается в аналитических умениях - умениях анализировать деятельность как свою, так и учащихся.

Придерживаясь классификации О.А.Бульвинской, которая, на наш взгляд, наиболее полно описывает этапы учебного процесса, мы выделяем следующие педагогические умения, необходимые для организации и управления эвристической деятельностью учащихся (таблица 1).

Таблица 1

Система педагогических умений учителя математики необходимых для организации эвристической деятельности учащихся

Виды умений	Содержание умений
Проектировочные умения	задавать цели эвристического обучения перед собой и формировать их у учащихся;
	проектировать эвристическую деятельность (выбор стратегии и тактики) учащихся в рамках изучения темы; курса;
	проектировать уроки (или фрагменты уроков) с использованием эвристических приемов и средств эвристического обучения;
	предусматривать возможные затруднения при организации эвристической деятельности учащихся;
	подбирать дидактический материал, ориентированный на эвристическое обучение, соответствующий учебной школьной программе;

Конструктивные умения	находить разнообразные формы и методы обучения, способствующие организации эвристической деятельности учащихся;
	конструировать технологии эвристического обучения математике;
	составлять эвристические задания и системы эвристических задач;
	составлять эвристические ориентиры к выполнению эвристических заданий;
Организационно-исполнительские умения	мотивировать эвристическую деятельность учащихся;
	вызывать готовность ученика к самостоятельному открытию;
	вызывать интерес у учащихся к изучению темы путем организации эвристической деятельности;
	побуждать учащихся к творческой деятельности, связанной с расширением возможностей использования эвристической деятельности с помощью систем эвристических и творческих задач;
	создавать и управлять эвристической ситуацией на уроке;
	использовать различные эвристические приемы и средства обучения, в том числе информационно-коммуникационные;
	использовать общие и специальные приемы эвристической деятельности;
	иллюстрировать эвристики и эвристические приемы решения математических задач;
	дифференцированно подходить к учащимся при организации их эвристической деятельности;
	переформулировать эвристическую задачу разными способами
Аналитические умения	обучать учащихся этапам решения эвристических задач;
	диагностировать уровень подготовки учащихся к эвристической деятельности;
	определять уровень сформированности приемов эвристической деятельности у учащихся;
	оказывать своевременную помощь учащимся, у которых возникают трудности в процессе использования эвристик;
	соотносить результат эвристической деятельности учащихся с ее целью;
	оказывать помощь учащимся определять и осознавать личные полученные результаты эвристической деятельности (рефлексия).

Мы отдельно не рассматриваем коммуникативные умения, так как для организации любого вида учебно-познавательной деятельности учащихся, в том числе и эвристической, учителю необходимо:

- создать благоприятную морально-психологическую атмосферу;
- препятствовать возникновению конфликтных ситуаций.

Формирование системы дидактических умений ориентированных на организацию эвристической деятельности учащихся, на наш взгляд, должно

носить целенаправленный и системный характер. Систему подготовки можно представить в виде трех этапов. Первый этап связан с необходимостью организации эвристической деятельности будущего учителя, в которой он является объектом обучения. Переформулировав известное изречение: «Воспитателем может быть лишь воспитанный человек», можно получить следующее: «учитель сможет организовать и управлять эвристической деятельностью учащихся, если он может организовать собственную учеб-

но-познавательную эвристическую деятельность». На первом этапе мы предлагаем в курсе элементарной математики «погрузить» будущего учителя в эвристическую деятельность и сформировать у него эвристические приемы мыслительной деятельности.

Второй этап - образовательный, то есть этап, на котором студенты знакомятся с теоретическими основами и закономерностями процесса обучения в целом, овладевают фундаментальными знаниями, являющимися теоретической основой общепедагогических навыков и умений. В процессе изучения курса «элементарной математики и методики преподавания математики» перед студентами раскрываются общие закономерности процесса обучения. Этот процесс должен носить эвристический характер.

И третий этап, этап углубления, систематизации знаний и формирования умений управления эвристической деятельностью. На этом этапе в рамках спецкурса «Эвристическое обучение математике» систематизируются и углубляются знания студентов. Готовность к организации и управлению эвристической деятельностью учащихся проверяется при осуществлении практической деятельности, которая проходит на практике четвертого и пятого курсах обучения.

Большинство исследователей считают, что во время обучения в вузе невозможно достичь наивысшего уровня профессионального мастерства, что для учителя необходимо определенное время для самостоятельной педагогической деятельности. Однако именно в вузе будущий учитель должен овладеть системой основных предметных и психолого-педагогических знаний, навыков и умений, на основе которых он будет совершенствовать свою

квалификацию. Поэтому, эвристический компонент учителя необходимо начинать формировать в процессе вузовской подготовки.

1. Михалін Г.О. Формування основ педагогічної культури вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. збірник наук. робіт.-Донецьк: Фірма ТЕАН, 2004.- Вип. №21.

2. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 440 с.

3. Лігоцький А.О. Формування соціально-педагогічних умов розвитку різнорівневої фахової підготовки у вищих закладах: Методичні рекомендації. – К., 1994. – 22 с

4. Зимняя И.Я. Педагогическая психология. - М., 1996.

5. Щербаков А.И. Психологические основы формирования личности советского учителя. – Л.: Просвещение, 1967. – 266 с.

6. Остряньська О.А. Формування комплексних педагогічних умінь у майбутніх учителів початкових класів: Дис...канд.пед.наук.- Полтава, 2002.-212с.

7. Бульвінська О.І. Формування дидактичних умінь у студентів педагогічних університетів України: Дис...канд.пед.наук.- Київ, 1998.-185 с.

8. Сластенин В.А. Формирование личности учителя советской школы в процессе профессиональной подготовки. – М.: Просвещение, 1976. – 160 с.

9. Кузьмина Н.В. Психологическая структура деятельности учителя. – Гомель, 1976. – 57 с.

10. Спирин Л.Ф. Формирование профессионально-педагогических умений учителя-воспитателя. – Ярославль: ЯГПИ, 1976. – 82 с.

11. Абдуллина О. А. Общедагогическая подготовка учителя в системе высшего педагогического образования. – М.: Просвещение, 1990. – 141 с.

Summary. The system of pedagogical skills of the mathematics teachers in heuristic training is constructed.

Надійшла до редакції 16.06.2004 р.

СИСТЕМА КОМПОНЕНТІВ ТВОРЧОГО МИСЛЕННЯ, ЩО МОЖУТЬ ДІАГНОСТУВАТИСЯ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

*О.С. Чашечникова,
канд.педагог. наук, доцент
Сумський державний педуніверситет ім. А.С.Макаренка*

У статті пропонується система компонентів творчого мислення учнів, які проходили діагностику у процесі вивчення математики.

Починаючи з другої половини ХХ сторіччя наукові дослідження (Р.Арнхейм, Д.Берлайн, Дж.Гілфорд) постійно підкреслюють, що творчість не є прерогативою лише обраних. Необхідність *максимально використовувати можливості навчання математики з метою розвитку творчої особистості, творчого мислення учнів* класів нематематичного профілю підкреслюється тим, що психологічні закономірності, які керують творчими процесами у всіх сферах діяльності, є універсальними (А.Т.Шумилин, Б.П.Ерднієв, J.Bronovski, A.Drevet, M.Fustier, A.Kaufmann, K.Gordon, F.Vidal, C.R.Rogers, M.-L.Rouquett). На цьому ґрунтується принцип, запропонований А.Т.Шумилиним, (назвемо його *принципом переносу*): “використання навичок розв’язування творчих задач, що вироблені в ході одної спеціальної діяльності, для розв’язування задач, характерних для іншого виду” [11].

Проблема розвитку творчої особистості учнів, в тому числі, - в процесі навчання математики, не втрачає своєї актуальності, про що свідчить, зокрема, стаття З.І.Слепкань (журнал «Математика в школі», 2003.- №№1, 3). Нові акценти у впровадженні профільної диференціації навчання ще раз висувають на перший план проблему врахування специфіки процесу навчання математики в класах різного профілю. Різним аспектам проблеми розвитку творчого мислення учнів в процесі навчання математики присвячені роботи

Б.П.Ерднієва (1991), Е.Е.Жумаєва (1997) та ін. Але не достатньо вирішеними залишаються питання про визначення компонентів творчого мислення.

Розглядаючи спроможність особистості до творчого мислення, необхідно ще раз відмітити, що вираження творчості відбувається у декількох аспектах (продукті, процесі, якостях особистості). Не враховуючи будь-який з них, неможна дійсно спрямувати навчальний процес на розвиток творчого мислення учнів. За І.М.Розетом таким чином знижується інтерес до питань виховання і розвитку творчих можливостей; що у практичному плані все зводить до виявлення за допомогою тестів тих чи інших здібностей, до відбору на цій основі спеціалістів [6].

Ми згодні з такою оцінкою сучасного стану проблеми у практиці, і вважаємо за необхідне використовувати можливості навчання математики в процесі становлення творчої особистості учнів незалежно від того, наскільки на даному етапі проявилася їх спроможність до творчого мислення. Одним з головних принципів навчання повинен бути *принцип заміни настановки неуспіху на настановку успіху*.

Реальні умови вивчення математики у класах нематематичного профілю: недостатня кількість годин за програмою; перенавантаження учнів, в тому числі, - через введення факультативів, спецкурсів (причому курси за вибором розглядаються як навчальні курси з метою поглиблення і розширення змісту

профільних предметів, до яких математика в цих класах не відноситься). Тому необхідно враховувати щонайменший зовнішній вияв творчого мислення, а для цього - вміти “побачити” вияв компонентів творчого мислення навіть у процесі “звичайної” навчально-пізнавальної діяльності учнів з математики, акцентувати увагу на можливостях навчального матеріалу, що не виходить за межі відповідної програми, для розвитку творчого мислення.

Мета статті - запропонувати систему компонентів творчого мислення учнів, що можуть діагностуватися в процесі навчання математики.

Ми згодні з дослідниками, які не вважають поняття “продуктивне мислення”, “евристичне мислення”, “варіативне мислення”, “дивергентне мислення” синонімами і аналогами поняття “творче мислення” [9], і стоїмо на позиції, що це – різні аспекти одного й того ж процесу. На наш погляд, всі вищеперелічені види мислення – це компоненти творчого мислення, які мають взаємоперетини, але кожний з них має і певну властивість, що відокремлює його від інших. Межі відокремлення є розмитими, нестрогими, як це властиво і всім психічним процесам (неможна чітко виділити, де саме працює пам’ять, а де відбувається процес мислення і т.ін.). Творче мислення не є простою сумою всіх своїх підсистем.

Виділяючи компоненти творчого мислення, зауважимо, що у більшості аналізованих нами джерел, якщо пояснюється сутність одного з понять - “креативність” і “дивергентне мислення”, пояснення щодо другого відсутнє. На наш погляд, ці поняття взаємопов’язані, мають взаємоперетини, але не співпадають: креативність (creative англ. - творчий) більш пов’язана з уявою, фантазією; дивергентність (divergence англ. - розходження, відхилення) - з логікою, а також з широтою сфери, що може бути охоплена в процесі творчості.

В зв’язку з цим, ми виділяємо такі компоненти творчого мислення:

1. *Креативність мислення*. Спроможність до творчості.

2. *Дивергентність мислення*. Діапазон творчості.

3. *Евристичність мислення*. Особливості ходу творчого процесу.

4. *Ефективність мислення*. Результативність творчості.

5. *Творча активність*. Наявність рушійних сил творчості.

Кожний з компонентів має свої характерні властивості, підкомпоненти. Розглянемо цю систему більш детально.

1. *Креативність мислення* у психології найчастіше розглядається як здатність до породження незвичних ідей, відхилення від традиційних схем мислення; швидко розв’язувати проблемні завдання; як загальну творчу здібність, як процес перетворення знань, з яким пов’язана уява, фантазія, породження гіпотез та ін. [5]. Під креативністю також розуміють здатність по-різному використовувати дану у задачах інформацію у швидкому темпі; здібність, що відображає властивість індивіда створювати нові поняття і формувати нові навички [3]. На наш погляд, це означення необхідно доповнити характеристикою самостійного знаходження проблем, а не тільки розв’язуванням проблем, наданим “зовні”.

Підкомпоненти:

1) *оперативність мислення* – різноманітність виникнення ідей, асоціацій, зв’язків. *Оперативність мислення* можна визначити як здатність швидко орієнтуватися у змінених і нових умовах, відбираючи з бази знань ті, використання яких призводить до більш раціональної та продуктивної роботи, застосовуючі їх, а при необхідності, - адаптуючи, пристосовуючи до наявних умов [10].

Розвиток *оперативності мислення*, яка включає в себе якості і творчого, і критичного мислення, сприяє ефективності творчої діяльності, для чого необхідною є “співпраця” обох цих видів мислення.

Критерій: швидкість і легкість оперування наявними (в тому числі, - новими) знаннями і уміннями в певній ситуації.

2) *гнучкість* – легкий перехід від одного поняття (способу роботи) до іншого; легкість “переключення”; здатність відмовлятися від неефективних шляхів розв’язування, “переставляти” акценти.

Критерій: швидкість переходу від одного об’єкту (властивості, способу розв’язування) до іншого; правильність і легкість у “зміні акцентів”.

3) *оригінальність* – незвичність підходів до розв’язування завдань, нешаблонність мислення, відхилення від прийнятих стандартів; уміння звільнитися від стереотипів, шаблонів; те, що є своєрідним.

Критерій: ступінь відхилення запропонованої ідеї, підходу від звичного.

4) *інтегративність* мислення – в якості основи міжпредметних зв’язків виступають різноманітні типи асоціацій [3].

Критерій: здатність створювати асоціації у поєднанні понять з різних (іноді достатньо віддалених) сфер та оперативно користуватися ними.

5) *уява, фантазія*. За С.Л.Рубинштейном у процесі наукової творчості уява виконує специфічну функцію, що є відмінною від тієї, яку виконує у ньому мислення. Вона перетворює образний зміст проблеми, і цим самим сприяє її розв’язанню [7]. А.Т.Шумилин розглядає фантазування як не логізований процес створення нових гіпотез [11].

Критерій: здатність створювати в уяві конструкції з відомих об’єктів, видозмінені об’єкти, нові об’єкти.

На наш погляд одною з характерних рис креативної особистості є спроможність не тільки породжувати незвичні ідеї, але й сміливість у їх висловленні. Нерідко цікаві ідеї “губляться” або “відштовхуються” самим їх автором через побоювання бути не сприйнятим, не зрозумілим, через тиск авторитетів, авторитетних думок (вчителя, підручника, загальної наукової думки і т.ін.). Такі ідеї часто навіть не вербалізуються.

2. *Дивергентність мислення* – відкритість мислення, схильність до узагальнень, конструктивність, швидке висування ідей, продукування задуму. Загальновідома думка Дж.Гілфорда, що при операціях дивергентного мислення відбувається мислення у різних напрямках (іноді - дослідження, іноді - відшукування відмінностей). Розробляється нова лінія мислення, що може містити низку можливих розв’язань і розв’язків проблеми.

Підкомпоненти:

1) *широта* мислення – розповсюдження інтелектуальної бази на більш широке коло питань; здатність абстрагуватися.

Критерій: здатність самостійно знаходити взаємозв’язки (внутрішньооб’єктні, міжпредметні); використовувати базу знань і вмінь з певної теми для розв’язування завдань з іншої і т.ін. На наш погляд, цей компонент творчого мислення яскраво проявляється тоді, коли людина спроможна не просто дати «правильну відповідь», але зорієнтуватися у пропозиції іншої людини, яка може бути іншим варіантом подачі правильної відповіді або висвітлювати певний аспект проблеми в тому ракурсі, в якому дана людина його ще не розглядала.

Спроможність бути відкритим до ідей інших, навіть якщо вони не співпадають із власним поглядом, є ознакою творчого мислення. Дослідження психологів свідчать, що гіпераксіоматизація власних творчих прийомів та результатів може призвести до анаксіоматизації (зневажання, знецінення) прийомів і досягнень інших [6]. Така особа, висунувши гіпотезу, факти, що її підтверджують, вважає правильними, а ті, що їй протирічать, – хибними. В дослідженнях польського психолога Козелецькі продемонстровано, що гіпераксіоматизація – одна з перешкод творчого мислення, тому що людина перестає бачити різноманітність підходів, починає працювати шаблонно.

2) *продуктивність* мислення – вироблення багатьох різних ідей з одного джерела.

Критерій: кількість різноманітних ідей, вироблених з одного джерела; кількість доцільних запитань, що виникає в учня в процесі розв’язування завдання, виражених у формі “що буде, якщо змінити...” та ін.

3) *узагальненість* мислення – здатність самостійно переходити від часткових випадків до загального методу, загальної схеми.

Критерій: швидкість та якість самостійно виробленої загальної схеми теоретичного матеріалу, розв’язування завдання; ступінь самостійності цього процесу.

4) *варіативність* мислення – уміння працювати у нових і змінених умовах; самостійно змінювати умови розглядування ситуацій і властивості розглядуваних об’єктів; здатність трансформувати їх моделі.

Критерій: симультанність мислення (здатність розглядати об’єкт водночас з різних боків, “у різних ракурсах”, “примірюючи” до нього різні умови, варіюючи його властивості (якісно і кількісно)); латеральне мислення (погляд при розв’язуванні проблем “під різними кутами”).

Одна з перешкод творчого мислення: перше рішення настільки стійке, що не піддається спростуванню навіть логічними доказами (P.C.Wason, P.N.Johnson-Laird). Але психологи відмічають, що й латеральне мислення заважає неуклінному просуванню до реалізації попередньо поставленої мети (збільшення часу на розглядання різноманітних варіацій завдання, розпорошення уваги, більше захоплення самим процесом знаходження різноманітних ракурсів розглядування проблеми).

3. *Евристичність* мислення – спроможність мислити в процесі розв’язування проблем в умовах невизначеності з метою усунення суперечностей (“Укр. пед. словник». – К., 1997.С.108). Еврис-

тичне мислення відрізняється виробленням нових стратегій (О.М.Лук), а його складовими є алгоритмізація і інтуїція, причому загальний результат може мати як одну, так і іншу спрямованість (Э.О.Олександров).

Підкомпоненти:

1) *інтуїтивність* – спирається в процесі розв’язування на “здогадку”; виникнення ідеї розв’язування або самого розв’язку до того, як “явно” проведено повний аналіз умов і вимог завдання; первинна відсутність обґрунтування розв’язання. В.І.Загвязинський під інтуїцією розуміє здатність людини осягати істину без доведень, шляхом минулого досвіду, коли цей досвід залишається недостатньо глибоко усвідомленим [2]. Загально-відомим є вираз, що інтуїція відкриває, логіка доводить. Г.І.Рузавин писав, що «інтуїція ... не може бути зведена до яких-небудь логічних правил або означень» [8]. Ознаками інтуїції вважають пряме (а не опосередковане) споглядання сутності речей, самоочевидність знання, що виникло, незалежність його від системи доведень, раптовість виникнення [11].

Ми згодні з тим, що інтуїція на науковому рівні не протилежна розуму, що це інтуїція думки, раціональна інтуїція. Тобто мова тут йде про «передзнання» – знання, ще логічно не усвідомлене; таке, відносно якого людина ще не має обґрунтування. Психологи підкреслюють, що інтуїтивні ходи думки на відміну від дискурсивного логічного міркування можуть здійснювати “стрибки” через інформаційні прогалини (Н.Поливанова).

З метою виявлення інтуїтивних процесів пропонують застосовувати такі критерії: утруднення (або неможливість) звіту про відповідні ланки розв’язування, тобто їх неповне усвідомлення порівняно з дискурсивними процесами; “здогадковий”, на основі припущення характер розв’язування на його інтуїтивному рівні, коли логічна перевірка відсутня [1].

Критерій: швидкість пропонування ідеї розв’язування або самого розв’язку, які ще необхідно обґрунту-

вати і детально розробити; здатність “побачити” розв’язання і розв’язок навіть у випадку, якщо теоретичний матеріал, на якому вони ґрунтуються, ще не є відомим.

2) *особистісний стиль мислення і діяльності* – особистісна відмінність у методах, що застосовуються; у послідовності етапів розв’язування та ін.;

Критерій: відмінність у відповіді (при збереженні її правильності і наукової відповідності); несхожість хоча б у деталях запропонованого погляду на розв’язання більш розповсюджені (попередньому поясненню вчителя, викладенню матеріалу у підручнику); бажання користуватися додатковою літературою.

3) *незаалгоритмізованість* мислення – використання особистісних стратегій і тактик в процесі виконання завдань.

Критерій: здатність відшуковувати нові (особистісно нові) способи розв’язування; знаходити межі, в яких конкретний алгоритм не працює.

4) *здатність мислити згорнутими структурами* – здатність до скорочених умовиводів (В.А.Крутецький).

Критерій: тезисний виклад думки, який учень здатен доповнювати, пояснювати, ілюструвати; прагнення скласти план відповіді; подавати розв’язання через виділення основних етапів і ключових моментів з необхідним обґрунтуванням і поясненням.

5) *здатність прогнозувати* можливі результати діяльності на її початку.

Критерій: скорочення перебору альтернативних варіантів в процесі розв’язування нестандартних завдань; здатність самостійно змінювати алгоритми або створювати нові; здатність розв’язувати завдання, алгоритм виконання яких є невідомим суб’єкту, або завдання не піддається чіткій алгоритмізації та ін.

4. *Ефективність мислення* – результативність мислення.

Підкомпоненти:

1) *швидкість* (без втрачання якості) розв’язування завдання.

Критерій: швидкість правильного розв’язування завдання, вибору справедливих тверджень із декількох запропонованих.

2) *конвергентність*. Якщо дивергентне мислення виконує свої функції ефективно на початкових етапах розв’язування (розумовий пошук відбувається у різних напрямках семантичного простору, відштовхуючись від змісту проблеми), то одним з підходів до визначення конвергентного мислення є такий, відповідно якому воно “знаходить єдину правильну композицію елементів семіотичного простору, що відносяться до даної проблеми” [5]. У такому розумінні конвергентність не є гальмом творчого мислення, а виконує функцію творчого синтезу з елементами критичного мислення (щодо відбору найбільш ефективних сполучень) в процесі визначення тактики розв’язування творчих завдань.

3) *уважність* в процесі розв’язування до можливого знаходження “побічних” продуктів процесу розв’язування, які можуть виявитися не менш важливими (а іноді – більш важливими), ніж основний продукт.

Критерій: здатність учня самостійно акцентувати увагу не тільки на основній змістовій або операційній лінії матеріалу (завдання), але й на побічній; розуміння її ролі і місця в системі знань і вмінь.

4) *здатність до інтелектуального самозбагачення* – здатність накопичувати для наступного використання прийоми, методи, які були вироблені в процесі розв’язування конкретного завдання.

Критерій: порівняно висока швидкість розв’язування нестандартних завдань; здатність до ефективного використання досвіду і “інтелектуальних продуктів” розв’язування у подальшій діяльності.

5. *Творча активність* – здатність самостійно працювати, використовуючи власний потенціал для творчої роботи; творче натхнення, що базується на високому рівні зацікавленості.

Творча особистість характеризується тим, що її пізнавальну потребу задовольнити не можна [4]. Ґрунтується пізнавальна потреба на активності, потребі у самому процесі розумової діяльності, на задоволенні від розумової праці [4].

Підкомпоненти:

1) *творча ініціатива* – велика зацікавленість, бажання працювати, пізнавати, створювати нове; здатність передавати іншим власне натхнення.

