випуск 40

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:

проблеми і дослідження

міжнародний збірник наукових робіт

Ювілейний випуск присвячено 20-річчю збірника

2013

Міжнародний збірник наукових робіт
Международный сборник научных работ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблеми і дослідження

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

Випуск 40

<u>Засновники:</u>

Донецький національний університет

Інститут педагогіки Національної академії педагогічних наук України

Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова

Донецьк: ДонНУ, 2013

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році.

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу «Педагогічні науки» включено наш збірник наукових робіт «Дидактика математики: проблеми і дослідження» (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання «Евристика та дидактика точних наук» міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 22.11.2013 (протокол № 2)

Д44 **Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт** / редкол.: О. І. Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – Донецьк, 2013. – Вип. 40. – 288 с.

ISSN 2079-9152

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів та студентів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся и студентов.

Свідоцтво про державну реєстрацію
КВ № 15209-3781Р від 30.04.2009

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

International Collection of Scientific Works

DIDACTICS of MATHEMATICS:

Problems and Investigations

Issue # 40

Founders:

Donetsk National University, Ukraine

Pedagogical Institute of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine

Dragomanov National Pedagogical University, Kiev, Ukraine

Donetsk, DonNU, 2013

UDK 51(07)+53(07)
BBK B1 p
Д44

A periodic semiannual edition founded by Professor Yurii Palant in 1993.

Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk National University on 22.11.2013 (minutes # 2)

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. –** Issue # 40. – Donetsk: DonNU, 2013. – 288 p.

ISSN 2079-9152

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

State registration
КВ № 15209-3781Р dated 30.04.2009

UDK 51(07)+53(07)
BBK B1 p

ЗМІСТ

НАУКОВІ ЗАСАДИ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

МЕТОДИЧНА НАУКА – ВЧИТЕЛЮ МАТЕМАТИКИ

Редакція зберігає за собою право на редагування і скорочення статей. Думки авторів не завжди збігаються з точкою зору редакції. За достовірність фактів, цитат, імен, назв та інших відомостей відповідають автори.

CONTENT

Двадцатилетний рубеж и перспективные направления научного издания «ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ»

Е.И.Скафа,
доктор педагог. наук, профессор,
научный редактор сборника,
г. Донецк, УКРАИНА

Подводя в 2008 году итоги пятнадцатилетней работы международного сборника научных работ «Дидактика математики: проблемы и исследования», мы констатировали тот факт, что сборник по праву состоялся как серьезное научно-методическое издание международного уровня[1].

И вот прошли еще пять лет. В этом году мы подошли к двадцатилетнему рубежу существования данного издания. Вышло сорок выпусков, в которых опубликованы научно-методические статьи ученых, аспирантов, преподавателей, учителей и студентов различных регионов Украины и зарубежья…

В научном сборнике «Эвристика и дидактика точных наук» освещались различные проблемы научных исследований в области теории и методики обучения математике, вопросы, связанные с рассмотрением современных тенденций развития методики математики в высшей школе, среди которых особое место занимало использование и разработка эвристических приемов в обучении, стимулирование профессионально-ориентированной деятельности студентов в процессе обучения математическим дисциплинам. Отдельным направлением статей, издаваемых в последние годы, являются работы, посвященные вопросам формирования методических компетентностей будущих учителей математики, то есть готовности и способности работать, используя разнообразные современные дидактические системы и технологии обучения математике. Кроме того, большим блоком в сборнике выделяются частные методические проблемы преподавания математики, как в высшей школе, так и общеобразовательной, и профильной школе.

Исходя из сложившихся направлений статей, публикуемых в сборнике, с данного сорокового выпуска мы вводим следующие рубрики:

- МЕТОДОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ У ГАЛУЗІ ТЕОРІЇ ТА МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ (методология научных исследований в области теории и методики обучения математике);
- СУЧАСНІ ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ВИЩІЙ ШКОЛІ (современные тенденции развития методики обучения математике в высшей школе);
- НАУКОВІ ЗАСАДИ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ (научные основы подготовки будущего учителя математики);
- МЕТОДИЧНА НАУКА – ВЧИТЕЛЮ МАТЕМАТИКИ (методическая наука – учителю математики).

[1] Скафа Е.И. Проблематика научно-методических публикаций в области теории и методики обучения математике (пятнадцатилетний рубеж работы редакции международного сборника научных работ «Дидактика математики: проблемы и исследования») / Е.И.Скафа, Е.В.Тимошенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О. І. Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – Донецьк, 2013. – Вип. 30. – С. 7–15.

Обсуждения данных направлений на страницах «Дидактики математики…» привлекают внимание исследователей не только различных регионов Украины, но и других стран мира.

В сборнике печатаются работы авторов из Белоруссии, Болгарии, Греции, Грузии, Израиля, Польши, России, Румынии, США, Эстонии.

Публикуемые статьи отличаются не только географическим разнообразием местожительства авторов, но и спецификой научно-методических направлений, что позволило значительно расширить редакционную коллегию и редакционный совет издания.

В настоящее время в редакционный совет и коллегию сборника научных работ входят известные ученые-методисты различных высших учебных заведений Украины и зарубежья, а именно: **Е.И.Скафа,** доктор пед. наук, проф., научный редактор, **Г.В.Горр,** доктор физ.-мат. наук, проф., **А.Г.Кучерявый,** доктор пед. наук, проф., **Н.Н.Лосева,** доктор пед. наук, проф., **И.В.Гончарова,** канд. пед. наук, доцент, **Е.В.Тимошенко,** канд. пед. наук, ответственный секретарь (*Донецкий национальный университет, Донецк,* **УКРАИНА***)*; **Н.В.Працевитый,** доктор физ.-мат. наук, проф., **В.Г.Бевз,** доктор пед. наук, проф., **В.А.Швец,** канд. пед. наук, проф. *(Национальный педагогический университет им. М.П.Драгоманова, Киев,* **УКРАИНА***)*; **М.И.Бурда,** действительный член НАПН Украины, доктор пед. наук, проф., **Ю.И.Малёваный,** чл.-кор. НАПН Украины, канд. пед. наук, **Т.Н.Хмара,** канд. пед. наук, ст. науч. сотрудник (*Институт педагогики НАПН Украины, Киев,* **УКРАИНА***)*; **Н.Я.Игнатенко**, доктор пед. наук, проф. (*Республиканський ВУЗ „Крымский гуманитарный университет”, Ялта,* **УКРАИНА***)*; **В.И.Клочко**, доктор пед. наук, проф. *(Винницкий национальный технический университет, Винница,* **УКРАИНА***)*; **Н.А.Тарасенкова**, доктор пед. наук, проф.*(Черкасский национальный университет, Черкассы,* **УКРАИНА***)*; **В.А.Гусев,** доктор пед. наук, проф.*(Московский государственный педагогический университет,* **РОССИЯ**); **И.А.Новик,** действительный член БАО, доктор пед. наук, проф. *(Государственный педагогический университет, Минск,* **БЕЛОРУССИЯ**); **Й.Иванов,** канд. пед. наук, доцент (*Шуменский университет им. Эпископа К.Преславского,* **БОЛГАРИЯ**); В.Б.Милушев, доктор пед. наук, проф. (*Пловдивский университет им. П.Хилендарского, Пловдив,* **БОЛГАРИЯ**); **И.Субботин**, доктор физ.-мат. наук, проф. (*Национальный университет, Лос-Анджелес,* **США**); **П.Самовол,** канд. пед. наук, проф. *(Бен-Гурионский университет, Беер-Шева,* **ИЗРАИЛЬ***)*.

МЫ БЛАГОДАРНЫ ЧЛЕНАМ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ И РЕДАКЦИОННОГО СОВЕТА НАУЧНОГО СБОРНИКА ЗА ПРЕДОСТАВЛЕННЫЕ МНОГИМИ ИЗ НИХ НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ СТАТЬИ В ЮБИЛЕЙНЫЙ ВЫПУСК.

Обдумывая выпуск текущего сборника, мы решили подготовить небольшой сюрприз всем читателям. Наиболее достойным научным подарком для исследователей Украины в области педагогики математики, на наш взгляд, является опубликование в этом выпуске статей всех украинских докторов педагогических наук по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения математике.

Проведя соответствующую работу, было выяснено, что на 1 декабря 2013 года Украина представлена семнадцатью докторами педагогических наук по данной специальности, трое из которых защитили диссертации по совокупности двух специальностей – методике математики и методике профессионального образования (13.00.04).

Предлагаем полный список украинских ученых, имеющих докторские степени по теории и методике обучения математике (см. таблицу 1).

К огромному сожалению двух выдающихся ученых-методистов И.Ф.Тесленко и З.И.Слепкань уже нет с нами, но их научные и методические идеи очень помогают и сегодня проводить исследования в области методики математики, преподавать в школе и вузе математику.

Таблица 1

Список докторов педагогических наук по специальности 13.00.02 в Украине

№	*Ф.И.О.*	*Год защиты*	*Шифр специальности*	*Тема диссертации* (*тема написана на языке оригинала*)
1.	**Тесленко** Иван Федорович	1969	13.00.02 + 13.00.04	Педагогические основы преподавания геометрии в школе
2.	**Слепкань** Зинаида Ивановна	1987	13.00.02	Методическая система реализации развивающей функции обучения математике в средней школе
3.	**Бурда** Михаил Иванович	1994	13.00.02	Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи
4.	**Шунда** Никифор Николаевич	1996	13.00.02 + 13.00.04	Формування знань про елементарні функції у професійній підготовці вчителя математики
5.	**Игнатенко** Николай Яковлевич	1997	13.00.02	Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики
6.	**Крылова** Татьяна Вячеславовна	1999	13.00.02	Наукові основи навчання математики студентів нематематичних спеціальностей (на базі металургійних, енергетичних і електромеханічних спеціальностей вищого закладу технічної освіти)
7.	**Тарасенкова** Нина Анатольевна	2004	13.00.02	Теоретико-методичні основи використання знаково-символьних засобів у навчанні математики учнів основної школи
8.	**Спиваковский** Александр Владимирович	2004	13.00.02	Теоретико-методичні основи навчання вищої математики майбутніх учителів математики з використанням інформаційних технологій
9.	**Скафа** Елена Ивановна	2004	13.00.02	Теоретико-методичні основи формування прийомів евристичної діяльності в процесі вивчення математики в умовах впровадження сучасних технологій навчання

10.	**Бевз** Валентина Григорьевна	2007	13.00.02	Історія математики як інтеграційна основа навчання предметів математичного циклу у фаховій підготовці майбутніх учителів
11.	**Скворцова** Светлана Алексеевна	2008	13.00.02	Методична система навчання учнів початкових класів розв'язування сюжетних математичних задач
12.	**Власенко** Екатерина Владимировна	2011	13.00.02	Теоретико-методичні засади навчання вищої математики майбутніх інженерів-машинобудівників з використанням інформаційних технологій
13.	**Чашечникова** Ольга Серафимовна	2011	13.00.02	Теоретико-методичні основи формування і розвитку творчого мислення учнів в умовах диференційованого навчання математики
14.	**Лодатко** Евгений Александрович	2012	13.00.02 + 13.00.04	Теорія і практика розвитку математичної культури вчителя початкових класів
15.	**Евсеева** Елена Геннадиевна	2013	13.00.02	Проектування і організація навчання математики студентів вищих технічних навчальних закладів на засадах діяльнісного підходу
16.	**Ленчук** Иван Григорьевич	2013	13.00.02	Теоретико-методична система навчання евклідової геометрії майбутніх учителів на основі конструктивного підходу
17.	**Акуленко** Ирина Анатольевна	2013	13.00.02	Теоретико-методичні засади формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики профільної школи

В этом выпуске международного сборника научных работ «Дидактика математики: проблемы и исследования» в представленных рубриках вы обязательно найдете статьи вышеперечисленных ученых Украины.

Желаем всем авторам, публикуемым свои научные разработки на страницах сборника, творческого вдохновения и новых актуальных исследований.

МЕТОДОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ У ГАЛУЗІ ТЕОРІЇ ТА МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

МАТЕМАТИКА СЕГОДНЯ: ЕЕ РОЛЬ И МЕСТО В ГУМАНИТАРНЫХ НАУКАХ

Н.Я. Игнатенко,
доктор педагог. наук, профессор,
заслуженный работник образования Украины,
заслуженный деятель науки и техники
Автономной республики Крым, УКРАЇНА,
e-mail: 4986798@ukr.net

Висвітлено деякі питання методології математики, її роль та місце в гуманітарній сфері. В роботі розкриті основні два питання: предмет математики. (деякі методологічні проблеми і принципи), а також місце і роль математики в сучасному світі, світовій культурі та історії.

Ключові слова: *методологія математики, предмет математики, математика в гуманітарних науках.*

Постановка проблемы. Вопрос о месте и роли математики в современном мире, в мировой культуре и истории, в том числе и в гуманитарных науках важен, как никогда. Мы живем в век математики. В настоящий момент одни науки уже безоговорочно приняли математику на вооружение, другие только начали ее применять. Гуманитарии, например, относятся к последним. Однако в настоящее время и их большая часть спорит уже не о том, «нужно ли применять», а о том – «где и как лучше применять».

В последнее время практически отсутствуют конкретные публикации, адресованные учителю математики, отображающие место и роль математики в современном мире, в мировой культуре и истории, в том числе и в гуманитарных науках.

Цель работы – *в общедоступной форме (в первую очередь для учителя математики и для гуманитариев) раскрыть следующие вопросы: 1. Предмет математики. Некоторые методологические проблемы и принципы. 2. Место и роль математики в современном мире, мировой культуре и истории, в том числе в гуманитарных науках.*

Изложение материала статьи. В литературе известны два подхода к определению предмета математики. Одно из них было дано Ф. Энгельсом, другое – коллективом французских математиков под общим псевдонимом Н. Бурбаки.

Согласно Ф. Энгельсу, «чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира, стало быть, – весьма реальный материал. Тот факт, что этот материал принимает чрезвычайно абстрактную форму, может лишь слабо затушевывать его происхождение из внешнего мира». Хотя это предложение и нельзя считать полным определением математики, поскольку в нём нет указаний ни на метод, ни на цели изучения математики, тем не менее, оно отражает то, что объект изучения создан умом человека не произвольно, а в связи с реальным миром.

Бурбаки удалось воссоздать «архитектуру единого здания математики» показать, что фундаментом этого здания является понятие множества и структур (алгебраических, порядковых, топологических), а цементирующим средством – основные понятия логики, аксиоматический метод.

Что касается Бурбаки, то он также определяет не математику, а только объекты, которые она исследует. Прежде чем воспроизвести их определение, отметим, что новый подход к объектам исследования в математике связан с «революцией в аксиоматике». Суть ее состоит в переходе от конкретной содержательной аксиоматики к аксиоматике сначала абстрактной, а затем – полностью формализованной.

В конкретной содержательной аксиоматике, подобной аксиоматике Евклида, исходные понятия и аксиомы в качестве интерпретации имеют единственную систему хоть и идеализированных, но вполне конкретных объектов. В противоположность этому абстрактная аксиоматика допускает бесчисленное множество интерпретаций. Формализованная аксиоматика возникает на основе абстрактной и отличается от нее, во-первых, точным заданием правил вывода, во-вторых, вместо содержательных рассуждений она использует язык символов и формул, в результате чего содержательных рассуждения сводятся к преобразованию одних формул в другие, т.е. к особого рода исчислениям. В соответствии с этим одни и те же аксиомы могут описывать свойства и отношения самых различных по своему конкретному содержанию объектов.

Эта фундаментальная идея лежит в основе понятия абстрактной структуры. Н. Бурбаки выделяет три основных типа структур, которые играют наиболее важную роль при построении ими современной математики.

Алгебраические структуры. Примерами таких структур являются группы, кольца и поля. Основные характеристики алгебраической структуры: задание на некотором множестве А конечного числа операций с соответствующими свойствами, описываемых системой аксиом. В качестве элементов множества А могут выступать как математические объекты (числа, матрицы, перемещения, векторы), так и нематематические.

Структуры порядка характеризуются тем, что на рассматриваемом множестве задается отношение порядка (сравнение на числовых множествах), для которого выполняются следующие свойства: рефлексивность, симметричность, транзитивность.

Топологические структуры. Множество *M* обладает топологической структурой, если к каждому его элементу тем или иным способом отнесено семейство подмножеств из *M*, называемых окрестностями этого элемента, причем эти окрестности должны удовлетворять определенным аксиомам (аксиомам топологических структур). С помощью топологических структур точно определяются такие понятия, как «окрестность», «предел», «непрерывность».

Кроме основных трех типов структур (порождающих), в математике приходится рассматривать сложные структуры, где порождающие структуры органически связываются с помощью объединяющей системы аксиом. Например, множество действительных чисел является сложной структурой, в которую одновременно входят три основные порождающие структуры.

Общей чертой различных понятий, объединенных родовым названием «математическая структура» является то, что они применимы к множеству элементов, природа которых не определена. Построить аксиоматическую теорию структуры – это значит вывести логические следствия из аксиом структуры, отказавшись от каких-либо других предложений относительно рассматриваемых элементов, от всяких гипотез относительно их «природы».

На основе сказанного Н. Бурбаки делает вывод: «В своей аксиоматической форме математика представляется скоплением абстрактных форм – математических структур, и оказывается (хотя, по существу, и неизвестно почему), что некоторые аспекты экспериментальной действительности как будто в результате предопределения укладываются в некоторые из этих форм».

Итак, по Н. Бурбаки, математика – это «скопление математических структур», не имеющих к действительности никакого отношения. Следует сказать, что этот взгляд на математику разделялся многими учеными, которые считали, что определение Ф. Энгельса уже устарело.

Сопоставление двух подходов к определению объекта изучения математики можно осуществить только с позиции анализа истории развития математического знания. Академик А.Н.Колмогоров выделил четыре основных периода развития математики.

Период зарождения математики, который продолжался до VI-V вв. до н. э., т. е. до того времени, когда математика становится самостоятельной наукой, имеющей собственный предмет и метод.

Еще за три тысячелетия до новой эры вавилоняне умели решать квадратные уравнения и знали теорему, которая ныне носит название теоремы Пифагора. Древние владели достаточно большим набором не связанных между собой правил и формул для решения многих практических задач: измерение земельных участков, составление календарей, строительство и т.д. К сожалению, до нас не дошли источники, по которым можно было бы судить, каким образом люди получили используемые ими в то время математические сведения.

Второй период развития математики – период элементарной математики: от VI-V вв. до н. э. до XVI в. н. э. включительно. Математика как логический вывод и средство познания природы – творение древних греков (VI-V вв. до н. э.). Не сохранилось документов, которые могли бы рассказать, что заставило древних греков прийти к новому пониманию математики и её роли. А.Н. Колмогоров считает, что изменение характера математической науки можно объяснить более развитой общественно-политической и культурной жизнью греческих государств, характеризовавшейся высоким развитием диалектики, искусством ведения спора. У греков к этому времени сложилось определенное миропонимание того, что Природа устроена рационально, а все ее явления протекают по точному и неизменному плану, который в конечном счете является математическим. Пифагорейцы (VI в. до н. э.) усматривали сущность вещей и явлений в числе и числовых соотношениях. Число для них было первым принципом в описании природы, оно же считалось материей и формой мира. Начала дедуктивного, аксиоматического метода были также заложены древнегреческими математиками.

Первые аксиоматические теории, абстрагированные из конкретных задач, создали необходимые и достаточные предпосылки для осознания самостоятельности и своеобразия математики. Это побудило античных математиков к систематизации и логической последовательности изложения ее основ. К IV в. до н. э. уже были выдвинуты принципы построения дедуктивной науки как логической системы, в основе которой лежат определенные начала – аксиомы. Развитие дедуктивной теории в первую очередь связано с именем Аристотеля (384-322 гг. до н. э.).

Первое же систематизированное дедуктивное изложение математики (геометрии) принадлежит Евклиду (около 300 г. до н. э.). Геометрическая система, известная под названием «Начала» Евклида, была блестящим, непревзойденным в течение свыше двадцати веков (вплоть до XIX века) образцом логической строгости, аксиоматического метода. Хотя на протяжении двух тысячелетий и вскрывались логические пробелы в системе исходных положений Евклида, однако первые реальные успехи в создании аксиом геометрии были достигнуты только к концу XIX века в работах Паша (1882), Пиано (1889), Пиери (1889).

Таким образом, в Древней Греции состоялся постепенный переход от практической геометрии к теоретической.

Третий период – период создания математики переменных величин (XVII, XVIII вв., начало XIX века) – знаменуются введением переменных величин в аналитической геометрии Р. Декарта (1596-1650) и созданием дифференциального и интегрального исчисления в трудах И. Ньютона (1642-1727) и Г. Лейбница (1646-1716). Основными направления научной деятельности Ньютона были физика, механика, астрономия и математика. Математика в системе научных взглядов Ньютона была частью общей науки о природе, орудием физических исследований. Разработанный им метод флюксий служил математическим аппаратом для изучения движения и связанных с ним понятий скорости и ускорения.

Математические работы Лейбница так же тесно были связаны с его философскими воззрениями, в частности с созданием универсального метода научного познания, «всеобщей характеристикой». Математика мыслилась Лейбницем как наука об отражении всевозможных связей, зависимостей элементов, отношений в виде формул, в виде особого исчисления – дифференциального. Основой построения нового исчисления было понятие бесконечно малой величины, которое понималось, прежде всего, на уровне интуитивных представлений.

Несмотря на недостаточно разработанное в школах Ньютона и Лейбница исчисление бесконечно малых величин, оно позволяло решать многие из важнейших задач геометрии, механики, физики и прикладных наук, что лишь во второй половине XIX века, когда была создана теория действительного числа, стало возможным построить все здание математического анализа на строго логической основе.

Приведенное выше высказывание Ф. Энгельса отражает развитие математической науки от ее зарождения до середины XIX века. Основным источником развития математики до этого времени были запросы практики и физики (в основном механики и оптики). Математические теории отражали количественные (метрические) характеристики процессов.

Подход к объектам математического исследования, по Н. Бурбаки, обусловлен четвертым, современным периодом в развитии математики, который начинается со второй половины XIX века. Состояние математики, сложившееся к этому времени, характеризуется следующими особенностями.

Накопленный в XVII и XVIII веках огромный фактический материал, привел к необходимости углубленного логического анализа. Связь математики с естествознанием приобретает все более сложные формы. Новые теории стали возникать не только в результате непосредственных запросов практики, естествознания и техники, но также в связи с внутренними потребностями самой математики. Наиболее важные из них: развитие теории функций, теории групп, связанной с исследованием проблемы разрешимости алгебраических уравнений в радикалах, создание неевклидовых геометрий.

Вторая особенность этого периода развития математики связана со значительным расширением области её приложения. Если до этого математика применялась в таких разделах физики, как механика и оптика, то теперь её результаты находят применение в электродинамике, теории магнетизма, термодинамике. Резко возросли потребности техники в математике: в баллистике, в машиностроении и др.

Третья особенность математики XIX века обусловлена усиленным вниманием к вопросам её обоснования, критического пересмотра её исходных положений (аксиом), построению строгой системы определений и доказательств, а также к критическому рассмотрению логических приёмов, используемых при этих доказательствах.

Революционный переворот во взглядах на математику был связан как раз с проблемами её обоснования, с новым пониманием аксиоматического метода, чему послужило открытие в 1826 году Н.И. Лобачевского (1792-1856) который опроверг пятый постулат Евклида о параллельных прямых («Через точку вне прямой проходит более одной прямой, не пересекающей данную»).

Это развило столь же стройную и богатую содержанием геометрию, как и геометрия Евклида, послужило толчком к изменению взглядов на математику. Сразу же возник вопрос о необходимости обоснования новой геометрии, об исследовании её непротиворечивости (из данной системы аксиом нельзя получить два взаимоисключающих вывода). В этой связи получает дальнейшее развитие аксиоматический метод: 1) решается проблема непротиворечивости, полноты и независимости системы аксиом; 2) появляется новый взгляд на аксиоматическую теорию как бессодержательную, формально-логическую систему. Решение этих проблем было предложено Д. Гильбертом (1862-1943).

Сущность аксиоматического метода на современном этапе развития математики, которую определил Д. Гильберт, можно описать следующим образом.

1. Строится абстрактная теория. В её основании лежат термины двоякого рода: одни обозначают элементы одного или нескольких множеств (например, «точки», «прямые» и т.д.), другие – отношения между этими элементами (например, «лежать», «между» и т.д.). Этим терминам пока не приписывается никакого содержательного смысла, они – только слова.

Устанавливаются аксиомы, которым должны удовлетворять термины. Из аксиом выводятся логические следствия (теоремы). Для сокращения речи вводятся новые термины при помощи определений.

2. Терминам абстрактной теории приписывается содержательный смысл. Теперь их роль меняется, они выражают понятия, имеющие более или менее наглядное, осязательное содержание. Следует проверить, соблюдается ли для этих понятий аксиомы абстрактной теории.