Критерії: бажання отримувати для розв'язування і самостійно знаходити нестандартні, достатньо складні завдання; здатність значний час працювати над розв'язуванням завдання.

2) *здатність до самоорганізації* – високий рівень розвитку рефлексії; розвинені самопланування, самоконтроль, саморегуляція; самокерівництво.

Критерії: здатність учня самостійно ефективно організовувати власну діяльність; визначати для себе ступень складності завдань (не занижуючи його).

3) *здатність до самомотивації* до виконання творчої діяльності, протидіяти утрудненням.

Критерії: здатність учня без поштовху зовні знаходити для себе певні питання, що потребують розв'язування; ставити перед собою завдання (в тому числі – завдання по самовдосконаленню).

4) *здатність до мобілізації власних творчих можливостей* з метою розв'язування творчого завдання, проблеми. Ми будемо розуміти це поняття не тільки як *оперативну надійність* – здатність до стійкого збереження оптимальних робочих параметрів (В.Д.Небилицин), але й як спроможність суб'єкта приводити до активного стану власні творчі здібності, використовувати вже наявний досвід роботи над творчими завданнями. Цей підкомпонент органіч-

но пов'язаний із здатністю до інтелектуального самозбагачення, але є вже не потенційною здатністю, а силою руху в процесі виконання творчого завдання.

Критерії: здатність учня стійко зберігати працездатність, пильність при виконанні творчого завдання протягом заданих проміжків часу і при наявності різноманітних зовнішніх ускладнень; не відмовлятися від розв'язування завдання, якщо виникають певні труднощі; поступове входження в роботу, створення внутрішнього творчого стану при виконанні творчих завдань, поступове зняття напруги у процесі виконання навіть достатньо складних завдань, поглинання учня творчим завданням.

Якщо учень бачить неможливість виведення строгого логічного ланцюга міркувань на даному етапі, то він підключає до роботи математичну інтуїцію. Якщо аналіз числових даних задачі ще не дає можливості знайти шлях розв'язування, то відбувається користування схематичним їх відображенням, зображеннями у вигляді рисунку, наочної моделі та навпаки. При розв'язуванні текстових задач використовується не тільки схематичний рисунок, але зображення умови у вигляді графіка, і, навпаки, в процесі розв'язування задач на побудову нерідко працює попередня робота над даними – алгебраїчний метод.

Творча особистість, творче мислення – поняття багатогранне, тому навіть якщо певні компоненти є більш вираженими, інші менш вираженими, особистість є творчою; але доцільною є спрямованість на розвиток всіх компонентів творчого мислення.

Необхідно відмітити також те, що “немає креативів з низьким інтелектом, але є інтелектуали з низькою креативністю” [5]. В даному контексті під “креативами” розуміють творчих особистостей.

Творче мислення, на наш погляд, ґрунтується на достатньо високому рівні розвитку творчих і інтелектуаль-

них здібностей. Тому ми вважаємо за доцільне доповнити вищевказану систему також специфічною системою компонентів математичних здібностей, запропонованою нами у попередньому дослідженні (1997): цілепостановча; тактична; стратегічна; оціночна; здібність інтелектуального самозбагачення.

Дана система компонентів є, на наш погляд, універсальною відносно будь-якого навчального предмету. Формуючись і розвиваючись в процесі навчання математики, кожний з цих компонентів може використовуватись як при вивченні інших навчальних предметів, так і в процесі розв'язування проблемних завдань в реальному житті.

Процес розвитку здібностей як цілосної характеристики особистості, пов'язаний не стільки з кількісним їх збільшенням, скільки з якісною перебудовою [12]. Тому велике значення мають не стільки "вимірювання" певних особливостей, підпорядкування визначення рівня розвитку творчого мислення (конкретних його компонентів) деякій набраній кількості балів за виконання певних завдань, скільки спостереження за їх проявом в процесі навчально-пізнавальної діяльності, за процесом виконання завдань творчого характеру учнями, за їх підходом до вирішення проблемних завдань. Прояви творчого мислення відрізняються активністю (активний - пасивний), систематичністю виявлення активності (систематично - епізодично), емоційним обарвленням (яскраво-позитивне, позитивне, індіферентне, негативне).

Запропонована нами система компонентів творчого мислення сприятиме діагностиці творчого мислення учнів класів різного профілю при спостереганні за ре-

альним процесом їх навчально-пізнавальної математичної діяльності.

Подальшого дослідження потребують питання створення узгодженої системи діагностування творчого мислення при навчанні різних предметів та заходів щодо оперативного реагування на його результати.

1. Гурова Л.Л. Когнитивно-личностные характеристики творческого мышления в структуре общей одаренности // Вопросы психологии.-1991.-№6.- С.14-20.
2. Загвязинский В.И. Педагогическое предвидение.- М.:Знание,1987.-80 с.
3. Психологическая диагностика детей и подростков. /Под ред. К.М.Гуревича, Е.М.Борисовой.- М.: Межд. пед. академия, 1995.-360 с.
4. Психология одаренности детей и подростков / Под ред. Н.С.Лейтеса. - М.:Изд. центр. «Академия», 2000.- 336 с.
5. Психология одаренности: от теории к практике /Под ред. Д.В.Ушакова. - М.: ИП РАН, 2000. - 96 с.
6. Розет И.М. Психология фантазии. - Минск, 1991.- 342 с.
7. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии: В 2 т.-Т.1.- М.: Педагогика, 1989.- 488 с.
8. Рузавин Г.И. Интуиция и понимание в математике // Интуиция, логика, творчество.-М.:Наука,1987.-176 с.
9. Творча особистість /Автор-укл.О.Я.Митник. - К.: НПУ, 2001.- 25 с.
10. Чашечникова О.С. Розвиток оперативності мислення учнів на уроках математики //Педагогічні науки. Зб. наук. праць. Вип.32.- Ч.1. - Херсон: Вид. ХДПУ, 2002. - С.202-205.
11. Шумилин А.Т. Проблемы теории творчества.- М.: Высшая школа, 1989.-143 с.
12. Radulet R. Creativity and revolution in science and technology (towards and operativ defenition) // Science of science.- 1980.-Vol.1.-N3.-P.197-208.

Summary. This article is about system of components creative thinking's. These components are diagnostic in the process of the learning of mathematic.

Надійшла до редакції 26.09.2004 р.

ПРИЙОМ ПОРІВНЯННЯ І РОЗВИТОК ПІЗНАВАЛЬНОЇ САМОСТІЙНОСТІ МАЙБУТНІХ АБІТУРІЄНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ

*Н.А. Тарасенкова,
доктор педагог.наук, професор
Черкаський національний університет ім. Б.Хмельницького
А.М. Нестеренко,
старший викладач
Черкаський державний технологічний університет*

У статті розкриваються особливості формування в учнів прийому порівняння при вивченні повторювального курсу математики.

В умовах розбудови національної системи освіти в Україні, виходу вітчизняної науки і техніки на світовий рівень, інтеграції у світову систему освіти постає проблема забезпечення високого рівня математичної підготовки підростаючого покоління, всебічного розвитку учнівської молоді, формування в учнів пізнавальної самостійності на основі глибоких і міцних знань.

Питання розвитку пізнавальної самостійності учнів старшого шкільного віку дістали широкого висвітлення у працях психологів (Д.М.Богоявленського, Л.С.Виготського, П.Я.Гальперіна, Г.С.Костюка, В.О.Крутецького, Н.О.Менчинської, В.В.Рибалки, С.Л.Рубінштейна, І.С.Якиманської), педагогів (А.М.Алексюка, І.Я.Лернера, М.І.Махмутова, В.А.Онищука, В.Ф.Паламарчук, Н.О.Половнікової, Г.І.Щукіної), математиків-методистів (Г.П.Бевза, М.І.Бурди, О.С.Дубинчук, М.І.Жалдака, М.Я.Ігнатенка, П.М.Ерднієва, В.Н.Осинської, О.І.Скафи, З.І.Слепкань). Ними з'ясовано, що пізнавальна самостійність є засобом підвищення усвідомленості й дієвості знань, показником розумового розвитку тих, хто навчається; відмічені шляхи практичного розв'язання проблеми через організацію самостійних робіт, розв'язування різноманітних задач, формування прийомів пізнавальної

діяльності, розвиток в учнів рефлексії у ході навчальної діяльності. Суттєвим результатом проведених досліджень є доведення того, що розвиток пізнавальної самостійності тих, хто навчається, є невідривною й органічною складовою підготовки творчої особистості.

Однак проблема розвитку пізнавальної самостійності такої категорії учнівської молоді, як майбутні абітурієнти, залишається недостатньо вивченою. Без перебільшення можна сказати, що зараз кожен вищий навчальний заклад працює з такою категорією учнів. Там, де вступні випробування передбачають іспит з математики, організуються різноманітні підготовчі курси, у багатьох вузах працюють підготовчі відділення тощо. Разом з тим, як показують наші дослідження, в організації математичної підготовки майбутніх абітурієнтів спостерігається ряд суттєвих недоліків, які стосуються усіх компонентів методичної системи.

У даній роботі переслідуються мета розкрити специфіку прийому порівняння в його гносеологічному та процесуальному аспектах, а також особливості формування цього прийому у майбутніх абітурієнтів при вивченні повторювального курсу математики.

Згідно з тлумачним словником української мови [1], порівняння – це

„зіставлення одного з іншим з метою встановлення спільності або різниці”. З одного боку, порівняння є однією з операцій логічного мислення, а з іншого – це спосіб діяльності, що базується на розумовій операції порівняння.

У загальному розумінні спосіб діяльності – це система послідовних дій та операцій, виконання яких спричинює результат, що відповідає (адекватний) меті діяльності. Найфундаментальніші способи діяльності, що виходять із знання найбільш загальних закономірностей розвитку об’єктивної дійсності та специфічних закономірностей предмета, явища, процесу, що досліджується, називають методами [2]. Для позначення тих способів діяльності, що мають більш вузьке застосування та відрізняються конкретним призначенням, частіше використовують термін «спосіб».

Наприклад, у методиці математики розрізняють: загальні методи математики (аксіоматичний або дедуктивних міркувань, рівнянь і нерівностей, координатний, векторний тощо); методи доведення математичних тверджень, у яких реалізується дедуктивний метод; способи розв’язування певного класу задач (спосіб заміни змінних у розв’язуванні біквадратних рівнянь, спосіб використання допоміжного елемента в геометричних задачах тощо).

Поряд із термінами «метод», «спосіб» нерідко можна зустріти і такий термін, як «прийом». Це поняття увійшло до психологічної науки у зв’язку із розробкою проблем пам’яті, формування у школярів прийомів раціонального запам’ятовування, а також із дослідженням проблеми прийомів розумової діяльності. У дидактико-методичних дослідженнях активно розробляється проблема формування в учнів прийомів цілеспрямованої навчальної діяльності.

Раніше нами зазначалось [3], що поняття «прийом», хоча й визначається як система послідовних дій, але не є тотожним ні з поняттям «метод», ні з

поняттям «спосіб». На відміну від методів і способів, прийом має не тільки об’єктивну (що не залежить від суб’єкта діяльності), але й суб’єктивну складову. Спосіб діяльності як об’єктивна даність лише в діяльності конкретного суб’єкта набуває значення прийому діяльності. Отже, способи діяльності виступають об’єктами засвоєння, але в учнів формуються саме прийоми діяльності.

У структурі способу діяльності виділяють змістовий (гносеологічний) та операційний (діяльнісний) компоненти. Змістовий компонент способу діяльності – це система знань, до складу якої входять:

- вихідні знання про об’єкт та його властивості;
- підсумкові знання про результати дій з об’єктом;
- знання про операційний склад способу діяльності (дії та операції, що у певній послідовності реалізують спосіб діяльності);
- знання про інтелектуальні й предметно-практичні засоби, які необхідні для виконання діяльності;
- система орієнтирів вибору даного способу діяльності із множини інших.

Операційний компонент способу діяльності пов’язаний із безпосереднім виконанням його дій.

Засвоєння учнями змістового компонента способу діяльності характеризується такими новоутвореннями в їх особистому досвіді, як знання, а опанування операційного компонента виражається навичками та вміннями.

Стосовно такого способу діяльності, як порівняння, необхідно зазчит наступне.

Згідно із загальними законами пізнання, аналіз реальності відбувається через аналіз її знаково-символьної форми. При цьому діяльність людини має подвійну детермінацію. Вона визначається як внутрішньою логікою предмет-

ної діяльності, так і логікою тієї семіотичної діяльності, засобами якої здійснюється пізнання.

Психологи стверджують, що процес навчання, здебільшого, будується на зоровому ряді, оскільки сприймання змісту та його первинне опрацювання учнями, як правило, розпочинається із зорового упізнання (так званого візуального аналізу). Саме тут семіотичні особливості об'єктів порівняння нерідко відіграють вирішальну роль. Добре відомо, що зовнішня схожість двох математичних об'єктів (наприклад, рівняння і нерівності) нерідко спонукає учнів до неправомірного висновку про те, що такі об'єкти є ідентичними за змістом. А відтак виникає неусвідомлюване бажання перенести способи розв'язування рівнянь у сферу нерівностей. Нерідко такі дії є помилковими.

Змістовий аналіз, у результаті якого реалізується змістовий аспект порівняння об'єктів, є поєднанням двох процесів – візуального аналізу й смислового аналізу. За часовими характеристиками візуальний аналіз, як правило, випереджає смисловий аналіз. Але не рідкими є випадки, коли вони відбуваються одночасно. Все це необхідно враховувати у доборі організаційно-методичного забезпечення навчального процесу.

Формування у майбутніх абітурієнтів прийому порівняння необхідно розглядати як одне зі стрижневих завдань у справі розвитку їх пізнавальної самостійності. Дійсно, вміння порівнювати математичні об'єкти у змістовому й семіотичному аспектах виступає запорукою самостійного розпізнавання математичних ситуацій, вибору математичного апарату й способу розв'язування тієї чи іншої задачі, а також правильного їх застосування, причому без сторонньої допомоги.

У процесі математичної підготовки майбутніх абітурієнтів прийом порівняння можна формувати безпосередньо й опосередковано. У першому

випадку учням мають бути повідомлені цілі діяльності, розкрито її змістовий компонент й організовано свідоме відпрацювання відповідних знань, навичок і вмінь. У другому випадку прийом порівняння формується у межах інших видів навчальної роботи, коли порівняння виступає не стільки метою діяльності, скільки її засобом. Обидва підходи до формування прийому порівняння можуть застосовуватися і під час викладу нового навчального матеріалу, і на етапі його закріплення й застосування. При цьому доцільно разом з учнями складати та використовувати порівняльні таблиці. Такі таблиці мають головне призначення в тому, щоб найбільш зручно представити хід та результати зіставлення окремих сторін або структурних елементів тих об'єктів, що порівнюються. Особливо корисні такі таблиці для порівняння таких об'єктів, в яких спостерігається певна аналогія. Наприклад, так зручно порівнювати властивості числових рівностей і нерівностей, особливості різних видів рівнянь і нерівностей тощо.

Розглянемо детальніше ці питання на прикладі теми „Ірраціональні рівняння і нерівності”. Досвід експериментального навчання показує, що в організації вивчення цієї теми майбутніми абітурієнтами один із головних наголосів доцільно зробити на порівнянні змістових відмінностей у розв'язуванні семіотично тотожних ірраціональних рівнянь і нерівностей. При цьому тексти пояснень доцільно будувати як бінарні, а формулювання прикладів й задач – як n -арні [3]. Зокрема, виклад навчального матеріалу може бути наступними.

Спочатку треба пояснити майбутнім абітурієнтам, що розв'язуючи ірраціональне рівняння (нерівність), щонайперше треба з'ясувати, чи є дане рівняння (нерівність) визначеним (визначеною). Якщо область допустимих значень (ОДЗ) змінної є порожньою

множиною, то рівняння (нерівність) не має розв'язків.

Приклад 1. Розв'язати рівняння і нерівність:

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-3}. \quad (1)$$

$$\sqrt{2-x} < \sqrt{x-3}. \quad (2)$$

Розв'язання. ОДЗ змінної даного рівняння (1) і нерівності (2) визначається такою системою:

$$\begin{cases} 2-x \geq 0, \\ x-3 \geq 0, \end{cases} \text{ тобто } \begin{cases} x \leq 2, \\ x \geq 3. \end{cases}$$

Ця система не має розв'язків. Отже, ОДЗ змінної є порожньою множиною, відтак дані рівняння і нерівність не мають розв'язків.

Відповідь: $\emptyset$; $\emptyset$.

У процесі розв'язування ірраціональних нерівностей, що містять корені парного степеня, так само, як і під час розв'язування ірраціональних рівнянь, буває корисним звернутися до деяких „арифметичних” міркувань. Однак, на відміну від ірраціональних рівнянь такого типу, розв'язуючи ірраціональну нерівність, необхідно не тільки оцінити знак виразу в її лівій і правій частинах, але й врахувати знак нерівності.

Приклад 2. Розв'язати рівняння і нерівності:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} + \sqrt{x-2} = -5, \quad (3)$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} + \sqrt{x-2} < -5, \quad (4)$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} + \sqrt{x-2} > -5. \quad (5)$$

Розв'язання. Задане рівняння й дані нерівності є визначеними, оскільки ОДЗ їхньої змінної таке: $x \in [2; \infty)$.

Рівняння (3) та нерівність (4) розв'язків не мають. Дійсно, при $x \in [2; \infty)$:

$$\sqrt{x+1} > 0, \quad \sqrt{x+4} > 0, \quad \sqrt{x-2} \geq 0,$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} + \sqrt{x-2} > 0.$$

Отже, ліва частина рівняння і нерівностей набуває лише додатних значень на ОДЗ змінної. Але такий вираз не може бути меншим за будь-яке від'ємне число чи дорівнювати йому.

А от нерівність (5) має розв'язки, тому що вираз, який є визначеним і

набуває лише додатних значень, завжди більший за від'ємне число. Це означає, що будь-яке значення змінної з ОДЗ задовольняє дану нерівність. Отже, $x \in [2; \infty)$.

Відповідь: $\emptyset$; $\emptyset$; $[2; \infty)$.

Застосування „арифметичних” міркувань можливе і під час розв'язування таких ірраціональних рівнянь (нерівностей), в яких ірраціональний вираз, що набуває невід'ємних (або недодатних) значень, порівнюється з нулем.

Приклад 3. Розв'язати рівняння і нерівності:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} = 0; \quad (6)$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} < 0; \quad (7)$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} \leq 0; \quad (8)$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} > 0; \quad (9)$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} \geq 0. \quad (10)$$

Розв'язання. Рівняння й нерівності є визначеними: $x \in \{-1\} \cup [1; \infty)$.

Для лівої частини рівняння (6) є дві можливості – набувати додатних значень або дорівнювати нулю. У першому випадку рівняння стає суперечливим. Рівність можлива, якщо ліва частина рівняння набуває значення 0. У даному рівнянні це є можливим тоді, коли дорівнює нулю кожен із двох доданків, що міститься у лівій частині рівняння, а саме, при $x = -1$.

Нерівність (7) є суперечливою. Отже, вона не має розв'язків.

Нестрога нерівність (8) є сукупністю строгої нерівності відповідного знака і рівняння. Строга нерівність не має розв'язків, а рівняння задовольняє значення змінної -1 . Отже, нерівність (8) має розв'язок: $x = -1$.

Нерівність (9) справджується при всіх значеннях змінної з ОДЗ, крім -1 . Дійсно, якщо $x \in [1; \infty)$, то ліва частина нерівності додатна, а кожне додатне число є більшим за нуль. Якщо ж $x = -1$, то $\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} = 0$. Однак вираз, що

набуває значення 0, не може бути більшим за нуль. Отже, -1 не є розв'язком даної нерівності.

Нерівність (10) задовольняють усі значення змінної з ОДЗ. При $x = -1$ справджується рівність, оскільки ліва частина нерівності набуває значення 0. При $x \in [1; \infty)$ справджується нерівність.

Відповідь: $\{-1\}$; $\emptyset$; $\{-1\}$; $[1; \infty)$; $\{-1\} \cup [1; \infty)$.

Зазначимо, що у наведених прикладах, й особливо в останньому, ми не випадково використали той самий ірраціональний вираз. Разом з відповідним рівнянням вони вичерпують усі можливі варіанти утворення ірраціонального рівняння й нерівностей, що мають однаковий вигляд. Такі рівняння й нерівності можна вважати семіотично (формально) тотожними. Однак, як ми побачили, зовнішня схожість рівняння і нерівностей ще зовсім не означає, що будуть схожими їхні розв'язки. Дещо відрізняється і хід міркувань у процесі розв'язування. На все це треба не лише звернути увагу майбутніх абітурієнтів, а й провести спеціальну роботу щодо усвідомлення учнями усіх тонких моментів.

Для того, щоб майбутнім абітурієнтам було легше побачити спільне і відмінне у семіотично тотожних рівнянні й нерівностях, зокрема тих, що розглядалися в останньому прикладі, доцільно запропонувати учням занести отримані результати у таблицю (див. табл. 1). У свою чергу, за такою таблицею треба провести бесіду, під час якої важливо з'ясувати: чи є схожими вказані співвідношення; чому ОДЗ змінної у них одна й та сама; чому розв'язки в одних випадках є однаковими, а в інших – відрізняються, тощо.

Слідом за роботою із табл. 1 важливо використати іншу, вже заповнену таблицю. У цій таблиці бажано подати дані стосовно семіотично тотожних рівняння і нерівностей, з яких принаймні рівняння вже розв'язане учнями. Наприклад, у таблиці 2 наведено дані стосовно рівняння $\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} = 0$ і нерівностей різних знаків, що мають з даним рівнянням схожий вигляд. Опрацьовуючи дані цієї таблиці, майбутнім абітурієнтам треба з'ясувати, як отримано вказаний розв'язок у кожному з випадків.

Таблиця 1

Назва співвідношення	Співвідношення	ОДЗ змінної	Значення лівої частини	Розв'язок
Рівняння	$\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} = 0$	$x \in \{-1\} \cup [1; \infty)$	невід'ємне (≥ 0)	$\{-1\}$
Строга нерівність	$\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} < 0$	$x \in \{-1\} \cup [1; \infty)$	невід'ємне (≥ 0)	$\emptyset$
	$\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} > 0$	$x \in \{-1\} \cup [1; \infty)$	невід'ємне (≥ 0)	$[1; \infty)$
Нестрога нерівність	$\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} \leq 0$	$x \in \{-1\} \cup [1; \infty)$	невід'ємне (≥ 0)	$\{-1\}$
	$\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} \geq 0$	$x \in \{-1\} \cup [1; \infty)$	невід'ємне (≥ 0)	$\{-1\} \cup [1; \infty)$

Таблиця 2

Назва Співвідношення	Співвідношення	ОДЗ змінної	Значення лівої частини	Розв'язок
Рівняння	$\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} = 0$	$x \in [-3; 5]$	додатне (> 0)	$\emptyset$

Строга нерівність	$\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} < 0$	$x \in [-3; 5]$	додатне (> 0)	$\emptyset$
	$\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} > 0$	$x \in [-3; 5]$	додатне (> 0)	$[-3; 5]$
Нестрога нерівність	$\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} \leq 0$	$x \in [-3; 5]$	додатне (> 0)	$\emptyset$
	$\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} \geq 0$	$x \in [-3; 5]$	додатне (> 0)	$[-3; 5]$

Після такої докладно проведеної роботи вже можна подавати учням для самостійного опрацювання навчальні тексти, що мають бінарну форму. Загалом, під час розв'язування ірраціональних рівнянь (нерівностей), доцільно дотримуватись такого порядку:

1) з'ясувати, чи є дане рівняння (нерівність) визначеним (визначеною), знайшовши ОДЗ його (її) змінної;

2) за допомогою "арифметичних" міркувань визначити, чи є рівняння (нерівність) несуперечливим (несуперечливою);

3) якщо ОДЗ змінної рівняння (нерівності) не є порожньою множиною й рівняння (нерівність) не має суперечності з "арифметичної" точки зору, тоді розв'язати рівняння (нерівність) одним із способів, які згадувалися;

4) з'ясувати, чи всі перетворення були рівносильними;

5) якщо принаймні один раз здійснено перехід до рівняння-наслідку (нерівності-наслідку), зробити перевірку отриманих значень змінної.