Система, полученная путем приписывания содержательного смысла абстрактной теории, называется моделью или интерпретацией этой теории [5].

Если каждая аксиома системы аксиом бессодержательной теории выполняется в построенной интерпретации, то этим доказывается относительная непротиворечивость исходной теории. Абсолютно доказать непротиворечивость математической теории внутренними средствами математики невозможно. Так, для доказательства непротиворечивости геометрии Лобачевского была построена одна из моделей французским математиком А.Пуанкаре (1854-1912). Эта модель возникла на предположении, что геометрия Евклида непротиворечива. Вопрос о непротиворечивости геометрии Евклида был сведен Д. Гильбертом к непротиворечивости арифметики. Доказанные в 30-е гг. нашего столетия теоремы позволяют сделать вывод о том, что доказать непротиворечивость арифметики математическими средствами нельзя.

Новый взгляд на аксиоматический метод в корне изменил прежние представления о геометрии как полуэмпирической науке. Из открытий неевклидовых геометрий и построения их интерпретаций следовало, что евклидова и неевклидовы геометрии не представляют собой непосредственного описания реального физического пространства, а являются абстрактными системами утверждений, истинность которых может быть проверена после соответствующей конкретной интерпретации.

Таким образом, подход Н.Бурбаки к определению математики как «скоплению абстрактных, бессодержательных, математических структур» был предопределен новым пониманием аксиоматического метода.

Однако подход Бурбаки встретил и негативное отношение, поскольку Бурбаки не считал нужным выяснять отношение рассматриваемых им структур к действительному миру. Не имея возможности в рамках данной статьи представить различные оценки философов и математиков на позицию Н.Бурбаки, сошлемся лишь на точку зрения ведущих отечественных математиков А.Н.Колмогорова, А.Д.Александрова, В.В. Гнеденко. Они считают, что во времена Энгельса математика изучала количественные отношения между величинами и пространственными формами. Теперь же она поднялась до изучения абстрактных структур и категорий. Но на этом основании нельзя считать, что объект изучения математики стал иным, что вместо количественного аспекта действительного мира математика стала исследовать нечто принципиально иное, что современный этап её развития совершенно не связан с предшествующими этапами ее истории.

В действительности же дело обстоит таким образом, что качественные изменения, происшедшие в математике, дают ей возможность исследовать количественные отношения несравненно глубже и шире. А.Н.Колмогоров приходит к мысли о том, что круг количественных отношений и пространственных форм, изучаемых математикой, чрезвычайно расширяется: в него входят отношения, существующие между элементами произвольной группы, векторами, операторами в функциональных пространствах, всё разнообразие форм пространства любого числа измерений и т. п. При таком широком понимании терминов «количественные отношения» и «пространственные формы» определение математики как науки о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира применимо и на современном этапе её развития.

Эту позицию разделяет и А.Д.Александров: в математике рассматриваются не только формы и отношения, непосредственно абстрагированные из действительности, но и логически возможные, определяемые на основе уже известных форм и отношений.

Б.В.Гнеденко обращает внимание на то, что хотя любая ветвь современной математики действительно изучает математические структуры, данное Бурбаки определение отнюдь не находится в антагонистических отношениях с определением Ф.Энгельса, а лишь с определенных позиций его дополняет.

Подводя итог всему сказанному, можно заключить, что подход к определению математики через математические структуры представляет собой выражение определенного этапа математического познания. Математика была и остаётся определенным «инструментом» познания мира, его закономерностей, пространственных форм и количественных отношений. В настоящее время, как уже было сказано, этот «инструмент» используется при изучении всё более сложных процессов и явлений, в том числе и не метрической природы. Без осознания этого фундаментального, методологического положения не может быть сформировано целостное представление об общей картине мира [3].

Математика претендует на статус «особой» науки, изначально превосходящей все прочие по уровню точности, истинности и непротиворечивости своих фундаментальных положений.

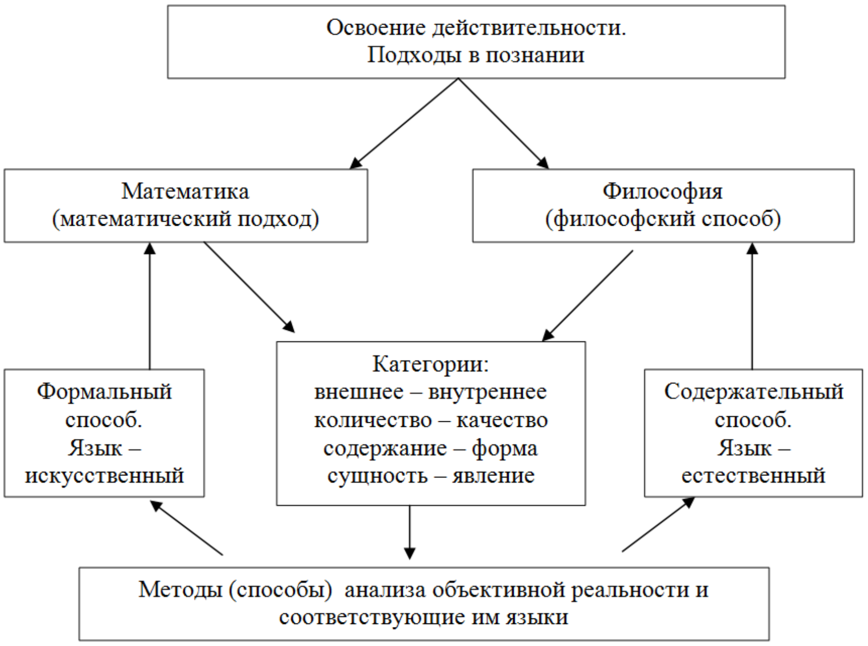
В сфере конечных величин математика действительно точна и непротиворечива; этого достаточно для более или менее количественного моделирования самых различных конечных по размерности предметных областей.

Что же касается сферы бесконечного, то здесь у современной математики есть свои противоречия, которые могут быть преодолены лишь совместными усилиями математиков, философов, логиков.

Роль математики в общечеловеческой структуре огромна. Обращаясь к истории философии, следует отметить, что ученые, создававшие математику нового времени, рассматривали математическую науку как составную часть философии, которая служила средством познания мира.

Место математики в жизни и в науке определяется тем, что она позволяет перевести «общежитейские», интуитивные подходы к действительности, базирующиеся на чисто качественных (а значит, приблизительных) описаниях, на язык точных определений и формул, из которых возможны количественные выводы. Неслучайно говорят, что степень научности той или иной дисциплины измеряется тем, насколько в ней применяется математика.

Математика является частью общечеловеческой культуры. На протяжении нескольких тысячелетий развития человечества шло накопление математических фактов, что привело около двух с половиной тысяч лет тому назад к возникновению математики как науки. Квадривий, изучавшийся в Древней Греции, включал в себя арифметику, геометрию, астрономию и музыку. О значении математики для человечества говорит тот факт, что «Начала» Евклида – книга, которая издавалась наибольшее число раз (не считая Библии).



Математика имеет богатейшие возможности воздействия на выработку научного мировоззрения и достижения общекультурного уровня. Пытаясь объяснить окружающий мир, задавая вопрос «почему?», древние философы-софисты пришли к необходимости выделения математических знаний. История зарождения великих математических идей, судьбы выдающихся математиков (Архимед, Галуа, Паскаль, Галилей, Гаусс, Эйлер, Ковалевская, Чебышев и др.) дают пищу для ума и сердца, примеры беззаветного служения науке, приводят к философским размышлениям и нравственным поискам [2].

Логические рассуждения представляют собой метод математики, поэтому её изучение формирует логическое мышление, позволяет правильно устанавливать причинно-следственные связи, что, безусловно, должен уметь каждый человек. Стиль изложения математики, её язык оказывают влияние на развитие речи. Каждый культурный человек должен иметь представление об основных понятиях математики, таких, как число, функция, математическая модель, алгоритм, вероятность, оптимизация, величины дискретные и непрерывные, бесконечно малые и бесконечно большие. Речь идет именно об основных понятиях и идеях, а не о наборе конкретных формул и теорем [4].

Современный мир неожиданно обнаружил, что математика уверенно расположилась в самых разных его частях и уголках. Сейчас никого не удивишь словосочетаниями «математическая лингвистика», «математическая биология», «математическая экономика» и т.п. – какую дисциплину ни взять, вряд ли кому-нибудь покажется невозможным присоединение к ее наименованию эпитета «математический». Распространение математики вширь сопровождается ее проникновением вглубь. Математика занимает сегодня одно из центральных мест в жизни общества.

Тем не менее, повсеместное проникновение математики некоторым людям кажется загадочным, даже подозрительным. В самом деле, не вызывает сомнений право на всеобщее признание, например, физики или химии. Физика открывает новые источники энергии, новые средства быстрой связи. Химия создает искусственные ткани, а сейчас покушается на создание искусственной пищи. Неудивительно, что эти науки, помогающие человеку в его извечных поисках энергии, связи, одежды и еды, прочно и триумфально вошли в нашу жизнь.

Что же дает людям математика, которая не открывает новые способы передвижения, в отличие от физики, и не создает новые вещи, подобно химии? Почему появление в какой-либо отрасли науки и техники математических методов означает и достижение в этой отрасли определенного уровня зрелости, и начало нового этапа в дальнейшем развитии этой отрасли?

Наиболее частый ответ на эти вопросы еще не так давно состоял в том, что математика умеет хорошо вычислять и тем самым позволяет осуществлять математическую обработку цифровых данных, связанных с тем или иным изучаемым процессом. Однако при всей важности вычислительного аспекта математики, особенно в последние годы, которые характеризуются бурным ростом вычислительной техники, он оказывается неглавным при попытке объяснить причины математизации современного мира.

Главная же причина этого процесса такова: математика предлагает весьма общие и достаточно четкие логические модели для изучения окружающей действительности в отличие от менее общих и более расплывчатых моделей, предлагаемых другими науками. Такие модели математика дает с помощью своего языка – языка чисел, различных символов. Объектами исследования математики служат логические модели, построенные для описания явлений в природе, в технике, в обществе.

Математической моделью изучаемого объекта (явления, процесса и т.п.) называется логическая конструкция, отражающая геометрические формы этого объекта и количественные соотношения между его числовыми параметрами. При этом математическая модель, отображая и воспроизводя те или иные стороны рассматриваемого объекта, способна замещать его так, что исследование модели даст новую информацию об этом объекте, опирающуюся на принципы математической теории, на сформулированные математическим языком законы природы. Если математическая модель верно отражает суть данного явления, то она позволяет находить и не обнаруженные ранее закономерности, давать математический анализ условий, при которых возможно решение теоретических или практических задач, возникающих при исследовании этого явления.

Естественно возникает один общий вопрос: нужна ли математика гуманитарию?

Известно, что математика является частью общечеловеческой культуры, такой же неотъемлемой и важной, как право, медицина, естествознание и многое другое. Все знаменательные достижения человеческой мысли, человеческих рук и составляют основу гуманитарного образования, необходимого каждому современному человеку. Исходя из этого, для студента-гуманитария математика прежде всего является общеобразовательной дисциплиной, то есть такой, как например, право – для студента-математика. «Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры» (А.Н.Колмогоров).

Напомним слова М.В.Ломоносова: «Математику уже затем учить следует, что она ум в порядок приводит». Прежде всего, своей внутренней стройностью, своей логикой. Внутренний порядок в математике устанавливается особым образом: с помощью отношения логического следования.

Математика влияет на упорядочение ума и такие особенности, как общность и абстрактность своих конструкций. Математика полна всякого рода правил, общих, строго определенных методов решения различного класса однотипных задач. Решая любую такую задачу, человек должен строго следовать точному предписанию (алгоритму) того, какие действия и в каком порядке надо выполнить для решения задачи данного типа. Нередко изучающему математику приходится составлять подобные предписания, т.е. находить алгоритм.

Можно утверждать, что математика учит точно формулировать разного рода правила, предписания, инструкции и строго их выполнять (не последнее качество, необходимое, например, любому юристу) [1]. В юриспруденции, как и в математике, применяются одни и те же методы рассуждений, цель которых – выявить истину.

Любой правовед, как и математик, должен уметь рассуждать логически, применять на практике индуктивный и дедуктивный методы. Поэтому, занимаясь математикой, будущий правовед формирует свое профессиональное мышление.

Кроме того, применение математических методов (теории вероятностей и математической статистики; математического моделирования и теории принятия решений; исследование операций) расширяет возможности каждого специалиста. Существенную роль также играет и статистика, умение правильно обработать информацию, сделать достоверный вывод или прогноз на основании имеющегося статистического материала. Статистические методы применяются при массовых наблюдениях явлений и вместе с тем они выявляют закономерности и порядок на основе имеющихся отдельных фактов, наблюдений и измерений. Строго говоря, математическая статистика – это наука о методах количественного анализа массовых явлений, учитывающая одновременно и качественное своеобразие этих явлений. Цель любой науки – познание общих закономерностей, позволяющее предвидеть течение явлений и выбирать рациональные пути поведения в типичных ситуациях. Очевидно, что ценность специалиста, если он умеет делать все это, значительно возрастает.

Известны статистические данные по «новым украинцам», сделавшим удачную карьеру (предприниматели, банкиры). Оказалось, что подавляющая их часть – выпускники престижных технических вузов. По-видимому, прекрасное математическое образование, полученное ими в этих вузах, пригодилось в жизни, что еще раз подтверждает хорошо известную истину: нет ничего практичнее хорошей теории. Даже биолог Чарльз Дарвин когда-то выразился так: «У людей, усвоивших великие принципы математики, одним органом чувств больше, чем у простых смертных»,

Вывод. Мы живем в век математики. С начала XX в. она активно проникает во все области человеческого знания, подтверждая слова К. Маркса: «Наука только тогда достигает совершенства, когда ей удаётся пользоваться математикой» В настоящий момент одни науки уже безоговорочно приняли математику на вооружение, другие только начали её применять. Гуманитарии, например, относятся к последним. Среди них немало еще сомневающихся в перспективности использования математических методов. Однако в настоящее время большая их часть спорит уже не о том, «нужно ли применять», а о том – «где и как лучше применять». Пророческими оказались слова Джорджа Сантана «Подобно тому, как все искусства тяготеют к музыке, все науки стремятся к математике».

1. Грес П.В. Математика для гуманитариев: учебн. пособие. – М.: Юрайт, 2000. – 112 с.

2. Дорофеева А.В. Учебник по высшей математике для философских факультетов университетов. – М.: Изд-во МГУ, 1971. – 260 с.

3. Игнатенко Н.Я. Математика и искусство. Ялта: РИО КГГИ, 2004 – 240 с.

4. Ігнатенко М.Я. Шукайте красу в математиці. До питання гуманітаризації математичної освіти // Гуманітарні науки. – 2001. – № 3. – С. 41-45.

5. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения / Пер. с англ. – М.: ИИЛ, 1977. – 536 с.

6. Стюарт Я. Концепции современной математики. – Минск: Вышэйш. шк., 1990. – 280 с.

7. Сойер У.У. Прелюдия к математике. / Пер. с англ. М.Л. Смолянского и С.Л. Романовой. 2-е изд. – М.: Просвещение, 1972. – 192 с

Резюме. **Игнатенко Н.Я. МАТЕМАТИКА СЕГОДНЯ: ЕЕ РОЛЬ И МЕСТО В ГУМАНИТАРНЫХ НАУКАХ.** *Освещены некоторые вопросы методологии математики, ее роли и места в гуманитарной сфере. В работе раскрыты основные два вопроса: предмет математики; роль математики в гуманитарных науках.*

Ключевые слова: *методология математики, предмет математики, математика в гуманитарных науках.*

Abstract. **Ignatenko N. MATHEMATICS TODAY: ITS ROLE AND PLACE IN THE HUMANITIES.** *Today there are almost no specific publications for teachers of mathematics, which showing the place and role of mathematics in modern society, world culture and history, including the humanities. Therefore it is no coincidence that some problems are still topical. For instance, these issues are devoted to some bases of mathematics (the subject of mathematics, its methodological problems and principles), the features of formation and development of mathematical language, the place and role of mathematics in world culture, including the humanities.*

The content of this paper can fill in the existing informational gaps to a considerable degree.

The author makes an attempt to consider some issues in generally accessible form (for teachers of mathematics and humanist in the first place) in this paper. These issues are:

1. *The subject of mathematics, some its methodological problems and principles.*
2. *The place and role of mathematics in modern society, world culture and history, including the humanities.*

Key words: *mathematics in the humanities, the subject of mathematics, methodological issues of mathematics.*

References

1. Gres P.V. Mathematics for humanist: textbook / P.V. Gres. – Moscow: Yurayt, 2000. – 112 p.
2. Dorofeeva A.V. Higher mathematics textbook for philosophical university faculties / A.V.Dorofeeva. – Moscow: MGU, 1971. – 260 p.
3. Ignatenko N. Mathematics and Art / N. Ignatenko. – Yalta: RIO KGGI, 2004. – 240 p.
4. Ignatenko M. Look for a beauty in mathematics. By the issue of humanitarization of mathematics education / M.Ignatenko // The Humanities. – 2001. – №3. – P. 41-45.
5. Poya D. Mathematics and plausible reasoning / D. Poya. – Moscow: IIL, 1977. – 536 p.
6. Stewart Ya. The conception of modern mathematics /Ya. Stewart. – Minsk: Vysheyshaya shkola, 1990. – 280 p.
7. Soyer U.U. Prelude to mathematics / U.U.Soyer. – Moscow: Prosveshenie, 1972. – 192 p.

Стаття надійшла до редакції 05.07.2013 р.

КЛАСИФІКАЦІЇ МЕТОДІВ НАВЧАННЯ

Т.В. Крилова,
доктор педагог. наук, професор,
Дніпродзержинський державний технічний університет,
м. Дніпродзержинськ, УКРАЇНА,
e-mail: cat-vmi@ukr.net

Наведено різні класифікації методів навчання, відповідних різним основам: за джерелом знань, видами діяльності, логікою навчального процесу, за джерелом передачі й характером сприйняття, за основними дидактичними завданнями, на основі різних рівнів навчання тощо.

Ключові слова: *класифікація, метод, активне навчання, розвивальне навчання.*

Постановка проблеми. Поняття метод дослівно (з грецького – *methodos*) перекладається як дослідження, спосіб, шлях досягнення мети. Різні автори по-різному трактують це поняття.

Професор З.І.Слєпкань [1] під методом навчання розуміла способи роботи викладача і студентів, за допомогою яких досягається оволодіння знаннями, навичками і вміннями, формується світогляд студентів, розвиваються його здібності.

Академік С.У.Гончаренко [2] тлумачив це поняття як упорядковані способи взаємопов'язаної діяльності вчителя й учнів, спрямовані на розв'язання навчально-виховних завдань.

У «Енциклопедії освіти» [3] наводиться таке означення: метод навчання – спосіб отримання інформації та оволодіння учнями уміннями і навичками; спосіб спільної діяльності вчителя і учнів, керівництва навчально-пізнавальною діяльністю учнів; сукупність упорядкованих прийомів, дій і операцій, достатніх для отримання результатів спільної діяльності вчителя і учнів; спосіб і форма руху змісту навчального матеріалу за правилами індуктивної чи дедуктивної логіки його розгортання; спосіб і рівень руху пізнавальної самостійності й активності учнів, спосіб стимулювання і мотивації учіння, спосіб емоційних переживань, спосіб формування оцінних суджень.

Тобто, метод навчання є багатостороннє, багатовимірне, багатоякісне, поліфункціональне дидактичне явище. Тому, як стверджує З.І.Слєпкань [1], методи навчання можна класифікувати за різними основами: за джерелом знань, видами діяльності, логікою навчального процесу тощо. Така класифікація дозволяє дослідникам у галузі теорії та методики навчання математики зосередити увагу на доцільному застосуванні методів навчання у відповідності до тих дидактичних систем, що доводиться проектувати.

Метою статті *є аналіз різних підходів до сучасних класифікацій методів навчання, що дозволить усвідомити доцільність їх використання.*

Виклад основного матеріалу. Розглянемо основні сучасні класифікації методів навчання.

Класифікація 1

Методи навчання можна поділити на методи викладання і методи учіння.

До методів викладання відносяться:

- лекція,
- розповідь,
- бесіда,
- пояснення,
- показ (демонстрація).

До методів учіння відносяться:

- спостереження,
- слухання,

- осмислення,
- вивчення навчальної і навчально-методичної (підручники, навчально-методичні посібники, конспекти лекцій тощо) та наукової літератури, інші матеріали,
- розв'язання формальних і нефомальних завдань,
- дослідження,
- математичне моделювання,
- експеримент.

Професор І.П.Подласий [4] виокремлює 6 найбільш обґрунтованих класифікацій методів навчання, а саме:

- традиційна класифікація,
- класифікація методів за призначенням М.А.Данілова, Б.П.Єсипова [5],
- класифікація методів за типом (характером) пізнавальної діяльності І.Я.Лернера, М.Н.Скаткіна [5, 6, 7],
- класифікація за дидактичними цілями,
- бінарні та полінарні класифікації,
- класифікація академіка Ю.К.Бабанського [8].

Класифікація 2

Традиційна класифікація методів навчання за джерелом знань складається з

- практичних методів (досвід, вправляння, навчально-виробнича праця),
- наочних методів (ілюстрація, демонстрація, спостереження студентів),
- словесних методів (пояснення, роз'яснення, розповідь, бесіда, інструктаж, лекція, дискусія, диспут),
- робота з літературою (читання, вивчення, реформування, побіжний огляд, цитування, виклад, складання плану, конспектування),
- відеометод (перегляд, навчання, вправляння під контролем «електронного вчителя», контроль).

Класифікація 3

Класифікація методів за призначенням М.А.Данілова, Б.П.Есипова складається з наступних методів:

- набуття знань,
- формування навичок та вмінь,
- застосування знань,
- творча діяльність,
- закріплення,
- перевірка засвоєних знань, набутих навичок та вмінь.

Класифікація 4

У класифікації методів за типом пізнавальної діяльності, розробленої І. Я. Лернером і М. Н. Скаткіним, виділено такі методи:

- пояснювально-ілюстративний або інформаційно-рецептивний (розповідь, лекція, пояснення, робота з літературою, демонстрація картин, кіно- та діафільмів тощо),
- репродуктивний (відтворювання дій по використанню знань на практиці, діяльність за алгоритмом, програмування),
- проблемний виклад навчального матеріалу,
- евристичний і частково-пошуковий методи,
- дослідний метод, коли студенти самостійно розв'язують задачу, вибираючи для цього необхідні методи та користуючись допомогою викладача.

Класифікація 5

Класифікація за основними дидактичними завданнями (уточнена класифікація 3):

- методи усного викладу знань викладачем та активізація пізнавальної діяльності студентів (розповідь, пояснення, лекція, бесіда, метод ілюстрації та демонстрації при усному викладі навчального матеріалу),
- методи закріплення матеріалу, що вивчається (бесіда, робота з навчальною літературою),
- методи самостійної роботи студентів по осмисленню та засвоєнню нового матеріалу (робота з навчальною літературою, лабораторні роботи),
- методи навчальної роботи по застосуванню засвоєних знань на практиці та вироблюванню навичок та вмінь (вправи, лабораторні заняття),
- методи перевірки та оцінювання засвоєних знань, набутих навичок та вмінь (повсякденне спостереження за роботою студентів, усне індивідуаль-

не, фронтальне, ущільнене опитування, виставлення поурочного балу, контрольні роботи, перевірка домашніх завдань, програмований контроль).

Класифікація 6

Класифікація за дидактичними цілями містить у собі дві групи методів навчання:

- методи, що сприяють первинному засвоєнню навчального матеріалу,
- методи, що сприяють закріпленню та удосконаленню набутих знань.

До першої групи методів належать

- інформаційно-розвивальні методи (усний виклад вчителя або викладача, бесіда, робота з книгою),
- евристичні (пошукові) методи навчання (евристична бесіда, диспут, лабораторні роботи), дослідний метод.

До другої групи методів відносяться

- вправляння (за зразком, коментовані вправляння, варіативні вправляння тощо),
- практичні роботи.

Класифікація 7

Бінарна класифікація М.І.Махмутова [9] побудована на поєднанні методів викладання (інформаційно-повідомлюваний, пояснювальний, інструктивно-практичний, пояснювально-спонукальний, спонукальний методи) та методів учіння (виконавчий, репродуктивний, продуктивно-практичний, частково-пошуковий, пошуковий методи).

Класифікація 8

Бінарна класифікація М.Д.Ярмаченка, В.М.Галузинського М.Б.Євтуха [5], що відображає і певні окремі сторони, і завдання навчально-виховного процесу.

Класифікація 9

Полінарну класифікацію методів навчання, що містить джерела знань, рівні пізнавальної активності, а також шляхи навчального пізнання, запропонували В.Ф.Паламарчук і В.І.Паламарчук [5].