У ході експериментального навчання нами встановлено, що успішному розвитку пізнавальної самостійності майбутніх абітурієнтів сприяє дотримання наступних дидактичних умов:

- усвідомлення майбутніми абітурієнтами необхідності набуття, поглиблення і розширення знань;

- включення тих, хто навчається, в активну пізнавальну діяльність;

- реалізація в комплексі репродуктивної і продуктивної діяльності, які відповідають відтворювальному й творчому способам засвоєння знань, навичок і вмінь;

- забезпечення позитивного впливу на емоційний стан майбутніх абітурієнтів та їх працездатність у навчальному процесі;

- надання свободи вибору, можливостей для прояву самостійності, ініціативи, розкриття й самореалізації особистості.

Широке застосування порівняльних процедур у процесі навчання математики майбутніх абітурієнтів є одним із шляхів створення необхідних передумов для успішного формування і розвитку в них пізнавальної самостійності.

1. Івченко А.О. Тлумачний словник української мови. – Х.: Фоліо, 2001. – 540с.

2. Кондаков Н.И. Логический словарь. – М.: Наука, 1971. – 638 с.

3. Нестеренко А.М., Тарасенкова Н.А. Запобігання конфліктних аналогій у навчанні розв'язуванню алгебраїчних рівнянь і нерівностей слухачів підготовчих курсів // Тези Міжнар. конф. «Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь», Київ, 2002р. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2002. – С. 85.

4. Нестеренко А.М., Тарасенкова Н.А., Ситник О.О. Ірраціональні рівняння, нерівності та їх системи: Практикум для організації самостійної довузівської підготовки / За ред. Н.А. Тарасенкової. – Черкаси: ЧДТУ, 2002. – 203 с.

5. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. – Черкаси: «Відлуння-Глюс», 2002. – 400 с.

Summary. In the article the features of forming of the method of comparison in teaching additional mathematics of pupils are esteemed.

Надійшла до редакції 20.08.2004 р.

ПРО ВИЗНАЧЕННЯ ПОНЯТТЯ АКТИВІЗАЦІЯ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ

*Л.С. Межейнікова,
викладач*

*Київський фінансово-економічний коледж
при Національній академії ДПА України*

В статті розглядаються роль та зміст активізації пізнавальної діяльності учнів в навчальному процесі; досліджуються різні підходи до цього поняття; розкриваються такі його складові, як пізнавальний інтерес, активність, самостійність; уточнюються означення на основі проведеного аналізу.

Проблема активізації пізнавальної діяльності учнів була, є і буде актуальною завжди. Від її розв'язання залежить ефективність навчальної діяльності, розвиток інтересу до навчання, формування самостійної думки, підготовка до життя. Тому *мета статті уточнити поняття активізації пізнавальної діяльності учнів, виділити його істотні властивості, що є важливим для навчального процесу.*

У педагогічних дослідженнях найчастіше активізацію пізнавальної діяльності розглядають як таку організацію сприйняття навчального матеріалу учнями, при якій засвоєння знань відбувається шляхом розкриття взаємозв'язків між явищами, порівняння нової інформації з відомою, конкретизації, узагальнення, оцінки навчального матеріалу з різних точок зору. Також, відмічається, що активізація – це діяльність, яка спрямована на стимулювання процесу усвідомлення учнями їхніх загальних інтересів і потреб як єдиної групи, визначення необхідних засобів та активних дій для досягнення усвідомлених цілей [6, с.85].

Досліджуючи проблему активізації, Т.Г. Щукіна основну увагу приділяє сумісній діяльності вчителя та учнів, спонуканню учнів до її енергійного, цілеспрямованого здійснення, подолання інерції та пасивних стереотипних форм викладання та навчання [9, с.46].

Варто відмітити, що дуже часто відбувається ототожнення понять “активізація навчання” та “активізація пізнавальної діяльності”. Більш чіткіше означення активізації пізнавальної діяльності учнів знаходимо у Т.Г.Шамової, яка вважає, що активізацію навчально-пізнавальної діяльності слід розуміти не як підвищення інтенсивності її протікання, а як мобілізацію інтелектуальних, емоційно-вольових та фізичних сил учня, що здійснюється вчителем за допомогою певних засобів і спрямовується на досягнення конкретних цілей навчання та виховання [8, с.49].

Наведені вище міркування спонукають до ретельного аналізу як поняття пізнавальної діяльності учнів, так і поняття її активізації.

В основі навчально-пізнавальної діяльності учнів лежить, як відомо, їх активність, а процес активізації є процесом перетворення суб'єкта (в даному випадку - учня) в стан активності. Поняття активності досліджується в різних аспектах. Термін “активність” походить від латинського “activus”, що означає діяльний, енергійний, ініціативний. У зазначеному вище педагогічному словнику наводиться наступне означення цього поняття: “активність – 1) властивість організму і психіки, що залежить від зовнішніх та внутрішніх по-

треб; 2) властивість особистості, яка виявляється в діяльному ініціативному ставленні до навколишнього світу та самого себе.”[6,с.21]

Розглядаючи поняття активності в процесі навчальної діяльності, ми відмітили, що існує два погляди на нього: як на активність учня в процесі навчання та як на активність самого навчального процесу. В.І. Орлов, розглядаючи активність учня в навчальній діяльності, охарактеризував її як ставлення учня до учбово-пізнавальної діяльності, яке характеризується прагненням досягти поставлену мету в межах заданого проміжку часу [5,с.29]. Проте в педагогічному словнику знаходимо, що під активністю в навчанні розуміють дидактичний принцип, що вимагає від педагога такої організації навчання, яка сприяє вихованню в учнів ініціативності, самостійності, свідомості і міцному засвоєнню навчального матеріалу, оволодінню вміннями учитися [6,с.21].

Психологи та дидакти звертають увагу на залежність активності від таких психічних процесів, як увага, наполегливість, сумнів, інтерес, здогадування, аналіз, синтез тощо. В роботах з проблем активності учнів в навчанні відмічається, що активність учня в процесі навчання пов'язана з ставлення учня до предмету та процесу діяльності. В.І. Орлов звертає увагу на те, що активність учнів в навчанні виражає його ставлення до мети діяльності, за якою стоїть потрібно-мотиваційна сфера, яка забезпечує прагнення отримати спланований результат [5,с.29].

Взагалі, активність учня виступає і як показник ставлення до пізнання в конкретній учбовій ситуації, і як якість особистості, яка має соціальне значення. Такий показник ставлення до пізнання стоїть в основі формування вказаної якості. Певне ставлення учня, до різних ситуацій, до учбово-пізнавальної діяльності в ході навчання приводить до перетворення такого ставлення в стійку

рису характеру. Активність починає реалізуватися в практиці навчання і стає звичною формою поведінки.

Активність учнів виражається через запитання, прагнення мислити, пізнавальну самостійність у процесах сприйняття, відтворення, розуміння, творчого застосування. Ознаками сформованості активності особистості виступають: ініціативність, характеристика діяльності, енергійність, інтенсивність, ставлення до діяльності, добросовісність, інтерес, самостійність, усвідомлення дій, воля, наполегливість в досягненні мети та творчість. Завдяки таким ознакам можна простежити підвищення активності учнів в процесі навчання. Тому можна виділити наступні рівні активності учня в навчальній діяльності:

1. Низький – вчитель повідомляє знання, ставить запитання, дає відповіді, показує як розв'язується завдання, а учень слухає, записує, пригадує повідомлене.

2. Середній – завдання розв'язуються сумісними зусиллями вчителя та учнів; учні залучаються у частковий пошук.

3. Високий – самі учні здійснюють активний пошук відповіді, знаходять власні способи розв'язання.

Активність особи у пізнанні позитивно впливає на формування її розумових здібностей. Психологічне відображення навколишньої дійсності та засвоєння нових знань відбувається адекватно та ефективно лише при активній участі суб'єкта пізнання.

Усі види активності за їх функціями поділяються на адаптивні та продуктивні. Адаптивні забезпечують пристосування до діяльності. Вони сприяють формуванню численних стереотипів поведінки, звичаїв, навичок, тобто становлять основу для стандартних форм поведінки. При адаптивній активності основною формою навчання виступає навчання “за зразком”. Продуктивні функції активності – це основа

для виникнення різних психічних новоутворень, які не є необхідними для адаптації. Для них основою стає пізнавальна активність суб'єкта, а мотивом – пізнавальні інтереси, потреби. Результатом такої активності стає “новизна” об'єкту пізнання.

Прояв активності в процесі навчання пов'язаний з новими пізнаннями світу. Тому в багатьох педагогічних джерелах відмічається важливість саме *пізнавальної активності*, яка виникає завдяки продуктивній активності. А.І. Гебос звертає увагу на те, що активізація діяльності виступає як керівництво процесом функціонування та розвитку пізнавальної активності учнів у ході навчання та самонавчання [1, с.85].

Пізнавальна активність - складне інтегральне утворення особистості, що має мотиваційні, операційні та результативні компоненти. Серед них прояв інтелектуальної ініціативи, надситуативності - вихід особистості за межі даної діяльності за власним бажанням, прагнення до нового цілеутворення. Відмінність пізнавальної активності від активності полягає в тому, що “активність” як поняття включає не лише процес пізнання, а й інші сфери діяльності учня, зокрема волюву та емоційну.

Пізнавальна активність учнів має зовнішній та внутрішній аспект. Зовнішня сторона виступає як результативність учбово-пізнавальної діяльності в межах зазначеного часу, яка виражається в отриманому результаті. Внутрішня сторона цієї активності складається з потреб, мотивацій діяльності, фізичних та розумових зусиллях учня, які спрямовані на реалізацію власних пізнавальних можливостей.

Ознаками пізнавальної активності в будь-якій діяльності готовність до роботи, прагнення до самостійної діяльності, якість роботи, шляхи вибору оптимальних шляхів розв'язання завдань. При розгляді учбового процесу як виду діяльності ознаками активності учнів виступають наступні елементи [3, с.35]:

- питання учнів до вчителя, однокласників;
- схильність до аналізу помилок, критичність;
- використання отриманої бази знань;
- участь в колективній роботі класу (доповнення, виправлення помилок товаришів, бажання висловити власну точку зору);
- прагнення дізнатись причину та наслідки явища;
- самостійне опрацювання літератури з теми;
- вибір складності завдання;
- самоконтроль, самооцінка, аналіз власних пізнавальних та практичних дій.

Пізнавальної активності у навчальному процесі вимагає об'єктивна закономірність навчання як активного процесу пізнання. Це виступає важливим фактором необхідності активної діяльності учнів у пізнанні. Суть останнього полягає в тому, що характер та ступінь активності учнів в навчанні можуть бути різними. Які ж фактори впливають на це? Це передусім *пізнавальний інтерес*. Саме його втрата, як правило, є причиною зниження пізнавальної активності дітей.

У навчально-виховному процесі, стимулами пізнавальної активності, крім внутрішнього стимулу – пізнавального інтересу, можуть також виступати такі педагогічні прийоми, як заохочення, розкриття необхідності та значення навчального завдання (мотивація), підкреслення розвитку позитивних рис особистості в процесі навчання, своєчасне визнання успіхів учнів, активна позиція вчителя, довіра учням та інші, які вже стають зовнішніми стимулами пізнавальної активності учнів. Вдалий вибір методів та прийомів в конкретній навчальній ситуації є важливим стимулом активізації як і пізнавальної діяльності учнів, так і навчально-виховного процесу. Необхідно також відмітити, що існують і певні гальма розвитку активності учнів. Серед них, в першу чергу, треба відмітити

перевантаження фізичних та розумових сил дитини, складний виклад навчального матеріалу, одноманітність роботи, необ'єктивне оцінювання роботи, недостатність власних знань та інші.

Отже, пізнавальна активність учнів є показником якості їх навчально-пізнавальної діяльності, спрямованості учня до ефективного оволодіння знаннями та способами діяльності.

Враховуючи ознаки, науковцями виділялись різні рівні пізнавальної активності учнів. Так, наприклад, О.С.Дубинчук [2] встановила наступні рівні пізнавальної активності:

1. Репродуктивно-повторювальна активність, за допомогою якої досвід діяльності однієї людини накопичується завдяки досвіду іншої.

2. Пошуково-виконавча активність, яка передбачає такий ступінь самостійності учнів, який дозволяє йому зрозуміти задачу та відшукати самому засоби її розв'язання.

3. Творча активність, коли учень самостійно ставить певну задачу та вибирає нешаблонні, оригінальні шляхи її розв'язання.

Автор підкреслює, що ці рівні не ізольовані один від одного, вони взаємопов'язані, можуть співіснувати та відповідають шкільному віку. У цій системі рівнів пізнавальної активності звертається увага на те, що одним з головних завдань в педагогічній діяльності вчителя є піднесення активності учнів до рівня самостійності. *Самостійність* – це здатність особи з власної точки зору підійти до розв'язання складних учбових питань, вміння виконувати цю роботу без сторонньої допомоги. Вона проявляється в критичній думці, в умінні висловити думки незалежно від чужого погляду.

Активність не завжди поєднується з самостійністю, але є необхідною умовою самостійності. Основою для самостійності виступає система знань, вмінь та навичок, якою володіє учень, а також ви-

користання вже засвоєного приводить до оволодіння новими знаннями, вміннями та навичками. В учбовому процесі повна самостійність учнів не можлива. Тому, головною ознакою самостійності учнів є досягнення поставленої мети без сторонньої допомоги, але з необхідністю участі в цьому процесі вчителя. Саме вчитель найчастіше виконує такі елементи діяльності, як постановка її мети, формулювання завдання та перевірка отриманих результатів.

Самостійність, як і будь-яка якість особистості, має певні ознаки, які розділяються на зовнішні та внутрішні. До зовнішніх відносяться: планування своєї роботи у відповідності з метою або завданням, підготовка робочого місця, виконання завдання без безпосередньої участі вчителя, систематичний контроль за ходом та результатами роботи, коректування та вдосконалення її, критичний підхід, здатність висловлювати власну точку зору. Внутрішню сторону самостійності утворюють мотиваційна сфера, розумові, фізичні та морально-вольові зусилля учня, що спрямовані на досягнення мети без сторонньої допомоги [5, с.31]. Тут можна відмітити потребу в знаннях, уміннях самостійно мислити; прагнення знайти свій підхід до розв'язання задачі; бажання глибше зрозуміти не тільки засвоєні знання, а й способи їх винаходу та інші. Не завжди учбове завдання потребує однакової самостійності від учнів. Наприклад, творче завдання потребує більшої самостійності, ніж репродуктивне.

Варто відмітити, що самостійність школярів в навчанні виступає як синтез пізнавальної, практичної та організаційно-технічної самостійності. Основа забезпечення самостійності в навчанні вбачається в характері використання знань. В зв'язку з цим, виділяється пізнавальна та практична самостійність. Сама ж пізнавальна самостійність розвивається в активній учбовій діяльності.

Під *пізнавальною самостійністю* розуміють таку якість особистості, яка характеризується її прагненнями та вміннями без сторонньої допомоги отримувати знання та оволодівати засобами діяльності, розв'язувати пізнавальні задачі. Сутність пізнавальної самостійності учнів проявляється в потребі та вміннях самостійно міркувати, розбиратися в новій ситуації, в здатності самостійно розуміти питання, проблему та знаходити шляхи їх розв'язання. Людина орієнтується не на сторонні, випадкові впливи, а на власні знання та переконання.

“Говорячи про пізнавальну самостійність, - відмічає М.І. Махмутов, - маємо на увазі вміння та здібності учнів самостійно виділяти основні та другорядні ознаки предметів, явищ та процесів матеріального світу, розкривати сутність нових понять шляхом абстрагування та узагальнення.”[4,с.18] Він відмічає такі ознаки пізнавальної самостійності учнів, як:

- вміння учнів отримувати нові знання та навички, використовуючи різні джерела;
- вміння в своїй подальшій освіті використовувати раніше отримані знання;
- вміння практично застосовувати знання, вміння та навички в розв'язуванні будь-якого життєво важливого питання.

Розвиток пізнавальної самостійності учнів в навчально-виховному процесі відбувається завдяки системі прийомів, методів, форм навчання, які адекватні досягнутому рівню навченості учнів. Їх вдалий підбір в методиці навчання приводять до активізації навчального процесу. Вибір методів та прийомів навчання, їх використання вимагають від кожного педагога прояву великої педагогічної майстерності та творчості. Головною метою у цьому виборі повинно виступати спрямованість вибраних методів на розвиток пізнавальної активності та пізнавальної самостійності учнів. Поєднання цих рис осо-

бистості перетворюється в пізнавальну самостійну активність.

Здійснюючи аналіз самостійної активності учнів, М.І. Махмутов виділяє чотири її рівні [4,с.41-42]:

1. Рівень *несамостійної активності* (звичайної) – сприйняття учнем пояснень вчителя, засвоєння зразка розумової діяльності в умовах проблемної ситуації, виконання учнем самостійної роботи, вправ відтворюючого характеру, усне відтворення.

2. Рівень *напівсамостійної активності* характеризується використанням попередніх знань в новій ситуації та прийняттям участі школярів в пошуку способу розв'язання поставленої вчителем проблеми.

3. Рівень *самостійної активності* – виконання робіт репродуктивно-пошукового типу, коли учень сам працює з текстом підручника, використовує попередні знання в новій ситуації, конструє, розв'язує задачі середнього рівня складності, доводить гіпотези з незначною допомогою вчителя.

4. Рівень *творчої активності* – виконання самостійних робіт, які потребують творчого уявлення, логічного аналізу та відкриття нового способу розв'язання учбової проблеми, самостійного доведення, самостійні висновки та узагальнення тощо.

Перехід учня від нижчого рівня самостійної активності до більш високого виступає кроком активізації його пізнавальної діяльності. Активізацію пізнавальної діяльності може забезпечити не лише підвищення якості загальноосвітньої підготовки учнів, покращення процесу засвоєння знань, але й становлення учня активним суб'єктом пізнавальної діяльності.

Отже, активізація пізнавальної діяльності учня в процесі пізнання залежить від багатьох факторів та має велике значення для засвоєння матеріалу, який вивчається. Учень у навчанні реалізує та самостверджує себе як особистість через пізнавальну діяль-

ність, невід'ємними рисами якої стають пізнавальна активність та пізнавальна самостійність. Розвиток активності та самостійності учні не потребує Використання спеціальних засобів. Наведені вище міркування дають можливість виділити наступні критерії активізації пізнавальної діяльності учнів:

- формування пізнавального інтересу до об'єкта навчання;
- збільшення активності в процесі навчання;
- наявність ознак пізнавальної активності;
- прояв самостійності в навчально-виховній діяльності;
- розвиток пізнавальної самостійності.

Отже, наведемо наступне означення: **активізація пізнавальної діяльності учнів** – це перехід до більш високого рівня активності та самостійності учнів в процесі навчання, який стимулюється розвитком пізнавального інтересу, та відбувається завдяки удосконаленню методів та прийомів навчального процесу.

В подальшому процес навчання повинен включати відповідні методи та прийоми націлені на активізацію пізнавальної діяльності учнів. Це і постає завданням для подальшого дослідження активізації пізнавальної діяльності учнів в навчальному процесі. Для цього важливим є вдалий вибір методів, прийомів та засобів навчання, при якому обов'язкове врахування певних психологічних особливостей учнів. Тому подальше дослідження передбачає аналіз впливу психологічних особливостей учнів на вибір педагогічних засобів навчання націлених на активізацію пізнавальної діяльності учнів. Головна мета методів та прийомів навчан-

ня – це організація пізнавальної діяльності учнів. Саме вони спрямовані на озброєння системою знань, вмінь та навичок, на залучення до роботи з пізнавальними задачами, на розвиток активності, самостійності та творчості учнів. Це спонукає сучасну педагогічну науку на пошук нових елементів навчання, які сприяли б активізації пізнавальної діяльності учнів, підвищували їх інтерес до навчальної діяльності.

1. Гебос А.И. Психология познавательной активности учащихся (в обучении). - Кишинев: Штиинце, 1975. - 104 с.

2. Дубинчук Е.С. Активизация познавательной деятельности учащихся средних профессионально-технических училищ в процессе обучения математике. - К.: Вища школа, 1987. -101 с.

3. Лозовая В.И., Москаленко П.Г. Активизация познавательной деятельности школьников.// *Magister Cogitatum*, № 2-3, 1996. – с.35-39

4. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе. – М.: Просвещение, 1977. – 240с.

5. Орлов В.И. Активность и самостоятельность учащихся в обучении.// *Специалист*, №5, 2002. – с. 29 - 31.

6. Педагогічний словник / за ред. Ярмаченка М.Д.- К.: Пед. думка, 2001. - 516 с.

7. Словник психолого-педагогічних понять та термінів //Відкритий урок, №17-18, 2003. – с.85-88

8. Шамова Т.И. Активизация учения школьников. – М.: Педагогика, 1982. – 208 с.

9. Щукина Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. – М.: Педагогика, 1988. – 203 с.

Summary. The article describes the role and matter of activation in cognitive activity in the school process: different approaches of the term are taken into the consideration; as well as its components, such as cognitive interest, activity, self-dependence; and the base of the fundamental analysis is detailed.

Надійшла до редакції 8.05.2004 р.

ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИЙ ПІДХІД ДО НАВЧАННЯ УЧНІВ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВІ ЇХ ПЕРСОНАЛЬНИХ КОГНІТИВНИХ СТИЛІВ

Л.В. Черних,
викладач математики
Свердловська школа-ліцей, Луганська область

У статті розглянута можливість доповнення критеріальної моделі диференціації навчання математики з обліком персональних когнітивних стилів учнів. Описано індивідуально-своєрідні особливості пізнавальної сфери школярів різних стилів і можливі форми організації їх навчальної діяльності.

Останнім часом вітчизняна освіта значно змінюється, що вочевидь пов'язано з намаганням здійснити на практиці пріоритетний розвиток особистості кожного учня. Така переорієнтація навчального процесу зумовлена становленням синергетичної моделі освіти і потребує адекватних принципів і підходів (не обов'язково радикальних новацій) до дієвого викладання та учіння.

Одним з основоположних принципів цієї освітньої моделі є індивідуалізація навчання. Питання питань: „Як навчаючи всіх, навчити кожного?” – визначається головним протиріччям масової школи, а саме, протиріччям між класно-урочною формою організації навчання й індивідуальним (особистим) характером засвоєння і трансформації знань. Відповідь на це питання дає диференційований підхід (як до змісту освіти, так і до організації процесу навчання), тобто така форма реалізації принципу індивідуалізації, яка оптимально забезпечує „орієнтацію на індивідуально-психологічні особливості учнів, включення в роботу з ними спеціальних засобів” [1] в умовах групової комплектації учнів за віком.

Вимоги врахувати індивідуальні особливості людини в процесі навчання (тобто здійснювати індивідуальний підхід) виникли дуже давно, ще за часів Конфуція. Пізніше, вже за часів

Я.Коменського, вони були спроектовані на класно-урочну систему й знайшли своє втілення у диференціації навчання. У педагогічній теорії та практиці диференційований підхід розглядається з багатьох точок зору: як засіб підвищення ефективності навчання; як засіб запобігання неуспішності; з метою розвитку пізнавальних можливостей та формування здібностей. Методологічні психолого-педагогічні основи диференціації навчання було закладено Ю.Гільбухом, З.Калмиковою, В.Крутецьким, С.Ру-бінштейном, М.Скаткіним та ін.

Наведемо традиційне визначення диференціації - „це множинність і варіантність індивідуальних заходів досягнення суспільно узгоджених цілей освіти” [10]. Ми розділяємо поняття „диференціація навчання” й „диференційований підхід”, розуміємо, що перше фіксує соціально-економічні та організаційно-управлінські рівні освітнього простору й визначає взаємодії в ньому. А в другому випадку мова йдеться про розробку та здійснення диференціації щодо певної ланки освітньої системи.

Виходячи з попереднього, вважаємо за потрібне визначитись зі змістом, що вкладається в останнє поняття. Диференційований підхід – це динамічна форма втілення в навчальний процес дидактичного принципу доступності навчання та психологічного принципу розвивального

навчання – індивідуалізації на суб'єктному рівні.

Як свідчить практика, організаційні питання диференціації (зовнішньої та внутрішньої), щодо традиційного розподілу дітей, розв'язуються більш оперативно, ніж проблеми розробки гідних методів. Це зумовлено недостатністю (а за словами І.Якіманської „відсутністю” [15]) науково-методичного обґрунтування психолого-педагогічних критеріїв диференціювання учнів. Оскільки предмет нашого дослідження – внутрішня диференціація, то звернемося до традиційної критеріальної моделі, яку висунув Ю. Бабанський, що включає урахування:

- рівня розвитку психологічних процесів і властивостей мислення;
- наявності навичок й умінь навчальної праці;
- ставлення до навчання;
- вихованості певних якостей характеру;
- працездатності [11].

Згодом модель була доповнена З.Калмиковою ще одним параметром – „научуваністю”, головним показником якої виступала „економність” мислення [7]. На думку інших учених треба врахувати розумові та пізнавальні здібності, нахили, обдарованість, інтерес та ін.

Та досвід показує, що реально працюють тільки два критерії. Урахування рівня розвитку та досягнень учня та пристосування до нього засобів навчання – найбільш поширений вид диференційованого підходу, це так звана, рівнева диференціація. Здійснюють її різними шляхами, але перш за все обирається рівнева диференціація завдань, що пропонуються учневі для самостійних робіт. Інша форма диференційованого підходу пропонує урахувати характерні ознаки всіх процесів навчальної діяльності, які визначаються проявами індивідуальних властивостей когнітивної сфери учня. Така форма менш поширена, що очевидно пояснюється відсутністю або недосконалістю можливостей діагностики типологічних особливостей учнів та великою

трудомісткістю психологічної реалізації такої диференціації.

Детальні спостереження стосовно здійснення традиційної форми диференціації навчання призводять до висновків:

- диференційований підхід враховує здебільшого лише рівень змісту навчання, пізнавальних можливостей й здібностей учнів;
- на рівні варіативності методів навчання (щодо одного й того ж навчального змісту) дидактика розроблена недостатньо;
- загальний навчальний процес зорієнтований тільки на тих учнів, які спроможні легко адаптуватися до особливостей педагогічної системи завдяки своїм індивідуальним когнітивним якостям;
- традиційна критеріальна модель типологізації учнів неспроможна забезпечити актуалізацію та збагачення суб'єктного досвіду особистості, бо не враховує певні стильові особливості когнітивної сфери.

Проте, як на нашу думку, успішність організації навчального процесу в значній мірі визначається знанням не рівня пізнавальних можливостей учня, а знанням його навчальних переваг під час сприйняття, мислення та інших пізнавальних процесів. За сучасних умов, саме надання кожному учню індивідуалізованої педагогічної підтримки з метою розвитку його особистісних психологічних ресурсів становить основу актуального особистісно-орієнтованого навчання.

Тому вважаємо за потрібне доповнити розповсюджену систему критеріїв урахуванням пізнавальних стилів, яким учень віддає перевагу. Діти різні й навчати їх треба по-різному, виходячи з персональних пізнавальних стилів та створюючи умови комфортних для них пізнавальних ситуацій.

У загальному значенні пізнавальний стиль – це індивідуально-своєрідний спосіб вивчення реальності. М.Холодна виділяє наступні чотири типи стильових властивостей інтелекту:

стилі кодування інформації, когнітивні стилі, інтелектуальні стилі й епистеомологічні [12]. Фундаментальні дослідження в галузі психології пізнавальної діяльності (Дж.Уіткін, В.Мерлін, М. Холодна та ін.) доводять, що когнітивні стилі виступають як природжені, доволі сталі якості особистості, які важко змінити зовні. Тому з кожним учнем або з відносно однорідною (гомогенною) групою за спільністю стилів треба працювати за допомогою відповідних методів, які б ефективно розвивали якості учнівських персональних когнітивних стилів.

Можливо створення так званого „ансамблю” когнітивних стилів під час навчання математики відповідно мети та етапу навчальної діяльності допоможе розв’язати поширену й складну проблему невеликої кількості учнів високого рівня досягнень у галузі математики, бо сприятиме усуненню її суб’єктивної причини – невідповідності між стилями викладання й учіння. То що ж таке когнітивний стиль?

За означенням М. Холодної, - це „індивідуально-своєрідний спосіб переробки інформації про актуальну ситуацію (способи її сприйняття, аналізу, категоризації, оцінювання та інш.)” [13].

Як відомо, навчальний матеріал сприймається через аудіальний, візуальний і кінестетичний канали, які в свою чергу визначають певні види пам’яті на основі переваг у процесах запам’ятовування, зберігання й відтворення матеріалу, а саме: слухову, зорову, моторну та інші. Наприклад, у початковій школі учні мають предметний тип мислення, тому працює здебільшого кінестетичний стиль сприйняття матеріалу, а скажімо, у віці 13-15 років, коли наочно-образне мислення поступає місце мисленню абстрактному, усі канали сприйняття працюють відносно рівноважно, але дидактичні спостереження та наукові дослідження доводять, що тільки один із вказаних стилів домінує і це зумовлено психологічними

й фізіологічними особливостями кожної окремої дитини.

Зауважимо також, що навчальні переваги школярів не обмежуються лише стилями сприйняття інформації. Засвоєння матеріалу кожним окремим учнем визначається домінантою однієї з двох головних розумових дій - аналізу чи синтезу (аналітичний і синтетичний стилі навчання) та індивідуальними якостями реагування на інформацію (імпульсивний і рефлексивний стилі).

Зрозуміло, що типи навчальних стилів (переваг) мають перетини. Учні з домінуючою правою півкулею мозку (так званий інтуїтивний тип) частіше всього одночасно аудіального стилю сприйняття, схильні до синтезу, контекст-залежні; лівопівкульні учні (розумовий тип) зазвичай візуалісти, орієнтовані на аналіз і дедукцію. Та якою б не була комбінація стилів навчання у кожного окремого учня завжди існує в класі або у самого вчителя протилежна. Наявність перелічених навчальних переваг ми пропонуємо покласти в основу розподілу учнів на типологічні групи для реалізації диференційованого підходу, а саме:

- аудіальний, візуальний і кінестетичний стилі сприйняття (А; В; К);
- когнітивні стилі, які визначають діапазон еквівалентності - аналітичний та синтетичний (Ан; С);
- когнітивні стилі характеру реагування - імпульсивний та рефлексивний (І; Р).

Такі показники були обрані не випадково, бо саме сприйняття визначає ступінь засвоєння матеріалу, а визнання пріоритету аналітичної або синтетичної розумової дії, позбавляє нас методичних помилок в організації пізнавальної діяльності учнів, що навчаються в різнопрофільних класах, і, нарешті, необхідність урахування більшого інтелектуального потенціалу рефлексивних учнів у порівнянні з імпульсивними школярами для створення ситуації успіху в навчанні, - становлять додатко-

ву психолого-педагогічну основу більш ефективної внутрішньої диференціації на суб'єктному рівні.

У наслідок кореляції можна виділити дванадцять типів учнів за наявністю вказаних когнітивних стилів:

А-Ан-І	А-Ан-Р	А-С-І	А-С-Р
В-Ан-І	В-Ан-Р	В-С-І	В-С-Р
К-Ан-І	К-Ан-Р	К-С-І	К-С-Р

Як відомо ефективність навчання прямо залежить від ступеня активності учнів. Треба пам'ятати, що людина засвоює максимальну кількість (приблизно 90%) інформації за умови використання власного дієвого досвіду в інтерактивному режимі навчання. Тому, з точки зору дидактики, сприйняття повинно бути обов'язково кінестетичним. Наукові дослідження й досвід показують, що вікові особливості сприймання навчального матеріалу визначають існування іншої кількості груп учнів. Раніше відзначалось, що переважна більшість молодших школярів – кінестетики, тоді як у старшокласників домінує аудіальний чи візуальний стилі сприйняття. Тому в основу розподілу учнів старшого шкільного віку на типологічні групи під час навчання математики ми обираємо досить полярні когнітивні стилі: аудіальний-візуальний; синтетичний-аналітичний та імпульсивний-рефлексивний. Кореляція останніх визначає наступні вісім типів учнів: аудіальний-аналітичний-рефлексивний (А-Ан-Р); аудіальний-синтетичний-рефлексивний (А-С-Р); аудіальний –аналітичний-імпульсивний (А-Ан-І); аудіальний-синтетичний-імпульсивний (А-С-І); візуальний-аналітичний-рефлексивний (В-Ан-Р); візуальний-синтетичний-рефлексивний (В-С-Р); візуальний –аналітичний імпульсивний (В-Ан-І); візуальний-синтетичний-імпульсивний (В-С-І).

Особливості навчальної діяльності учнів різних когнітивних стилів

А-Ан-Р	В-Ан-Р
Спирається на слуховий досвід; повільно виділяє суттєві ознаки;	Навчається переважно спираючись на візуальний досвід, за

краще за інших готує висновки й вступає до евристичної бесіди; уважно слухає лекції, краще інших складає конспект	допомогою уявних образів; орієнтується на відмінності об'єктів, досить легко переносить знання і виділяє суттєве; робить мало помилок, бо повільно приймає рішення
А-С-Р Орієнтується головним чином на загальний висновок; уважно слухає; вагається при створенні наочного прикладу, проте може класифікувати, узагальнювати, спираючись на спільність об'єктів	В-С-Р Спирається на візуальний досвід; досить легко вступає в дискусію; уважно слухає, має широкий діапазон еквівалентності – бачить спільність; інтегрує ціле з частин; добре узагальнює; має повільний темп реагування
А-Ан-І Спирається на слуховий сенсорний досвід; легко вступає до групових форм діяльності, виділяє суттєве; при виконанні складних завдань допускає помилки	В-Ан-І Швидко висуває гіпотези, тому часто помиляється; сприйняття – образно-просторове; приділяє особливу увагу деталям та відмінностям; легко переносить знання й уміння; активно бере участь у навчальному процесі
А-С-І Має словесний сенсорний досвід; інтегрує частини в ціле; активно бере участь у групових формах роботи; перенос знань ускладнюється за причини швидкого реагування (часто помиляється)	В-С-І Орієнтується на спільність; сприймає загальні риси уявних образів; навчається методом спроб і помилок; важче переносить знання; активно спілкується

Організація навчальної діяльності учнів залежно від типу когнітивних стилів

А-Ан-Р Індивідуальна й парна проблемно-пошукова діяльність (доведення чи складна задача) з медитативною орієнтацією на раціоналізм у розв'язанні задач	В-Ан-Р Індивідуальна проблемно-пошукова діяльність (інтелектуальний марафон) з медитативною орієнтацією на емпіризм; виконання тестових завдань без обмеження часу
А-С-Р Індивідуальна репродуктивна діяльність за інструкцією; парна робота над спільним проектом (реферат); залікова форма контролю знань і умінь	В-С-Р Індивідуальна та парна діяльність за алгоритмом (чи зразком); робота в малих групах з використанням абстрактно-дедуктивного методу навчання; письмовий контроль знань

А-Ан-І Самостійні роботи в парах; кооперативно-групова дослідницька діяльність (мозковий штурм); індивідуальна робота індуктивного характеру (математичний диктант)	В-АН-І Групова діяльність над практичною роботою; коопера-тивна дослідницька діяльність (пошук раціональних методів доведення, побудови чи розв'язання); використання конкретно-індуктивних методів до організації індивідуальної роботи; використання тестів з фіксацією часу
А-С-І Індивідуальна чи робота в парах з використанням абстрактно-дедуктивних методів з обмеженням часу (залік), з метафоричною орієнтацією у розв'язанні задач; групова частково-пошукова діяльність	В-С-І Групова й парна частково-пошукова діяльність (пошук всіх можливих методів розв'язання) з емпіричною орієнтацією у розв'язанні задач; виконання тестів відкритого типу з фіксацією часу

Наступне, можливо, більш складне питання, яким чином визначити пізнавальні стилі кожної дитини? Існує велика кількість тестів і методик для визначення навчальних переваг [13], та для досвідчених вчителів найбільш доступним і поширеним методом із усіх можливих є власне спостереження. Спільна діяльність учителя та шкільного психолога в межах певної системної програми досліджень дасть змогу більш вірогідного визначення типу кожного учня. Необхідною умовою продуктивних спостережень повинно стати створення стильових „портретів” кожного учня і всього класу в цілому. Такі „портрети” дозволяють визначати учителям належну навчальну стратегію викладання всіх навчальних предметів, здатну використати всі стилі навчання, але специфічні методичні й змістовні відмінності деяких курсів сприяють розвитку лише окремих учнівських переваг. Наприклад, трудове навчання розвиває головним чином кінестетичний і синтетичний стилі, а література – аудіальний і синтетичний та інш. Стосовно ж математики, існують певні методичні переваги щодо розвитку всіх

означених навчальних стилів. На нашу думку, саме процес навчання математики, по-перше, сприяє максимальному розвитку і сполученню видів сприйняття матеріалу від поширеного обов'язкового аудіального через безліч наочно-візуального (таблиці, опорні конспекти, схеми, письмові розв'язування та ін.) до моторно-кінестетичного (робота з моделями, вимірювальними прикладами, МК та ін.), по-друге, ефективність славнозвісної циклічної формули розумових дій „аналіз-синтез” повністю забезпечується розв'язуванням існуючих математичних задач і складанням нових (прямих і обернених). По-третє, різноманітність математичних дидактичних одиниць – задач дозволяє урахувати й адекватно використовувати відмінності швидкісних якостей реагування учнів на навчальний матеріал.

Тому розглянемо більш детально основні методичні особливості навчання математики учнів різних пізнавальних стилів. Скажімо, під час вивчення будь-якої теореми доцільно увагу учнів-синтетиків акцентувати на формулювання твердження теореми й загальний метод її доведення, а для учнів-аналітиків доцільно виділити етапи доведення й суттєві деталі. Для перших допомога вчителя природно необхідна, другим можна надати певної самостійності, але якщо учень-аналітик імпульсивного типу, то запобігти великій кількості помилок можна лише за умови використання додаткових завдань чи питань, які можна формулювати письмово для візуалістів, або вербально – для аудіалістів. Першим достатньо малюнка (чи схеми), а другим – потрібний вербальний коментар до нього. Рефлексивним учням-синтетикам не має сенсу при первинному сприйнятті виділяти суттєві відмінності й деталі, більше ефективним буде запропонувати самостійну репродуктивну або частково-пошукову діяльність. Імпульсивним учням-синтетикам за краще робота в парах чи групова робота над спільним проектом. Сучасний світ, з його

орієнтацією на логіку, технократичність і технологічність, робить більш сприятливим навчання математики для аналітиків, візуалістів, контекст-незалежних та імпульсивних учнів, тому їм раціонально пропонувати кооперативно-групові форми роботи в інтерактивному режимі.

Дієвий підхід до диференціації навчання математики передбачає не лише урахування існуючих й виділених стилів, а й розвиток і збагачення тих пізнавальних стилів, які опинились менш сприятливими до навчання математики. Для цього велике значення має вибір адекватної форми організації навчальної діяльності учнів. Ми вважаємо за потрібне під час вивчення і первинного засвоєння нового матеріалу використовувати індивідуальні та групові роботи, об'єднуючи учнів за спільними стилями сприйняття та домінуючої розумової дії (гомогенні групи). Ну роках закріплення та застосування знань – робота в парах, групові та кооперативні форми роботи у гомогенному й гетерогенному складах. Навчальна діяльність у гетерогенній групі, коли об'єднуються різні типи стилів сприйняття, розумових дій та реагування, сприяє збагаченню ментального досвіду учнів, розвиває гнучкість інтелектуальних й інших психологічних феноменів, що в решті-решт, забезпечує створення стильового балансу на уроці. Контроль і корекцію знань учня рекомендується здійснювати індивідуально на основі його навчальних переваг (за його стилем), що значною мірою вплине на рівень досягнень учня, а значить і на його успішність.

Та чи не це є головним чинником успіху самого вчителя?!

1. Акімова М.К., Козлова В.Г. *Индивидуальность учащегося и индивидуальный подход* – М.: Знание, 1992.- 190с.

2. Бурда М. І. *Диференціація у навчанні математики: методичні рекомендації* – К.: УОП КДПІ, 1992. -98 с.

3. Волович М.Б. *Наука обучать. Технология преподавания математики.* – М.: „Линка-Пресс”, 1995.

4. Гильбух Ю.З. *Идеи дифференцированного обучения в отечественной педагогике* // Педагогика. – 1994.- № 5.

5. Гребенев И., Борисова Ю. *Дифференциация методов обучения в зависимости от когнитивного стиля ученика.* //Нар. Образование.- 2003. -№7.

6. Груденов Я.И. *Психолого-педагогические основы методики обучения математики.* – М.: Педагогика, 1987. - 200 с.

7. Калмыкова З.И. *Продуктивное мышление на основе обучаемости.* - М.: Педагогика, 1981

8. Сlepкань З.І. *Методика навчання математики.*– К.: Зодіак-ЕКО, 2000-485 с.

9. Сlepкань З.І. *Ще раз про диференціацію навчання математики і роль в ній освітнього стандарту* // Математика в школі.- 1997.- № 2.

10. Фурман А.В. *Системна диференціація навчання: концепція, теорія, технологія* // Освіта і управління.- 1997.- № 2.

11. Харченко А.С. *Психолого-педагогічні критерії диференціації навчання.* Автореферат – К.: 2000.

12. Холодная М.А. *Психологический статус когнитивных стилей: предпочтения или «другие» способности?* // Психологический журнал.- Т.17.-1996.-№ 1.

13. Холодная М.А. *Психология интеллекта* – СПб: Питер, 2002.

14. Чередов И.М. *Формы учебной работы в средней школе.* – М.: Просвещение, 1981.

15. Якиманская И.С. *Психолого-педагогические проблемы дифференцированного обучения* // Советская педагогика.- 1991.- № 3.

Summary. *The article explains the necessity of the differentiated approach to organization of educational activity of senior pupils taking into account cognitive styles.*

Надійшла до редакції 28.04.2004 р.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ПОДХОД К РАЗВИТИЮ ТВОРЧЕСКОЙ ЛИЧНОСТИ ШКОЛЬНИКА ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ КОРРЕКЦИОННЫХ ЭВРИСТИЧЕСКИХ УПРАЖНЕНИЙ

И.В.Гончарова,
аспирант

Донецкий национальный университет

О.Л.Кокотов,

канд. технич. наук, доцент

Донецкий городской лицей «Наукова зірка Донбасу»

Одним із важливих завдань сучасної школи є формування та розвиток творчої особистості. В статті розглянуті деякі підходи у навчанні математики до індивідуалізації цього процесу.

В последнее десятилетие все развитые страны мира осуществляют реформирование образовательных систем, основной целью которого является повышение интеллектуального потенциала населения, формирования творческой личности. Для того, чтобы человеку адаптироваться в новом информационно-коммуникационном пространстве, необходимы, в первую очередь, коренные преобразования в системе образования – направленность на развитие личности, создание условий для саморазвития и самосовершенствования ученика, формирование эвристической деятельности, и так как она является фундаментом творчества, то через нее и развитие творческих способностей школьников.

Проблеме творческого развития школьников посвящены многие исследования психологов, педагогов, методистов и практиков в области обучения математике. В этих работах рассматриваются вопросы о взаимосвязи задатков способностей с микроструктурой мозга и особенностями нервных процессов (В.М. Бехтерев, Д. Прелл, Я. Стреляу, Х. Хиден и др.), о природе способностей (Л.С.Выгодский, Е.Н.Кабанова-Меллер, З.И.Калмыкова, Г.С.Костюк, А.Н.Леонтьев, В.М.Мясищев, В.А.Роменец,

С.Л.Рубинштейн, Б.М.Теплов и др.), о возрастных особенностях развития способностей (Н.С.Лейтес, А.З.Зак и др.), о психологии математических способностей (В.О.Крутецкий, В.А.Моляко, Н.Ф.Талызина, Э.Торндайк, И.С.Якиманская и др.), о структуре математических способностей (В.О.Крутецкий, Б.В.Гнеденко, О.М.Колягин, Д.Пойа, О.Я.Хинчин и др.), о формировании математических знаний, умений, приемах умственных действий, математических способностей (О.М.Астряб, М.И.Бурда, О.С.Дубинчук, М.И.Жалдак, Й.Н.Иванов, В.П.Иржавцева, П.М.Эрдниев, В.М.Кухарь, Н.Д.Мацько, В.М.Осинская, З.И.Слепкань, И.Ф.Тесленко, Т.М.Хмара, С.М.Чашечников, М.И.Шкиль, М.Й.Ядренко и др.).

Мы же предлагаем исследовать возможность индивидуального подхода к развитию творческой личности через систему коррекционных эвристических заданий.

Этот подход является составляющим компонентом «Программы развития творческой личности», разрабатываемой в Донецком национальном университете [1] в рамках госбюджетной темы «Эвристические конструкции в системе учебной деятельности».

Анализ программы и диагностического ее компонента были представ-

лены Е.И.Скафой в работе [2]. В данной работе предлагается характеристика коррекции результатов диагностики творческого потенциала школьников.

Эта система состоит из пяти частей, которые способствуют формированию таких свойств творческой личности как: формализация восприятия материала, широкое и быстрое обобщение, гибкость, рациональность, устойчивость мышления (память). Что касается свертывания процесса рассуждений, то это свойство личности развивается постепенно при многократном решении учащимися однотипных задач и упражнений, поэтому отдельно не выделяется.

Главным в подготовке заданий каждой из пяти частей является индивидуализация процесса формирования творческих возможностей учащихся, поэтому рассматриваются разноразличные задания, разделенные условно на три уровня: основной, повышенный и углубленный.

Задания первого и второго уровней состоят из трех разделов: задач с решениями, задач с указаниями к решению и задач для самостоятельного решения. Третий уровень содержит только задачи для самостоятельного решения с ответами и эвристическими подсказками.