Класифікація 10

Ю.К.Бабанський [8] виділяє такі традиційні методи навчання:

- організація та здійснення навчально-пізнавальної діяльності,
- стимулювання і мотивація навчально-пізнавальної діяльності,
- контроль і самоконтроль ефективності навчально-пізнавальної діяльності.

Методами організації та здійснення навчально-пізнавальної діяльності є:

- словесні,
- наочні,
- практичні,
- індуктивні,
- дедуктивні,
- репродуктивні,
- проблемно-пошукові,
- методи самостійної роботи і роботи під керівництвом викладача.

До методів стимулювання і мотивації навчально-пізнавальної діяльності відносяться:

- методи стимулювання і мотивації інтересу до учіння,
- методи стимулювання і мотивації обов’язку та відповідальності в учінні.

Методами контролю і самоконтролю за ефективністю навчально-пізнавальної діяльності є

- методи усного контролю та самоконтролю,
- методи письмового контролю та самоконтролю,
- методи лабораторного контролю та самоконтролю.

Класифікація 11

Методи навчання поділяються на

- інформаційно-повідомні,
- пояснювально-ілюстративні,
- проблемні,
- логічні,
- репродуктивні,
- інтерактивні,
- інформаційно-комунікативні.

Класифікація 12

Методи навчання можна поділити на традиційні і нетрадиційні методи.

До традиційних методів відносяться

- аналіз і синтез,
- узагальнення,
- логічні методи схожості, відмінності, супутніх змін,
- діагностичні,

- словесні,
- наочні,
- пояснювально-ілюстративні,
- репродуктивні,
- пізнавальні,
- самоорганізації навчання.

До нетрадиційних методів відносяться методи активного навчання.

Методи активного навчання поділяються на

- методи розвивального навчання,
- активізуючі методи навчання,
- навчальні модулі.

Одним з методів розвивального навчання є проблемне навчання, в склад якого входять евристичне та частково-пошукове навчання.

Активізуючими методами навчання (в літературі не дуже вдала назва «активні методи») є:

- навчальні ділові ігри,
- семінар-дискусія,
- метод аналізу конкретних ситуацій,
- екскурсії на виробництво,
- виїзні заняття,
- розбирання пошти.

Класифікація 13

Розповсюдженою є класифікація методів навчання С.І.Перовського, Є.Я.Голанта [5] за джерелом передачі й характером сприйняття.

Методи поділяються на

- словесні (лекція, розповідь, бесіда, пояснення, дискусія, робота з книгою),
- наочні (ілюстративні і демонстративні),
- практичні (усні, письмові, графічні вправляння, семінари, лабораторні роботи, реферати, дослідження).

Джерелом знань при словесних методах є усне або друковане слово, при наочних методах – спостерігання за предметами та явищами, наочні прилади, при практичних методах – студенти отримують знання та виробляють навички і вміння при виконанні практичних дій.

Класифікація 14

Класифікація методів навчання на основі даних рівнів навчання, обґрунтованих В.П.Безпалько [5]:

- перший рівень – знання-знайомства (студент розрізняє, впізнає знайомий йому предмет, явище, певні відомості),
- другий рівень – знання-копії (студент в змозі переказати, репродукувати засвоєні відомості),
- третій рівень – знання-вміння (студент застосовує засвоєні знання, набуті навички та вміння в практичній діяльності),
- четвертий рівень – знання-навички (автоматизовані вміння),
- п’ятий рівень – категорія творчості в певній галузі навчально-пізнавальної діяльності.

Класифікація 15

Авторська класифікація методів навчання професора Р.С.Піонової [10] складається з:

- теоретико-операційних методів,
- практико-інформаційних методів,
- пошуково-творчих методів,
- методів самостійної роботи студентів,
- контрольно-оцінювальних методів.

До теоретико-інформаційних методів відносяться:

- усний виклад,
- усний діалогічно побудований виклад (бесіда),
- пояснення,
- розповідь,
- консультування,
- аудіовідеодемонстрація,
- демонстрація,
- дискусія,
- бригадний метод.

До практико-операційних методів відносяться:

- вправляння,
- розв'язання задач,
- алгоритм,
- «роби так, як я»,
- досвід,
- експеримент,
- дидактична гра.

До пошуково-творчих методів відносяться:

- спостереження,
- досвід,

- «сократівська бесіда»,
- лабіринт,
- «мозкова атака»,
- «думай, слухай, пропонуй»,
- «акваріум»,
- творчий діалог,
- аналіз конкретних ситуацій,
- інсайт,
- кейс-метод.

До методів самостійної роботи студентів відносяться:

- читання навчальної літератури,
- відеострічка,
- експертиза,
- прослуховування,
- конспектування,
- вправляння,
- розв'язання задач,
- досвід,
- експеримент.

До контрольно-оцінювальних методів відносяться:

- попередній екзамен,
- «ромашка»,
- усний виступ,
- контрольна робота,
- досвід,
- програмований контроль,
- тестування,
- відповідь з місця,
- опитування.

Висновки. На нашу думку, створити узагальнену класифікацію методів навчання неможливо, оскільки навчально-педагогічна діяльність постійно оновлюється та є надзвичайно різноманітною. Аналіз представлених підходів до створення різних класифікацій сприяє глибокому розумінню й усвідомленню доцільності їх використання на різних етапах процесу навчання.

1. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі : навч. посібник / З.І.Слєпкань. – К.: Вища шк., 2005. – 239 с.

2. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник / С.У.Гончаренко. – К.: Либідь, 1997. – 376 с.

3. Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України; головний ред. В.Г.Кремінь. – К.: Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.

4. Подласый И.П. Педагогіка / И.П.Подласый. – М. : Владос, 1999.

5. Алексюк А.М. Загальні методи навчання в школі / А.М.Алексюк. – Київ, 1981. – 206 с.

6. Дидактика средней школы / Под. ред. М.Н. Скаткина. 2-е изд. – М., 1982.

7. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения / И.Я.Лернер. – М., 1981.

8. Педагогика / Под. ред. Ю.К. Бабанского. – М.: Просвещение, 1988. – 608 с.

9. Махмутов М.И. Современный урок / М.И.Махмутов. – М., 1981.

10. Дидактические методы [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www. prepodi. ru/praktika-pedagogika/didaktika/1166-didaktika-metod start=3. – Заголовок с титула экрана.

Резюме. **Крылова Т.В. КЛАССИФИКАЦИИ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ.** *Представлены 15 классификаций методов обучения, соответствующих разным основаниям: по источнику знаний, видам деятельности, логикой учебного процесса, по источнику передачи и характеру восприятия, по основным дидактическим заданиям, на основе уровней обучения и т.д. Такие классификации позволяют исследователям понять не только их суть, но и найти целесообразные подходы к применению методов обучения.*

Ключевые слова: *классификация, метод, активное обучение, развивающее обучение.*

Abstract. **Krylova T. KLASSIFICATIONS OF METHODS FOR STUDY.** *Has 15 classifications of teaching methods, corresponding to different bases: Source of knowledge, activities, logic, learning process, according to the source and nature of the transfer of perception, the main didactic tasks, based on levels of education, etc. Classification 1. Training methods are divided into methods of* *teaching and methods of teaching. Professor I. P. Podlasyi highlights the 6 most classifications based learning methods: traditional classification methods according to the source of knowledge (class 2); classification of methods for its intended purpose (classification 3 M. A. Danilova, V. P. Esipova, classification 4); classification of methods by type (nature) of cognitive activity (classification 5 I. Y. Lerner, M. N. Skatkin);classification didaktcheskim purposes (classification 6);polinarnye and binary classification (binary classification M. I. Makhmutova 7 and 8 M. D. Yarmachenko, V. M. Galuzinskogo, N. B. Evtukhov, polinarnaya classification 9 V. F. Palamarchuka and V. I. Palamarchuck); classification of Y. K. Babanskyi (10 classification by traditional teaching methods). Classification 11. Classification of methods for their distribution on the information and notification, explanatory and illustrative problem, logic, interactive, information and communication. Classification 12. Classification of distribution methods for traditional and non-traditional. Classification 13. Classification S. I. Perovsky, E. Y. Golant for transmission source and nature of perception. Classification 14. Classification of methods V.P Bezpalko based on levels of education. Classification 15. Classification of teaching methods of Professor R. S. Pionova.*

Key words: *classification, method, active learning, developing education*.

References

1. Slyepkan Z. I. Scientific basis of educational process in higher education. Teach. handbook . – M.: Higher HQ., 2005. – 239 p.

2. Goncharenko,S. Ukrainian Pedagogical Dictionary. – Kyiv: Lybed, 1997. – 376 p.

3. Encyclopedia of Education / Acad. ped. Sciences of Ukraine, chief ed. V. G. Kremin. – K.: Inter Yurinkom, 2008. – 1040 p.

4. Podlasyi, I. P. Pedagogy. – Moscow: VLADOS, 1999.

5. Aleksyuk A. M. General methods of schooling. – Kyiv, 1981. – 206 p.

6. Didactic Medium schools / Pod. yet. M. N Skatkyna. 2nd ed., 1982.

7. Lerner I. J. Fundamentals Dydaktycheskye learning methods. M., 1981.

8. Pedagogy / Pod. yet. J. K. Babanskoho /. – Moscow: Education, 1988. – 608 p.

9. Mahmutov M. I. Modern lesson. – M., 1981.

10. http://www.prepodi.ru/praktika-pedagogika/didaktika/1166-didaktika-metod start = 3 – dydaktycheskye methods.

Стаття надійшла до редакції 02.09.2013 р.

ШКІЛЬНА МАТЕМАТИКА ЯК ВІДДЗЕРКАЛЕННЯ СОЦІОКУЛЬТУРНИХ ОРІЄНТИРІВ СУЧАСНОСТІ

Є.О. Лодатко,
доктор педагог. наук, доцент,
Українська інженерно-педагогічна академія,
Навчально-науковий професійно-педагогічний інститут,
м. Артемівськ, УКРАЇНА,
e-mail: lodatko@gmail.com

Висвітлюється ключові питання, що слугують основою взаємовпливу шкільної математики і соціокультурних орієнтирів суспільства в контексті інформаційного розвитку сучасного соціуму.

Ключові слова*: шкільна математика, математична діяльність, методи пізнання, інтелектуальний розвиток, соціум, соціокультурні орієнтири суспільства.*

Постановка проблеми. В інформаційно розвиненому суспільстві загальна освіта залишається тією інституцією, яка посідає ключове місце у формуванні в учнівської молоді світоглядних уявлень, соціального і комунікативного досвіду, загальнокультурних цінностей, технологічної обізнаності й інших особистісних здобутків, що вважаються необхідними для новітнього соціуму.

У вирішенні такої комплексної задачі провідне місце відводиться шкільній математиці як дисципліні, що не тільки забезпечує функціональним і процедурним інструментарієм окремі шкільні предмети (зокрема, інформатику, фізику, хімію), а й сприяє розвитку логічного мислення, яке слугує підґрунтям для успішного вивчення предметів гуманітарного циклу й формування досвіду аналітично-оцінної діяльності в контексті опанування їхнім змістом та уміннями аргументовано презентувати власні погляди і переконання.

При цьому виключно важливим вважається *вплив математики на усвідомлення учнями* сутності математичної діяльності, абстрактної природи її об’єктів (оперування якими формує стилістику сприйняття та мислительної діяльності [1] й забезпечує відповідну локалізацію пізнавальних механізмів [4]), особливостей поєднання ідеального й реального при відбитті явищ і процесів оточуючого світу шляхом побудови математичних моделей та їх дослідженні відповідно до умов існування й функціонування об’єкта моделювання. Зважаючи на фундаментальний характер математичних понять і відношень, що забезпечує форвардну спрямованість змісту шкільної математики та можливість прикладної зорієнтованості математичних моделей, доречно позиціонувати математичну діяльність в межах загальної освіти як динамічну компоненту, котра віддзеркалює вимоги суспільства щодо освітніх цілей і завдань, досягнення яких вважається соціальною нормою, здатною забезпечити завтрашні потреби суспільства.

Мета статті – *розглянути ключові питання, що слугують основою взаємовпливу шкільної математики і соціокультурних орієнтирів суспільства в контексті інформаційного розвитку сучасного соціуму.*

Виклад основного матеріалу. Концептуально значущим у цьому плані є те, що в кожному суспільстві й «в кожній культурі існують власні уявлення ... про цілі та завдання освіти, про еталон освіченої людини. Особливості типу культури визначають особливості системи освіти» [6, С. 329], місце в ній культурно-математичних традицій, що утворюють фундамент математичної культури суспільства і впливають на визначення змісту і структури математичного складника освіти, який у поєднанні з дидактичною підготовленістю учителя та його математичним розвитком забезпечує відтворення математичної культури у завтрашньому суспільства. Цим визначається виключна значущість шкільної математики як соціокультурного орієнтиру сучасності, за допомогою якого створюється, зберігається та передається від покоління до покоління інформаційно-знаковий смисл математичних ідей і математичної діяльності (знання, цінності, інструментарій).

Слід зауважити, що шкільна математика вже доволі давно позиціонується як невід'ємна складова освіченості і культури в контексті європейського виміру суспільства. Саме на цьому наголошував на зламі тисячоліть відомий російський методист-математик І.Ф.Шаригін, вважаючи, що «…математична освіта не тільки частина науки математики – це феномен загальнолюдської культури. Вона є віддзеркаленням історії розвитку людської думки. Саме тому математична освіта завжди відігравала важливу роль у культурному розвитку людини. При цьому можливості математичної освіти виходять далеко за межі власне математичних предметів. Математика – це мова, математична освіта може й повинна стати засобом мовного розвитку учнів, навчити їх коротко, грамотно й точно формулювати свої думки …» [7, С. 11], опановуючи різноманіттям тих стилістичних засобів, що можуть застосовуватися при переданні смислу за різних умов опрацювання математичного змісту в контексті інформаційної розбудови гуманітарної сфери суспільства.

Сьогодні безперечним фактом є те, що шкільна математична освіта поступово здійснює трансфер з категорії презентативної до категорії *форвардної*, перетворюючи математичні знання і загальну математичну обізнаність на «беззаперечний атрибут людини нового тисячоліття, людини, яка здатна сприймати виклики XXI століття, діяти професійно і свідомо, людини, яка готова зберегти ціннісні надбання попередніх поколінь, примножувати й передавати їх спадкоємцям» [2, с. 84, 85], відбиваючи когнітивні відмінності різних культур та логіко-методологічні принципи ключових стилів мислення (теоретико-множинного, понятійно-прагматичного, процедурно-конструктивного тощо) та їхньої еволюції [5] в контексті парадигмальних трансформацій вітчизняного освітнього простору.

Оскільки шкільна математика формується залежно від суспільних потреб і традицій та є невіддільною часткою повсякденної соціокультурної практики, то її концептуальна сутність, спрямованість, змістовність, результативність, організаційне втілення мають формуватися в такий спосіб, щоб забезпечувати не тільки суспільні, а й особистісні потреби, перетворюючись у рушійну силу суспільного розвитку. Особистісні мотиви в цьому контексті пов'язуються із інтелектуальною соціалізацією [3] особистості: освіта й освіченість відкривають перед особистістю перспективу знайти гідне місце в соціумі відповідно до його потреб та власних уподобань.

В особистісному плані цінність математики полягає в тому, що вона не тільки готує людину до буття в інформаційному суспільстві, а й виховує у неї здатність *приймати* стратегічно ефективні рішення, спрямовані на самовдосконалення та сприяння суспільному прогресу, *опановувати* систему життєвих цінностей, ґрунтовних на інтелектуальному здоров'ї й розумовому розвитку, *формувати* досвід реалістичного світобачення і логічного мислення, спроможність сприймання й продуктивного опрацювання математичної інформації тощо.

Не зважаючи суспільну й особистісну користь математичних знань і досвіду математичної діяльності в учнівської молоді, зауважимо, що математичний розвиток школярів здійснюється не тільки під впливом соціокультурних факторів, але й залежно від:

– концептуальній єдності змісту навчання математики, визначеному на ньому цілепокладанні, методичному опрацюванні змісту та його супроводі;

– якості інформаційного наповнення

загальноосвітнього кластера, структурно-логічної організації його інформаційних ресурсів, зокрема тих, що базуються на математичних поняттях і процедурах.

На оригінальність цілепокладання шкільної математичної освіти звертав увагу ще В.В.Фірсов, зазначаючи, що «в ній формальні цілі освіти (виховання і розвиток дитини) крокують поряд з реальними (засвоєння математичного змісту, умінь застосовувати математику до розв'язання прикладних задач) ... Образно кажучи, математику в школі вивчають не тільки і, ймовірно, не стільки заради засвоєння власне математики. Культурне значення шкільної математичної освіти виявляється співставним з культурним значенням самої математичної науки» [8, С. 50]. Отже, шкільна математика і є тим самим ґрунтом, на якому зростає древо математичної культури суспільства: якщо цей ґрунт благодатний і ретельно обробляється, то древо квітне й плодоносить, а інакше – чахне.

Стосовно якості та структурно-логічної організації інформаційних ресурсів, необхідних для опанування математичних знань і умінь на загальноосвітньому рівні, слід зауважити, що цей аспект проблеми ґрунтується на «**різноманітності видів діяльності**, необхідних для засвоєння виучуваного матеріалу. Ця характеристика стає особливо наочною при порівнянні математики з такими предметами, як історія або географія, при вивченні яких превалює один вид діяльності – запам'ятовування … Математична діяльність високо інструментальна, тобто дозволяє легко транслювати учням **зразки діяльності** через пред'явлення учбових задач, при розв'язанні яких ці зразки реалізуються» [там само, с. 52].

Також виключно важливим є те, що шкільна математика є предметом, що вимагає неперервності у засвоєнні понять, заснованій на їх «**глибокій ієрархічності** та розвинених внутрішньопредметних зв'язках. Щоб дістатися конкретної гілки, слід здійснити довготривалу мандрівку майже усім математичним деревом: неможливо засвоїти диференціювання без опанування тотожними перетвореннями алгебраїчних виразів, останні – без засвоєнні арифметики дробів, а дробами – без знання таблиці множення» [там само, С. 51].

Історія вітчизняної загальноосвітньої школи свідчить, що позитивне ставлення суспільства до навчання математики і математичної діяльності, усіляке її заохочення формує певні соціокультурні традиції, що відбивають усвідомлення суспільством світоглядної й практичної корисності математичних знань та відношення до власної математичної культури. У свою чергу, математична складова загальноосвітнього простору (опосередковано) впливає також на соціальні інститути, причетні до її споживання (хоча б через спроможності працівників) й удосконалення (через кваліфікаційні вимоги), досягаючи тим самим подальшого розвитку й відтворення на якісно новому рівні.

Відомий логік С.Ю.Маслов, досліджуючи асиметрію пізнавальних механізмів та можливості ліво- і правопівкульних складових у змінюваних стилістичних тенденціях, співставних з іншими соціально-історичними чинниками, що характеризують семіотику культури, інтерпретував «ряд положень і математичних результатів теорії дедуктивних систем в термінах психології, гносеології і семіотики». Запропонована інтерпретація дозволила виявити «соціо-психологічний та історико-культурний феномен доволі жорсткої кореляції між станом суспільства і домінуючим в даний момент художнім стилем. При цьому виникає певний погляд на поняття стилю, який застосовується для аналізу стильового забарвлення не тільки творів мистецтва, а й *соціальних настанов і методів пізнання*» [4, С. 4], що ґрунтуються на принципово різних механізмах обробки інформації – правопівкульному і лівопівкульному, – і слугують основою для формування ставлення громадськості до математичної діяльності і шкільної математики як стартової щаблини в розвитку математичної культури суспільства.

Урізноманітнення інформаційних відносин у сучасному соціумі активно впливає на формування математичної культури і вимагає від шкільної освіти забезпечення сьогоднішніх учнів інтелектуальним інструментарієм, необхідним у комунікативних і рефлексивних процесах, уміннями оперування інформацією – структурування, фільтрування, порівняння та ін. – та знаннями, достатніми для реалізації повсякденних потреб на рівні користування різноманітними гаджетами, інформаційними послугами та процедурами.

Висновки. Підсумовуючи сказане, варто відзначити, що за цих умов суттєво розширюється прикладне значення шкільної математики як специфічного виду гуманітарної практики, спрямованої на початкову інтелектуальну соціалізацію особистості випускника загальноосвітньої школи та формування у нього комунікативного і рефлексивного досвіду.

1. *Атаханов Р. А. Соотношение общих закономерностей мышления и математического мышления / Р.А.Атаханов // Вопросы психологии. – 1995. – № 5. – С. 41–50.*

2. *Бліхар М. П. Цінність освіти в умовах інформаційного суспільства / М.П.Бліхар // ГРАНІ: наук.-теорет. і громад.-політ. альманах. – 2012. – № 3(83). – березень`2012. – С. 82–86.*

3. *Лодатко Є.О. Інтелектуальна соціалізація особистості вчителя початкових класів / Є.О.Лодатко // Педагогіка вищої школи: методологія, теорія, технології // Вища освіта України: теорем. та наук.-метод. часопис. – Вип. 3(46). – 2012. – С. 180-187.*

4. *Маслов С.Ю. Асимметрия познавательных механизмов и ее следствия / С.Ю.Маслов // Семиотика и информатика. – М., 1982. – Вып. 20. – С. 3–34.*

5. *Пивоев В.М. Эволюция стилей мышления / В.М.Пивоев // Среднерусский вестник общественных наук. – Орел, 2012. – № 3. – С. 20–27.*

6. *Раввина Ю.В. Формы трансляции культуры и личностное начало в образовании / Ю.В.Раввина // Философия образования: Сб. материалов конференции. Серия «Symposium». – Вып. 23. – СПб.: Санкт-Петербургское философское общество, 2002. – С. 327–331.*

7. *Шарыгин И.Ф. О математическом образовании России (с эпиграфом, но пока без эпитафии) / И.Ф.Шарыгин // Математическое образование: вчера, сегодня, завтра ... – 14.07.2004: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.mccme.ru; http://www .mccme.ru/ edu/index.php?ikey=shar_mathedu.*

8. *Firsov V. Mathematics Education as Theoretical Knowledge / V. Firsov // NOMAD (Nordisk Matematik Didaktik). – Dec. 1995. – № 4. – Vol. 3. – P. 49–57.*

Резюме. **Лодатко Е.А. ШКОЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА КАК СОЦИОКУЛЬТУРНЫЙ ОРИЕНТИР СОВРЕМЕННОСТИ.** *В статье освещаются ключевые вопросы, служащие основой взаимовлияния школьной математики и социокультурных ориентиров общества в контексте информационного развития современного социума. Среди таких вопросов выделяются те, что связаны с влиянием математики на осознание учащимися сущности математической деятельности, стилистики восприятия математических понятий в процессе, локализации познавательных механизмов познавательной деятельности и т. д.*

Ключевые слова*: школьная математика, математическая деятельность, методы познания, интеллектуальное развитие, социум, социокультурные ориентиры общества.*

Abstract. **Lodatko E. SCHOOL MATHEMATICS AS A SOCIO-CULTURAL LANDMARK OF MODERNITY**. *The paper highlights the key issues that are the basis of mutual influence of the school of mathematics and socio-cultural landmarks of society in the context of the development of modern information society. The remaining issues deal highlights those that are associated with the influence of mathematics on learners awareness of the essence of mathematical activity, stylistic perception of mathematical concepts in the process of localization of cognitive mech-*

anisms of cognitive activity and so on. Attention is drawn to the fact that school mathematics is under the influence of socio-cultural transformation to become a tool that is able to transform the mathematical knowledge and awareness in the general mathematics necessary attribute of the modern young man, absorbed the cognitive differences of various cultures and logical and methodological principles of the key styles of thinking. Significant reserve in terms of the impact on the socio-cultural school mathematics landmarks of modern society are seen in its original definition of objectives, opening the possibility for the realization of its cultural potential, handling the various activities that ensure the continuity of the potential in the assimilation of knowledge as a prerequisite for further independent mental activity and intellectual socialization.

Key words: *school mathematics, mathematical activities, methods of cognition, intellectual development, society, socio-cultural orientations of society.*

References

1. *Atahanov R.A. The ratio of general appropriateness of thinking and mathematical thinking / R.A. Atahanov // Issues of psychology. – 1995. – №5. – P. 41-50.*
2. *Blihar M.P. The importance of education in the informational society / M.P. Blihar // GRANI: literary miscellany. – 2012. – №3 (83). – P. 82-86.*
3. *Lodatko E.O. Intellectual socialization of personality of primary school teacher / E.O. Lodatko // Pedagogy of higher school: methodology, theory, technology // Higher school of Ukraine. – 2012. – №3 (46). – P. 180-187.*
4. *Maslov S. Yu. Non-symmetry of cognitive mechanisms and its consequence / S. Yu. Maslov // Semiotics and informatics. – Moscow, 1982. – №20. – P. 3-34/*
5. *Pivoev V. M. Evolution of thinking styles / V. M. Pivoev // Central Russian bulletin of social sciences. – Orel, 2012. – №3. – P. 20-27.*
6. *Ravvina Yu.V. Forms of translation of culture and personality basis in education / Yu.V. Ravvina // Philosophy of education: materials of the conference. «Symposium». – №23. – St. Petersburg: St. Petersburg Philosophy Society, 2002. – P. 327-331.*
7. *Sharygin I.F. About mathematical education in Russia (with epigraph, but still without epitaph) / I.F. Sharygin // Mathematical education: yesterday, today, tomorrow… – 14.07.2004: [Digital recourse]. – Link for access: http://www.mccme.ru; http: // www.mccme.ru/edu/index.php?ikey=shar_mathedu.*
8. *Firsov V. Mathematics Education as Theoretical Knowledge / V. Firsov // NOMAD (Nordisk Matematik Didaktik)/ – Dec. 1995. – №4. – Vol.3. – P. 49-57.*

Стаття надійшла до редакції 22.10.2013 р.

СИНЕРГЕТИКА ПРОЦЕССА РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

В.Б.Милушев,
доктор педагог. наук, профессор,
Пловдивский университет „Паисий Хилендарски“,
e-mail: milushev_vassil@abv.bg,
Ж.И.Желев,
канд. педагог. наук, гл. ассистент,
Тракийский университет,
e-mail: zhelev@uni-sz.bg,
БОЛГАРИЯ

Розглянуті деякі аспекти синергетики процесу розв'язання задач. Описано поняття синергетичного спектру задачі і функції розв'язання. В якості ілюстративних прикладів використано чотири математичні задачі, третя з яких – конкурсна задача для вступного іспиту до університету, а остання – задача математичної олімпіади.

Ключові слова: *синергетика, розв'язання задач, синергетичний спектр задачі.*

Постановка проблемы. В последние десетилетия процесс обучения рассматривается как нелинейная система с позиций синергетики и теории хаоса. Чтобы одна система была хаотической, независимо от того является ли она абстрактной математической конструкцией (некоторой системой уравнений) или реально существующим объектом (аппаратом в физике или технике, сообществом различных биологических видов в екологии, химической реакцией и т.д.), необходимое, но недостаточное, условие – быть нелинейной. Например, закон Ома в физике $U = R \cdot I$, где U – напряжение, R – сопротивление, I – сила электрического тока, является примером линейной системы, так как, если, например, $I(t) = I_1 \cos\omega_1 t + I_2\omega_2 t$, то с теми же частотами (ω_1, ω_2) будет колебаться и напрежение $U(t)$ [10, с. 16].

Чтобы квалифицировать поведение одной нелинейной системы как хаотическое, должны быть налицо хотя бы следующие два признака:

1. Система должна быть детерминированной, т. е. должно существовать правило, которое будет определять ее будущее поведение при указанных начальных данных;
2. Система должна показывать сильную чувствительность к начальным условиям (что делает ее в принципе непредсказуемой или с ограниченным сроком предсказуемости).

Такие системы описываются математически посредством нелинейных дифференциальных уравнений (обыкновенных или частных) или дифференчных (в конечных разницах) уравнений. В таком случае первое требование означает, что в этих уравнениях нет коэффициентов или свободных членов, а также нет и граничных условий, которые были бы случайными величинами [10, с. 17]. Если вопреки этому решение (исходный сигнал) имеет такой сложный вид, что выглядит как случайная функция, то говорим, что налицо *детерминированный хаос*.

Анализ актуальных исследований. В настоящее время современная наука также рассматривает процесс учения как детерминированный хаос. С.Гроздев отмечает, что «современное понимание учения, а также и обучения и образования вообще состоит в том, что речь идет о *детермини-*

рованном процессе, то есть о процессе с предысторией и эта предыстория оказывает существенное влияние на сам процесс» [3, с. 11]. Процесс решения математических задач также детерминированный процесс, так как и он имеет предысторию, которая влияет на него.

В [4, Гл. II, пункт 3] и [12, 2.3] детально анализирован синергетический аспект процесса учения. В этих исследованиях дефинированы новые функции $k(t)$ – уровень подготовленности (опыта) [3] и уровень возможностей [4], [12]. Рассмотрим, с одной стороны, теоретически выведенную формулу уровня возможностей школьника

$$k(t) = -\frac{P}{\alpha} + \left(k_1 + \frac{P}{\alpha}\right)\exp(t - t_1), \qquad (1)$$

где $F(k) = \alpha k$ отражает активную роль ученика в процессе учения, $F(t_1) = k_1$ и $F = F(t,k)$, а $\alpha < 0$ – показатель скорости запоминания (забывания), $P = P(t)$ – это сама подготовка ученика. С другой стороны, известна формула Эбингхауса [11] для объема усвоенного материала:

$$x(t) \approx C_1 - C_2 \exp(\alpha t), \qquad (2)$$

C_1 и C_2 – константы.

В результате сравнения этих формул автор приходит к выводу, что между ними существуют замечательные сходства.

Рассмотрим теперь функцию $P = P(t)$, определенную С.Гроздевым, которая описывает уровень подготовки ученика. Он отмечает, что „в частности $P(t)$ может обозначать и *самоподготовку*, включающую самостоятельное учение, чтение книги, работу в библиотеке и т.д.” [4, с. 112]. Последнее, по-нашему, очень важно, так как имеет прямое отношение к процессу учения в синергетическом аспекте – процессу учения как *самоорганизации*. Благодаря кибернетике и биологии самоорганизацию можно определить в наиболее общем смысле как процесс, при котором создается, воспроизводится или совершенствуется организация сложных систем (здесь под сложными системами понимаем системы с большим количеством элементов, связи между которыми имеют верятностный характер). [1, с. 30].

В синергетике наблюдается одно любопытное обстоятельство. С одной стороны, сама концепция о самоорганизации объединяет широкий круг научных теорий. С другой – внутри в самой синергетики ясно разграничиваются различные подходы (школы) в теоретическом описании самоорганизации. Самые известные подходы: термодинамический подход (теория диссипативных систем), развиваемый бельгийской школой И.Пригожина; кинетический подход (синергетика в узком смысле), предложенный школой Г.Хакена; динамический подход (теория автоволновых процессов), развиваемый советской школой по нелинейным колебаниям и волнам [1, с. 83].

Целью статьи является *исследование некоторых аспектов синергетики процесса решения задач как, например, синергетического спектра задачи и функции решения, а также рассмотрение конкретных примеров, иллюстрирующих этот процесс.*

Изложение основного материала. Необходимо отметить два очень важных свойства высокоэффективных синергетических систем:

1. Непрерывный обмен энергии, вещества или информации с внешней средой.
2. Объязательное *взаимодействие* между компонентами системы [8].

В этой связи можем обобщить, что учение, как синергетическая система, состоит в повышении и улучшении интеллектуального развития обучаемых в условиях утвержденных методик обучения и самообучения, посредством которых происходит непрерывный обмен информации. В этом смысле учению как процессу присуще первое из указанных свойств синергетических систем. Второе свойство заложено в самой сущности учения, где каждый обучаемый субъект стремится постичь максимальный эффект обучения в условиях коллективного взаимодействия и конкуренции, причем это проявляется в борьбе за более высокую отметку, более хорошие результаты на экзаменах, конкурсах, олимпиадах; в стремлении проявить себя, к

творчеству и т.д.
Анализ различных исследований ([6],[7] и др.), сделанный В.Милушевым, позволил разработать конкретную синергетическую схему обучения посредством создания структурной модели системы „обучаемый-обучающий”. Кроме того „синергетику можно рассматривать как системную рефлексию, основывающуюся на самоорганизации” [9, с. 47].Важным свойством учения как системы является его *нелинейность* (см. схему-модель на рис. 1).

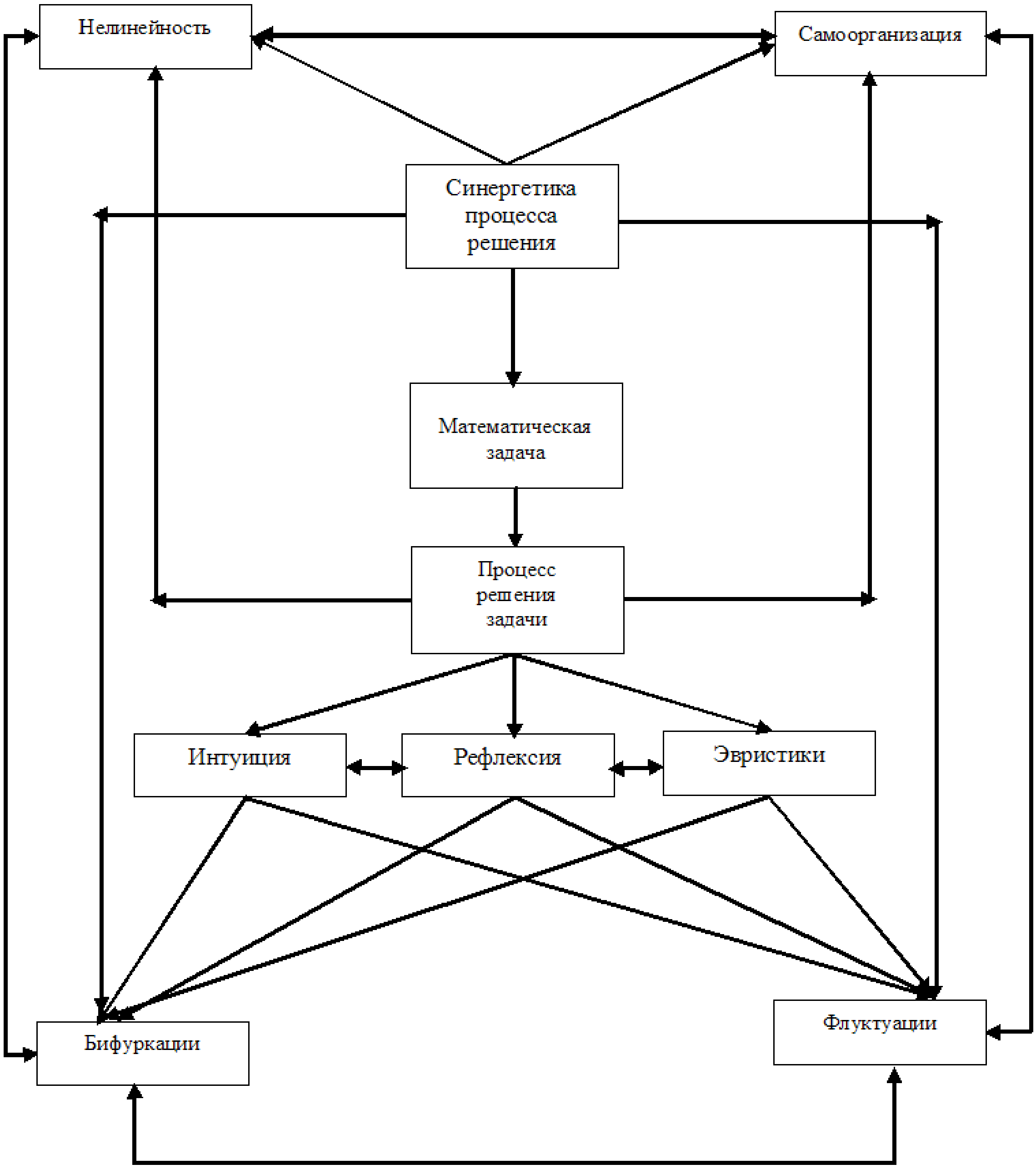


Рис. 1. Схема-модель учения

В самом общем смысле нелинейность одной системы состоит в том, что ее реакция на одно или другое изменение внешней или внутренней среды, не пропорциональна этому изменению. В качестве примера рассмотрим определенную выше функцию $P(t)$, отражающую уровень подготовки (накопленные знания), зависящую от времени. Пусть $P(t_0) = P_0$ дает знания по математике конкретному ученику в данный момент $t = t_0$, а P^* отражает среднюю подготовленность относительно данных фиксированных стандартов. В зависимости от P_0 функция $P(t)$ может изменятся разными способами. Например, если $P_0 = P^*$, то естественно $\Delta P(t) = P_0 - P^* = 0$, а при $P_0 < P^*$, накопление знаний и опыта ухудшается. В случае, когда $P_0 > P^*$, характер изменения самого учения принципиально изменяется, причем в зависимости от конкретных значений P_0, подготовка повышается значительно и может показать качественное развитие (например, ученик успешно преодолевает предварительные круги состязаний и занимает место в национальной команде по математике). Отсюда следует и качественный смысл нелинейности – множество путей развития процесса учения и процесса решения задач как систем. В одной нелинейной системе могут возникнуть только те структуры, которые отвечают внутренним тенденциям развития процессов в данной системе за конкретный период времени. Это, в свою очередь, означает,что возможно объединение непроизвольных структур и на непроизвольных этапах их развития.

Одним из самых ярких примеров, подчеркивающих универсальность в закономерностях развития процесса учения как нелинейной системы, является восходящее развитие возможностей вообще (функции $P(t)$, $k(t)$ и $x(t)$ монотонно возрастают) в результате обучения или объединения двух или больше форм обучения. Такое явление принято называть синергетикой.

Синергетику процесса решения математических задач можем описать *функцией решения* $x(\lambda)$, где независимая переменная λ является управляющим параметром использования различных приемов – эвристических или алгоритмических. Если для двух различных значений λ, например, $\lambda = \lambda_1$ и $\lambda = \lambda_2$ (т.е. при использовании двух эвристических приемов), флуктуации около этих двух точек приводят к одному и тому же устойчивому разветвлению, то эти два решения $y_1 = x(\lambda_1)$ и $y_2 = x(\lambda_2)$ будем называть *синергетически изоморфными*, в противном случае – их назовем *синергетически неизоморфными*.

Каждое стандартное (алгоритмическое) решение λ_c конкретной задачи дефинирует достижение устойчивого состояния системы $x(\lambda)$. Использование эвристических приемов, однако, не определяет априори устойчивое состояние системы, т.е. не гарантирует решения задачи.

Множество всех синергетически неизоморфных решений $(\mathbb{S})$ данной задачи (системы) будем называть *синергетическим спектром* этой задачи (системы) [5, с. 18]. Спектр решений различных задач зависит еще и от их типа – алгоритмической, полуэвристической или эвристической задачи. Для каждой нерешенной математической задачи имеется пустой спектр решения, а для всех остальных типов задач – $\mathbb{S} \neq \varnothing$. Спектр решений каждой задачи – относительная величина, которая зависит больше всего от умений субъекта решать математические задачи, и он (спектр) тем больше, чем более развиты способности и умения субъекта применять различные приемы (эвристические или алгоритмические) в процессе решения математических задач.

Предлагаем четыре задачи в качестве примеров достижения устойчивых разветвлений системы $x(\lambda)$, причем последняя (одна из задач для десятиклассников Весенних математических состязаний, проведенных в городе Руссе (Болгария) с 30 марта по 1 апреля 2012 г.).

Задача 1. *Доказать, что стороны прямоугольного треугольника удовлетворяют неравенству* $(a+b) \leq c\sqrt{2}$, *где a и b – катеты, c – гипотенуза.*

Первое решение (s_1): если решающий задачу субъект (ученик, студент, даже учитель) не сообразит, как можно использовать условие задачи в качестве отправного шага решения, целесообразно начинать свои рассуждения, исходя из тезиса данной задачи – неравенство $(a+b)\le c\sqrt{2}$, которое нужно доказать, то есть сначала сделать несовершенный анализ поиска отправного пункта решения: из

$$(a+b)\le c\sqrt{2}\Rightarrow a^2+2ab+b^2\le 2c^2.$$

Но $c^2=a^2+b^2$. Тогда имеем:

$$a^2+2ab+b^2\le 2a^2+2b^2\Rightarrow$$
$$a^2+b^2-2ab\ge 0\Rightarrow (a-b)^2\ge 0.$$

Полученное неравенство истинно, согласно свойству степеней с четным показателем. Так как здесь использован несовершенный анализ, а в этом случае он не имеет доказательственой силы, обязательно нужно применить синтетический метод для оформления решения.

Решение (синтез): исходя из последнего шага аналитических рассуждений $(a-b)^2\ge 0$ и совершая обратные рассуждения, которые были сделаны при анализе, получаем $a^2+b^2-2ab\ge 0$. Потом прибавляем a^2+b^2 к обеим частям и переносим $2ab$ в другую сторону этого неравенства:

$$2a^2+2b^2\ge a^2+b^2+2ab\Rightarrow$$
$$2(a^2+b^2)\ge (a+b)^2.$$

Так как согласно условию задачи: треугольник прямоугольный и его гипотенуза c, а катеты a и b, то выполняется равенство Пифагора $a^2+b^2=c^2$. Тогда последнее неравенство можно записать в таком виде $2c^2\ge (a+b)^2$. Т.к. числа a, b и c положительные (длины отрезков) и иррациональная функция возрастающая, то при извлечении корня из обеих частей последнего неравенства, можно не писать модуль и нужно сохранить знак неравенства: $c\sqrt{2}\ge a+b$, т.е. $a+b\le c\sqrt{2}$.

Примечание. Таким способом (сначала сделать анализ, а потом синтетически оформить решение) должен поступить и учитель, когда его цель – обучение учащихся применению метода несовершенного анализа.

Второе решение (s_2): геометрический метод. Очевидно, для каждого прямоугольного треугольника выполнено неравенство $h_c\le m_c$, причем равенство выполняется, если прямоугольный треугольник равнобедренный. Кроме того верны утверждения $m_c=\dfrac{c}{2}$ и $ch_c=ab$. Используя тождество $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ и теорему Пифагора, это равенство можно записать: $(a+b)^2=c^2+2ab$. В правой части заменим произведение ab, применяя свойство $ch_c=ab$, и получим

$$(a+b)^2=c^2+2c\,h_c.$$

Но $h_c\le m_c$, что приводит к неравенству

$$(a+b)^2\le c^2+2c\,m_c,$$

а после замены $m_c=\dfrac{c}{2}$ и посредством очевидных преобразований, получим неравенство $(a+b)^2\le 2c^2$. Т.к. числа a, b и c – длины отрезков и иррациональная функция возрастает, то получаем $a+b\le c\sqrt{2}$. Задача решена.

Третье решение (s_3): Синтетический метод. Из неравенства $(a-b)^2\ge 0$ получается последовательно:

$$(a-b)^2\ge 0\Rightarrow a^2+b^2-2ab\ge 0\Rightarrow$$
$$a^2+b^2\ge 2ab\,/+(a^2+b^2)\Rightarrow$$
$$a^2+b^2+a^2+b^2\ge a^2+b^2+2ab\Rightarrow$$
$$2(a^2+b^2)\ge (a+b)^2.$$

Но $a^2+b^2=c^2$. Тогда последнее неравенство принимает следующий вид $2c^2\ge (a+b)^2$, т. е.

$$(a+b)^2\le 2c^2\Rightarrow |a+b|\le c\sqrt{2}\Rightarrow$$
$$a+b\le c\sqrt{2}.$$

Задача решена.

Четвертое решение (s_4): Тригонометрический метод. Так как равенство $a^2+b^2=c^2$ можно записать в виде $\left(\dfrac{a}{c}\right)^2+\left(\dfrac{b}{c}\right)^2=1$, то $0<\dfrac{a}{c}<1$ и $0<\dfrac{b}{c}<1$.

Кроме того, равенство $\left(\frac{a}{c}\right)^2+\left(\frac{b}{c}\right)^2=1$ напоминает тригонометрическое тождество $\sin^2 x+\cos^2 x=1$. Тогда, имея ввиду, что $\sin x$ и $\cos x$ ограниченные функции и для острого угла α прямоугольного треугольника $0<\sin\alpha<1$ и $0<\cos\alpha<1$, то, сравнивая эти неравенства, возникает идея сделать замену: $\frac{a}{c}=\sin\alpha$, $\frac{b}{c}=\cos\alpha$. Это дает возможность переформулироваrь данную задачу и получить задачу на доказательство тригонометрического неравенства, а именно: $0<\sin\alpha+\cos\alpha\le\sqrt{2}$. Левая часть этого неравенства очевидно выполнена.

Чтобы доказать правую часть, представим сумму $\sin\alpha+\cos\alpha$ одной тригонометрической функцией, которая должна быть ограниченной. Это можно осуществить посредством метода вспомогательного угла или переобразованием суммы в произведение. Например,

$$\sin\alpha+\cos\alpha=\sin\alpha+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$$

$$=2\sin\frac{\alpha+\frac{\pi}{2}-\alpha}{2}\cos\frac{\alpha-\frac{\pi}{2}+\alpha}{2}=$$

$$=2\sin\frac{\pi}{4}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=2\,\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=$$

$$=\sqrt{2}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right).$$

Следовательно,

$$\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right).$$

Но $0<\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)\le 1$ (причем равенство выполняется при $\alpha=\frac{\pi}{4}$), откуда

$$0<\sqrt{2}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2},$$

т.е. $0<\sin\alpha+\cos\alpha\le\sqrt{2}$. Используя замену, получаем искомый результат: $a+b\le c\sqrt{2}$.

Если применить метод вспомогательного угла, получается

$$\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha\right)=$$

$$=\sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha+\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha\right)=$$

$$=\sqrt{2}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right).$$

Далее рассуждаем как и в предыдущем изложении. Задача решена.

Сравнивая эти четыре решения одной задачи, можно заключить, что первое из них, хотя и длинное, имеет обучающее значение для учащихся, начинающих усвоение несовершенного анализа поиска и открытия решения задач. Самое короткое, и в то же время самое искусственное – это третье решение. Во втором решении также есть искусственный момент – тождество $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$, но используются знания из геометрии, откуда и сама задача. Последнее решение показывает внутрипредметные связи между геометрией, тригонометрией и алгеброй. Поэтому оно предусматривает овладение решающим субъектом учебного материала на высоком уровне и в то же время обладает возможностями реализации триады деятельностей с математическими задачами в контексте рефлексивно-синергетического подхода. Конечно, эту задачу можно переформулировать в алгебраическую, заменяя ее условие, например, следующим образом: „если $a^2+b^2=1$, доказать, что $-\sqrt{2}\le a+b\le\sqrt{2}$, где a и b – действительные числа”.

Спектр решения данной задачи содержит четыре решения.

Задача 2. *Если* $a^2+b^2=1$ *и* $c^2+d^2=1$, *доказать, что* $|ac-bd|\le 1$.

Первое решение (s_1): это стандартное алгоритмическое решение задачи и самый вероятный подход к ней. Оно состоит в применении метода эквивалентности – доказательство модульного неравенства путем возведения в квадрат обеих его частей. Применяя эту идею, получаем $|ac-bd| \le 1 \Leftrightarrow (ac-bd)^2 \le 1,$ откуда, имея в виду, что $a^2+b^2=1$ и $c^2+d^2=1,$ имеем последовательно

$$a^2c^2-2abcd+b^2d^2 \le a^2+b^2 \Leftrightarrow$$
$$0 \le a^2(1-c^2)+b^2(1-d^2)+2abcd \Leftrightarrow$$
$$0 \le a^2d^2+b^2c^2+2abcd \Leftrightarrow 0 \le (ad+bc)^2.$$

Так как последнее неравенство очевидно, то задача решена.

Второе решение (s_2) базируется на очевидных неравенствах

$$(a+c)^2+(b-d)^2 \ge 0 \text{ и}$$
$$(a-c)^2+(b+d)^2 \ge 0.$$

Неравенство $|ac-bd| \le 1,$ которое надо доказать, выполняется точно тогда, когда имеет место двойное неравенство $-1 \le ac-bd \le 1.$

Чтобы доказать левую часть последнего неравенства, используем, что

$$(a+c)^2+(b-d)^2 \ge 0 \Leftrightarrow$$
$$a^2+2ac+c^2+b^2-2bd+d^2 \ge 0 \Leftrightarrow$$
$$2+2(ac-bd) \ge 0,$$

откуда следует $2 \ge -2(ac-bd)$, т.е. $-1 \le ac-bd.$

Правое неравенство доказывается аналогично, причем используется второе из цитированных выше неравенств. Задача решена.

Третье решение (s_3): Эвристический прием, который используем при этом решении – введение углов и использование тригонометрических знаний.

Так как $a^2+b^2=1$ и $c^2+d^2=1,$ то существуют такие значения α и β, что $a=\sin\alpha,\ b=\cos\alpha,\ \ c=\sin\beta, d=\cos\beta.$

Тогда

$$ac-bd=\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta=$$
$$=-\cos(\alpha+\beta).$$

Но косинус ограниченная функция – в случае имеем: $-1 \le -\cos(\alpha+\beta) \le 1.$ Следовательно $|ac-bd| \le 1.$ Задача решена.