Итак, первый уровень предназначен для учащихся, у которых отсутствует соответствующее свойство творческой личности, то есть для тех, кто при выполнении тестов первичной диагностики творческого потенциала решил менее 50% заданий по соответствующему субтесту.

Рассмотрим, фрагмент заданий первого уровня на коррекцию способности к формализованному восприятию материала из [3] (В частности, подбор задач взят из [4-7]).

I. Задачи с решениями

1. Сколько граней имеет новый шестигранный карандаш?

Решение. Сразу навязывается ответ «6 граней», но он неверный, так

как помимо шести боковых граней у нового карандаша есть еще две торцевые грани. Тогда имеем $6 + 2 = 8$.

Ответ: 8 граней.

3. Двое пошли, 3 гриба нашли. Четверо пойдут, сколько грибов найдут?

Решение. Напрашивается последовательность действий: 1) $4:2 = 2$, 2) $3 \cdot 2 = 6$, то есть четверо вроде бы найдут 6 грибов. Но они могут вообще ничего не найти, если им не повезет, да такого количества грибов в лесу может и не оказаться.

Ответ: неизвестно.

II. Задачи с указаниями к решению

1. Шел мужик в Москву и повстречал 7 богомолок, у каждой из них было по мешку, а в каждом мешке по коту. Сколько существ направлялось в Москву?

Указание. Обратите внимание на вопрос задачи. Существенными являются слова «направлялось в Москву».

III. Задачи для самостоятельного решения

1. Сколько натуральных чисел заключено между 300 и 700?

2. Какое простое число следует за числом 200?

3. Сколько цифр потребуется, чтобы записать двенадцатизначное число?

11. К данным предложениям сформулируйте вопросы, чтобы получились задачи. Решите полученные задачи.

1). Автомобиль прошел 780 км со средней скоростью 60 км/ч.

5). В треугольнике первый угол на 30° больше второго, а третий угол на 20° меньше первого.

6). В прямоугольнике точка пересечения диагоналей отстоит от меньшей стороны на 6 см дальше, чем от большей стороны. Периметр прямоугольника равен 44 см.

Второй уровень предназначен для учащихся, у которых соответствующие творческие задатки проявлены, то есть при выполнении диагностических тестов они решили 50-70% заданий по соответствующему субтесту.

Например, покажем фрагмент заданий второго уровня на коррекцию способности к рациональности мышления [3].

I. Задачи с решениями

1. На 3 склада доставили груз. На 1-й и 2-й вместе 790 т, на 2-й и 3-й вместе 970 т, на 3-й и 1-й вместе 920 т. Сколько груза доставлено на каждый склад?

Указание. В начале полезно сделать схематическую запись задачи. Она поможет увидеть, что если сложить все цифры (номера складов), то получим двойную сумму всех. $\frac{2680}{2} = 1340$. Это есть сумма трех складов.

2. Вычислите наиболее простым способом: $113^2 - 112^2$.

Решение. Проанализируем данное выражение: нам дана разность квадратов двух чисел. Конечно, в квадрат мы не будем возводить числа, а воспользуемся формулой $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Имеем $113^2 - 112^2 = (113 - 112)(113 + 112) = 1 \cdot 225 = 225$.

Ответ: 225.

II. Задачи с указаниями к решению

2. Найдите численное значение выражения $a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$ при $a = -12$ и $b = -7$.

Указание. Воспользуйтесь формулой «куб разности двух чисел».

3. Вычислите наиболее удобным способом: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6}$.

Указание. Обратите внимание на то, что дробь $\frac{1}{1 \cdot 2}$ можно представить в виде

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2}, \text{ аналогично } \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \text{ и т.д.}$$

III. Задачи для самостоятельного решения

1. Упростите выражение двумя различными способами:

$$\left(a + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(a - \frac{b}{2}\right)^2.$$

2. Вычислите: $(2av + v^2 + a^2)$ при $a = 17$, $v = 3$.

6. Найдите значения числовых выражений:

$$1) \frac{0,2^2 - 2 \cdot 0,2 \cdot 0,3 + 0,3^2}{0,5 \cdot 0,9 - 0,5}; \quad 2) 55^2; \quad 3) 3,9^2.$$

7. Найдите числовое значение выражения наиболее удобным способом: $(a + v)^2 - (a - v)^2$ при $a = \frac{17}{37}$ и $v = -2 \frac{3}{17}$.

Третий уровень предназначен для учащихся, у которых хорошо развито соответствующее свойство творческой личности, а именно для тех учащихся, которые при выполнении диагностических тестов набрали более 70%.

К примеру, рассмотрим фрагмент заданий третьего уровня на гибкость мышления.

Задачи для самостоятельного решения

1. Придумайте простое трехзначное число, в записи которого употребляются лишь цифры 1 и 4.

2. Как можно истолковать равенства: $8 + 9 = 5$; $3 - 5 = 10$; $7 \cdot 3 = 9$; $19 + 23 = 18$; $12 + 12 = 0$.

3. Может ли быть верным равенство

$$K * A * P * L * C * O * H = M * A * L * Y * I * S$$

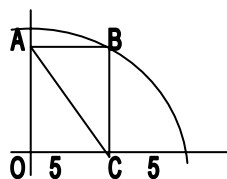
(* знак умножения), если буквы заменить цифрами так, чтобы разным буквам соответствовали разные цифры?

5. Ученики одной из киевских школ совершили автобусную экскурсию в г. Полтаву. Вернувшись с экскурсии, один из школьников нарисовал картинку. Куда на этой картинке едет автобус – в Киев или Полтаву?



8. Прямоугольный треугольник вписан в четверть окружности так, как показано на рисунке. Можете ли вы, пользуясь лишь теми данными,

которые приведены на чертеже, вычислить длину гипотенузы AC?



9. Из 6 отрезков одинаковой длины сложите 4 равносторонних треугольника.

10. Как измерить диагональ кирпича, пользуясь только линейкой и карандашом, если есть: а) еще два таких же кирпича; б) один такой кирпич?

Цель системы коррекционных эвристических упражнений – формирование и развитие у школьников способностей, соответствующих выделенным свойствам творческой личности.

Коррекционные упражнения предлагаются в качестве домашнего индивидуального задания, выполняемого за определенный учителем промежуток времени, проходя последовательно (по необходимости) несколько уровней.

Нами создана система коррекционных эвристических упражнений для учащихся 7 класса.

Опишем **методику работы с системой упражнений** [8]. Учитель раздает учащимся задания для индивидуальной работы, либо разбивает школьников на группы, в зависимости от сформированности у них того или иного свойства творческой личности, и проводит разъяснительную беседу по разбору задач с решениями. Затем учащиеся под руководством учителя решают задачи с указаниями к решению. Задачи, предназначенные для самостоятельного решения, выполняются самостоятельно.

Для учащихся, у которых не развито соответствующее свойство (решено менее 50% заданий по

соответствующему субтесту), учитель предлагает работать в течение определенного промежутка времени с заданиями первого уровня следующим образом. Школьники самостоятельно или под руководством учителя разбирают задачи с решениями, затем решают задачи с указаниями к решению (в качестве указаний используются эвристики), и только после того, как учащиеся полностью разберутся с первыми двумя разделами (задачами с решениями и с указаниями к решению) учитель выдает задания для самостоятельного решения.

В случае если ученик очень быстро справляется с заданиями, по усмотрению учителя ему предлагается аналогично пройти второй уровень по соответствующему субтесту.

Учащиеся, решившие 50-70% заданий по соответствующему субтесту, получают задания второго уровня. Они работают по той же схеме.

Учащиеся, у которых хорошо развито соответствующее свойство творческой личности (набрали более 70%), могут выполнять задания третьего уровня, не содержащие задач с решениями и подробными указаниями к решению.

Первый этап работы с коррекционными упражнениями планируется после первичной диагностики весь первый семестр. По окончании этой работы выполняется промежуточный тест достигнутых результатов для определения уровня развития творческих способностей личности на данном этапе обучения.

Предполагается, что в процессе систематической работы учащихся с системой коррекционных эвристических упражнений у них будут формироваться и развиваться определенные свойства творческой личности (см. табл. 1, которую мы разработали, ссылаясь на исследования В.А.Крутецкого [9]).

Таблица 1

Изменение определенных свойств творческой личности

<i>До работы с системой эвристических упражнений</i>	<i>После работы с системой эвристических упражнений</i>
ФОРМАЛИЗАЦИЯ ВОСПРИЯТИЯ	
Ученик воспринимает в задаче данные как разрозненные, не связанные друг с другом, т.е. недостаточно осмысливает только что прочитанное условие задачи, отношения представленные в ней. В связи с этим ученик не может сразу ни выделить недостающие или излишние данные, ни сформулировать вопрос.	У ученика довольно четко проявляется своеобразная установка воспринимать в условии задачи не просто отдельные величины, а именно отношения представленных в задаче величин. Это дает ему возможность легко вычислить именно те данные, которые необходимы и достаточны для решения задач, ясно осознавать каких величин недостает для этого, какие являются лишними, ненужными. Отчетливо представляет себе соотношение величин не испытывая затруднений при постановке несформулированного вопроса.
ОБОБЩЕНИЕ МАТЕРИАЛА	
Ученик не способен к обобщению математического материала. Он не может сразу выделить существенные признаки задач и примеров определенного типа, т.е. не может обобщить материал по существенному признаку, либо обобщает, но допускает при этом отдельные ошибки.	Ученик сразу выделяет существенные признаки, обобщает материал без больших затруднений. Ученик схватывает определенные отношения величин, данных в задаче, и именно характер данных отношений является для ученика существенным признаком задачи.
 ГИБКОСТЬ	
Ученик не может переключиться с одной умственной операции на другую, качественно иную. Он скован первоначальным способом решения задачи, склонен к шаблонным и привычным ходам мысли, поэтому для ученика сложен переход с прямого на обратный ход мысли. Первоначально найденное им решение закрепляется, в результате тормозит определенные способы действия, не дает возможности увидеть в задаче иной способ решения, переключиться на другие способы действий.	Ученик свободно переключается с только что закрепленных способов решения, с одной умственной операции на другую, качественно иную. Ученик не склонен к шаблонным и привычным ходам мысли, поэтому для ученика не сложен переход с прямого на обратный ход мысли. Ученик умеет перестраивать направленность мыслительного процесса.
РАЦИОНАЛЬНОСТЬ	
Ученик не проявляет способности к оценке ряда возможных способов решения и выбору из них наиболее ясного, простого, экономного решения. Ученик видит в задаче лишь один способ решения – тот, который первый бросается в глаза.	Ученик сразу решает задачу более простым, экономным способом, видя при этом и другие. При решении задачи ученик ориентируется не только на количество, но и на качество действий.
ПАМЯТЬ	
Ученик не запоминает математические отношения, схемы рассуждений, принципы решения задач. Ученик не умеет использовать ранее выученные общие правила, схемы рассуждений и доказательств, методы решения типовых задач и принципы подхода к ним.	Ученику свойственны признаки обобщенной памяти – запоминание принципа решения задачи, отношений данных в ней величин, конкретные данные и отношения, структуру построения решения. Умеет использовать ранее выученные общие правила, схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним.

Полная апробация предложенной системы осуществлена на базе Донецкого городского лицея «Наукова зірка Донбасу» и областной школы юных математиков при математическом факультете ДонНУ и описана в [10]. На протяжении всего учебного года параллельно с занятиями факультативов с семиклассниками была организована индивидуальная работа по развитию определенных свойств творческой личности.

Наблюдения, беседы с учениками, позволили прийти к выводу о том, что учащиеся, работавшие с системой коррекционных эвристических упражнений, успешнее решают нестандартные задания, положительно реагируют на повышение уровня сложности задачи, с охотой и достаточно свободно вступают в дискуссию; их мышление имеет более креативный характер.

1. Скафа Е.И. *Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография* / Е.И.Скафа. – Донецк: изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.

2. Скафа Е.И. *Развитие творческой личности (Диагностический аспект)* / Е.И.Скафа, И.В.Жукова // *Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. збірник наук. робіт.* – Донецьк: Фирма ТЕАН, 2002. – Вип. 17. – С. 14-26.

3. Гончарова И.В. *Система коррекционных эвристических упражнений по математике: Пособие для учащихся* /

И.В.Гончарова, Е.И.Скафа, В.А.Цапов. – Донецк: ДонНУ, 2004. – 48 с.

4. Зайкин М.И. *Провоцирующие задачи* / М.И.Зайкин, В.А.Колосова // *Математика в школе*, 1997. – № 6. – С. 32-36.

5. Нагибин Ф.Ф. *Математическая шкатулка: Пособие для учащихся* / Ф.Ф.Нагибин, Е.С.Канин – М.: Просвещение, 1984. – 160 с.

6. Шарыгин И.Ф. *Наглядная геометрия. 5-6 кл.: Пособие для общеобраз. уч. зав.* / И.Ф.Шарыгин, Л.Н.Ерганжиева – М.: Дрофа, 1999. – 192 с.

7. Германович П.Ю. *Вопросы и задачи на соображение для 8-10 классов. Алгебра, геометрия, тригонометрия: Пособие для учителей* / П.Ю.Германович. – Ленинград: гос. уч.-пед. изд-во мин. прос. РСФСР, 1957. – 160 с.

8. Скафа Е.И. *Комплексный подход к развитию творческой личности через систему эвристических заданий по математике (на материале 7 класса): Кн. для учителя* / Е.И.Скафа, Е.В.Власенко, И.В.Гончарова. – Донецк: Фирма ТЕАН, 2003. – 204 с.

9. Крутецкий В.А. *Психология математических способностей школьников* / В.А.Крутецкий – М.: Просвещение, 1968. – 430 с.

10. Гончарова И.В. *Индивидуальный подход к развитию творческой личности учащихся 7 класса областной школы юных математиков* / И.В.Гончарова // *Збірник доповідей науково-практичного семінару ДонНУ «Технології особистісно орієнтованого навчання».* – Донецьк: ТОВ «Норд-Компьютер», 2004. – 29 лютого. – С. 46-53.

Summary. One of the most important integers of the modern school is a shaping and development to creative personality of the schoolboy. Some approaches are considered in article for education mathematician to personalizations of this process.

Надійшла до редакції 5.06.2004 р.

ОСОБИСТІСНО ОРІЄНТОВАНЕ НАВЧАННЯ В КОНТЕКСТІ ОКРЕМОГО УРОКУ

**Л.Й. Наконечна,
аспірант**

Державний педуніверситет ім.М.Коцюбинського, м.Вінниця

Сучасна школа на всіх своїх рівнях звертається до особистісно орієнтованого навчання, як до однієї з можливих основ її перетворення. Особистісно орієнтоване навчання розглядається сьогодні як специфічна педагогічна діяльність створення учням оптимальних умов для розвитку їх потенційних можливостей, формування самостійності, здатності до самоосвіти, самореалізації. В статті розглянуто основні аспекти особистісно орієнтованого навчання математики в контексті окремо взятого уроку.

Соціально-політичні зміни, що відбуваються в українському суспільстві, потребують відповідного перенесення акцентів у освітній галузі. Нова освітня філософія визначила пріоритетні напрями педагогічної діяльності, серед яких особливої ваги набирає стратегія спрямування навчально-виховного процесу на формування духовного світу особистості, утвердження загальнолюдських цінностей, розкриття потенційних можливостей та здібностей учнів, а також становлення професійної майстерності педагогів. Завдання формування особистості передбачають як головний критерій успішності навчання не лише знання, уміння, навички, функціональну підготовленість до виконання певних видів діяльності, але й виховання особистісних якостей: професійної спрямованості, суспільної активності, творчих умінь і здібностей, емоційної сфери. В зв'язку з цим значно підвищується роль навчання в особистісному розвитку і становленні людини, в наданні їй допомоги у розв'язанні життєвих проблем, самовизначенні і самореалізації. Таким чином, змінюється підхід до навчання в суспільстві, його соціальний зміст, характер, цілі і завдання, технології, стосунки учасників навчального процесу.

Освіта неможлива без звернення до особистості. Справа лише в тому, яку роль відіграє особистість в цьому

процесі – роль мети чи засобу. Процес гуманітаризації та гуманізації освіти означає відмову від моделі навчання, яка формувала особистість лише за соціальним замовленням держави, тобто розглядала її як засіб для досягнення заданих ззовні цілей. В системі традиційної освіти особистість сприймалась не в її самобутності та цілісності, а через призму функціонально заданих параметрів – успішності, „правильної” поведінки, мотивації та інше. “Освіта ХХІ століття – це освіта для людини” – зазначено в Концепції 12- річної середньої загальноосвітньої школи. Ось чому авторитарно-дисциплінарні моделі навчання змінюються на особистісно орієнтовані, суттєвими ознаками яких є навчання й виховання особистості з урахуванням усіх психічних та фізіологічних процесів, які протікають в організмі людини. Це створення умов для творчості, саморозвитку та самовиявлення.

Мета даної статті розглянути та узагальнити погляди на особистісно орієнтоване навчання в контексті навчання математики, визначити основні вимоги до підготовки та проведення особистісно орієнтованого уроку математики.

Питання інноваційних перетворень у навчанні, його гуманізації і демокра-

тизації, ролі особистості в освітньому процесі досліджувались в 60-90-х роках ХХ століття вітчизняними і зарубіжними педагогами і психологами – К.А.Абульхановою-Славською, Ш.А.Амонашвілі, Б.Г.Ананьєвим, О.Г.Асмоловим, Г.О.Баллом, В.П.Безпалько, Р.Бернсом, І.Д.Бехом, Л.І.Божович, О.В.Бондаревською, О.С.Газманом, В.В.Давидовим, В.І.Загвязинським, І.О.Зимньою, І.А.Зязюном, Г.С.Костюком, С.В.Кульневичем, О.М.Леонтьєвим, А.С.Макаренком, А.Маслоу, В.Ф.Моргуном, Н.Г.Ничкало, О.М.Пехотою, С.І.Подмазіним, В.В.Рибалкою, К.Роджерсом, З.І.Слепкань, В.В.Сериковим, С.О.Сисоєвою, В.О.Сухомлинським, І.С.Якиманською та іншими.

Сьогодні над проблемами особистісно орієнтованого навчання та виховання працюють психологи і педагоги, зокрема Г.О.Балл, І.Д.Бех, О.В.Бондаревська, С.В.Кульневич, О.М.Пехота, С.І.Подмазін, В.В.Рибалка, З.І.Слепкань, В.В.Сериков, А.В.Хуторський, І.С.Якиманська та інші.

Аналіз наукової літератури свідчить про те, що існуючі концепції особистісно орієнтованого навчання визначають його специфіку та відмінності від традиційного, предметно-орієнтованого навчання насамперед в тому, що знання і способи діяльності, які засвоюються учнем, є не головною метою навчання, а лише засобом, умовою для реалізації потреби людини “бути особистістю” (І.Д.Бех, С.І.Подмазін), для реалізації особистісних функцій (Г.О.Балл, В.В.Сериков), для становлення індивіда як людини культури (О.В.Бондаревська, С.В.Кульневич), для становлення індивіда як суб’єкта пізнання (І.С.Якиманська).

Отже, аналіз наукових досліджень названих вище авторів, а також багатьох інших представників вітчизняної та зарубіжної педагогічної і психологічної науки дає нам можливість стверджувати що, особистісно орієнтоване навчання – це органічне поєднання навчання та індивідуально значимої діяльності людини, її життєвого досвіду. Особистісно орієнтоване навчання будується на прин-

ципі варіативності, тобто визначеній різноманітності змісту та форм навчального процесу, вибір яких повинен здійснюватися педагогом з урахуванням цілі розвитку кожної дитини, її психологічної та педагогічної підтримки в пізнавальному процесі і скрутних життєвих обставинах. Необхідно, щоб кожен учень мав право вільно обирати навчальні предмети, рівень їх вивчення та способи діяльності.

Таким чином, основною особливістю особистісно орієнтованого навчання є перетворення учня в справжнього суб’єкта навчального процесу, який має можливість повноцінно реалізувати в ньому свою індивідуальність, свій спосіб життєдіяльності, а вчитель при цьому виступає як організатор і координатор діяльності учня і забезпечує його самовизначення в соціальному середовищі і збагачення системою гуманістичних цінностей.

Зрозуміло, що організація особистісно орієнтованого навчання потребує переорієнтації: від спрямованості на запам’ятовування готових знань необхідно перейти до формування особистісних новоутворень, вміння творчо навчатись, опрацьовуючи наукові знання і суспільний досвід стосовно до потреб практики.

Математика має широкі можливості щодо інтелектуального розвитку учнів і формуючого впливу на особистість. До засобів, які володіють високим розвиваючим потенціалом, можна віднести проблемні ситуації, задачі з життєво-практичним матеріалом, експерименти, дидактичні (рольові ігри), активні та інтерактивні технології.

Основним структурним елементом навчального процесу був та залишається урок. Урок у новому розумінні слід розглядати, з одного боку, як засіб розвитку особистісних якостей учня, збагачення його суб’єктного досвіду, а з іншого – як середовище для повноцінної навчальної діяльності.

На основі аналізу відповідної літератури та власного досвіду викладання

математики вважаємо, що урок буде особистісно орієнтованим, якщо:

- учень усвідомлює мету уроку як важливу особисто для себе (для цього учитель має дбати про мотивацію навчання на кожному уроці);

- на уроці учень не лише щось вивчає, але й навчається вчитися;

- стосунки учитель-учень, учень-учень будуються на основі діалогу, співпраці, взаєморозуміння, підтримки та допомоги;

- учень засвоює зміст освіти переважно під час активної діяльності;

- учитель з розумінням ставиться до кожного учня, здійснює індивідуальний підхід; тактовний, відвертий, щирий, емоційний.

При підготовці та проведенні таких уроків, учитель має розв'язати наступні завдання:

- гармонійно поєднати пізнання, практичну діяльність та спілкування на уроці;

- застосовувати різноманітні форми та методи навчальної діяльності, які забезпечать використання суб'єктного досвіду учнів;

- створити атмосферу зацікавленості кожного учня в індивідуальних та колективних результатах роботи;

- використовувати різноманітні унаочнення, сучасні способи надання інформації;

- стимулювати учнів до висловлювань, власних способів виконання завдань з метою розвитку їх самостійності, підвищення рівня активності;

- використовувати протягом уроку дидактичний матеріал, який дозволить кожному учню обрати найбільш значущі для нього вид, рівень та форму змісту навчального матеріалу, що буде сприяти орієнтації на особистісний рівень навчальних досягнень;

- заохочувати учнів знаходити свої способи діяльності, аналізувати діяльність інших учнів з точки зору її раціональності і ефективності;

- створювати на уроці педагогічні ситуації спілкування, які дозволять кожному учню виявити ініціативу, самостійність у виборі способів роботи, що забезпечить умови для самореалізації і самовираження учнів;

- включати якомога більше практичних завдань, прикладних задач;

- використовувати самооцінювання та взаємооцінювання.

Для підвищення ефективності на особистісно орієнтованому уроці математики необхідно використовувати діалогічні методи навчання. Учні повинні не лише сприймати інформацію вчителя, а співпрацювати з ним, висловлювати свої думки, своє розуміння змісту навчального матеріалу, обговорювати пропозиції інших, тобто приймати активну участь у розв'язуванні поставлених проблем.

Учні на уроці математики повинні не просто засвоювати певні зразки, а усвідомлювати, яким чином вони отримані, чому в їх основі лежить той чи інший зміст, якою мірою він відповідає не лише науковим знанням, а й особистісно значущим цінностям.