Четвертое решение (s_4): Рассмотрим два вектора $\vec{m}(x_1,y_1,z_1)$ и $\vec{n}(x_2,y_2,z_2).$ Очевидно для их скаларного произведения в силе неравенство $|\vec{m}.\vec{n}| \le |\vec{m}|.|\vec{n}|,$ которое в координатной форме запишем так:

$$|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2| \le$$
$$\le \sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}.\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2},$$

а это точно неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Именно это неравенство представляет ключ к решению. Отметим, что в нем достигается равенство тогда, когда векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ коллинеарны.

Введем векторы $\vec{m}(a,b)$ и $\vec{n}(c,-d).$ Учитывая условие задачи, получаем $|\vec{m}|=\sqrt{a^2+b^2}=1$ и $|\vec{n}|=\sqrt{c^2+d^2}=1.$ Кроме того $\vec{m}.\vec{n}=ac-bd.$

Следовательно,

$$|ac-bd|=|\vec{m}\cdot\vec{n}| \le |\vec{m}|\cdot|\vec{n}|=1.$$

Задача решена.

Пятое решение (s_5): При этом решении будем использовать тождество Диофанта $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ad+bc)^2+(ac-bd)^2$ которое в силе для произвольных реальных чисел *a*, *b*, *c* и *d*. Отсюда получаем, что $(ad+bc)^2+(ac-bd)^2=1,$ откуда следует искомое неравенство.

Шестое решение (s_6): Рассмотрим специальную линейную группу второго порядка $SL(2,\mathbb{R})$ квадратных реальных матриц с детерминантом равным единице. Как известно из теории, эта группа – нормальная подгруппа общей линейной группы, которая состоит из всех неособенных квадратных матриц и реализуется как ядро естественного гомоморфизма между общей линейней группой и мультипликативной группой действительных чисел, который каждой неособенной квадратной матрице сопоставляет ее детерминант. Рассмотрим матрицы $A=\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \in SL(2,\mathbb{R})$ и

$B=\begin{pmatrix} c & d \\ -d & c \end{pmatrix} \in SL(2,\mathbb{R})$.

Тогда и $AB=\begin{pmatrix} ac-bd & ad+bc \\ -ad-bc & ac-bd \end{pmatrix} \in SL(2,\mathbb{R})$, так как $\det A \cdot \det B = \det AB = 1$. Но $\det AB = (ac-bd)^2+(ad+bc)^2=1$, откуда следует искомое неравенство. Задача решена. Для нас спектр решения этой задачи содержит шесть решений, причем последние два решения изоморфны, т.е. $\mathbb{S}=\{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$ и $s_5 \cong s_6$.

Решения s_1 и s_2 имеют более или менее алгоритмическую основу и поэтому они более доступны для использования, а и сами решения не очень сложны.

Задача 3. *Дана трапеция ABCD, у которой диагонали AC и BD пересекаются в точке O. Если площадь треугольника AOB равна p, а площадь треугольника COD равна q, найти площадь трапеции ABCD.*

Первое решение (s_1): так как трапеция определена однозначно четырьмя элементами, введем параметры *AB* = *a* и *CD* = *b*. Тогда, если обозначим высоту треугольника *AOB* через $OH_1 = h_1$, а высоту треугольника *COD* – через $OH_2 = h_2$, то $h_1=\frac{2p}{a}$ и $h_2=\frac{2q}{b}$. Тогда

$$S_{ABCD}=\frac{a+b}{2}\left(\frac{2p}{a}+\frac{2q}{b}\right)=(a+b)\left(\frac{p}{a}+\frac{q}{b}\right).$$

Чтобы эллиминировать параметры *a* и *b*, можно использовать подобие треугольников *ABC* и *COD*, откуда следует, что $\frac{p}{q}=\frac{a^2}{b^2}$, т.е. $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$ или $a=b\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$. После замены параметра *a* в формуле площади трапеции и преобразования выражения, получается

$$S_{ABCD}=\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2.$$

Второе решение (s_2): данными элементами трапеция определена до реляции (отношения) равноплощади фигур. Инвариантами этой реляции являются равноплощадные фигуры и отношения площади. Так например, $S_{AOD}=S_{BOC}$, ибо дополняют площадь треугольника *ABO* соответственно до площади треугольников *ABD* и *ABC*. Кроме того $\frac{S_{AOD}}{S_{DOC}}=\frac{AO}{OC}$ (эти треугольники имеют общую высоту, выходящую из общей их вершины *D*), а $\frac{AO}{OC}=\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$, откуда $S_{AOD}=q.\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}=\sqrt{p.q}$.

Следовательно

$$S_{ABCD}=p+2\sqrt{p.q}+q=\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2.$$

Третье решение (s_3): если запишем, что $p=S_{AOB}=\frac{1}{2}AO.BO.\sin\varphi$, а $q=S_{DOC}=\frac{1}{2}DO\cdot CO\cdot\sin\phi$, где φ – угол между диагоналями AC и *BD*, и умножим почленно обе равенства, получаем

$$p.q=\frac{1}{2}AO\cdot BO\cdot\sin\phi\cdot\frac{1}{2}DO\cdot CO\cdot\sin\phi=$$

$$=\frac{1}{2}AO\cdot DO\cdot\sin(180^0-\phi)\cdot\frac{1}{2}BO\cdot CO\cdot\sin(180^0-\phi)=$$

$=S_{AOD}.S_{BOC}=(S_{AOD})^2$. Т.е. $S_{AOD}=\sqrt{p\cdot q}$ и $S_{ABCD}=p+2\sqrt{p.q}+q=\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2$.

Четвертое решение (s_4): рассмотрим трансляцию (параллельный перенос), определенную вектором $\overrightarrow{DC}$, и перенесем диагональ DB через точку *C*. Тогда точка *B* изображается в точку B_1 на протяжении отрезка *AB* так, что $BB_1=DC$. Элементарно доказывается, что площадь треугольника *AB*1*C* равняется площади данной трапеции *ABCD*. Действительно, если обозначим через *h* высоту трапеция, то имеем

$$S_{AB_1C}=\frac{AB_1\cdot h}{2}=\frac{(AB+BB_1)\cdot h}{2}=$$
$$=\frac{(AB+DC)\cdot h}{2}=S_{ABCD}.$$

Поэтому достаточно найти площадь треугольника AB_1C. Но он подобен треугольнику ABO, откуда следует, что

$$\frac{S_{AB_1C}}{S_{ABO}}=\left(\frac{AC}{AO}\right)^2=\left(\frac{AO+OC}{AO}\right)^2=$$
$$=\left(1+\frac{OC}{AO}\right)^2=\left(1+\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{p}}\right)^2=\frac{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}{p},$$

то есть

$$\frac{S_{AB_1C}}{p}=\frac{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}{p}.$$ Следовательно

$$S_{ABCD}=\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2.$$

Итак, спектр решений этой задачи – четыре, причем все решения неизоморфны. При первом решении используется метод параметризации, при втором – инварианты реляции, до которой определена фигура данными эллементами (площадями p и q), при третьем – специфическая информация задачи, а при четвертом – дополнительное построение посредством метода трансляции.

Следующей задачей покажем насколько важно заполнять синергетический спектр олимпиадных задач, Конкретно в этом случае третье решение, которое мы представим ниже (хотя и с незначительными изменениями и небольшими различиями в записи на самой олимпиаде) принадлежит ученику Петру Тоневу из г. Стара Загоры, который был подготовлен для участия в олимпиаде вторым автором настоящей статьи.

Первые два решения ниже предложены автором задачи, причем были указаны и соответствующие очки и этапы этих решений.

Задача 4. *Дан треугольник ABC,* $\angle ACB=90^\circ$, *для которого внешневписанная окружность к стороне AB касается AB в точке N. Если* $\angle BNC=45^\circ$, *найти угол BAC.*

Первое решение (s_1): пусть CL биссектриса угла ACB $(L\in AB)$. Тогда

$$\angle BNC=45^\circ=\angle BCL.$$

Но

$$\angle NBC=\angle CBL$$

и значит $\Delta BNC\sim\Delta BCL$. Откуда следует, что $\frac{BC}{BN}=\frac{BL}{BC}$, то есть $BC^2=BN\cdot BL.$

Если используем стандартные метрические обозначения для треугольника ABC, то известно, что $BN=p-a$ и $BL=\frac{ac}{a+b}$. Тогда получаем

$$a^2=(p-a)\cdot\frac{ac}{a+b}\Leftrightarrow ab=(b-a)p.$$

С другой стороны,

$$ab=2S_{ABC}=2pr=2p(p-c)$$

и, после замены в предыдущем равенстве, достигаем до $2(p-c)=b-a,$ т.е. $c=2a$. Кроме того данный треугольник прямоугольный. Следовательно

$$\angle BAC=30^\circ.$$

Второе решение (s_2): пусть вписанная в треугольник ABC окружность k касается стороны AB в точке P. Если точка Q – диаметрально противоположная точке P в k, то факт, что точки C, Q и N колинеарны, известен. (Классическое доказательство использует гомотетию с центром C, которая изображает k во внешневписанной окружности). Из условия $\angle BNC=45^\circ$ следует, что $NP=PQ,$ т. е. $b-a=2p=2(p-c)$. Откуда $c=2a$ и $\angle BAC=30^\circ$.

Третье решение (s_3): пусть внешневписанная окружность k касается продолжения катетов AC и BC соответственно в точках F и G, а точка O – ее центр. Обозначим $\frac{BG}{OG}=x$ и $\frac{AF}{OF}=y$. Пусть еще $OF=OG=r.$ Тогда $BG=rx$ и $AF=ry$ (см. рис. 2). Отсюда $BC=(1-x)r$ и $AC=(1-y)r.$ Кроме того четырехугольник $OGCF$ – квадрат, так как имеет три прямых угла и $OG = OF = r$. Из теоремы Пифагора для треугольника ABC следует, что выполнено равенство $(1-x)^2 r^2 + (1-y)^2 r^2 = (x+y)^2 r^2$, откуда после сокращения обеих сторон на r^2 и упрощения, получаем, что $y = \frac{1-x}{1+x}$.

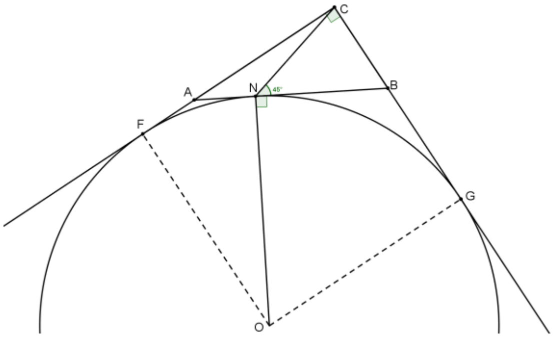


Рис. 2

Теперь применяем теорему косинусов в треугольнике BNC для $\angle ABC = \beta$ и, используя последнее равенство, получаем:

$$\cos\beta = \frac{1-x}{x+y} = \frac{1-x^2}{1+x^2} =$$

$$= \frac{x^2 + (1-x)^2 - CN^2}{2x(1-x)} =$$

$$= \frac{2x^2 - 2x + 1}{2x(1-x)} - \frac{CN^2}{2x(1-x)},$$

откуда следует, что

$$CN^2 = r^2 \cdot \frac{5x^2 - 4x + 1}{x^2 + 1}.$$

Теперь применяем снова теорему косинусов в том же треугольнике, но для $\angle BNC = 45^\circ$. Тогда, имея ввиду вышесказанного, получаем

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x^2 + \frac{5x^2 - 4x + 1}{x^2 + 1} - (1-x)^2}{2x\sqrt{\frac{5x^2 - 4x + 1}{x^2 + 1}}} \Rightarrow$$

$$\frac{2x^3 + 4x^2 - 2x}{x\sqrt{\left(5x^2 - 4x + 1\right)\left(x^2 + 1\right)}} = \sqrt{2},$$

откуда, после возведения в квадрат и преобразования, получаем уравнение четвертой степени

$$3x^4 - 12x^3 + 2x^2 + 4x - 1 = 0,$$

которое имеет четыре различных действительных корня, среди которых находятся и значения для x и y, а именно $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ и $y = 2 - \sqrt{3}$. Теперь уже непосредственно получается, что

$$\sin\angle BAC = \frac{1-x}{x+y} =$$

$$= \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3} + 2 - \sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle BAC = 30^\circ.$$

Окончательно, синергетический спектр этой задачи для нас пока состоит из трех решений, причем все три решения неизоморфны.

Выводы. *Разработка синергетики процесса решения задач имеет прямое отношение к развитию эвристического мышления.* Сама реализация рефлексивно-синергетического подхода при решении математических задач „требует наличия:

- внутренних и внешних воздействий;
- внутренних и внешних колебаний (флуктуаций);
- плато (зоны насыщенности) – места критических бифуркационных точек;
- атракторного спектра различных состояний исследуемой системы;
- перехода вида „хаос-порядок";
- качественных перемен, связанных с рефлексивными изменениями системы, в результате которых получается новая структура и приближение все больше к идеальной цели" [9, с.47-48] (см. также и схему-модель на рис. 1).

1. Бушев, М. Синергетика – хаос, ред, самоорганизация. / М.Бушев. – София: УИ "Св. Кл. Охридски", 1992.

2. Гроздев, С. Олимпиади и синергетика. / С.Гроздев // Математика и математическо образование. – 32. – София: БАН, 2003. – С. 101-115,

3. Гроздев, С. Синергетика на ученето. / С.Гроздев // Педагогика. – № 7. – София: 2002. – С. 3-23.

4. Гроздев, С. Теория и практика на подготовката на изявени ученици за участие в олимпиади по математика. / С.Гроздев // Дисертационен труд, – София: ИМИ-БАН, 2002.

5. Желев, Ж. Евристични похвати при ре-

шаване на задачи от изявени ученици и бъдещи учители. / Ж.И.Желев // Автореферат на дисертация за получаване на образователната и научна степен "доктор" по научната специалност 05.07.03 (Методика на обучението по математика), София, 2012.

6. Князева, Е. Н. Пробуждащото обучение. / Е.Н.Князева // Педагогика – № 8. – София: 2006. – С. 3-21.

7. Князева, Е.Н. Законы эволюции и самоорганизации сложных систем / Е.Н.Князева, С.П. Кордюмов. – Москва: Наука, 1994.

8. Колесников, А.А. Синергетика и проблемы теория управления. /А.А. Колесников и колл. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

9. Милушев, В. Рефлексивно-синергетичен подход в обучението / В. Милушев // Научни трудове на ПУ "Паисий Хилендарски" – 45(2), 2008. – С. 43-53.

10. Панчев, Ст. Теория на хаоса. / С.Панчев. – София: АИ "Проф. Марин Дринов", 2001.

11. Ebbinghaus, H. Über das Gedächtnis. / H. Ebbinghaus. – Darmstadt, 1971.

12. Grozdev, S. For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice), / S.Grozdev // Association for the Development of Education, – Sofia, 2007.

Резюме. **Милушев В.Б., Желев Ж.И. СИНЕРГЕТИКА ПРОЦЕССА РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.** *Рассматрены некоторые аспекты синергетики процесса решения задач. Введены новые понятия, например, синергетический спектр задачи и функция решения. В качестве иллюстрирующих примеров использованы четыре математические задачи, третьяя из которых – конкурсная задача вступительного экзамена для университета, а последняя – задача математической олимпиады.*

Ключевые слова: *синергетика, решение задач, синергетический спектр задачи.*

Abstract. **Milloushev V., Zhelev Z. SYNERGETICS OF MATHEMATICS PROBLEM SOLVING.** *In the paper some aspects of the synergetics of the problem solving have been discussed. Some notions such as synergetic spectrum and solving function have been also introduced. Four mathematics problems (the forth one being a mathematics olympiad problem, and third one – a part of the set of problems for entering the university) have been used as particular examples.*

Key words: *synergetics, problem solving, synergetic problem's spectrum.*

Стаття надійшла до редакції 25.05.2013 р.

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ТА МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ РОЗВИВАЛЬНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ *)

З.І.Слєпкань,
доктор педагог. наук, професор

**) пропонуємо вступ однієї з фундаментальних сучасних праць Зінаїди Іванівни Слєпкань «Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики»* [1], *яку науковець представила як навчально-методичний посібник для вчителів та студентів педагогічних спеціальностей.*

Майбутнє будь-якої держави та людської цивілізації в цілому визначається тим, яка впроваджена в ній система освіти.

Сьогодні вирішальне значення для економічного розвитку та конкурентоздатності тієї чи іншої країни, забезпечення її інтелектуальної самостійності та власного місця у сучасному, все більше взаємопов'язаному світі набувають наукові й технічні знання, високі моральні якості особистості, її інтелектуальний і творчий потенціал, винахідливість, ініціатива, почуття нового, здібність адаптуватися до умов, які швидко змінюються. Саме тому всі розвинені країни світу в останнє десятиріччя здійснюють реформування освітніх систем, основною метою якого є підвищення інтелектуального потенціалу нації, формування творчої особистості.

Щодо інтелектуального потенціалу особистості та країни в цілому, то, як зазначав І.Я.Лернер [2] на Міжнародному симпозіумі 1989 р., неправомірно під інтелектуальним потенціалом країни розуміти лише сукупність дарувань певної частини, еліти його населення. «Думається, що сьогодні всі цивілізовані країни підготовлені до іншого розуміння інтелектуального потенціалу як сукупності дарувань усього покоління у цілому, всієї молоді й здорової частини суспільства». У зв'язку з реформою системи загальної середньої освіти дещо змінилося підпорядкування цілей освіти. Закон України «Про освіту» [3] як основну мету загальної середньої освіти визначає різносторонній розвиток особистості, а цілі навчання й виховання, підпорядковані розвитку, виступають як загальні форми, засоби розвитку.

Аналіз процесів реформування освітніх систем у розвинутих країнах свідчить, що всі вони приходять до необхідності пошуку формулювання нової, сучасної парадигми освіти. У зв'язку з інтеграційними процесами, створенням світового освітнього простору така парадигма має бути актуальною і в загальних рисах спільною для усіх країн. Саме тому в рамках ЮНЕСКО ще в 1992 році було створено міжнародну комісію з освіти на чолі з Жаком Делором і Всесвітню комісію з культури і розвитку на чолі з Пересом де Куельяром. Цим комісіям було доручено підготувати й опублікувати у 1995 р. доповіді, які повинні були допомогти країнам у розробці розрахованої на XXI століття політики в галузях освіти, науки, культури. Пов'язане це з тим, що жодна країна, якою б високорозвинутою вона не була, розв'язувати самостійно загальнолюдські проблеми не в змозі. Необхідне поєднання економічних, інтелектуальних і духовних можливостей усього світового товариства.

Нова парадигма як пріоритет освіти (загальної середньої і вищої) розглядає орієнтацію на інтереси особистості, адекватні сучасним тенденціям суспільного розвитку.

Освіту можна вважати спрямованою на інтереси особистості, якщо через неї можна:

- гармонізувати відношення людини

із природою через засвоєння сучасної наукової картини світу;

- стимулювати інтелектуальний розвиток і збагачувати мислення, творчість через засвоєння сучасних методів і засобів наукового пізнання;
- домогтися успішної соціалізації через занурення у сучасну культуру, в тому числі й у техногенну;
- навчити людину жити в умовах насиченого, активного інформаційного середовища, створити умови для безперервної освіти;
- створити умови для набуття широкої базової освіти, яка дозволить досить швидко переключатися на суміжні галузі професійної діяльності, враховуючи інтегративні тенденції розвитку науки і техніки, потребу в новому рівні наукової грамотності.

Безумовно, реалізація сучасної нової парадигми освіти повинна починатися з дошкільного виховання та загальноосвітньої школи.

Серед базових освітніх галузей, які формують різносторонньо розвинену особистість, важливе місце посідає і шкільний курс математики. Це обумовлено насамперед тим, що на сучасному етапі розвитку суспільства все більше спеціальностей потребують високого рівня освіти, застосувань математики (фізика, хімія, інформатика, біологія, психологія, економіка, бізнес, фінанси тощо). Відтак зростає кількість школярів, для яких математика стає професійно-значущим предметом. Крім того, у повсякденній практичній діяльності кожна людина стикається з розрахунками, обчислювальною технікою, формулами, практичними прийомами геометричних вимірювань і побудов, складанням і читанням таблиць, діаграм і графіків; їй доводиться реалізовувати нескладні алгоритми, стикатися з імовірнісним характером випадкових подій, аналізувати масиви даних тощо. Без належної математичної підготовки неможлива повноцінна освіта сучасної людини, забезпечення безперервної освіти.

Вирішальне значення для систематичної освіти має формуючий аспект предмета математики, її широкі можливості для інтелектуального розвитку особистості. Йдеться насамперед про розвиток логічного мислення, просторових уявлень та уяви, алгоритмічної та інформаційної культури, пам'яті, уваги, вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між окремими фактами, обґрунтовувати твердження, математизувати реальні ситуації. Загальновизнана роль математики у формуванні позитивних якостей особистості, рис характеру, вольової сфери школярів (розумової активності, пізнавальної самостійності, саморегуляції), розвитку продуктивного та творчого мислення, правдивості, інтелектуальної витриманості, наполегливості тощо.

Сучасний науково-технічний прогрес потребує особливого стилю, мислення, який характеризується точністю, визначеністю, обґрунтованістю, тобто тими якостями, які властиві й математичній діяльності.

Вивчення математики, поряд з іншими дисциплінами, сприяє моральному, трудовому, естетичному, економічному, екологічному, правовому, патріотичному вихованню, утвердження принципів загальнолюдської моралі.

Курс математики для середньої школи побудований за такими принципами:

— **науковість,** яка виявляється відповідно до змісту основ математичної науки та високорозвинутих технологій виробництва;

— **доступність,** яка означає відповідність змісту та обсягу курсу віковим особливостям розвитку учнів, раціональне поєднання логічної строгості й наочності та інтуїції, природодоцільність навчання;

— **гуманізація** навчально-виховного процесу та **гуманітаризація** змісту навчання;

— **варіативність** змісту навчання, що реалізується через різноманітність освітніх програм, розроблених на основі державного освітнього стандарту з математики, розширення і поглиблення змісту навчання із правом учителя та навчального закладу на вибір програм;

— **індивідуалізація** навчання;

— **диференційована реалізованість,** коли зміст матеріалу й вимоги до навчання мають забезпечувати на різних ступенях навчання рівневу та профільну диференціацію;

— **діагностико-прогностична реалізованість,** суть якої полягає у тому,що зміст матеріалу та система навчання повинна сприяти виявленню математичних і загальноінтелектуальних здібностей учнів з метою їх обґрунтованої орієнтації щодо профілю навчання або вибору спеціальності;

— **безперервність математичної освіти** та її наступність між різними ступенями навчання.

Із приводу діагностико-прогностичної реалізованості К.Д.Ушинський [4] зазначав: «Якщо педагогіка хоче виховувати людину і усіх відношеннях, то вона повинна насамперед пізнати її у всіх відношеннях... Психологія у відношенні своєї застосовності до педагогіки та своєї необхідності для педагогіки займає перше місце між всіма науками».

Принцип безперервності освіти, зокрема, математичної, робить ще актуальнішою не нову для педагогіки, психології і методики навчання математики проблему − навчити учнів учитися. Підходи до цієї проблеми змінювалися на різних етапах розвитку освіти залежно від соціальних вимог, які висовувалися суспільством до школи, від рівня психологічних теорій научіння та дидактичних систем навчання. К.Д.Ушинський вважав, що озброєння учнів корисними знаннями й розвиток їхніх пізнавальних здібностей − два завдання, що повинні розв'язуватися одночасно.

Останнім часом у психологічній і педагогічній науках, у методиці навчання математики та в шкільній практиці інтенсивно розроблялися проблеми розвивального навчання, шляхи та засоби активізації пізнавальної діяльності учнів, розвитку їхнього продуктивного, творчого мислення. При цьому активна пізнавальна діяльність розглядалася не тільки як засіб оволодіння знаннями, навичками та вміннями, але й як важливе джерело розумового розвитку школярів.

Досвід передових учителів свідчить, що високий рівень пізнавальної активності та творчої діяльності учнів у навчанні найкраще забезпечується в умовах застосування таких дидактичних систем,як проблемне навчання,програмування знань і адекватних їм розумових і практичних дій, при широкому застосуванні алгоритмічного підходу.

Реалізація актуальних завдань розвивального навчання полягає в тому, що вчитель не лише застосовує різноманітні методи, організаційні форми та засоби навчання на уроці,а й систематично знайомить учнів зі способами виконання тих чи інших видів пізнавальної діяльності. Управління та самоуправління навчально-пізнавальною діяльністю можливе лише за умови сформованості в учнів загальних і специфічних для математики прийомів розумової діяльності, а через них − і раціональних прийомів навчальної роботи.

Готуючись до уроку, вчитель також повинен не лише чітко сформулювати мету та завдання уроку, а й ретельно відібрати навчальний матеріал, беручи до уваги вимоги диференційованого навчання, виділити в ньому "одиниці засвоєння", продумати форми та засоби подачі, програмувати шляхи та засоби активної навчально-пізнавальної діяльності учнів, тобто ті розумові й практичні дії та прийоми навчальної роботи, за допомогою яких школярів засвоюватимуть запланований матеріал. При цьому важливо врахувати, якими знаннями, прийомами розумової діяльності учні вже володіють, а які з них слід сформувати на даному етапі навчання. Важливо брати до уваги закономірності сприйняття, мислення, пам'яті, вікові та індивідуальні особливості учнів на різних етапах навчання. Вибір шляхів засвоєння програмового матеріалу з математики залежить від конкретних дидактичних, розвивальних і виховних цілей, особливостей його змісту, підготовленості учнів до сприйняття нового тощо. Тому в одних випадках навчальний матеріал пояснюється учителем, а відтворюється і закріплюється учнями, в інших − організовується пошукова діяльність: виявляються істотні властивості понять і конструюються їх означення, здійснюється пошук доведення теорем і алгоритмів розв'язування стандартних задач, евристична діяльність щодо знаходження способу розв'язання нестандартних задач. Необхідна така організація пізнавальної діяльності учнів, коли у процесі засвоєння знань вони оволодівають раціональними прийомами як розумової, так і практичної діяльності. Загальні й специфічні розумові дії та прийоми розумової діяльності повинні стати об'єктом засвоєння і свідомого їх застосування, контролю з боку вчителя та самоконтролю учнів.

Корисно навчати учнів алгоритмів, правил-орієнтирів, евристичних схем основних видів навчальної діяльності, методів доведення математичних тверджень і розв'язування задач.

Психологи Н.А.Менчинська, З.І.Калмикова вважають, що найбільш загальним показником розумового розвитку школяра є його научуваність. Н.А.Менчинська [5] охоплює цим поняттям передумови, здібність до навчання. З.І.Калмикова [6] виділяє такі складові научуваності:

1) узагальненість розумової діяльності, спрямованість на абстрагування та узагальнення істотного в навчальному матеріалі;
2) усвідомленість мислення, що визначається співвідношенням його практичного та словесно-логічного компонента;
3) гнучкість розумової діяльності;
4) усталеність розумової діяльності;
5) самостійність мислення, його сприйнятливість до допомоги.

Сутність математики становлять абстракції та узагальнення, а її особливості є спеціальна мова, знакова символіка. Математиці властива формалізація знань, вона оперує формальними структурами зв'язків і відношень. Математика − наука дедуктивна, і провідним методом побудови її сучасних теорій є аксіоматичний метод. Оволодіння математичними знаннями розвиває здібності узагальнювати й абстрагувати,володіти числовою і знаковою символікою, передавати мовою символів словесно сформульовані закономірності; знаходити шляхи розв'язання проблем, які не підпадають під стандартне правило, оскільки в шкільному курсі математики є задачі, що не алгоритмізуються, знаходити найкоротший логічний шлях, який веде до даної мети; переходити від однієї розумової дії до іншої, до просторових уявлень.

О.Я.Хінчин [7] відзначав вплив математичних знань на формування наукового світогляду, інтелектуальних, вольових і моральних особистості.

У дослідженнях Г.С.Костюка, Н.А.Менчинської, Д.Н.Богоявленського, Є.Н. Кабанової-Меллер, Н.Ф.Тализіної, В.В.Давидова, Л.В.Занкова, Д.Б.Ельконіна, В.І.Решетникова та інших показано, що рівень розвитку школярів визначається не лише змістом знань, а й способами їх добування. На сучасному етапі розвитку освіти зусилля психологів, методистів, передових учителів у нашій країні та за кордоном спрямовані на розробку таких методичних систем, у результаті застосування яких учнів, які закінчать середню школу, повинні володіти не лише визначеною програмою системою знань, навичок і умінь, а й загальними прийомами розумової діяльності, раціональними прийомами навчальної роботи,були підготовлені до самостійного добування знань,неперервної освіти.

Успішне вирішення поставлених завдань неможливе без урахування загальнодидактичних принципів і закономірностей навчання, психологічних і дидактичних принципів розвивального навчання, психологічних теорій научіння та відповідних моделей навчання. Вони визначають сутність научіння, його умови та основи.

Сьогодні в усьому світі актуальними є теорія і практика диференційованого навчання.

Відомий спеціаліст у сучасній психолого-педагогічній науці В.П.Безпалько [8] зазначає: "Пора уже понять очевидную истину, наиболее четко выраженную в известной формуле А.В.Луначарского: «Каждый человек должен усвоить немного обо всём и всё о немногом. У каждого свои присущие лишь ему специфические способности: одни из них светятся ярче (доминантные способности), другие более тускло, и каждый имеет личный потолок возможного развития». Диференціація має ґрунтуватися на освітніх державних стандартах відповідних галузей освіти. Усі розвинуті країни розробляють і впроваджують такі стандарти.

В Україні розроблений і затверджений освітній стандарт з математики для середньої школи [9]. Учитель повинен чітко усвідомити зміст освітнього стандарту та його функції. Лише за цієї умови можлива на належному рівні диференціація навчання математики.

Основними функціями освітнього стандарту з математики, як з інших базових предметів, є:

1) створення єдиного освітнього простору та забезпечення варіативності освіти за умови існування різних типів шкіл, національних і регіональних моделей освіти; усунення бар'єрів, які виникають при переході дітей з навчального закладу в інший через різноманітність вимог до змісту навчання;

2) приведення навчального навантаження школярів до норм, які були порушені із профілізацією та введення обов'язкових і додаткових предметів;

3) забезпечення максимальної об'єктивності оцінювання результатів праці учня, вчителя, школи в цілому, що дає можливість приймати обґрунтовані управлінські рішення, позбавитися волюнтаризму, протекціоналізму, необ'єктивності;

4) гарантування реальної рівневої та профільної, що дає можливість з найбільшою ефективністю і повнотою реалізувати інтереси, схильності й здібності учнів; формування уявлення про якість освіти на різних ступенях навчання в різних регіонах країни.

Освітній стандарт з математики − це нормативний документ, який визначає мінімум змісту навчання, мінімальні вимоги до математичної підготовки щодо змісту за змістовими лініями шкільного курсу математики і ступенями навчання.

Стандарт – це не програма з математики,а основа, на якій створюватимуться пакети різнорівневих програм для різних навчальних закладів, підручники та навчальні посібники.

У програмах і підручниках зміст навчального матеріалу може бути розширений і поглиблений з метою забезпечення не лише мінімального необхідного рівня математичної підготовки, а й підвищеного та поглибленого.

Державний освітній стандарт з математики містить чотири компоненти:

1. Державний базовий навчальний план, у якому визначається кількість тижневих годин з математики на кожному ступені навчання (початкова, основна, старша школа).

2. Мінімум змісту навчання, тобто той зміст, який пропонує держава учневі для необхідного засвоєння з метою забезпечення підвищеного та поглибленого рівнів. Базовий навчальний план містить варіативну частину − додаткові години, які школа може використати для поглибленого вивчення окремих предметів, групових та індивідуальних занять, факультативів тощо.

Необхідний мінімум змісту є ядром шкільного курсу математики за основними змістовими лініями. До стандарту увійшли лише такі змістові лінії: числа і дії над ними; вирази та їх перетворення; рівняння і нерівності; функції, початки диференціального та інтегрального числення; елементи теорії множини і комбінаторики; елементи стохастики (початки теорії ймовірності і елементи статистики); геометричні фігури та їхні властивості; вимірювання геометричних величин, обчислення їхніх значень.

Координати і вектори, геометричні перетворення, геометричні побудови не ввійшли в стандарт як самостійні змістові лінії.

3. Вимоги до математичної підготовки, до змісту, зазначеного в другому компоненті стандарту. Тут подано мінімальні вимоги до підготовки учнів, які слід оцінювати балом «6» або «зараховано». Ці вимоги є нижньою межею вимог державної атестації.

Рівень необхідної підготовки має конкретизуватися загальними вимогами до кожного елементу знань, записаних у другій частині стандарту, та зразками типових прикладів і задач, які повинні уміти розв'язувати кожен учень.

4. Оцінювання виконання вимоги стандарту. Тут подано підходи до способу перевірки математичної підготовки школярів і її організації в умовах уведення стандартів (перевірочні роботи різного виду, тести, опитування, контрольні роботи).

Необхідно розуміти основне: стандарт, орієнтовний на кінцевий результат навчання на рівні мінімального необхідного змісту та на рівні мінімальних вимог до математичної підготовки щодо вказаного змісту.

Він не нормує освітній простір на рівні вчителя і школи, оскільки освітній простір − це сфера, де розгортається інноваційна діяльність учителя, де впроваджуються обрані школою освітні програми, підручники, методи, організаційні форми і засоби навчання (підручники, дидактичні матеріали, посібники для учнів і вчителів, наочні посібники та технічні засоби навчання). Учитель повинен мати можливості застосувати різноманітні технології навчання, у тому числі й інноваційні.

1. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. − Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – С.3-10.

2. Лернер И.Я. Развивающее обучение с дидактических позиций / И.Я.Лернер // Педагогика. – 1996. – №2. – С. 7-11.

3. Закон України «Про освіту». – К.: ТЕНЕЗА, 1996. – 36 с.

4. Ушинский К.Д. Собрание сочинений: В 11-и т. Т.10 / К.Д.Ушинский.– М.: Изд-во АПН РСФСР, 1948-1952. – 537 с.

5. Менчинская Н.А. Проблемы учения и умственного развития школьника: Избранные психологические труды / Н.А.Менчинская. – М.: Педагогика. – 1989. – 224 с.

6. Калмыкова З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / З.И.Калмыкова. – М.: Педагогика, 1981. – 200 с.

7. Хинчин А.Я. Педагогические статьи / А.Я.Хинчин. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1963.- 128 с.

8. Беспалько В.П. Психологические парадоксы образования / В.П.Беспалько // Педагогіка. – 2000. – № 5. − С. 13-20.

9. Державний стандарт базової і повної середньої освіти в Україні //Математика в школі. – 2004. – №2. – С.3-8.

EWU IT CHALLENGES AND OPPORTUNITIES
(according to 2008 - 2011 Institution Information Technology Strategic Plan)
(проблеми та перспективи інформаційних технологій СУВ (згідно зі стратегічним планом розвитку IT на 2008 – 2011 рр.)

A. Spivakovsky,
Doctor of Pedagogics, Professor,
Kherson State University,
Kherson, UKRAINA,
e-mail:umka@ksu.ks.ua

На основі порівняльної характеристики ІКТ-інфраструктур Східного Університету Вашингтону (США) і Херсонського державного університету (Україна) та опитування адміністраторів обох навчальних закладів щодо використання ІКТ в професійній діяльності в роботі представлено Концепції розвитку ХДУ, а також проект Стратегічного плану розвитку ІКТ в цьому ВНЗ.

Ключові слова: *ІКТ-інфраструктура, Стратегічний план розвитку ІКТ, моделі управління IT.*

Abstract. In the conditions of dynamic market change and the structure of educational services, strengthening of the requirements of quality training for specialists of higher level, the development of competitive strategy is one of foreground objectives in a university activity. Redistribution of responsibilities, appearance of new decision making mechanisms, including external objects into the internal structures of an institution of higher education cause the change of standards of corporate behaviour of students, staf, and faculty. In such complicated and ambiguous conditions, effective IT management allows the realization of quick and appropriate new strategies for university development, depending on the public demand. For example, considering the higher educational institution as a corporation for the maintenance of students' educational interests, allows to change to accent the university activity from a simple transfer of certain knowledge from a faculty member to student, to the creation of knowledge, which provides effective possibilities for teaching the staff to develop necessary informative resource and almost unlimited possibilities in communications, on one side, and on the other side, provides any student with the possibility to use all of the information and communication resources created by the institution of higher education for satisfaction of his/her own intellectual wants in any convenient time. This is the challenge that enables the shift to the accent from mere knowledge transfer to the creation of a suitable environment and formation of students' motivation. The roles and the permissions are changing accordingly. The statement may *as* well be implemented concerning the management model that demands using modern university's transformational patterns. The latter ones are to save the integrity, adequate relations between the system elements and provide the correct correlation of formal relations to informal ones (with the following architecture legalization in the corresponding formal structure) – what is called he Congruent Model.

As a result, the code of the desired conduct of all of subjects that realize their activity in the university must be changed. And certainly, it is necessary to stimulate new principles of conduct by means of management, including budgeting of a whole higher educational institution in accordance with the requirements of IT.

In such context, there are the following re-

quirements to universities which are planning to manage information technologies effectively:

— to form a clear view of the own strategies of educational services provided and the role of IT in their realization;

— of the utmost importance, to be transparent, for the students and tutors, and outside, for the future students, tutors, authorities, labour market and all the interested persons. This aspect, first of all, is provided by effective IT management, as they must assure such factors, as actuality, certainty and safety of the corresponding business information;

— to keep record of facilities which are outlaid on ff, manage these facilities and value which is gained from IT;

— to distribute responsibility for organizational reassignments, that are necessary for a successful use of new possibilities of IT;

— to learn by experience of every specific case of IT management and become the supporters of the compatible and repeated use of IT assets.

Introduction. Late in 2006, Eastern Washington University made a strategic decision to reorganize the information organization, separating the Dean of Libraries and the Chief Information Officer (CIO) responsibilities. During the intervening months, the institution took part in a national search for a new CIO. Dr. Gary L. Pratt, started with the university August 1, 2007 and reports to the President of the university.

During the 2008/2009 year, the university information technology organization completed a comprehensive review and strategic planning process. The intent of this process was to create an effective and efficient information technology organization aligned with the Eastern Washington University vision, mission, and strategic direction. The result was the 2008 - 2011 Institution Information Technology Strategic Plan (see Appendix III). The Eastern Washington University Board of Trustees approved this plan in February 2009 [1].

In support of the university's mission and vision, early in the 2008/2009 year, the Office of Information Technology began implementation of this plan. In the plan, multiple strategies and actions outline how the Office of Information Technology will achieve the following goals:

Goal 1: Provide an Effective, Efficient, and Flexible Information Technology Organization. The Office of Information Technology will become a comprehensive, collaborative leader for innovation, implementation, maintenance, and support of information technology systems across the institution.

Goal 2: Provide a Robust Technology Infrastructure. The Office of Information Technology will develop and maintain a robust infrastructure that will ensure the security, availability, and integrity of the institution's information technology systems and networks.

Goal 3: Provide Professional Customer Service and Support. The Office of Information Technology will develop a highly-effective, comprehensive, professional customer support structure.

Goal 4: Provide Leadership in Developing and Maintaining a Strong Institutional Data and Reporting Environment. The Office of Information Technology will work with institutional leaders in developing a secure and available system for creation, collection, recording, maintenance, and reporting of institutional data [1].

June, 2011 brought the 2008 - 2011 Institution Information Technology Strategic Plan to a successful conclusion with 95% of the Goals, Strategies, and Actions completed as planned. Eastern Washington University recently completed a new institutional strategic planning process, under the leadership of the Chief Information Officer. Currently, the CIO is developing the next division-level strategic plan, based upon the new institutional plan [1].

Rocky Budget Environment. During the 2008/11 and 2011/13 biennia, the university went through significant budget reductions because of the state of the economy. The Office of Information Technology received its proportional budget cuts as a result. This led to cuts in staff positions (both vacant and filled) and operating. Although the IT division made extensive efforts to minimize the effect of this issue by streamlining costs and implementing more efficient and effective strategies for investment, this issue has had significant affects on the division's ability to provide a technological support structure. The development and implementation of a formal IT Strategic Plan has made the ability to respond to these issues easier in that all decisions are weighed against the division's ability to achieve this plan's objectives [1].

Since 2012 KSU has been under the similar changes: University staff reduction, zero-investments in IT-infrastructure and financing decrease. Still, it is almost impossible to compare the two higher educational establishments' budgets (KSU IT budget is approximately $250,000 per year, EWU IT budget is approximately $9,860,923 per year).

Recruitment, Retention, and Skill Development of IT Staff. Recruiting and retaining qualified IT staff is a major challenge. The budget crisis mentioned above has affected this challenge in ways other than past years with the loss of staff positions through layoffs and vacant position eliminations, freezes on hiring, reductions in student worker funding, and a significant reduction in professional development [1].

Expectations of Students, Faculty, and Staff. At EWU, the centrality of information technology, office automation, and automated systems in the work of the university causes students, faculty and staff to have high expectations for the IT support they will receive. Current and prospective students expect to have access to university information and services (such as course registration or application for admission) at all times. Staff and faculty expect to be able to use administrative systems at all times so that they can work whenever and wherever needed. All expect that appropriate levels of IT staffing, hardware, and network capabilities will be in place to support the applications they select for use for instruction, administrative work, and research. When they need help with equipment or software, they expect to have assistance at the time of need. The current budget crisis exacerbates the Office of Information Technology's ability to successfully support these needs.

The implementation of the IT Strategic Plan has allowed the Office of Information Technology to better respond to these needs with a consistent focus, ability to determine standard practices and purchases, and provide comprehensive IT support across all of campus [1].

Technological Skills of Faculty and Staff. The use of technology in the daily work of students, faculty, and staff drives the need for continual training and timely upgrades of computing and software. Communication within campus and EWU's ability to work effectively with peers across the state and beyond depends upon availability of relatively up-to-date office automation and skills in using that automation. The ability of faculty to provide effective instruction and to interact with students outside class time depends upon the availability of appropriate hardware, software, and support services as well as the faculty members' skills in using available technologies to enhance teaching and learning. There is a significant demand on staff time for training of end users, equipment and staff support, and housing and operating associated servers [1].

According to our data, at KSU only 10% of administrative staff use ICT directly in the managing system. Almost 80% of academic staff instruct the chair assistants to prepare the e-didactic materials and publish them in the University's resource database, instead of doing it by themselves. Thus, there occurs an effect of an intermediary person between the ICT tools and the educational materials developer.

Conclusions. Our research made us conclude that there exists a contradiction between the ICT nature of development (mostly the speed of their spread) and quite a high inertness of a university's life cycle. This leads to constant system crises in transformation from formal to informal model of corporate management. In the first line, it influences the changing behavior of staff with ICT using in the professional activity.

The solving of the above mentioned contradiction, according to interviews and questionnaire poll results, lies in the plane of congruent model use, in which students', administrators' and staff involving by means of interviews, committees and group discussions, transition to informal model etc. is the basic component.

As far as educational needs of students generate demand and ICT, on the one hand, and American universities' administration, on the other hand, really quickly react to them, there exists the danger of consumer's attitude towards educational information. This danger is not clearly seen nowadays, but may become apparent in future generations.

Our investigation showed that the EWU experience may be successful if used while implementing the corresponding reforms at KSU. Surely, all peculiarities of Ukrainian educational system should be taken into consideration. This may become the basis for further investigations and grant application.

***Резюме.* Спиваковский А.В. ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ СУВ (согласно со стратегическим планом развития IT на 2008 – 2011 гг.).** *На основе сравнительной характеристики ИКТ-инфраструктур Восточного Университета Вашингтона (США) и Херсонского государственного университета (Украина) и опроса администраторов обоих учебных заведений относительно использования ИКТ в профессиональной деятельности в работе представлено Концепцию развития ХДУ, а также проект Стратегического плана развития ИКТ в этом вузе.*

Ключевые слова: *ИКТ-инфраструктура, Стратегический план развития ИКТ, модели управления ИТ.*

References

1. *2008 — 2011 Institution Information Technology Strategic Plan [http: // wiki. ewu.edu/oit/OrT_Strategic_Plan_-_Final].*
2. *Brady Orand & Julie Villarreal "Foundations of IT Service Management - The IT1L Foundations Course in a Book".*
3. *Karen Muhammad "An IT Engagement Model, A Project Manager's Pocket Guide (Project Management Principles)".*
4. *Alexander Spivakovsky "Peculiarities of IT Management at Institutions of Higher Education".*
5. *Chris Davis, Mike Schiller, Kevin Wheeler "IT Auditing: Using Controls to Protect Information Assets".*
6. *J. J. Childers "Trump University Asset Protection 101".*
7. *Stephen A. Hoenack, Eileen L. Collins "The Economics of American Universities: Management, Operations, and Fiscal Environment (Suny Series in Frontiers in Education) (Suny Series Frontiers in Education)".*
8. *Richard T. Ingram "Governing Public Colleges and Universities: A Handbook for Trustees, Chief Executives, and Other Campus Leaders (Joint Publication in the Jossey-Bass Higher and Adult Educat)".*
9. *Alan Calder "It Governance"*
10. *Jeanne W. Ross, Peter Weill "IT Governance: How Top Performers Manage IT Decision Rights for Superior Results"*
11. *EWU official web-page [http://wwvv. ewu.edu]*
12. *KSU official web-page [http://www. university.kherson.ua]*
13. *Peter Weill "IT Savvy: What Top Executives Must Know to Go from Pain to Gain"*
14. *Peter Weill "Leveraging the New Infrastructure: How Market Leaders Capitalize on Information Technology"*
15. *Larry Bonfante "Lessons in IT Transformation: Technology Expert to Business Leader".*

Стаття надійшла до редакції 12.10.2013 р.

ОСНОВИ ПОРІВНЯЛЬНОЇ ПЕДАГОГІКИ У ДОСЛІДЖЕННІ ШКІЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ РІЗНИХ КРАЇН

Н.А. Тарасенкова,
доктор педагог. наук, професор,
З.О. Сердюк,
канд. педагог. наук, доцент,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА,
e-mail: ntaras7@ukr.net

У статті розглядаються наукові основи порівняльних досліджень, які склались у педагогічній науці та окреслюються перспективи порівняльних досліджень у галузі теорії та методики навчання математики.

Ключові слова: *порівняльна педагогіка, шкільна математична освіта, методи досліджень.*

Постановка проблеми. Реформування шкільної освіти, зокрема і математичної, інтеграція у світове освітнє співтовариство вимагають від сучасної школи вирішення нагальних завдань підвищення якості шкільної освіти. Для реалізації завдань, поставлених у Державній цільовій програмі підвищення якості шкільної природничо-математичної освіти на період до 2015 року, у Державному стандарті загальної середньої освіти (друге покоління) та інших державних документах, важливим є вивчення досвіду кращих світових освітніх систем, а саме стану, тенденцій та закономірностей розвитку освіти у різних країнах, геополітичних регіонах та у світі в цілому. Саме це і є предметом вивчення порівняльної педагогіки як галузі педагогічної науки. Використання основних концептуальних засад порівняльної педагогіки для дослідження тенденцій і розвитку вітчизняної та зарубіжної шкільної математичної освіти надасть змогу розширити межі міжгалузевого аналізу і синтезу й отримати нові дані для удосконалення системи математичної освіти України.

Аналіз актуальних досліджень. Проблемі розвитку порівняльної педагогіки як галузі наукових знань присвячено ряд досліджень зарубіжних та вітчизняних науковців. Серед них праці таких учених, як: Н.М.Бідюк, Дж.Бірідей, І.М.Богданова, В.Брікман, Д.Вілсон, Б.Л.Вульфсон, О.Н.Джуринський, З.Н.Курлянд, З.О.Малькова, С.Робінсон, А.А.Сбруєва, О.С.Цокур, Дж.Шривер та ін. Проте поза увагою дослідників залишились питання теорії і практики компаративного аналізу наукових і практичних напрацювань у предметній сфері дидактики математики.

Мета статті – *висвітлити наукові основи порівняльних досліджень, які склались у педагогічній науці, та окреслити перспективи компаративістики у галузі теорії та методики навчання математики.*

Виклад основного матеріалу. Вперше терміни «порівняльна педагогіка» і «порівняльне виховання» застосував французький педагог М.-А.Жульєн Паризький (1775 – 1848). Під порівняльною педагогікою він розумів [1]: вивчення змісту та способів навчання і виховання; створення теорії, яка б відображала практику освіти в різних країнах; вивчення педагогічного досвіду різних країн та створення найраціональнішої системи освіти й виховання в Європі та у світі.

Порівняльну або компаративну педагогіку вважають «молодою наукою», фахівці різних освітніх шкіл досі дискутують щодо її предмета. Заснована ця наука на початку XIX століття, має досвід методологічних досліджень, перші з яких були здійснені на початку ХХ століття, вона нараховує понад сторічний досвід як навчальний предмет – перший курс з порівняльної педагогіки був прочитаний Дж. Расселом у 1898–99 навчальному році студентам Колумбійського університету [6]. Нині порівняльна педагогіка викладається майже в 300 університетах світу. Нагальним є завдання її інтенсивного розвитку як науки та як навчального предмета в Україні.

Об’єктом дослідження порівняльної педагогіки є розвиток освіти на світовому, регіональному та локальному (національному – окремих країн, етнічному – частин держав) рівнях в її минулому, сучасному та майбутньому аспектах [1; 2; 5; 6]. Порівняльна педагогіка вивчає не лише зарубіжний досвід, але й аналізує його через призму вітчизняної педагогічної школи.