Для забезпечення активності учня, через яку ми можемо сподіватися на розвиток його особистості, слід уникати домінування педагога і визнавати право учня на власну позицію, бути готовим самому теж змінюватись.

Необхідною умовою ефективності особистісно орієнтованого уроку математики є використання в процесі роботи суб'єктного досвіду учня, який має бути узгоджений з науковим змістом навчального матеріалу. Досить часто має місце неоднакове розуміння вчителем і учнями одного і того ж самого змісту інформації. Але в процесі роботи різні сприйняття і розуміння повинні бути синхронізовані. Тому робота з суб'єктивним досвідом учня вимагає від вчителя спеціальної підготовки – не лише володіння основами математики як фундаментальної науки і вміннями трансформувати свої ідеї, але й здатністю аналізувати зміст тих знань із запропонованої теми, якими учень вже володіє

внаслідок набутого ним суб'єктного досвіду. Головною функцією вчителя на особистісно орієнтованому уроці математики є не примушування, а переконання учнів у прийнятті тих ідей, які він пропонує з позицій науковості знання. При такому підході до проведення уроку його творцями і носіями наукового знання будуть самі учні, а не лише вчитель, що має місце в традиційній системі навчання.

Відповідно, загальні завдання та засоби організації особистісно орієнтованого уроку математики мають бути конкретизовані вчителем залежно від призначення уроку та його змісту, конкретного класу.

Суттєвою також є роль емоцій в процесі навчання. Емоційна віддача вчителя в умовах зниження мотивації учіння, зростаючого прагматизму стає особливо важливою. Серед факторів, що призводять до негативних емоцій у процесі навчання, учні наводять наступні: несправедливість, необ'єктивне оцінювання результатів навчання, авторитарний, диктаторський тон спілкування, відсутність емоційного забарвлення, монотонність викладання, байдужість, нервовість. І дуже часто нелюбов до вчителя переноситься і на предмет, який він викладає. Тому щоб створити сприятливий педагогічний клімат учитель має шукати ефективні емоційні стимули. Серед таких можна назвати наступні: доброзичлива реакція на помилки та хибні уявлення учнів; гумор, посмішка, жарт; поміркована емоційність; відступи від теми, пов'язані з життям, практикою, іншими предметами; вплив на мотиви учіння;

робота на уроці в режимі співпраці, співтворчості; дотримання дзвінків.

Отже, педагогічна технологія в контексті особистісно орієнтованого навчання є авторською та принципово „неінваріантною”, оскільки передбачає власне до визначення особливостями конкретної навчальної ситуації.

На нашу думку, перспективи особистісно орієнтованого навчання полягають в тому, що його повсюдне впровадження в педагогічну практику дозволить змінити роль і місце освіти в суспільстві, її соціальну значущість, характер, цілі і завдання, зміст і технології і переосмислити саме поняття “освіта”, а також забезпечити гармонію людини з собою та з оточуючим світом.

1. Бондаревская Е.В. Гуманистическая парадигма личностно ориентированного образования // Педагогика. – 1997. – №4. – С.11-17.

2. Сериков В.В. Личностно-ориентированное образование: к разработке дидактической концепции // Педагогика. – 1994. – № 5. – С.16-21.

3. Сериков В.В. Образование и личность. Теория и практика проектирования образовательных систем. – М.: ИК «Логос», 1999. – 272с.

4. Якиманская И.С. Разработка технологии личностно-ориентированного обучения // Вопросы психологии. – 1995. – №2. – С.31-32.

5. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. – М.: «Директор школы» (Спецвыпуск) 1996. – 96 с.

Summary. The contemporary school at all levels addresses to personally rough training, as to one from possible bases of its transformation. Personally training discusses today as specific pedagogical activity of establishment conditions for development of pupils, them optimum of potential opportunities, formation of independence, abilities to self-education, self-realization. In article the basic aspects of personally focused training to mathematics are considered.

Надійшла до редакції 16.04.2004 р.

**POSITIVE IMPRESSING OF
A SCHOOL RESEARCH PROBLEM**
*(положительный импресинг
математической задачи)*

*Mr. Braverman Alex,
Dr. Peter Samovol
Ben-Gurion University of Negev, Beer-Sheva, Israel
Dr. Mark Applebaum
Kaye Academic College of Education, Beer-Sheva, Israel*

Саме оптимальний або негативний імпресинг спонукають дитину і підлітка цікавитися або зневажати знаннями в математиці, літературі, мистецтві, прищеплювати етичні або антисоціальні установки.

У роботі досліджується проблема знаходження в математичному матеріалі таких задач і вправ, які могли б максимально вразити і здивувати підлітка, включити механізми позитивного імпресинга особистості, що навчається.

I. Impressing in studies.

According to V.P. Efroimson's studies [5], the environment is never passive during its impact on the individuality under training. Psychology knows at present that:

1. There are some "critical" moments in a student's individual development when certain ambient effects produce extremely strong and deep impressions. Such critical moments are multiple and they occur at various stages of infancy, childhood, and even adolescence.

In man, such engravings are called impressing.

(In animals, for comparison, it is called imprinting, i.e. stamping)

We will follow the following definition: «Impressing is a phenomenon associated with the exclusive role of certain impressions that are impressed with particular brightness in an individual's memory and trigger the subsequent, sometimes sudden, rearrangement of his mental experience. Impressing can take place both in childhood and in adulthood. Impressing influences result in the formation of a new cognitive inclination, qualitatively new comprehension of a definite problem-oriented area, etc"[6].

2. Different phenomena can become impressing for various people.

Selectivity of events that might serve as the most pronounced impressing is defined by specific combinations of human's inborn faculties.

3. Impressing determines many of human activity driving forces, his goals, his life values – sometimes for his entire life, but always, for an extremely long period.

It is evident that if impressing did take place, it undoubtedly resulted from a variety of factors possessing various activity. Here are some of them:

- Impact of the environment (S);
- Student's intellectual abilities (C);
- Peculiar features of an individual student's character (X);
- Teacher's positive impressing activity (Y);
- Impressive potential of mathematics per se (M).

In other words, impressing (Imp) is the function of many variables:
$$\text{Imp} p. = F(S, C, X, Y, M, \dots).$$

Within the framework of our study we have investigated the impressing potential of mathematics per se. Already

Alberto P. Calderon a mathematician and researching educationalist, noted:

«Particular attention should be paid to the beauty of mathematics that stems from the harmony and concordance of its constituents, and from the might and efficiency of its methods. Not all its sections possess this beauty in equal measure but sometimes it merely charms. Hence, it would have been wrong to ignore this aspect of mathematics that can play a decisive role in the revealing of students' abilities and stimulation of their studies».

We have stated *the key problem* as follows: we should find in mathematics such problems and exercises that can maximally impress and surprise teenager, can trigger the positive impressing mechanisms in a trainee. School research problems, as it is illustrated below, nearly always meet said requirements.

It should be noted that in this case we also see the multiple variable function.

$imp(M) = G(t, i, c, d, e, \dots)$, where t is the time spent for task solving; i is teacher's encouragement; c is classmates' success (failure) in solving the task; d – the solution found differs from that of a teacher; e is independently constructed model, etc.

II. School research problems

We appreciate the *school research problems* notion as subjectively difficult theorems or mathematical constructions whose proof or existence is not known to a given pupil from the beginning [1].

These are such problems that solving them a pupil encounters the necessity of investigating new and previously unknown mathematical models, configurations, unusual bonds between them, properties of figures, as well as to seek and establish logical schemes of reasoning. The solution methodology for each such problem assumes the initial potential subdivision of a given problem into the chain of lemmas supposedly simple for a pupil, as well as the possibility of obtaining the assessment and analysis of the solution intermediate

results both by the student and by the teacher.

D. Polya noted that a teacher must definitely find in a set of conventional problems a certain number of such problems which, though slightly more difficult and time-consuming, are distinguished by their elegance and profound content(7). School research problems, as a rule, possess this quality.

III. Research. Quest and findings.

The following issues had to be refined:

1. What is impressive problem from the student's viewpoint?

2. Is the impression power dependable on the time spent for the solution search?

3. Does the positive impression power depend on:

a) the problem complexity level?

b) the importance of the problem-related event?

c) successful (or unsuccessful) activity of other group students?

94 schoolchildren of 5-point level graduate classes and 122 Ben Gurion University (Beer Sheva) students were interviewed.

We will cite here the most frequent phrases:

Impressive problem – Interesting problem; beautiful problem; non-conventional, "intricate" conditions but at the same time, elementary solution; surprise; extremely long conditions vs. Extremely short solution; continuous hard labor...; many-day meditation... and ... of a sudden ... Unexpected solution...; the problem, which gives me the sense that I am almighty after I have solved it; ...the problem that serves me as an example for solving similar problems...; the problem whose solution is based the found, at times abstract, model; research problem.

To find the answer to the second question, the examinees were asked to recollect whether it *ever occurred in their lives when*:

a) they had to meditate over the problem proposed by teacher above three hours?

b) they had to revert to a certain problem solution within definite period? Was that problem the research one?

Only 6% of the interviewed said that fact a) actually occurred in their training experience. 4% of students and 0.32% of schoolchildren gave positive reply to question b), and two of the students were able to recollect and formulate the problem essence. In said cases the problem was a research one.

The data obtained indirectly confirm the enormous potential of unexploited opportunities of creating positive impressing situations in educational process.

Having analyzed the replies, we have come to the following conclusions:

1. The problem impressing power is, as a rule, directly proportional to the amount of time spent to the solution finding (!)

It should be noted that when the problem complexity is above the average conditional school level, additional problem – **pedagogical** – arises besides the methodological ones. **Its essence – how can pupil's attention be attracted to the solution for a prolonged period?**

It is a well-known fact that many pupils have insufficient intellectual endurance for mathematics studies. Such pupils cannot cope with the proposed problem, first and foremost, not because he lacks required mathematical abilities, but because his corresponding personal qualities have not been developed properly. In such a pupil, the most vital and essential stage – the stage of solution search for a given problem – drops out of the process.

It should be noted that positive reply – "yes" – was given by the overwhelming majority of students.

IV. Examples.

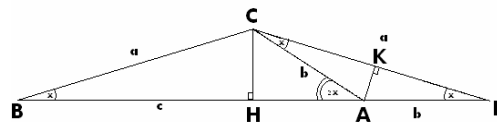
The $\triangle ABC$ triangle is given. The triangle side lengths are natural numbers.

$$\angle A = 2 \cdot \angle B, \angle C > 90^\circ. \quad \text{Find}$$

minimal value of the triangle perimeter.

Solution. Let

$$AB = c, CB = a, AC = b, \angle ABC = x, \angle BAC = 2 \cdot x$$



Making additional plottings:

$$AC = AD = b, AK \perp CD, CH \perp AB.$$

Note that $\triangle AKD$ & $\triangle CHB$ are similar, Hence:

$$\frac{AD}{BC} = \frac{KD}{BH} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{0.5 \cdot a}{0.5 \cdot (c+b)} \Rightarrow a^2 = b \cdot (c+b) \quad (*)$$

We have obtained the equation, where the unknowns have only natural values.

Besides, following from the task conditions, the following is held:

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + b \cdot c & (1) \\ a + b > c & (2) \\ c^2 > a^2 + b^2 & (3) \end{cases}$$

1. Let us prove that c & b must be mutually disjoint to meet all problem requirements.

We will employ the proof by contradiction technique. Assume the opposite. Then there are mutually disjoint c_1 & b_1 numbers, where:

$$\begin{cases} c = c_1 \cdot d \\ b = b_1 \cdot d \\ (b_1, c_1) = 1 \\ d > 1 \end{cases} \quad \text{From (1) we have:}$$

$$a^2 = b_1^2 \cdot d^2 + b_1 \cdot c_1 \cdot d^2.$$

Thus, $a^2 = (b_1^2 + b_1 \cdot c_1) \cdot d^2$. But then $a^2 \div d^2 \Leftrightarrow a \div d \Leftrightarrow a = a_1 \cdot d$

$P = a + b + c = d \cdot (a_1 + c_1 + b_1)$. The triangle perimeter will not be the smallest with $d > 1$

Hence, we can consider the case of mutually disjoint c & b numbers.

But then b & $(c+b)$ are mutually disjoint as well.

2. Let us study the equality:

$a^2 = b \cdot (c + b)$ (*). It follows from given equality and from mutual disjoint of b & $(c + b)$ numbers that: $b = b_1^2$ & $(b + c) = c_1^2$, where b_1 & c_1 are natural numbers.

Thus: $a^2 = b_1^2 \cdot c_1^2 \Leftrightarrow a = b_1 \cdot c_1$. It is now evident that if the problem conditions are fulfilled, natural b_1 & c_1 exist, and:

$$\begin{cases} b = b_1^2 \\ a = c_1 \cdot b_1 \\ c = c_1^2 - b_1^2 \\ c_1 \in N, b_1 \in N \end{cases} \quad \text{also hold true.}$$

Consider the fulfillment of (2) - (3) conditions.

$$\begin{aligned} a + b > c &\Leftrightarrow c_1 \cdot b_1 + b_1^2 > c_1^2 - b_1^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow b_1 \cdot (c_1 + b_1) > (c_1 - b_1) \cdot (c_1 + b_1) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow b_1 > c_1 - b_1 \Leftrightarrow c_1 < 2 \cdot b_1 \\ c^2 > a^2 + b^2 &\Leftrightarrow (c_1^2 - b_1^2)^2 > (c_1 \cdot b_1)^2 + (b_1^2)^4 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow c_1^4 - 3 \cdot c_1^2 b_1^2 > 0 \Leftrightarrow c_1 > b_1 \cdot \sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\text{That is: } b_1 \cdot \sqrt{3} < c_1 < 2 \cdot b_1 \quad (4)$$

$$P = a + b + c = c_1 \cdot b_1 + b_1^2 + c_1^2 - b_1^2 \Leftrightarrow P = c_1 \cdot (c_1 + b_1) \quad (5)$$

It follows from [4] & [5] equalities that the parameter smallest value is achieved with c_1 & b_1 smallest values.

Using [4], we have that the smallest natural value of $c_1 = 7$ is achieved with smallest $b_1 = 4$. Hence: $b_1 = 4$, $c_1 = 7$, $b = b_1^2 = 16$, $a = c_1 \cdot b_1 = 28$, $c = c_1^2 - b_1^2 = 33$. $P_{\min} = 16 + 28 + 33 = 77$. Answer: 77.

V. Conclusion

The results obtained in our research permit to formulate the following recommendations for practical teachers.

1. One exclusive problem investigated in proper manner can open a new page for the entire branch of science or serve as a paragon for it. It is teacher's obligation to review, along with common problems, such ones that despite their higher complexity and time consumption are distinguished by their mathematical

elegance and profound content (Polya's recommendation).

2. Self-confidence based on self-achievements – that is the most essential problem of mathematics teaching.

Chase for enjoyment during training is the impasse. A way to correct self-assessment is through actual achievements and hard training.

3. Szent-Györgyi, a Nobel Prize winner in medicine, said: "During my two hours at a library I can acquire more knowledge than for one year in my laboratory, but I always work in my laboratory and very rarely, at a library". A student's actual training is optimally organized self-training.

4. A mathematical aspect known to scare many pupils and keep them aside from the science is its abstractness. And the most probable reason is that the science was presented to them in an inadequate manner. The abstractness is used to view the collection of separate facts "from the height", and understand their interrelations; it cannot be achieved without abstractness. This view "from the height" can be very pleasant and feasible, and it rewards our efforts spent to the comprehension of abstract notions. It is important for the pupils to feel the usefulness of abstractions as early as possible – it will stimulate them and prevent from falling into despair.

5. Teachers and professors must be extremely careful by proposing a problem. It should not be too simple – or the time will be lost in vain – but it should not be too complicated, as well – or a student will not be able to advance in its solution, and lose faith in his forces. An education should strive to display to his pupils what the outstanding physicist Eugene Figner called the incomprehensible efficiency of mathematics, mathematical charm – and what represent a one of its wonders.

6. Coming back to the techniques, note that by studying certain assertion, the pupils should be given the possibility of attempting to prove it independently. If

pupil's serious efforts brought no results, he should read the pertaining textbook instructions, or follow teacher's recommendations, and then make repeated attempts to prove the assertion independently until he succeeds. It is a very expedient way of work with certain statements, if not with all of them. Of course, it decelerates training but such technique is much more useful than passive study of proofs. Apart from the fact that guessing riddles is very funny, solution of problems gives the pupil possibility to sense the delight of creativity: he starts to feel that the statements already proved by someone else have been discovered, at least partially, by him. Besides, a pupil starts feeling the structure of a given branch of mathematics – this feeling cannot be developed by an alternative technique. Owing to this training methodology, new aspects of the already known facts can be seen, and even the foundations for new branches of mathematics can be laid. In other words (and it is the most vital!), such teaching also provides active and dynamic knowledge. And essentially this kind of knowledge ensures difference between brain and book. As long as the issue at point is the accumulation of facts, our brain cannot compete with paper. But the paper-fixed knowledge is fossilized knowledge; excessive accumulation of outdated information contradicts normal performance of our minds. Accumulative approach to training is detrimental to our most valuable features (we all possess them in larger or smaller extent) – ingeniousness, originality, creative faculties. It is of interest that the stock of

information is frequently inversely proportional to the ability of discovering novelties!

1. Applebaum, M.V., Samovol, P.I., (2002), *Teaching Mathematics Using the Idea of "Research problems"*, 2nd International Conference on the Teaching Mathematics (at the undergraduate level), University of Crete, Hersonissos, Crete, Greece.
2. Alberto P. Calderon. Publ. in Bull. ICMI, 47 (1999), 56-62. "Meditations on Study and Teaching Mathematics".
3. Cholodnja M.A., (1997), "Psychology of intelligence: paradoxes of research" Moskva, (In Russian).
4. Theodore Eisenberg, (1991) "On Building Self-Confidence in Mathematics". Volume 10 No. 4, «Teaching mathematics and its applications» p.154. Ben-Gurion University, Beer Sheva, Israel.
5. Efrogimson V.P., (1992). "A Gift of God or a Natural Phenomenon". "Znanie" Publ. House, "Narodnoye obrazovaniye", 1-2, 1992 (in Russian).
6. Krutetskiy, V.A. (1976). *The Psychology of the Mathematical Abilities of the School Children*. Chicago, University of Chicago Press.
7. Polya, G., (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning*. Princeton, New Jersey, Princeton University Press.
8. Skemp R., (1987). «*The Psychology of Learning Mathematics*». Hillsdale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
9. Vygotsky L.S., (1956). "The issue of Teaching and Mental Development in School Age". M., Publ. House of the RSFSR Acad. of Pedagogical Sci., (in Russ.).
10. Vygotsky L.S., (1956). "Selected Psychological Studies". M., Publ. House of the RSFSR Acad. of Pedagogical Sci. (in Russian).

Резюме. В статье анализируются результаты исследования проблемы выявления импрессирующих факторов учебного процесса. Приведены примеры, позитивного воздействия импрессигов. Сделана попытка классификации импрессирующих факторов в обучении математики. Установлено, что большинство задач, которые оказывают импрессирующие действия на учащихся, носят исследовательский характер.

Надійшла до редакції 28.12.2003 р.

УЗАГАЛЬНЕННЯ І КОНКРЕТИЗАЦІЯ ЯК ПРИЙОМИ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ТА ЇХ ДИФЕРЕНЦІЙОВАНЕ ФОРМУВАННЯ В УЧНІВ НА УРОКАХ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Ю.Л. Сморжевський,
аспірант

Інститут педагогіки АПН України

У статті розглядаються прийоми узагальнення і конкретизації, методика формування їх в учнів і приводяться приклади вправ, що дозволяють диференційовано формувати в старшокласників ці прийоми на уроках стереометрії.

Актуальною проблемою в наші дні стала проблема творчості. Основною ідеєю реформування системи освіти в Україні є гуманізація і демократизація навчально-виховного процесу, сприяння розвитку інтересів і нахилів особистості, основа яких – розвиток особистості учня, його здібностей, можливостей та інтересів, залучення школярів до творчої, евристичної діяльності та розвиток її в процесі навчання математики.

Нами розглядається евристична діяльність як спільна навчальна діяльність вчителя й учнів, учнів між собою для відкриття нового знання про математичні поняття та їх властивості, про прийоми постановки і розв'язування пов'язаних з ними задач.

Проблему розвитку евристичної діяльності учнів на уроках математики, формування прийомів (загальних і спеціальних) такої діяльності досліджували педагоги і методисти А. Артемов, Г. Балк, Г. Бевз, М. Бурда, К. Власенко, Ю. Кулюткін, Ю. Палант, В. Пушкін, Г. Саранцев, О. Скафа, З. Слепкань, А. Хуторської та ін. Однак, в зв'язку з переходом середньої школи на рівневе навчання згадані прийоми потрібно формувати в учнів диференційовано. Ця проблема в даний час недостатньо досліджена.

В даній статті розглянемо дидактичну суть загальних прийомів

узагальнення і конкретизації, методика формування їх в учнів і наведемо зразки вправ, які дають можливість диференційовано формувати в старшокласників згадані прийоми на уроках стереометрії.

Узагальнення – це мислене виділення, фіксування яких-небудь загальних істотних властивостей, які належать певному класу предметів або відношень.

Під узагальненням розуміють також перехід від одиничного до загального, від менш загального до більш загального.

Під конкретизацією розуміють зворотний перехід – від більш загального до менш загального, від загального до одиничного.

Багато понять в шкільному курсі математики є результатом узагальнення раніше засвоєних понять.

Суть узагальнення понять полягає у відкиданні видових ознак, тобто у зменшенні змісту і збільшенні обсягу понять. Протилежний процес – конкретизація – полягає у доповненні видових ознак до родових.

Наприклад, відкинувши в понятті паралелепіпед видову ознаку “в основі лежить паралелограм”, одержимо узагальнене поняття “призма”. Доповнивши до поняття прямокутний паралелепіпед видову ознаку “всі ребра рівні”, одержимо більш конкретне поняття “куб”.

Уявлення про узагальнення і конкретизацію в учнів формувалося

завжди, але робилось це стихійно, не під керівництвом вчителя, а як результат вивчення навчального матеріалу. Деякі учні оволодівали цими прийомами. Більшість з них не помічала використання ні узагальнення, ні конкретизації при вивченні математики.

В сучасних умовах навчання узагальненню і конкретизації необхідно проводити цілеспрямовано, досягати усвідомленого засвоєння прийомів узагальнення і конкретизації при формуванні понять, розв'язуванні задач, вивченні доведень.

Вивчення матеріалу в загальному вигляді більш економне, але воно буде ефективним, якщо разом з ним учні будуть навчатися і конкретизації, застосуванню загальних положень до часткових випадків розглядуваних ситуацій.

Діючі підручники з математики дозволяють формувати в учнів поняття про прийоми узагальнення і конкретизації, особливості їх застосування, тренувати учнів у застосуванні цих прийомів.

Д.Пойа виділяє два напрямки узагальнення:

1) заміна сталої змінною;
2) відкидання обмежень і, відповідно, два напрямки конкретизації:

1) заміна змінної сталою;
2) внесення деяких обмежень [1, с. 34].