Згідно з І.М.Богдановою, З.Н.Курлянд, О.С.Цокур та ін. [5], предметом порівняльної педагогіки є стан, тенденції та закономірності розвитку світового (зарубіжного й вітчизняного) педагогічного досвіду, а також сучасних національних педагогічних культур.

Б.Л.Вульфсон і З.О.Малькова [2] вважають предметом порівняльної педагогіки стан, основні тенденції та закономірності розвитку освіти в різних країнах, геополітичних регіонах і в глобальному масштабі; співвідношення загальних тенденцій і національної або регіональної специфіки, позитивні й негативні аспекти міжнародного педагогічного досвіду, форми і способи взаємозбагачення педагогічних культур.

О.Н.Джуринський [4] трактує предмет порівняльної педагогіки як компаративізм й узагальнення виховання та освіти, шкільного педагогічного досвіду країн з яскраво вираженими відмінностями.

Узагалі, порівняльні дослідження в освітній галузі проводяться з метою: аналізу стану, закономірностей і тенденцій розвитку освіти і виховання у різних країнах світу; розкриття співвідношення загальних тенденцій і національної специфіки; прогнозування напрямків розвитку освіти в майбутньому.

Методологічну основу порівняльно-педагогічних досліджень, як стверджує А.А.Сбруєва [6], становлять наступні підходи:

1) *цивілізаційний*, згідно з яким освітній процес розглядається в рамках сукупності всіх форм життєдіяльності людини тієї чи іншої цивілізації – матеріальних, політичних, культурних, релігійних, наукових тощо;

2) *антропологічний*, згідно з яким всі освітні потреби людини розглядаються крізь її власну призму і спрямовані на розвиток її особистості;

3) *синхронний,* який передбачає осмислення розгортання освітнього процесу в просторі, у співвідношенні з іншими цивілізаціями і регіонами, та *діахромний*, в рамках якого розглядаються і зіставляються педагогічні факти та явища, що відбуваються у різних культурно-історичних циклах у межах однієї цивілізації.

Вважаємо, що на часі є проблема дослідження стану, тенденцій та закономірностей розвитку зарубіжного досвіду шкільної математичної освіти та його порівняння з наявним вітчизняним. Отже, нагальною є потреба виокремлення специфічного напряму компаративістики, предметом якого виступали б проблеми окремих методик, зокрема в освітній галузі «Математика». На нашу думку, цей напрям порівняльної педагогіки доцільно називати «компаративна дидактика математики» (КДМ).

Об’єктом дослідження КДМ доцільно вважати розвиток шкільної математичної освіти на глобальному, регіональному та державному (національному – окремих країн, етнічному – окремих національностей в межах однієї держави) рівнях в її минулому, сучасному та майбутньому аспектах.

Враховуючи теоретичні основи порівняльної педагогіки [1; 2; 5; 6], виділимо основні завдання КДМ:

– систематично аналізувати джерельні бази освітніх систем різних країн світу з метою виявлення глобальних закономірностей і тенденцій розвитку шкільної математичної освіти та врахування їх специфіки у вітчизняній педагогіці;

– на основі аналізу досягнень і недоліків зарубіжного педагогічного досвіду виявляти суперечності і тенденції сучасного та перспективного розвитку вітчизняної шкільної математичної освіти;

– розробляти та використовувати науково обґрунтовані, уніфіковані критерії оцінки якості та ефективності шкільної математичної освіти різних країн з метою здійснення об'єктивного їх порівняння (виявляти досягнення і недоліки, специфічні відмінності та подібні риси);

– зіставляти педагогічні ідеї і шкільні практики та на основі цього формулювати теоретичні підходи універсального характеру. Серед широкого спектру методів досліджень порівняльної педагогіки виділимо ті, які вважаємо найбільш ефективними для КДМ (табл. 1).

Таблиця 1

Методи досліджень у галузі КДМ

Метод дослідження	Засоби дослідження
Вивчення джерел різних країн	1) Державні документи (закони, постанови, інструкції тощо); 2) міжнародні документи (матеріали міжнародних наукових та науково-методичних конференцій з питань шкільної математичної освіти, міжнародних професійних учительських спілок тощо); 3) матеріали та рекомендації форумів міністрів освіти різних регіонів (Ради Європи, країн Африки, арабських країн, Латинської Америки тощо); 4) документи ООН, ЮНЕСКО, ЮНІСЕФ, міжнародних конференцій з питань освіти, що проходять під егідою Міжнародного бюро освіти, Ради Європи, Всесвітньої ради товариств порівняльної педагогіки; документи міжнародних професійних учительських спілок; 5) документи, в яких безпосередньо фіксуються: а) змістовий компонент математичної освіти (навчальні плани, програми, підручники, навчальні посібники, поурочні плани вчителів, програми або плани роботи конкретних шкіл тощо); б) процесуальний компонент математичної освіти (класні журнали, педагогічні щоденники вчителів, протоколи засідань педагогічних рад, батьківських зборів); в) результатний компонент математичної освіти (контрольні та творчі роботи учнів, тести, іспити, олімпіади тощо); 4) літературні джерела, які відображають повсякденне життя шкіл та інших навчальних закладів, їхні проблеми, основні напрями і способи модернізації шкільної математичної освіти (педагогічні, математичні, науково-педагогічні, психологічні газети і журнали; книги і наукові праці з питань шкільної математичної освіти, Інтернет тощо)
Вивчення статистичних даних	Збирання документів, статистичних даних, які характеризують математичну освіту досліджуваної країни згідно з обраними дослідником параметрами
Метод спостереження	1) Звичайне спостереження: а) екстенсивне; 2) інтенсивне; 2) включене спостереження
Методи математичної та статистичної обробки даних	Обробка даних різними методами математичної статистики
Системний метод	Розгляд систем шкільної математичної освіти різних країн та встановлення найвіддаленіших зв'язків між ними
Структурний метод	«Розчленування» систем шкільної математичної освіти різних країн на складові та встановлення найближчих зв'язків

Конструктивно-генетичний метод	Аналіз змін у шкільній математичній освіті та в окремих її складових у просторі й часі й виявлення їх походження
Порівняльно-зіставний метод	Виявлення в системах шкільної математичної освіти різних країн рис подібності й відмінності, розкриття взаємозв’язків і закономірностей

Останнім часом в багатьох країнах світу гостро постає проблема оновлення системи загальної середньої освіти. Реформування шкільної математичної освіти також є на часі. На нашу думку, воно зумовлене наступними чинниками:

– потребою в регулярних, а часом і доволі серйозних змінах у викладанні математики;

– відповідністю шкільного рівня викладання математики рівневі виробництва, науки, культури;

– підготовкою у школі покоління нових кваліфікацій і професій.

Оновлення шкільної математичної освіти та підвищення її рівня, стандартизація освіти – це першочергові завдання реформи загальної середньої освіти, яка відбувається в Україні.

Функціонування та розвиток освітньої системи в Україні регламентується, перш за все, такими документами: Законом України «Про освіту»; Державною національною програмою «Освіта» («Україна XXI століття»); Законом України «Про загальну середню освіту».

Згідно із Державною національною програмою «Освіта» («Україна XXI століття») [3] пріоритетними напрямами реформування освіти в Україні є:

– розбудова національної системи освіти з урахуванням кардинальних змін в усіх сферах суспільного життя України;

– забезпечення моральної, інтелектуальної та психологічної готовності всіх громадян до здобуття освіти;

– досягнення якісно нового рівня у вивченні базових навчальних предметів: української та іноземних мов, історії, літератури, математики та природничих наук;

– створення умов для задоволення освітніх та професійних потреб і надання можливостей кожному громадянину України постійно вдосконалювати свою освіту, підвищувати професійний рівень, оволодівати новими спеціальностями.

У цій програмі визначено і основні шляхи реформування змісту природничо-математичної освіти, а саме:

1) поєднання основ класичних фундаментальних дисциплін і сучасного розуміння закономірностей будови світу;

2) обов’язкове вивчення природничо-математичних дисциплін в усіх типах загальноосвітніх навчально-виховних закладів на всіх ступенях освіти;

3) посилення гуманістичного спрямування змісту природничо-математичної підготовки.

Одним із важливих напрямів шкільного реформування є модернізація змісту загальної середньої освіти. В зв’язку з цим значна увага приділяється відновленню змісту предметів природничого циклу, зокрема математики. Під час складання нових навчальних програм, підручників, посібників провідні вчені-методисти разом із здійсненням гуманізації математичних курсів, намагаються посилити прикладний аспект шкільних математичних знань учнів.

У зв’язку із реформуванням шкільної математичної освіти в Україні вважаємо за доцільне:

1) проведення глибокого аналізу наявних даних щодо стану математичної освіти та існуючого науково-методичного забезпечення навчального процесу з математики в школах різних країн світу та порівняти їх з відповідними даними України;

2) розроблення концепції удосконалення математичної підготовки учнів в умовах упровадження нових освітніх стандартів із урахуванням світового досвіду;

3) створення дидактично виваженого супроводу навчального процесу з математики в загальноосвітній школі, спрямованого на формування й розвиток математичних компетентностей, інтелектуальних умінь і творчого мислення школярів із урахуванням світового досвіду;

4) удосконалення системи методичної підготовки майбутніх учителів математики із урахуванням досвіду різних країн світу.

Висновки. Важливим у подальших порівняльних дослідженнях систем шкільної математичної освіти різних країн є розробка критеріїв та показників порівняння основних об'єктів дослідження.

1. Галус О.М. Порівняльна педагогіка: навч. посіб. / О.М.Галус, Л.М.Шапошникова. – К.: Вища школа, 2006. – 215 с.

2. Вульфсон Б.Л. Сравнительная педагогика / Б.Л.Вульфсон, З.А.Малькова. – Москва, Воронеж: НПО «МОДЭК», 1996. – 256 с.

3. Державна національна програма «Освіта» («Україна ХХІ століття»). –[Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://zakon4.rada. gov.ua/laws/show/896-93-%D0%BF.

4. Джуринский А.Н. Развитие образования в современном мире: Учеб. пособие / А. Н. Джуринский. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 1999. – 200 с.

5. Порівняльна педагогіка: навч. посібник / Упоряд.: І.М.Богданова та ін. – О.: ПДПУ ім. К.Д.Ушинського, 2000. – 164 с.

6. Сбруєва А.А. Порівняльна педагогіка: навч. посібник / А.А.Сбруєва. – Суми: Редакційно-видавничий відділ СДПУ, 1999. – 300 с.

Резюме. **Тарасенкова Н.А., Сердюк З.А. ОСНОВЫ СРАВНИТЕЛЬНОЙ ПЕДАГОГИКИ В ИССЛЕДОВАНИЯХ ШКОЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.** *В статье рассматриваются научные основы сравнительных исследований, которые сложились в педагогической науке и обрисовываются перспективы сравнительных исследований в методике обучения математике.*

Ключевые слова: *сравнительная педагогика, школьное математическое образование, методы исследований.*

Abstract. **Tarasenkova N., Serdyuk Z. THE BASIS OF COMPARATIVE PEDAGOGY IN MATHEMATICAL EDUCATION OF DIFFERENT COUNTRIES INVESTIGATION.** *The article reviews the comparative pedagogy scientific basis, the object and the subject matter of this science are described. It is stated that methodological framework of comparative and educational research contains the following approaches: civilizational, anthropological, simultaneous. The author suggests to outline a specific direction of comparative, the subject of which the problems of certain methods would be applied, in particular in educational area «Mathematics», which might be called «comparative didactics of maths». The author describes the object of study and identifies the main task of comparative didactics of mathematics. The characteristic of the main methods of comparative research in didactics of mathematics is highlighted - namely, the study of sources of different countries, the statistics study, observation, methods of mathematical and statistical data, systematic, structural, structural and genetic and comparative-comparable methods. Prospects of comparative studies in the theory and methods of teaching mathematics are suggested.*

Key words: *comparative pedagogy, school mathematical education, methods of research.*

References

1. Halus A. Comparative education : Teach. guidances / A. Halus, L. M. Shaposhnikov. – K. : Vyshcha shkola, 2006. – 215 p.

2. Vulfson B. L. Comparative education / B.L. Vulfson, Z.A. Malkova. – Moscow, Voronezh: NPO «MODEK», 1996. – 256 p.

3. State National Program «Education» («Ukraine XXI century»). – [Electronic resource]. – Mode of access : http://zakon4.rada. gov.ua/laws/ show/896-93-% D0% BF.

4. Dzhurynskyy A. The development of education in the modern world: Textbook / A. N. Dzhurynskyy. – Moscow: Humanyt. edition. center VLADOS, 1999. – 200 p.

5. Comparative education: Teach. Guide / Compilation: I. Bogdanova and other. – O.: PDPU them. K. D. Ushinski, 2000. – 164 p.

6. Sbruyeva A.A. Comparative education: manual / A. A. Sbruyeva. – Sumy: Editing and Publishing Department SDPU, 1999. – 300 p.

Стаття надійшла до редакції 13.09.2013 р.

ФОРМУВАННЯ КОНКУРЕНТНОСПРОМОЖНОЇ ОСОБИ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

О.С.Чашечникова,
доктор педагог. наук, доцент,
Л.Г.Чашечнікова,
канд. педагог. наук, доцент,
Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка,
м. Суми, УКРАЇНА,
e-mail: chash-olga@yandex.ru

Статтю присвячено проблемі формування рис конкурентоспроможної особи через розвиток творчого та критичного мислення у процесі навчання математики. Особливу увагу приділено можливостям навчання тригонометрії з метою як ефективного, ґрунтовного навчання математики, так і з точки зору впливу на інтелектуальний розвиток учнів, формування їхнього творчого мислення.

Ключові слова: *риси конкурентоспроможної особи, творче мислення, навчання математики.*

Постановка проблеми. Одною з головних рис сучасного суспільства, що функціонує в умовах ринкових відносин, є конкуренція, в тому числі – конкуренція на ринку праці. Загальновизнано, що рівень освіти та кваліфікація фахівців є показниками їхньої конкурентоспроможності. Але проблема конкурентоспроможності вітчизняних фахівців стає у сучасних умовах все більш актуальною та гострою, і її вирішення передбачає реформування системи навчання (зокрема навчання математики).

Аналіз актуальних досліджень. Серед критеріїв, що визначають конкурентноспроможність системи освіти, сучасні економісти (зокрема Й. Ней, Л. Туроу [5]) називають виконання нею таких завдань: виробити у людини здатність перетворювати одержані відомості у знання; створювати основу для того, щоб людина вміла відділяти головне від несуттєвого (додамо – робила це обґрунтовано); збудити зацікавленість, інтерес до нового, задоволення від процесу навчання, щоб у майбутньому особа ефективно навчалася протягом всього життя. Але ці критерії не є новими. Зокрема у системі вітчизняної математичної освіти такі завдання (явно чи ні) ставилися і окремими вчителями, і на державному рівні.

На сторінках міжнародного наукового збірника «Дидактика математики: проблеми і дослідження» за двадцять років існування проблема вдосконалення математичної освіти розглядалася у різних аспектах, пропонувалися ефективні шляхи її розв'язування (В.Г.Бевз, М.І.Бурда, Т.В.Крилова, В.Г.Моторина, М.В.Працьовитий, С.П.Семенець, С.О.Скворцова, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкова, представники їхніх наукових шкіл). Родоначальники збірника Ю.О.Палант та О.І.Скафа створили українську наукову школу евристики, що також є значним внеском у вирішення проблеми зростання конкурентоспроможності вітчизняної освіти на світовій арені.

Конкуренцію розглядають (зокрема В.Д.Козлов, Д.В.Крючков, Т.І.Савенкова) як взаємодію, що заснована на зіткненні інтересів, позицій, думок або поглядів суб'єктів взаємодії. Якщо раніше вважалося, що конкуренція має забезпечувати творчу свободу особи, створювати умови для її самореалізації, то зараз психологи [4; 10] нерідко відмічають: творча особа у сучасному світі нерідко є незахищеною, її конкурентоспроможності як фахівця може заважати деяка «дитячість», невміння протидіяти менш талановитим колегам, які є більш вмілими кон'юнктурниками, пристосованцями. У шкільні роки творчі особи не вписуються у регламентований навчальний процес перш за все тим, що їх погляди, підходи до виконання завдань є нестандартними. Вислів Е.Ландау [9] про те, що обдарованість вимагає мужності, є справедливим і для обдарованого школяра, і для творчо працюючого вчителя. Але результативність роботи вчителя математики часто оцінюють формально, лише за результатами виконання контрольних робіт, іспитів, участі у олімпіадах, не цікавлячись впливом організованого ним навчально-пізнавального процесу на розвиток особистості учнів, розвиток їх творчого та критичного мислення. У дослідженнях педагогів і психологів це називають одною з основних причин недостатньої ефективності розвитку рис водночас творчої особистості учнів та їхньої конкурентноспроможності у процесі навчання.

Обдаровані учні, талановиті студенти не завжди у змозі реалізувати себе у сучасному житті. І це ставить вимогу перед системою освіти (зокрема математичної) орієнтувати роботу на розвиток інтелектуальних здібностей, творчого і критичного мислення, на формування конкурентоспроможності особи, чому сприяє творча навчально-пізнавальна діяльність в ході навчання математики.

Мета статті – *продемонструвати шляхи формування рис конкурентоспроможної особистості у ході навчання школярів математики.*

Виклад основного матеріалу. Конкурентноспроможність розглядають як такий рівень розвитку особи, що дозволяє проявляти лідерську позицію, здійснювати професійний вибір, уміти ризикувати і брати на себе відповідальність за здобуття результату високого класу. Конкурентноспроможна особа здатна визначати стратегію і тактику взаємодії з іншими особами в ході спільної діяльності.

Одним з головних завдань навчання математики є формування та розвиток творчої особистості учнів незалежно від обраного ними профілю навчання. Чим більше творчих елементів містить діяльність (навчальна, професійна), чим більше вона є нешаблонною, тим важливішим стає рівень сформованості в людини, яка виконує цю діяльність, компонентів творчого мислення (представлено нами у [6]).

Математика не є набором положень, що визнаються беззаперечними і незмінними (і про це дуже вдало написав М. Клайн [2]). Недостатньо запам'ятати та використовувати формули, теореми, хоча деякий час спостерігалося таке відношення: «всі учні мають знати формулювання і вміти застосовувати, а уміння доводити (виводити) – не для всіх». Таке відношення до математики може сформувати догматичне мислення, зорієнтоване на однозначність, безальтернативність, що передбачає єдину форму вирішення проблеми, не допускає самостійності. Фактично поза увагою залишається формування творчої особистості.

Хоча творче мислення на деяких етапах є перешкодою для критичного, і навпаки, але деякі компоненти критичного та творчого мислення є спільними (зокрема логічне мислення), однак для ефективного розв'язування нестандартних завдань використовуються вони окремо: творче мислення спрямоване на створення нових ідей, а перевірка запропонованих розв'язань, виявлення області їх можливого застосування, знаходження недоліків – мета критичного мислення. Критичне мислення вважають суттєвим фактором, що формує у людини спроможність протидіяти спробам інших маніпулювати власною свідомістю та поведінкою. Отже спрямованість навчання математики на розвиток і творчого, і критичного мислення формує риси конкурентоспроможної особи у школяра (студента) – майбутнього фахівця.

Зокрема важливою для досягнення цієї мети є правильно організована робота учнів із шкільними підручниками математики. Необхідно привчати школярів поповнювати теоретичні відомості, представлені у підручнику математики, користуючись різними джерелами інформації, але критично відноситись до нових відомостей (особливо представлених у мережі Інтернет), перевіряти достовірність фактів. Варто навчати школярів рецензувати не лише способи розв'язування задач, а й відповіді інших щодо теоретичних питань: план відповіді, логічність пояснення, обґрунтованість, оптимальність (лаконізм та повнота).

Школярі, що мислять нестандартно, за вимогою вчителя або за власною ініціативою, можуть прокоментувати матеріал, перекомпонувати його з метою зменшення обсягу інформації, яку необхідно запам'ятати (виділити «ключові» формули й ті, які легко з них вивести).

Сучасний старшокласник має орієнтуватись у системах аксіом стереометрії, представлених в різних підручниках; розуміти, чому деяке твердження щодо задання площини в одному підручнику розглядається як аксіома, а в іншому – як наслідок з аксіоми, який необхідно доводити. Відбувається відхід від догм, розвивається творче та критичне мислення.

Майже кожний учень, який розв'язує задачу і одержує відповідь, що не співпадає з відповіддю у підручнику, розгублюється. Замість того, щоб замислитись, проаналізувати метод, хід розв'язання, знов розв'язує це ж саме завдання. Зокрема, періодичність тригонометричних функцій, можливість використання формул зведення, виконання тотожних перетворень часто створюють ситуацію різноманітного представлення правильної відповіді (розв'язання тригонометричного рівняння чи нерівності, геометричної задачі).

Загальновідомо, що розв'язування рівняння $\sin x + \cos x = 0$ може відбуватися різними способами. Щоб не допустити появи сторонніх коренів або не втратити корені – потребується критичний аналіз. Творче мислення проявляється у виборі ефективного способу без спроб, у результаті спрацьовування математичної інтуїції, у прогнозуванні різних форм представлення правильної відповіді. Такі ситуації створюють можливість для творчих дискусій на уроках. Прогнозування є продуктом роботи творчого та критичного мислення. Навчання учнів прогнозувати приносить результати у подальшій практичній діяльності.

Нами неодноразово піднімалося питання щодо повернення елементів тригонометрії в основну школу (причому не лише для учнів, що обирають навчання у старших класах з поглибленим вивченням математики) [7; 8]. Це важливо як з точки зору ефективного, ґрунтовного навчання математики, але й з точки зору впливу на інтелектуальний розвиток учнів, формування творчого мислення, розвивається увага та пам'ять – як механічна, так і логічна, логічне мислення; відбувається стимулювання учнів до відходу від шаблонів, формується оригінальності мислення, критичність мислення.

Аналіз власного досвіду роботи на вступних іспитах, результатів зовнішнього незалежного тестування свідчить: серйозні проблеми в учнів викликає виконання саме завдань з тригонометрії. Однак вивченню тригонометрії та її застосуванню приділяється значна увага у програмах з математики у країнах Європи, США. У свій час значно більше уваги методики навчання тригонометрії приділялося і вітчизняними методистами-математиками (І.Т. Бородуля, В. М. Брадис, В.В. Реп'єв, З.І. Слєпкань, В.Г. Чичигин та інші), тригонометрія навіть розглядалася як окремий навчальний предмет.

Як зацікавити учнів тригонометрією? Частіше використовують означення тригонометричних рівнянь (нерівностей), у яких під тригонометричним рівнянням (нерівністю) розуміють таке, в якому «змінна входить під знак тригонометричної функції» (зокрема найпростіші; рівняння виду $\sin^2 x + \cos x - 2 = 0$ та інші). На практиці розглядають й інші рівняння (нерівності), пов'язані з тригонометричними функціями (наприклад $x^2 + \sin^2 x = 0$).

З одного боку, відповідні завдання представлені у зовнішньому незалежному оцінюванні (наприклад, спростити вираз $(1 - cos^2\alpha) \cdot ctg^2\alpha$, розв'язати систему $\begin{cases} 2\cos\dfrac{\pi y}{2} = x^2 + 4x + 7 \\ y + 3x - 10 = 0, \end{cases}$ розв'язати рівняння $\sqrt{2x^2 + 13x - 7} + \left|\cos(\pi x) + 1\right| = 0$ та інші). Але це скоріше *змушує* учнів вивчати тригонометрію, ніж *дійсно зацікавлює* їх.

Звичайно, зацікавити школярів може прикладна спрямованість, пропонування завдань, що близькі до уподобань учнів, до спрямованості їхніх інтересів. Багато що залежить від ерудиції вчителя. Одразу пригадується застосування у фізиці – гармонічні коливання.

У зв'язку із задачами небесної механіки розглядається рівняння Кеплера $y - a\sin y = x$ та $x = a + e\sin x$. Астрономам нерідко приходиться розв’язувати це рівняння при різних значеннях a і e для визначення положення Землі на її орбіті. Існують різні зручні способи його розв’язання (спосіб розкладання в ряд, спосіб ітерації та інші). Доцільно представити його у вигляді $\sin x = \frac{x-a}{e}$, і тоді достатньо побудувати графіки $y = \sin x$ та $y = \frac{x-a}{e}$ (пряма), знайти абсциси точки перетину при конкретних значеннях *a*.

Отже, необхідно, щоб учні оволоділи функціонально-графічним способом розв’язування рівнянь та нерівностей. Зокрема, розв’язуючи рівняння виду $\cos x = x^2 - \frac{\pi^2}{4}$, переходимо до системи рівнянь $\begin{cases} y = \cos x \\ y = x^2 - \frac{\pi^2}{4} \end{cases}$; будуємо відповідні графіки. Використання комп’ютерних програм може спрямовуватись або на контроль правильності знаходження розв’язків (для учнів з достатньо високим рівнем знань), або на «поштовх» до правильної ідеї (для тих, кому ще складно самостійно формулювати гіпотезу щодо вирішення проблемних завдань). Зокрема можна проілюструвати графічно нескінченну множину розв’язків рівняння $tgx = \frac{1}{5}x$ або вказати найменший додатний корінь.