Легко переконатися, що перший напрям узагальнення є частковим випадком другого: заміну сталої змінною (перехід від розгляду множини трикутних пірамід до розгляду множини n -кутних пірамід) можна вважати і відкиданням обмеження (перехід від розгляду множини пірамід, основами яких є трикутники, до розгляду пірамід, основами яких є многокутники). Це зауваження справедливе і для конкретизації. Тому далі ці напрями узагальнення і конкретизації розрізняти не будемо.

В процесі навчання узагальненню і конкретизації при вивченні понять учень має усвідомити, що внесення в зміст поняття властивості, яка є

наслідком інших властивостей, не змінює обсягу поняття, тобто не веде до його конкретизації.

Якщо деяка властивість, яка входить в зміст поняття, є наслідком інших властивостей, то відкидання цієї властивості теж не змінює обсягу поняття, тобто не приводить до узагальнення поняття.

Наприклад, якщо в означення прямокутного паралелепіпеда включити властивість: “У прямокутного паралелепіпеда квадрат будь-якої діагоналі дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів”, то обсяг поняття прямокутного паралелепіпеда від цього не зміниться і нового поняття не одержимо.

Наведемо другий приклад. В означення прямої призми включаються такі властивості: a_1) призма; a_2) бічне ребро l_1 перпендикулярне до основ; a_3) l_2 перпендикулярне до основ; . . . ; a_n) l_n перпендикулярне до основ (в діючому підручнику [2] говориться: “Її бічні ребра перпендикулярні до основи”). Якщо з означення виключити властивості a_3 , a_4 , . . . , a_n , то обсяг поняття прямої призми від цього не зміниться, бо у призми всі бічні ребра паралельні, і якщо ребро перпендикулярне до основ, то і інші ребра будуть перпендикулярні до основ. Отже, виключення властивостей a_3 , a_4 , . . . , a_n не приведе до узагальнення поняття прямої призми. Це пояснюється тим, що властивості a_3 , a_4 , . . . , a_n є наслідками властивостей a_1 , a_2 . В той же час включення в означення призми властивості: “Одне з бічних ребер перпендикулярне до основ” – приводить до конкретизації поняття призми – до нового поняття “пряма призма”.

Як вчити учнів узагальненню понять? Спочатку слід вчителю мотивувати майбутню діяльність, пояснюючи учням, що багато понять в математиці взаємозв'язані, властивості одних понять переходять на інші.

Щоб привести в систему математичні знання, щоб легше було їх

засвоїти і запам'ятати, слід навчитися узагальнювати і конкретизувати поняття.

Наведемо приклади:

1. Вчитель запитує, яке поняття більш загальне: “прямокутний паралелепіпед” чи “прямий паралелепіпед”? Учні, як правило, допускають помилки. А якщо відповідають правильно, то не можуть пояснити чому “прямий паралелепіпед” є більш загальним поняттям, ніж “прямокутний паралелепіпед”. Тут доцільно запропонувати учням виписати властивості кожного поняття і порівняти їх (Табл. 1).

Таблиця 1.

<i>Прямий паралелепіпед</i>	<i>Прямокутний паралелепіпед</i>
1. Призма	1. Призма
2. В основі паралелограм	2. Прямий паралелепіпед
3. Бічні ребра перпендикулярні до основ	3. В основі прямокутник
	4. Бічні ребра перпендикулярні до основ

Учні виявляють, що друге поняття має більше ознак. Якщо в прямокутному паралелепіпеді не вимагати, щоб основою був прямокутник, то одержимо прямий паралелепіпед, тобто “прямокутний паралелепіпед” є частковим випадком “прямого паралелепіпеда”. Отже, прямокутний паралелепіпед є конкретизацією прямого паралелепіпеда, а прямий паралелепіпед є узагальненням прямокутного паралелепіпеда.

2. Вчитель пропонує учням порівняти поняття “прямокутний паралелепіпед” і “куб” (Табл. 2).

Вчитель ставить питання:

У якого поняття ознак більше?

Чи є спільні ознаки?

Яке поняття більш загальне, часткове? Чому?

За якою ознакою кубу виділяються серед сукупності прямокутних паралелепіпедів? (Ця ознака називається видовою).

Якщо її відкинути, чиї ознаки одержимо? (Прямокутний паралелепіпед – узагальнення поняття куба. Куб – конкретизація поняття прямокутного паралелепіпеда).

Таблиця 2.

<i>Прямокутний паралелепіпед</i>	<i>Куб</i>
1.Прямий паралелепіпед	1.Прямий паралелепіпед
2.Всі грані прямокутники	2.Всі грані квадрати
	3. Всі ребра рівні

Учні під керівництвом вчителя складають послідовність дій при узагальненні і конкретизації поняття:

1) назвати або виписати всі його суттєві ознаки;

2) відкинути видову ознаку;

3) одержимо більш загальне родове поняття;

4) якщо додати до родових ознак видову, одержимо конкретний випадок – видове поняття.

Навчання учнів узагальненню і конкретизації при вивченні математичних понять повинно включати в себе розв'язання таких типів задач:

1. На перерахування властивостей понять, які містяться в означенні.

Наприклад, вчитель пропонує учням перерахувати властивості призми, вказані в її означенні. Учні мають вказати такі властивості:

1) призма – це многогранник;

2) два плоскі многокутники лежать в різних площинах;

3) два плоскі многокутники суміщаються паралельним перенесенням;

4) відрізки з'єднують відповідні точки цих многокутників.

2. На виявлення і перерахування властивостей, які є наслідками властивостей, перерахованих в означенні.

Наприклад, вчитель пропонує учням виявити і перерахувати властивості призми, які є наслідками її основних

властивостей (властивостей, які вказані в означенні).

Учні вказують на такі властивості:

5) основи призми лежать в паралельних площинах;

6) основи призми рівні;

7) бічні ребра призми рівні і паралельні;

8) бічні грані призми – паралелограми.

3. На засвоєння необхідної і достатньої умови конкретизації і узагальнення поняття у випадку включення чи виключення деякої властивості.

Наприклад, вчитель пропонує учням завдання:

Наведіть приклади многогранників, які не володіють: а) властивістю 2 призми; б) властивістю 3 призми; в) властивістю 4 призми.

У випадках а) і б) многогранник не буде призмою. У випадку в) будемо мати лише два многокутники, а не многогранник.

В процесі розв'язування задачі а) учні усвідомлюють, що властивість 2 виділяє з множини многогранників ті, які містять два многокутники, що лежать в різних площинах. Задача б) показує, що властивість 3 виділяє з множини многогранників ті, в яких два плоскі многокутники рівні і лежать в паралельних площинах. Задача в) показує, що дане тіло – многогранник. Розв'язання цих задач дає змогу учням зрозуміти необхідну і достатню умови конкретизації і узагальнення. Призма є конкретизацією многогранника, а многогранник є узагальненням призми. Відкидання властивостей 2 чи 3 веде до узагальнення поняття призми, а саме до поняття многогранника.

Згадавши наслідки 4 – 7 з властивостей призми, учні помічають, що відкинувши один або кілька з цих наслідків, зміст поняття призми не зміниться, нове поняття не одержиться.

Отже, лише відкидання основних властивостей веде до узагальнення

поняття, а включення їх – до конкретизації поняття.

4. На виявлення, чи є одне з двох даних понять узагальненням (конкретизацією) другого.

Наприклад, куб є конкретизацією поняття прямокутного паралелепіпеда, а прямокутний паралелепіпед є узагальненням поняття куба, бо ці многогранники мають спільні властивості: вони є прямими призмами, в основах прямокутники. А піраміда не є конкретизацією призми, то призма і піраміда не мають спільних властивостей.

Задачі на виявлення, чи є одне з двох даних понять узагальненням другого, несуть в собі кілька дидактичних функцій. Виділимо дві з них, які важливі для навчання узагальненню і конкретизації. По-перше, через них учні усвідомлюють, що існують такі пари понять, що ні одне з них не є ні узагальненням, ні конкретизацією другого. По-друге, з допомогою такого типу задач учні знайомляться з доступними їм способами узагальнення і конкретизації понять, відмінними від способу включення чи виключення властивості.

Мотивацію діяльності учнів можна провести, пояснивши їм, що, розв'язавши узагальнену задачу, ми тим самим розв'язуємо всі конкретні задачі такого типу. Тому важливо після розв'язання задачі з конкретними числовими даними узагальнити її, перевірити, чи зберігається при цьому спосіб розв'язання. Такі узагальнення приводять до “відкриття” важливих формул.

Розглянемо задачу про об'єм похилої призми з конкретними числовими даними [3].

У похилій трикутній призмі проведено переріз, який перпендикулярний до бічних ребер і перетинає всі бічні ребра. Знайти об'єм призми, якщо площа перерізу 30 см^2 , а бічні ребра дорівнюють 5 см.

Узагальнивши її, одержимо таку задачу:

У похилій призмі проведено переріз, який перпендикулярний до бічних ребер і перетинає всі бічні ребра. Знайти об'єм призми, якщо площа перерізу Q , а бічні ребра дорівнюють l .

Розв'язання цієї задачі дає формулу об'єму похилої призми: $V = Q \cdot l$.

Навчити учнів узагальнювати задачі можна, якщо вони постійно будуть практикуватися у виконанні завдань на застосування різних прийомів, узагальнених після засвоєння схеми узагальнення. Тому після розв'язання конкретної задачі доцільно пропонувати учням завдання на її узагальнення.

Розглянемо задачу: “За стороною основи 6 см і бічним ребром 5 см знайти повну поверхню правильної трикутної призми”. Основне поняття в задачі – правильна трикутна призма. Конкретні числові дані – сторона основи 6 см і бічне ребро 5 см. Замінімо правильну трикутну на правильну чотирикутну призму, сторону основи 6 см і бічне ребро 5 см на сторону основи a і бічне ребро b .

Одержимо узагальнену задачу про повну поверхню правильної чотирикутної призми. Якщо замінити квадрат довільним правильним n -кутником, одержимо нову узагальнену задачу: “За стороною основи a і бічним ребром b знайти повну поверхню правильної n -кутної призми”. Замінивши дані a і b конкретними числами, одержимо конкретні задачі даної групи. Якщо розв'язування задач цієї групи розпочати з самої загальної задачі, тоді перехід до часткових задач цієї групи буде конкретизацією. Слід прагнути, щоб ці два прийоми – узагальнення і конкретизації сприймалися учнями в єдності.

Досвід показує, що не завжди учні можуть співставити загальне і конкретне, перейти від загального до часткового.

Схема цього прийому узагальнення така: 1) виділити основні поняття в

умові задачі; 2) узагальнити послідовно ці поняття; 3) сформулювати послідовність узагальнених задач.

Розглянемо задачу: “За стороною основи a і бічним ребром b знайти бічну поверхню правильної призми: 1) трикутної; 2) чотирикутної; 3) шестикутної”. Учні розв'язують цю задачу, а тоді узагальнюють правильний трикутник, квадрат, правильний шестикутник до правильного многокутника. Учні можуть сформулювати узагальнену задачу і розв'язати її. А можна йти іншим шляхом. Після ознайомлення з умовою даної задачі учні формулюють узагальнену задачу: “За стороною основи a і бічним ребром b знайти бічну поверхню правильної n -кутної призми”.

Розв'язавши узагальнену задачу, переходять до конкретних при $n = 3; 4; 6$. Другий шлях більш ефективний.

Проводячи узагальнення і конкретизацію, учні глибоко усвідомлюють зв'язок загального і конкретного, причини і наслідку, суть розв'язання задачі, суттєві зв'язки в умові.

Прийом узагальнення через відкидання обмежень широко використовується при вивченні стереометрії, використовуючи аналогію з планіметрією. Наприклад, паралелепіпед можна розглядати як узагальнення поняття паралелограма, куб як узагальнення поняття квадрата і т.д.

Навчання узагальненню і конкретизації дозволяє більш цілеспрямовано, чітко і послідовно організувати роботу з учнями по формуванню і вивченню понять, забезпечити їх більш високу математичну підготовку, активізувати їх евристичну діяльність.

Наведемо зразки завдань трьох рівнів (середнього, достатнього і високого), які дають можливість диференційовано формувати в учнів узагальнення і конкретизацію як прийоми евристичної діяльності на уроках стереометрії.

Середній рівень

1. Виділіть властивості паралелепіпеда, виходячи з його означення. Сформулюйте наслідки з цих властивостей.

2. Для якого поняття паралелепіпед є узагальненням, а для якого – конкретизацією?

3. Основою прямої призми є прямокутний трикутник з катетом 5 см і гіпотенузою 13 см. Висота призми 8 см. Знайдіть бічну поверхню призми.

4. Основою прямої призми є трикутник з сторонами 4 см, 5 см і 6 см. Висота призми 8 см. Знайдіть бічну поверхню призми.

5. Побудуйте переріз трикутної піраміди площиною, яка проходить через дві вершини основи і точку на бічному ребрі.

Достатній рівень

1. Сформулюйте означення прямокутного паралелепіпеда, використовуючи поняття призми. Виділіть основні властивості і наслідки з них.

2. Доведіть, що точка перетину діагоналей а) прямокутного паралелепіпеда, б) прямого паралелепіпеда є центром його симетрії.

3. Основою піраміди є прямокутник з сторонами 16 см і 6 см. Висота піраміди проходить через точку перетину діагоналей основи і дорівнює 12 см. Знайдіть бічну поверхню піраміди.

4. Побудуйте переріз паралелепіпеда площиною, що проходить: а) через кінці трьох ребер, які виходять з однієї вершини, б) через дві вершини нижньої основи і точку перетину діагоналей верхньої основи.

Високий рівень

1. Основою похилої трикутної призми $ABCA_1B_1C_1$ є прямокутний трикутник ABC , в якого $\angle C = 90^\circ$ і $BC = 10$ см. Вершина B_1 проектується на середину сторони BC . Двогранний кут з ребром BB_1 рівний 60° , бічні ребра утворюють з площиною основи кут 45° . Знайдіть бічну поверхню призми.

2. Всі плоскі кути тетраедра $SABC$ при вершині S прямі. Доведіть, що квадрат площі трикутника ABC дорівнює сумі квадратів площ решти граней.

3. Побудуйте переріз п'ятикутної піраміди $SABCDE$ площиною, що проходить через сторону основи піраміди AB і точку N на ребрі SD .

Експериментальна перевірка запропонованої методики засвідчує, що таке диференційоване формування в учнів прийомів узагальнення і конкретизації покращує засвоєння ними теоретичного матеріалу, сприяє активному розв'язанню задач різних типів, що активізує їх евристичну діяльність.

1. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975. – 464 с.

2. Погорелов О.В. Геометрія. Підруч. для 10 – 11 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 2000. – 128 с.

3. Смержевський Л.О., Смержевський Ю.Л. Стереометрія. Дидактичні матеріали та тематичні перевірочні роботи для рівневого навчання. – Кам'янець-Подільський: "Абетка – НОВА", 2002. – 68 с.

Summary. In the article receptions of generalization and a concrete definition, a technique of their formation at pupils are considered and the examples of exercises allowing differential formation of these receptions at senior pupils at lessons of stereometry are given.

Надійшла до редакції 28.12.2003 р.

ВИБРАНІ ПИТАННЯ ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНOSTІ ШКІЛЬНОГО КУРСУ СТЕРЕОМЕТРІЇ

А.В.Прус,
аспірант

Національний педуніверситет ім.М.П.Драгоманова, м. Київ

Розкривається прикладний потенціал стереометрії та розглядається можливість використання орігамі як одного із засобів прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії

Будь-яка наукова дисципліна має практичне і освітнє значення. Практичне значення має наука тими своїми частинами, які безпосередньо обслуговують потреби життя, практичні необхідності людства; освітнє значення науки визначається процесами думки, які потрібні для розвитку мислення, і тим самим матеріалом, який збагачує моральний світогляд людей. Дана характеристика математики як науки, подана в одному із методичних посібників [1] ще на початку ХХ століття. Приблизно, до того ж часу відносяться наступні думки щодо цілей та значення вивчення математики вже як навчального предмета. Серед іншого, підкреслюється важливість практичної цінності математики (важливість математичних фактів, які поступаються по своїй постійній застосовності лише одній рідній мові) та, наголошується, що головне – це математика як спосіб мислення [2].

Відносно рівноцінний підхід до аналізу предмета математичної науки та її “шкільної проекції” пропонує М.А.Родіонов [3]. Цей підхід припускає виділення деяких наскрізних ліній, що знаходять певне вираження в логічній діяльності на будь-якому якісному рівні її реалізації та які одночасно в сукупності достатньо адекватно її характеризують (як в об’єктивному, так і в суб’єктивному – учбовому плані). В згаданому вище дослідженні ці лінії представлені у вигляді семіотичного, формально-логічного, практичного, евристичного та естетичного аспектів.

Сьогодні аналіз вказаних аспектів математики, на нашу думку, набув особливого значення. Це зумовлено, з одного боку, зростанням уваги держави до рівня освіти в країні, зокрема, математичної, та зацікавленості в розкритті потенціалу кожної особистості. З другого боку, за свідченням вчителів, має місце зменшення інтересу в учнів до вивчення математики і як наслідок – зниження рівня їх математичних знань, вмінь та навичок. У зв’язку із сказаним, нас цікавить шкільний курс *стереометрії*.

Основними завданнями реалізації змісту стереометрії, як вказано в Державному стандарті базової і повної середньої освіти [4], є вивчення просторових фігур, розвиток просторових уявлень та уяви, розширення і поглиблення відомостей про геометричні величини та уявлення про математику як елемент загальнолюдської культури, про застосування її в практичній діяльності, різних галузях науки. Таким чином, підкреслюється важливість геометрії як системи певних фактів та способу діяльності.

Подібним чином визначав суть геометрії німецький педагог Генріх Кемпінський [5], який писав, що геометрія має своїм предметом просторові форми, але вона хоче не тільки спонукати дух сприйняти ці форми для збереження їх в пам’яті. Геометрія прагне до того, щоб утворювалось мислене сприйняття даних в просторі форм. Мислити – це означає пов’я-

зувати з чим-небудь. Отже, мислено сприймати просторові форми – це значить зв'язувати їх з чим-небудь.

Дослідженням різних сторін проблеми сприйняття стереометричного матеріалу та його прикладної орієнтації займалось багато науковців. Зокрема, відзначимо роботи О.Д.Александрова, О.М.Астряба, І.К.Бекбоєва, Н.М.Бескіна, Г.П.Бевза, А.Р.Кулішера, А.М.Колдашева, Г.І.Лернера, В.Є.Михайленко, З.П.Мотової, Я.І.Перельмана, Л.В.Тарасова, В.О.Тадеева, Дж. В.А.Юнга та ін. Практичні та теоретичні здобутки цих авторів є значними, проте все ж залишаються невисвітленими частина питань, що стосуються потенціалу стереометрії стосовно засобів реалізації прикладної спрямованості та аналізу зв'язку геометричної форми з її сприйняттям.

Отже, завданнями статті є: 1) розкрити прикладний потенціал шкільного курсу стереометрії; 2) висвітлити значення естетичної складової для розвитку просторової уяви та формування просторових уявлень учнів; 3) показати значення оригамі як засобу навчання для реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії.

Стереометрію можна вважати певною знаково-символьною системою, що містить інформацію про геометричні фігури та їх відношення в просторі, які в свою чергу є моделями реальних об'єктів. Складність та багатогранність об'єктів стереометрії зумовлюють відповідний рівень геометричної мови і труднощі сприйняття та опанування стереометричними знаннями, вміннями та навичками. Прикладний характер тут ми вбачаємо в його зв'язку із реальністю, що створює необхідні мотиви пізнавальної діяльності (для учнів).

Дедуктивна лінія шкільного предмета стереометрії вказує на спосіб побудови його змісту та підкреслює дискурсивний стиль всіх положень теорії та практики. Таким чином, вивчення стереометрії у такий спосіб утворює передумови для перенесення набутих навичок та вмінь логічного мислення для

застосування, наприклад, в учбовій, трудовій діяльності.

Стрижнем прикладного аспекту ми вважаємо його *практичну* лінію. Вона несе в собі ідею моделювання, тобто, можливість розв'язувати прикладні проблеми (в цьому ми вбачаємо її прикладну суть).

Однією із найбільш суттєвих особливостей математики, зокрема, стереометрії, являється її величезний інтелектуальний потенціал. *Евристична* лінія стереометрії виражається у вигляді творчого стилю учбової діяльності під час її вивчення (висування гіпотез, розвиток інтуїції, використання узагальнень, аналогій у розумовій діяльності тощо). Всі вказані елементи є запорукою успішної діяльності в майбутньому, тому їх теж будемо вважати прикладними елементами.

Незаперечним фактом є яскраво виражений *естетичний* потенціал математики взагалі, зокрема, стереометрії. Міркування з цього приводу можна знайти в багатьох науково-методичних працях, наприклад, в роботі [3]. Ми спробуємо показати іншу грань вказаної сторони стереометрії. *Розглянемо естетику її геометричних форм з точки зору доцільності та окреслимо умови, за яких дані форми найкраще сприймаються.*

Геометричні форми, які становлять предмет стереометрії, можна віднести і до предмету естетики (“естетичний” в перекладі із грецького означає “стосовний до чуттєвого сприйняття”). На нашу думку, естетичність просторових форм пов'язана ще й з їх відношенням до руху. Як писав відомий філософ XVIII століття Мозес Мендельсон, неясні, розпливчасті уявлення про щось красиве найчастіше пов'язують з рухом [9]. Зокрема, в трактаті “Аналіз краси” видатного англійського художника Вільяма Хогарта, як *символ краси зображено піраміду*, всередині якої розміщується *просторова лінія*, яка уявно “обвивається навколо витонченої, різноманітної фігури *конуса*” [9]. Таке зображення зумовлено тим, що немає такої форми, яка б виражала рух краще, ніж

полум'я або вогонь, який, на думку Аристотеля та інших філософів, являється найбільш діяльним із всіх інших елементів. Тому форма полум'я найбільш придатна для зображення руху. Полум'я має форму конуса або вістря, яким він ніби розсікає повітря, щоб піднятися в свою, властиву йому сферу [9]. Схоже до вогню і зображення піраміди (піраміду іноді навіть називали “вогненне тіло”).

Проведемо далі аналіз зв'язку геометричних форм із рухом. З чим пов'язані просторові форми? Перш за все – одна з одною. Так лінії пов'язані з поверхнями, поверхні – з тілами, лінії, поверхні, тіла зв'язуються одне з одним і т.ін. Цим невичерпним багатством відношень займається стереометрія (теоретична).

Але оскільки просторові форми втілені в оточуючій нас дійсності, то існують ще й інші різні відношення. Вони складають матеріал розширеної, прикладної частини стереометрії. Як відомо, речі навколишнього світу отримали свій образ або від природи, або від руки людини. Таким чином, вони мають причину виникнення. Якщо вони пов'язані з речами природи, то виникли дякуючи законам природи. Якщо ми знаходимо їх у предметів, що вийшли із рук людини, то вони мають причиною виникнення наміри людини, тобто, доцільність або естетичні причини. Всі просторові форми мають відношення до руху. Вони хоч і нерухомі, проте жодна не виникла без руху. Крім того, дякуючи руху, всі просторові форми знаходяться між собою в тісному зв'язку. Просторові форми пов'язані також із процесом їх сприйняття. Розуміння просторових форм, наприклад, доступне людині за допомогою зору (згадаємо, що, наприклад, величина просторових форм змінюється залежно від положення очей відносно цих форм). Ці міркування ми приводимо з роботи [5], яка вийшла ще в 1925 році. Вони підтверджують думку про взаємозв'язок геометричних форм та руху.

Схожу інформацію містить змістовна науково-методична робота Г.Д.Глейзера [6]. Як відомо, природу сприйняття і

уявлень (в тому числі і просторових) вперше науково розкрили великі вчені-фізіологи І.М.Сеченов і І.П.Павлов. І.М.Сеченов розкрив механізм сприйняття форми предмета за допомогою різних органів відчуттів, причому він підкреслив величезну пізнавальну роль *руки та ока*. Численні дослідження показують, що для формування геометричних уявлень перш за все необхідне накопичування багатьох конкретних уявлень *про предмети та явища реального світу*. Л.А.Шифман, Л.І.Котлярова, Л.М.Веккер встановили, що активний дотик (рукою, яка рухається, маніпулює) являється ефективним засобом утворення сприйняття, адекватним предмету. Вказані автори прийшли до висновку, що рух – ведучий фактор у формуванні образу уявлення. Б.Г.Ананьєв встановив, що співвідношення тактильних та кінестетичних відчуттів в обох руках нерівне: домінуючим в тактильному комплексі правої руки являється кінестетичне відчуття, лівої – тактильне (що було пояснено парною роботою обох півкуль, індуктивними відношеннями між ними). Тому при оперуванні з моделями геометричних фігур в учбовому процесі доцільно рекомендувати учням тримати модель в лівій руці, а елементи фігури вищелювати правою рукою.

Доцільно, на нашу думку, навести аналогічні міркування з інших досліджень, наприклад, з праць А.М.Леонтьєва [7]. Як пише автор, рух, здійснюючи практичний контакт, “реальну зустріч” руки із зовнішнім об'єктом, необхідно підкоряється його властивостям. Обмацуючи предмет, рука рухається за його обрисами і відтворює його величину, контур та за допомогою сигналів, які йдуть від її рухового апарату, формує їх зліпок у мозку. Слушно буде зауважити, що І.М.Сеченов подібним чином уявляв собі роботу і зорового апарату. Однак зауважував: “Сетчатка обученого глаза – это, собственно говоря, сетчатка глаза, первоначально научившегося у руки” [7], оскільки на відміну від процесу контактної рецепції форми, величини і відстані, яка здійснюється в

русі, процес дистантної рецепції жорстко об'єктом не визначається та не контролюється (сам об'єкт не чинить фізичного опору руху ока).

Отже, всі геометричні об'єкти (природні та ті, що створені людиною) виникли в русі. Аналогічну природу мають їх моделі, вивченням яких займається стереометрія. Таки чином, логічно зробити висновок, що для формування необхідних геометричних уявлень, а, отже, і розвитку просторової уяви, потрібні такі засоби навчання, які будуть враховувати зазначений принцип. Одним із таких засобів можна вважати використання в навчальному процесі виготовлення моделей геометричних тіл та їх комбінацій за допомогою мистецтва *орігамі*.

Орігамі - це створення просторових форм із листка паперу (найчастіше квадратної форми) без допомоги клею та ножиців (це класичне орігамі). Термін "*орігамі*" складено із двох японських слів: "*орі*" – складений, "*камі*" – папір, і може бути переведеним як складений папір. Батьківщиною мистецтва складання вважають Японію. Орігамі в Японії веде початок, приблизно від 794 року.

Серед любителів орігамі можна відзначити Леонардо да Вінчі, автора "Аліси в країні чудес" Льюїса Керрола, знав елементи цього мистецтва Лев Толстой. Потрібно також згадати і Фрідріха Фрєбеля, відомого німецького педагога, який організував перші дитсадочки. Саме він вперше почав пропагувати складання з паперу як *дидактичний прийом* для пояснення дітям деяких простих правил геометрії. В цьому напрямі відомі також роботи індуса Роу Сундара ("Геометричні вправи з листом паперу") та Г. і Д. Юнг ("Перша книжка з геометрії"). Справжній бурхливий розвиток орігамі почався після Другої світової війни, завдяки зусиллям всесвітньо визнаного майстра, професора орігамі Акіри Йошизави.

Центри орігамі існують зараз в 26 країнах світу, найбільші з них знаходяться в Японії, Америці, Франції, Польщі, Росії. Як один із напрямків

діяльності центрів – використання орігамі в навчальному процесі. Ця робота активно ведеться. Союз орігамі та навчання дійсно містить великі можливості і дає результати щодо покращення якості освіти. Як стверджують орігамісти, чимало понять шкільної геометрії більш наочно і простіше пояснюються за допомогою орігамі. Сучасні орігамісти – Коджи Фушими, Тошіє Такахама, Куніхіко Касахара та ін. вважають, що орігамі може стати важливим матеріалом під час вивчення геометрії.

У Росії своєрідним центром мистецтва квадратоскладання в навчальній діяльності є Омський державний університет. Завдяки діяльності його викладачів, орігамі використовується під час навчання математики, іноземної та рідної мови, літератури як в самому університеті, так і інших загальноосвітніх закладах міста. Стосовно орігамі та геометрії, цікавими є статті І.А.Круглової, Є.Р.Отто, І.К.Жинеренко. Особливу увагу в цьому напрямку заслуговують роботи С.Н.Белім та С.Б.Белім. Ними, на основі власного досвіду, видано науково-методичні посібники.

В Україні, на жаль, не існує центра орігамі, а є лише окремі громадські організації, які займаються, поряд з іншою діяльністю, популяризацією орігамі. При чому, орігамі розглядається, в основному, як декоративно-прикладне мистецтво. Дизайнерські можливості орігамі дійсно невичерпні. Великі резерви (частина їх вже втілено в Америці, Японії тощо) має орігамі і стосовно промислового використання. Що стосується прикладання орігамі в Україні для покращення освіти, то робота в цьому напрямку, почалась зовсім недавно. Подібні дослідження, наприклад, ведуться в Полтаві викладачем математики М.Г.Єрьоменко.

На наш погляд, орігамі можна і потрібно використовувати для вивчення стереометрії. Більше того, орігамі є дієвим засобом прикладної спрямованості. Приведемо на доведення аргументи, які з'явилися

у вчителів, які вже використовують елементи орігамі. Орігамі реалізує принцип наочності у навчанні; розвиває просторову уяву (вміння розглянути об'єкт з різних точок зору являється основним під час розв'язування не лише геометричних, але і різних практичних задач); вносить елементи творчості; формує точність, акуратність; дозволяє проводити професійну орієнтацію (дизайн, моделювання та ін.).

Хочемо підкреслити, що для виготовлення фігур вказаним способом важливим є не лише сам продукт - створена *модель*, а й *процес* її створення. Як відомо, під час малювання, ліплення, ведення записів і т.ін. домінує ведуча рука, тоді як в орігамі задіяні обидві. Тому, за висновками дослідників, така діяльність синхронізує роботу обох півкуль головного мозку. Це являється немаловажним. Пояснимо висловлену думку. В кінці підліткового періоду стає особливо вираженим зсув асиметрії в сторону відносного домінування лівої півкулі [8]. Для лівої півкулі характерною є послідовна обробка інформації, в ній розкривається логіко-знаковий контекст. Для правої півкулі характерним являється моментальне "схоплення" об'єкта, в ній розкривається образний контекст. Забезпечення узгодженої їх роботи дозволить розв'язати значну частину завдань, які ставляться перед школою [4].

Проблема зв'язку орігамі з активністю мозку вивчена ще недостатньо. Першими, хто на професійному рівні зайнявся вивченням цієї проблеми, є Катерина та Юрій Шумакови. На цю тему ними була зроблена доповідь в 1999 році на міжнародній науковій конференції психологів та

медиків, що проходила в Ростові-на-Дону. В цій доповіді, як і статтях Дутко С.Н., Сухарева А.І та Сухаревої А.П. про розвиток сприйняття дітей засобами орігамі зроблені, на підставі проведених досліджень, висновки, що заняття орігамі розвивають наступні психічні процеси: *сприйняття* (цілісність та структурність образу); *увага* (концентрація та сталість); *пам'ять* (зорова та кінетична); *мислення* (*просторове, креативне*). Заслужує на увагу і той факт, що заняття орігамі викликають в учнів *позитивні емоції*: інтерес та поживлення.

1. Поляков С.Н. О значении математики как основы мышления и общего образования. – Сергиев Посад. Моск. губ., изд. кн. маг. М.С. Елова., 1914. – 56с.

2. Юнг Дж. В.А. Как преподавать математику. – Москва - Петроград, Гос. изд-во., 1923. – 302с.

3. Родионов М.А. Мотивация учения математике и пути ее формирования. – Саранск: Изд-во МГПУ им. М.Е.Евсевьева, 2001 – 253с.

4. Державний стандарт базової і повної середньої освіти // Математика в школі. – 2004.- №2. - С.2-5.

5. Кемпинский Г. Жизненная геометрия. – М., «Работник», 1925. – 180с.

6. Глейзер Г.Д. Развитие пространственных представлений школьников при обучении геометрии. – М.: Педагогика, 1978. – 104с.

7. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. – М., Изд-во Московского ун-та, 1972. – 576с.

8. Ротенберг В.С., Бондаренко С.М. Мозг. Обучение. Здоровье. – М.: Просвещение, 1989. – 239с.

9. Хогарт В. Анализ красоты. – Л.-М.: Гос. изд-во «Искусство», 1958. – 338с.

Summary. The applied potential of stereometry is revealed and the possibility of using origami as one of means of the stereometry applied trend.

Надійшла до редакції 28.04.2004 р

ГРАНИЧНИЙ ПЕРЕХІД В ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧАХ

М.В. Босовський,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького

У статті йдеться про застосування граничного перетворення на геометричні фігури. Ці дослідження допоможуть учням сформулювати пізнавальний інтерес до геометрії, розвинути продуктивне мислення і просторову уяву, розширити уявлення про міжпредметні зв'язки.

Ще з самих витоків математики людина завжди прагнула до вивчення явищ в їх крайніх граничних станах.

Ми знаємо, як відбувається граничний перехід в алгебрі і в фізиці. А як же відбувається граничний перехід в геометрії? Багато фігур схожі між собою, деякі мають однакові властивості. А чи не пов'язано це з граничним переходом? Як переходить одна фігура в іншу при зміні певного елемента вихідної фігури? Цим питанням і присвячена дана стаття.

Граничне перетворення математичного об'єкта приводить до виникнення у нього системи властивостей, які збігаються з системою властивостей якого-небудь іншого математичного об'єкта, зокрема, початкового. Тому таке перетворення можна вважати окремим видом аналогії.

Ряд вітчизняних та зарубіжних вчених (Д. Пойа, Ю.М. Колягін, А.А.Столяр, Л.М. Фрідман, Г.Д.Балк, А.І.Жохов, та ін.) в своїх працях звертались до розгляду питання про аналогії. Ними отриманий ряд важливих результатів. Однак аналіз науково-методичної літератури показує, що поняття граничних перетворень геометричних фігур майже не досліджувалось.

Оскільки в курсі геометрії ми розглядаємо геометричні фігури, їх властивості та співвідношення, тому необхідно показати, що ми розуміємо під граничним перетворенням геометричних фігур.

Ми вважаємо, що виникнення задач, умови яких припускають зміни елементів розглядуваної фігури, примушує аналізувати результат при різних станах вихідного об'єкта, а це позитивно впливає на розвиток продуктивного і логічного мислення.

Практика показує, що дати строге означення граничним перетворенням геометричних фігур, не є можливим [1, 2, 3, 4]. Це пов'язано з тим, що, в залежності від умови задачі, в результаті перетворень ми можемо отримати різні об'єкти, а відповідно, і різні відповіді. Розглянемо це на таких прикладах.

Задача 1. Дано трапецію $ABCD$ (рис.1а). Яка буде отримуватися геометрична фігура, якщо довжина основи BC трапеції $ABCD$ прямує до нуля, а відстані між точками A , B і D не змінюються?

Розв'язання. Граничне перетворення, яке описане в умові задачі, припускає зміну трапеції наступним чином: точки A , B і D не змінюють свого положення, точка C рухається по прямій BC до точки B . У результаті отримуємо трикутник $A'B'D'$ (рис. 1б).

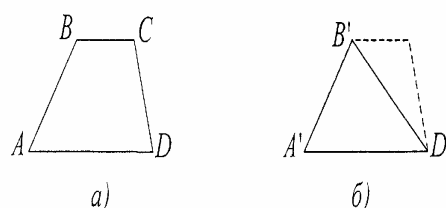


Рис.1

Організовуючи навчальну діяльність при розв'язуванні перших задач вказаного типу, ми реалізуємо синтетичний метод пошуку відповіді на запитання задачі. При цьому доцільно використовувати метод евристичної бесіди у формі діалогу, оскільки раніше учні (студенти) зустрічалися із задачами, які передбачають динаміку в умові, а відповідно і в рисунку до них. При виконанні рисунка корисно пропонувати структуровані приписи.

Задача 2. Дано трапецію $ABCD$ (рис.1а). Яка буде отримуватися геометрична фігура, якщо точка B змінює своє положення (довжина однієї з основ трапеції прямує до нуля)?

Ті, хто навчаються, шукають відповідь до даної задачі, порівнюючи її з раніш розв'язаною, що буде корисно для формування у них вміння аналізувати умову задачі. На нашу думку, найбільш поширеними розв'язками будуть такі, коли або точка C прямує до фіксованої точки B , або точка B прямує до фіксованої точки C , або точки B і C збігаються до деякої точки, яка лежить на відрізку BC .

Якщо інших варіантів не запропоновано, необхідно "підвести" учнів до знаходження таких варіантів. Цьому сприятиме система допоміжних запитань, наприклад, таких:

- Чи буде довжина відрізка BC прямувати до нуля, якщо точки B і C прямують до деякої точки цього ж відрізка (рис. 2а)?

- Чи буде довжина відрізка BC прямувати до нуля, якщо точки B і C прямують до деякої точки прямої BC ($\triangle ADM$ на рис.2б)?

- Чи буде довжина відрізка BC прямувати до нуля, якщо точки B і C прямують до деякої точки площини, яка не лежить на відрізку BC ($\triangle ADN$, $\triangle ADK$ на рис.2б)?

- Чи не виникає суперечність з умовою задачі між тим розв'язком, який відповідає випадку, коли точки B і C збігаються деякою точкою відрізка AD (рис.2в)?

- Що відбувається при даному граничному перетворенні зі стороною AD трапеції $ABCD$?

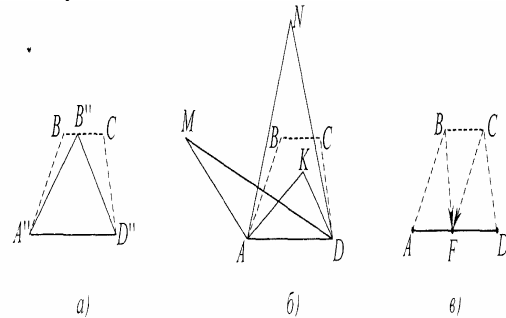


Рис. 2

Підводячи підсумок розгляду різних випадків, корисно запропонувати учням самостійно змінювати умову задачі так, щоб описане ними граничне перетворення приводило до єдиної відповіді.

Як видно з наведених прикладів, при прямованні точки B до точки C , або до деякої точки площини, ми отримували різні відповіді. І це показує, що результат перетворення залежить від тих умов, які розглядаються у формулюванні задачі. На даних прикладах ми намагались показати, що неможливо дати таке означення поняттю граничного перетворення геометричних фігур, спираючись на яке, можна було б однозначно вказувати той об'єкт, який повинен отримуватись внаслідок застосування такого перетворення.

Дамо наступне тлумачення граничного перетворення геометричної фігури.

Під граничним перетворенням геометричної фігури Φ , що переводить її у фігуру Φ' , будемо розуміти таке перетворення початкової фігури, при якому внаслідок заміни величин деяких елементів фігури Φ їх граничним значенням отримуємо фігуру Φ' . Граничні значення визначаються з умови кожної конкретної задачі. Зробимо два зауваження.

1. Ми дали загальне розуміння граничного перетворення геометричних фігур. Намагаючись уточнити його шляхом опису граничних перетворень конкретних геометричних фігур, ми

прийшли до висновку, що в даному випадку прийдеться дати означення граничних перетворень практично для кожної задачі. А це не є доцільним. Тому при розв'язуванні задач, пов'язаних з граничними перетвореннями, ми виділяємо типові випадки, які можуть виникнути під час аналізу та розв'язування таких задач.

2. Можна відмітити, що абсолютна більшість означень математичних понять наведені в шкільному підручнику “логічно суцільно”. Однак за цією формою означення учень не бачить процедуру отримання поняття. Враховуючи це, ми не давали строго означення поняттю граничного перетворення, а спиралися на його інтуїтивне розуміння. Це також пов'язано з тим, що:

а) запропонована нами методика будується не на дедуктивній основі, а на конкретно-індуктивній, і такий підхід не потребує, в кінцевому рахунку, строгого означення поняття, яке вводили;

б) граничне перетворення є не ціллю вивчення, а тим засобом, за допомогою якого ми навчаємо учнів;

в) в умові задач описуються перетворення, здійснення яких приводить до однозначного результату, якщо ж відсутність строгого означення граничного перетворення призводить до неоднозначної відповіді, то це компенсується тим, що проводиться аналіз умови задач, в ході якого відкриваються можливі результати граничних перетворень.

Наприклад, можна говорити про граничне перетворення між прямокутним паралелепіпедом і прямокутником, якщо висоту (довжину або ширину) прямокутного паралелепіпеда спрямувати до нуля. Тоді більшість елементів прямокутника можна розглядати як проекції їх стереометричних аналогів. Наприклад, діагональ прямокутника є проекцією діагоналі прямокутного паралелепіпеда; центр симетрії прямокутника збігається з центом симетрії прямокутного паралелепіпеда і т.д.

Методи розв'язування багатьох стереометричних задач, що стосуються прямокутного паралелепіпеда, дуже часто співпадають з методами розв'язування планіметричних задач, що стосуються прямокутника. Наприклад, визначивши умову, при якій в прямокутник можна вписати коло, встановлюємо, що схожа стереометрична задача розв'язується аналогічно.

Взагалі можливі три випадки попарного розгляду стереометричних і планіметричних об'єктів, а саме: або два об'єкти – планіметричні, або обидва – стереометричні, або один відноситься до планіметрії, а другий до стереометрії. Відтак можна виділити різні види граничних перетворень.

Граничний перехід між двома об'єктами назовемо *внутрішнім*, якщо обидва об'єкти є або планіметричними, або стереометричними.

Якщо один з об'єктів є планіметричним, а другий – стереометричним, то граничний перехід між ними назовемо *зовнішнім*.

Таким чином, граничний перехід між прямокутником та прямокутним паралелепіпедом, вихідними властивостями прямокутного паралелепіпеда та отриманими властивостями прямокутника буде зовнішнім. А внутрішнім граничний перехід буде, наприклад, між середньою лінією трапеції та середньою лінією трикутника, тетраедром та тригранним кутом і т. д.

Оскільки у шкільному курсі геометрії поняття граничного перетворення відсутнє, то необхідні задачі, в ході виконання яких буде проходити ознайомлення учнів з цим видом перетворення. Виділяємо задачі, в яких розглядаються граничні перетворення геометричних фігур, зв'язаних з перетворенням довжин відрізків, площ фігур, об'ємів тіл, величин кутів. А також ми виділяємо такі типи задач, в яких:

- 1) розглядаються граничні перетворення комбінації геометричних фігур;
- 2) показується можливість застосування

однакових граничних перетворень до різних геометричних об'єктів;
3) показується можливість застосування різних граничних перетворень до одних і тих же геометричних об'єктів;
4) показується існування зв'язку між деякими граничними перетвореннями геометричних фігур і відповідними перетвореннями формул, які відносяться до цих фігур.

У статті ми розглянули граничне перетворення геометричних фігур, що пов'язано з рядом причин.

По-перше, людина завжди прагне до вивчення явищ в їх крайніх, граничних станах.

По друге, граничне перетворення фігур вводить в геометрію динамічність. Як показує аналіз шкільних і вузівських підручників, більшість геометричних задач припускає знаходження невідомого в фігурах, які мають жорстку конструкцію, або доведення таких фактів, на які не впливає розташування елементів, описаних в умові задачі. Виникнення ж задач, умови яких припускають зміни розглядуваної фігури, змушує аналізувати результат (слідкувати за відповіддю) при різних станах вихідного об'єкта, а це позитивно відбивається на розвитку продуктивного мислення школярів.

По-третє, „бачення” подумки фігур, що змінюються, або їх елементів позитивно відбивається на розвитку просторового мислення, формування

якого є однією з найважливіших задач курсу геометрії.

По-четверте, на нашу думку, граничні перетворення геометричних фігур, а також, пов'язані з ними перетворення формул сприяють розвитку інтересу до геометрії.

По-п'яте, включення у процес вивчення геометрії задач, які припускають використання граничних перетворень, дозволяє: а) переносити методи розв'язування одних задач на інші; б) складати задачі, використовуючи вже відомі.

Це в свою чергу забезпечує реалізацію міжпредметних зв'язків в процесі вивчення не тільки геометрії але й шкільного курсу математики в цілому.

1. Александров А.Д. Геометрия 10-11: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики / А.Д.Александров, А.Л.Вернер, В.И.Рыжик – М.: Просвещение, 1994. – 464 с.

2. Бурда М.І. Геометрія: Підруч. для 8-9 кл. з поглиб. вивченням математики / М.І.Бурда, Л.М.Савченко. – К.: Освіта, 1998. – 238 с.

3. Геометрія: Підручник для 10-11 кл. з поглибленим вивченням математики в середніх заг. осв. закл./Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владіміров В.М., Владімірова Н.Г. – К. "Освіта", 2000.

4. Погорєлов О.В. Геометрія: Підручн. Для 7-11кл. серед. шк.- К.Освіта, 1992.

Summary. At this article we have studied the usage of the limit transformation of geometrical figures. This research will help the students to form the interest for the geometry, to develop productive thinking and space imagination to enlarge the understanding of links between subjects.

Надійшла до редакції 28.09.2004 р.

Наукове видання

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ РОБІТ

Випуск 22

Рекомендовано до друку вченою радою Донецького національного
університету 26.11.2004 (протокол № 9)

Редакція збірника:

Науковий редактор – канд. пед. наук, доц. Скафа Олена Іванівна.
Тел.: (38)-(0622)-919244 (р.) (38)-(062)-3312429 (д.), код для СНД (062).
E-mail: skafa@skif.net

Технічний редактор – Гончарова І.В.
Комп'ютерна верстка – Гончарова І.В.
Художнє оформлення – Селявкіна Ю.

Відповідальний секретар – ст. викл.
Хорольська Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(0622)-992375 (р.),
(38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: Horol@bio.donetsk.ua

Адреса редакції збірника: Кафедра вищої математики та методики викладання
математики. Донецький національний університет, вул. Університетська, 24,
Донецьк, 83055, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:
Хорольській О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Підписано до друку 28.11.2004 р. Формат 60х90/16. Папір типографський. Друк
Офсетний. Умовн. друк. арк. 14,8. Тираж 300 прим. Замовлення № 699

Видавництво Донецької фірми наукоємних технологій НАН України (Фірма ТЕАН)
Україна, 83050, Донецьк, а/я 435. **E-mail:** tean@an.dn.ua

Надруковано в типографії ООО "Норд Комп'ютер" на цифрових
лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.
Адреса: Донецьк, 6, б.Пушкіна, 23. Тел. (062) 337 43 06