Зацікавлення викликає у школярів використання тригонометрії (навігація, акустика, оптика, електроніка, сейсмологяї, метеорологія, океанологяї, картографія, топографія та геодезія, архітектура, економіка, машинобудівництво, комп’ютерна графіка, кристалографія). Подив - застосування тригонометрії у медицині (ультразвукове дослідження, комп’ютерна томографія; винаходження «формули серця», що впорядковує інформацію, яка відноситься до електричної активності серця). Розроблений «геометричний» підхід до вивчення музичних творів, який, на думку авторів дослідження (Clifton Callender, Ian Quinn, Dmitri Tymoczko), має привести до створення принципово нових музичних інструментів, нових способів візуалізації музики, внести зміни в сучасні методики викладання музики і способи вивчення різних музичних стилів. Пропонується виділити з музичних творів їх математичну сутність, порівнювати музичні твори композиторів різних епох і представляти результати досліджень у математичній формі.

За етапом «зацікавити» – етап «навчити», причому приділяти увагу не лише тригонометричним рівнянням (нерівностям), розв’язування яких після перетворень зводиться до розв’язування алгебраїчних і простіших тригонометричних рівнянь (нерівностей). Формуванню уміння досліджувати сприяє навчання учнів перевіряти рівносильність перетворень, щоб запобігти втрати коренів або появи сторонніх.

Стимулює інтелектуальну активність учнів, підвищує оперативність виконання завдань (у сучасному світі оперативність мислення є одною з основ конкурентоспроможності) озброєння їх прийомами раціональних дій. Доцільно ознайомити школярів із так званими трьома «золотими правилами тригонометрії». Демонструвати використання цих правил краще саме на яскравих прикладах.

Правило 1. Побачив суму – зроби добуток:

$\sin\alpha \pm \sin\beta$; $\cos\alpha \pm \cos\beta$; $tg\alpha \pm tg\beta$.

①. *Демонстрація правила.* Розв’язати рівняння

$\underline{\cos x} + \underline{\underline{\cos 2x}} + \underline{\underline{\cos 4x}} + \underline{\cos 5x} = 0$. Пропонуємо учням дослідити: чи зміниться відповідь, якщо на першому етапі згрупувати не «перший-четвертий» та «другий-третій» доданки, а «перший-другий» та «третій-четвертий»? Чи можна згрупувати ще будь-яким чином?

Правило 2. Побачив добуток – зроби суму:

$\sin\alpha \cdot \sin\beta$; $\cos\alpha \cdot \cos\beta$; $\sin\alpha \cdot \cos\beta$.

② *Демонстрація правила*. Розв’язати рівняння $\cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = 0$

Правило 3. Побачив квадрат – знижуй степінь:

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}; \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}.$$

③ *Демонстрація правила*. Розв'язати рівняння

$$\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x + \sin^2 4x.$$

Доступними для розуміння учнями є творчі завдання: «Знайти розв'язки нерівності $\sin x < \sin 2x < \sin 3x < \sin 4x < \sin 5x$. на множині $x \in \left[0;\ 2\pi\right]$».

Аналіз нерівності приводить до розв'язування системи:

$$\begin{cases} \sin 2x - \sin x > 0 \\ \sin 3x - \sin 2x > 0 \\ \sin 4x - \sin 3x > 0 \\ \sin 5x - \sin 4x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\cos\frac{3x}{2} \cdot \sin\frac{x}{2} > 0 \\ 2\cos\frac{5x}{2} \cdot \sin\frac{x}{2} > 0 \\ 2\cos\frac{7x}{2} \cdot \sin\frac{x}{2} > 0 \\ 2\cos\frac{9x}{2} \cdot \sin\frac{x}{2} > 0 \end{cases}$$

Достатньо пригадати: добуток є додатнім за умови, що множники мають однакові знаки. Отже маємо два випадки, аналіз яких приводить до знаходження розв'язків.

Висновки. Реалії нашого часу підтверджують: щоб реалізувати себе людині недостатньо бути творчою особистістю, яка має високий рівень інтелектуального розвитку. Необхідно спрямувати навчання математики на розвиток рис не лише творчого, але й критичного мислення, як засобу захисту від деструктивних впливів. Тоді, на наш погляд, творча особа стає дійсно конкурентоспроможною.

Математична освіта стає стратегічним ресурсом розвитку цивілізації, якщо спрямована і на формування інтелектуальних та професійно-орієнтованих знань та умінь учнів, і на розвиток їх творчих якостей. Наше дослідження підтвердило підвищення продуктивності роботи учнів в ході навчання математики через усвідомлення важливості завдань, які їм пропонуються для виконання, через демонстрацію тих позитивних впливів на їх особистість, що відбуваються в процесі виконання цих завдань. Відбувається розвиток особистості школярів, формується їхні бажання і готовність до творчості у навчально-пізнавальній діяльності, що у подальшому стає основою професійної компетентності та конкурентноспроможності майбутнього фахівця.

1. *Бородуля И.Т. Тригонометрические уравнения и неравенства: кн. учителя /И.Т.Бородуля. – М.: Просвещение, 1989. – 239 с.*
2. *Клайн М. Математика. Утрата определенности/ М.Клайн. – М.: Мир, 1984. – 434 с.*
3. *Слєпкань З.І. Методика викладання алгебри і початків аналізу / З.І. Слєпкань. – К.: Рад.школа, 1978. – С.106-156.*
4. *Сорина Г.В. Критическое мышление: история и современный статус / Г.В.Сорина // Вестник Московского университета. – Серия 7. Философия. – №6. – 2003. – С.97-110.*
5. *Туроу Л. Будущее капитализма / Л. Туроу. – Новосибирск: Сибирский хронограф, 1999. – 298 с.*
6. *Чашечникова О.С. Система компонентів творчого мислення, що можуть діагностуватися в процесі навчання математики / О.С.Чашечникова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2004. – Вип. 22. – С. 81-87.*
7. *Чашечнікова Л.Г. Навчання математики як засіб формування конкурентноспроможної особи / Л.Г. Чашечнікова, О.С. Чашечникова: тези міжнар. наук.-метод. конф. «Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики. До 80-річчя з дня народження доктора педагогічних наук, професора З.І.Слєпкань. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2011. – С. 240-241.*
8. *Чашечнікова Л.Г. Реалізація принципу диференціації навчання у процесі вивчення елементів тригонометрії / Л.Г. Чашечнікова, О.С. Чашечникова: матеріали Всеукраїнської дистанційної науково-методичної конференції з міжнародною участю [«Розвиток інтелектуальних вмінь та творчих здібностей учнів і студентів в процесі навчання предметів природничо-математичного циклу «ІТМ* плюс-2011»], (Суми, 11 лютого 2011 р.). – Т. 1. – Суми, 2011. – С. 94-96.*
9. *Landau, E. Mut zur Begabung.- München; Basel: E.Reinhardt, 1999.-144 s.*
10. *Lipman, M. Critical thinking: What can it be? // Educational Leadership. – 1988. – (46)1. – P. 38-43.*

Резюме. **Чашечникова О.С., Чашечникова Л.И. ФОРМИРОВАНИЕ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОЙ ЛИЧНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.** *Статья посвящена проблеме формирования черт конкурентоспособной личности посредством развития творческого и критического мышления в процессе обучения математике. Особое внимание уделено возможностям обучения тригонометрии как с целью эффективного, основательного изучения математики, так и с точки зрения влияния на интеллектуальное развитие учеников, формирования их творческого мышления.*

Ключевые слова: *качества конкурентоспособной личности, творческое мышление, обучение математике.*

Abstract. **Chashechnykova O., Chashechnykova L. COMPETITIVE PERSONALITY DEVELOPMENT IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS.** *The authors consider mathematical education to be strategic resource of society's development. The present article deals with the issue of competitive personality features formation by means of creative and critical thinking development in the process of teaching mathematics. Some components can be referred to the components of critical, as well as to the components of creative thinking (in particular – logical thinking). For effective solving of non-standard tasks the following techniques are used separately: creative thinking is directed on producing new ideas, while inspection of the suggested solutions, revealing of the realm of their possible application, finding of the deficits (in the finite solution or in the process of solving the task) – is the aim of the critical thinking.*

Creative thinking interferes with the critical one on the particular stages, and vice versa. Critical thinking is considered to be a crucial factor that stands for forming the capacity to resist somebody's attempt to manipulate one's consciousness and behaviour. Thus, mathematics studying oriented on creative and critical thinking development stands for formation of learner's (student's) competitive personality features – the ones, characteristic of the future specialist.

Particular attention is paid to the possibilities of studying trigonometry as effective, thorough learning of mathematics, as well as its studying from the standpoint of its impact on schoolchildren's intellectual development, on their creative thinking formation. Techniques of increasing the efficiency of solving particular problems have been considered.

References

1. Borodulya I.T. Trigonometrical equations and inequalities: Teacher's book. – M.: Prosveschenie, 1989. – 239 p.

2. Klein. M. Mathematics. Loss of definiteness / M. Klein . – Moscow: Mir, 1984. – 434 p.

3. Slepkan' Z. Methodology of teaching algebra and the basics of analysis / Z.Slepkan'. – K.: Rad. shkola , 1978. – P.106 -156.

4. Soryna H. Critical thinking: history and modern status / H. Soryna / / Bulletin of Moscow University. – Series 7. Philosophy . – № 6. – 2003. – P.97 - 110.

5. Thurow L. Future of capitalism / L. Thurow . – Novosybyrsk: Siberyan chronograph , 1999. – 298 p.

6. Chashechnykova O. The system of creative thinking components that can be diagnosed in the process of teaching mathematics / O.S. Chashechnykova / / Didactics of mathematics: problems and investigations : international collection of scientific works. – Issue 22. – Donetsk: Company TEAH , 2004. – P. 81-87.

7. Chashechnykova L. Teaching mathematics as the method of competitive personality formation / L.G. Chashechnykova, O.S. Chashechnykova: theses from the Intern. scientific methodological conference "Actual problems of the theory and methods of teaching mathematics". Devoted to the 80th anniversary of Doctor of pedagogical sciences, professor Z.I. Slepkan'. – K. ˙NPU named after M.P. Drahomanova, 2011. – P. 240-241.

*8. Chashechnykova L. Realisation of the principle of education differentiation in the process of teaching trigonometry / L.G. Chashechnykova , O.S. Chashechnykova: proceedings from the distant Ukrainian scientific methodological conference with international participation ["Schoolchildren and students' intellectual skills and creative abilities development in the process of teaching the course of natural mathematical subjects "ITM * plus 2011"], (Sumy, February 11, 2011). – Vol. 1. – Sumy 2011. – P. 94-96.*

9. Landau E. Mut zur Begabung. – München; Basel: E.Reinhardt, 1999. –144 s.

10. Lipman M. Critical thinking: What can it be? // Educational Leadership. – 1988. – (46)1. – P. 38-43.

Стаття надійшла до редакції 16.08.2013 р

СУЧАСНІ ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ВИЩІЙ ШКОЛІ

ПРО АЛГОРИТМІЗАЦІЮ ПРОЦЕСУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ВИКОРИСТАННЯМ ОЗНАЧЕННЯ ГРАНИЦІ ПОСЛІДОВНОСТІ

М.М.Білоцький,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА,
e-mail: mikbil@mail.ru

Пропонуються методичні рекомендації до алгоритмізації процесу розв'язування задач з використанням означення границі послідовності.

Ключові слова: *послідовність, границя послідовності, алгоритмізація.*

Відоме означення границі послідовності

$$\left(\lim_{n\to\infty} x_n = a\right) \overset{def}{\Leftrightarrow} (\forall \varepsilon > o \exists n_0 = n_0(\varepsilon) \in N :$$

$$n > n_0 \Rightarrow |x_n - a| < \varepsilon).$$

завжди було важким для змістовного сприйняття на перших етапах навчання математичному аналізу студентами перших курсів вищих навчальних закладів. Окрім цього, не тільки у студентів а, почасти, і у викладачів, які читають лекції і проводять практичні заняття на тему «Границя послідовності», виникають труднощі у виборі способів і прийомів використання означення границі при розв'язуванні відповідних задач.

Чи можна рекомендувати послідовність кроків, яка максимально близька до «***алгоритмізації***» процесу використання означення границі послідовності при розв'язанні задач відповідної тематики на практичних заняттях з математичного аналізу? Пропонується один з варіантів такої «***алгоритмізації***», який виник з досвіду навчання математичного аналізу у вищих навчальних закладах, зокрема з досвіду проведення практичних занять. Нехай потрібно використовуючи означення, довести, що $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$. Тоді доцільно виконати наступну мінімальну кількість кроків.

<u>1 крок.</u> Виконання оцінок

$$|x_n - a| \le\le \cdots \le \frac{1}{\varphi(n)},$$

де $\varphi(x) > 0 \forall x \in (\lambda_0; +\infty) \subset (0; +\infty)$,

$$\varphi(x) \uparrow +\infty (x \to +\infty),$$

тобто побудова скінченної послідовності порівнянь, прикінцевою метою якої завдяки властивості транзитивності відношення порівняння на множині дійсних чисел буде порівняння $|x_n - a| \le \frac{1}{\varphi(n)}$, де $\varphi(x)-$ по можливості достатньо проста елементарна додатнозначна зростаюча на проміжку

$$[\lambda_0; +\infty) \subset [1; +\infty)$$

функція і

$$\varphi(x) \to +\infty (x \to +\infty)$$

(наприклад, $\varphi(x) = x^\alpha, \quad 0 < \alpha \le 1$).

<u>2 крок.</u> Розв'язування нерівності

Для наперед заданого довільного, але фіксованого $\varepsilon > 0$ покладаємо

$$|x_n - a| \le \frac{1}{\varphi(n)} < \varepsilon$$

і розв'язуємо нерівність

$$\left(\varphi(n) > \frac{1}{\varepsilon}, n \in N \cap \left[[\lambda_0] + 1; +\infty\right)\right) \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{1}{\varphi(n)} < \varepsilon, n \in N \cap \left[[\lambda_0] + 1; +\infty\right)\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(n \in N \cap \left(\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right); +\infty\right) \cap \left[[\lambda_0] + 1; +\infty\right)\right),$$

де $(\lambda_0;+\infty)\supset\left(\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right);+\infty\right)$ – множина розв'язків нерівності $\frac{1}{\varphi(x)}<\varepsilon$, $\varphi^{-1}(x)$ – функція обернена до функції $\varphi(x)$. Тоді

$$n\in N\cap\left[\left[\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]+1;+\infty\right)\subset$$
$$\subset\left[[\lambda_0]+1;+\infty\right)\subset[\lambda_0;+\infty)$$

задовольняють нерівність $\frac{1}{\varphi(n)}<\varepsilon$. Хай

$$n_0=n_0(\varepsilon):=\left[\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]+1\geq[\lambda_0]+1,$$

де $[d]$ – ціла частина дійсного числа d. Такий вибір $n_0=n_0(\varepsilon)$ для довільного наперед заданого фіксованого $\varepsilon>0$ завжди є коректним так як для довільного $\varepsilon>0$

$$(n>n_0(\varepsilon)=\left[\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]+1>$$
$$>\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\geq\lambda_0, n\in N)\Rightarrow$$
$$\left(|x_n-a|\leq\frac{1}{\varphi(n)}<\varepsilon\right)\Rightarrow(|x_n-a|<\varepsilon).$$

3 крок. ***Висновки***

За властивістю транзитивності відношення порівняння на множині дійсних чисел маємо

$$\left.\begin{cases}(n>n_0(\varepsilon),n\in N)\Leftrightarrow\left(\frac{1}{\varphi(n)}<\varepsilon\right)\\(n>n_0(\varepsilon),n\in N)\Rightarrow\left(|x_n-a|\leq\frac{1}{\varphi(n)}\right)\end{cases}\right\}\Rightarrow$$

$$((n>n_0(\varepsilon),n\in N)\Rightarrow(|x_n-a|<\varepsilon)).$$

Отже, для заданого $\varepsilon>0$ знайдено $n_0(\varepsilon)$ таке, що

$$(n>n_0(\varepsilon))\Rightarrow(|x_n-a|<\varepsilon),$$

тобто доведено, що $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$.

Наступні декілька прикладів ілюструють застосування вищенаведеного покрокового правила.

Довести, що:

Приклад 1). $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-1}{2-3n}=-\frac{2}{3}$.

Приклад 2). $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{\sqrt{n^2+arctg\,n}}=1$.

Приклад 3). $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$.

Приклад 4). $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{h}=1\ (h>0)$.

Приклад 1). ◄ Маємо

$$x_n=\frac{2n-1}{2-3n}\forall n\in N,\ a=-\frac{2}{3}.$$

Виконаємо три кроки:

1 крок.

$$\forall n\in N:|x_n-a|=\left|\frac{2n-1}{2-3n}-\left(-\frac{2}{3}\right)\right|=$$
$$=\left|\frac{2n-1}{2-3n}+\frac{2}{3}\right|=\frac{1}{3(3n-2)}$$

і $\varphi(x)=3(3x-2)$ на проміжку $[1;+\infty)$.

2 крок. Для наперед заданого довільного, але фіксованого $\varepsilon>0$ покладаємо $|x_n-a|=\frac{1}{3(3n-2)}<\varepsilon$ і розв'язуємо нерівність

$$\left(\frac{1}{3(3n-2)}<\varepsilon,n\in N\right)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(3n-2>\frac{1}{3\varepsilon},n\in N\right)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(n>\frac{1}{9\varepsilon}+\frac{2}{3},n\in N\right),$$

де $\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)=\frac{1}{9\varepsilon}+\frac{2}{3}$.

Виберемо $n_0(\varepsilon)=\left[\frac{1}{9\varepsilon}+\frac{2}{3}\right]+1$.

3 крок. За властивістю транзитивності відношення порівняння на множині дійсних чисел для $n_0(\varepsilon)=\left[\frac{1}{9\varepsilon}+\frac{2}{3}\right]+1$ маємо

$$\left.\begin{cases} \left(n > n_0(\varepsilon), n \in N\right) \Rightarrow \left(\dfrac{1}{3(3n-2)} < \varepsilon\right) \\ \left(n > n_0(\varepsilon), n \in N\right) \Rightarrow \left(|x_n - a| = \left|\dfrac{2n-1}{2-3n} - \left(-\dfrac{2}{3}\right)\right| \le \dfrac{1}{3(3n-2)}\right) \end{cases}\right\} \Rightarrow .$$

$$\Rightarrow \left(\left(n > n_0(\varepsilon), n \in N\right) \Rightarrow \left(|x_n - a| = \left|\frac{2n-1}{2-3n} - \left(-\frac{2}{3}\right)\right| < \varepsilon\right)\right)$$

Отже, для заданого $\varepsilon > 0$ знайдено $n_0(\varepsilon) = \left[\dfrac{1}{9\varepsilon} + \dfrac{2}{3}\right] + 1$ таке, що

$$\left(n > n_0(\varepsilon)\right) \Rightarrow \left(|x_n - a| = \left|\frac{2n-1}{2-3n} - \left(-\frac{2}{3}\right)\right| < \varepsilon\right),$$

і доведено, що $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, тобто $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n-1}{2-3n} = -\dfrac{2}{3}$.►

Приклад 2). ◄ Маємо $x_n = \dfrac{n}{\sqrt{n^2 + arctg\, n}}$ $\forall n \in N,\ a = 1.$ Виконаємо три кроки:

1 крок

$$\forall n \in N : |x_n - a| = \left|\frac{n}{\sqrt{n^2 + arctg\, n}} - 1\right| = \left|\frac{n - \sqrt{n^2 + arctg\, n}}{\sqrt{n^2 + arctg\, n}}\right| =$$

$$\frac{arctg\, n}{\sqrt{n^2 + arctg\, n}\left(n + \sqrt{n^2 + arctg\, n}\right)} < \frac{arctg\, n}{\sqrt{n^2}\left(n + \sqrt{n^2}\right)} = \frac{arctg\, n}{2n^2} < \frac{\pi}{4n^2} < \frac{\pi}{n}$$

і $\varphi(x) = \pi^{-1}x$ на проміжку $[1;+\infty)$.

2 крок. Для наперед заданого довільного, але фіксованого $\varepsilon > 0$ покладаємо $|x_n - a| < \dfrac{\pi}{n} < \varepsilon$ і розв'язуємо нерівність

$$\left(\frac{\pi}{n} < \varepsilon, n \in N\right) \Leftrightarrow \left(n > \frac{\pi}{\varepsilon}, n \in N\right),$$

де $\varphi^{-1}\left(\dfrac{1}{\varepsilon}\right) = \dfrac{\pi}{\varepsilon}$.

Виберемо $n_0(\varepsilon) = \left[\dfrac{\pi}{\varepsilon}\right] + 1$.

3 крок. За властивістю транзитивності відношення порівняння на множині дійсних чисел для $n_0(\varepsilon) = \left[\dfrac{\pi}{\varepsilon}\right] + 1$ маємо

$$\left.\begin{cases} \left(n > n_0(\varepsilon), n \in N\right) \Rightarrow \left(\dfrac{\pi}{n} < \varepsilon\right) \\ \left(n > n_0(\varepsilon), n \in N\right) \Rightarrow \left(\left|\dfrac{n}{\sqrt{n^2 + arctg\, n}} - 1\right| < \dfrac{\pi}{n}\right) \end{cases}\right\} \Rightarrow .$$

$$\Rightarrow \left(\left(n > n_0(\varepsilon), n \in N\right) \Rightarrow \left(|x_n - a| = \left|\frac{n}{\sqrt{n^2 + arctg\, n}} - 1\right| < \varepsilon\right)\right)$$

Отже, для заданого $\varepsilon > 0$ знайдено $n_0(\varepsilon) = \left[\dfrac{\pi}{\varepsilon}\right] + 1$ таке, що

$$\left(n > n_0(\varepsilon)\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(|x_n - a| = \left|\frac{n}{\sqrt{n^2 + arctg\, n}} - 1\right| < \varepsilon\right),$$

і доведено, що $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, тобто $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + arctg\, n}} = 1$.▶

Зауваження.

А. Зрозуміло, що найважливішим з трьох кроків є перший крок отримання (доведення) потрібної нерівності. Він має евристичний характер, потребує творчості, вміння гнучко використовувати знання з курсу математики середніх навчальних закладів.

В. На другому кроці, задовольняючи при цьому всі умови вибору $n_0 = n_0(\varepsilon)$, достатньо покласти

$$n_0 = n_0(\varepsilon) := \max\left\{\left[\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]+1, [\lambda_0]+1\right\}$$

Після перших декілька прикладів використання запропонованого правила з трьох кроків на третьому останньому кроці можна обмежитись стандартною фразою «***для наперед заданого довільного*** $\varepsilon > 0$ ***знайдено*** $n_0 = n_0(\varepsilon) \in N$ ***таке, що*** $(n > n_0(\varepsilon)) \Rightarrow (|x_n - a| < \varepsilon)$, ***і доведено, що*** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$».

Приклад 3). ◀ Маємо

$$x_n = \sqrt[n]{n} \quad \forall n \in N, a = 1.$$

Так як $x_n = \sqrt[n]{n} \ge 1 = a \ \forall n \in N,$ можемо покласти

$$x_n = \sqrt[n]{n} := 1 + \beta_n \quad \forall n \in N,$$

де $\beta_n \ge 0 \, \forall n \in N$. Тоді за формулою бінома Ньютона дістанемо $\forall n \in N, n \ge 2$ нерівність

$$n = (1+\beta_n)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k (\beta_n)^n =$$
$$= 1 + n\beta_n + \frac{n(n-1)}{2}(\beta_n)^2 + \dots + (\beta_n)^n \ge$$
$$\ge \frac{n(n-1)}{2}(\beta_n)^2,$$

з якої маємо

$$|x_n - a| = \sqrt[n]{n} - 1 = \beta_n \le \sqrt{\frac{2}{n}} \quad \forall n \in N, n \ge 2$$ Отже

1 крок.

$$\forall n \in N, n \ge 2: \quad |x_n - a| = \sqrt[n]{n} - 1 =$$
$$= \beta_n \le \sqrt{\frac{2}{n}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}},$$

і $\varphi(x) = \sqrt{0{,}5x} \ \forall x \in [2; +\infty)$.

2 крок. Для наперед заданого довільного, але фіксованого $\varepsilon > 0$ покладаємо $|x_n - a| < \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}} < \varepsilon$ і розв'язуємо нерівність

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}} < \varepsilon, n \in N, n \ge 2\right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left(n > \frac{2}{\varepsilon^2}, n \in N, n \ge 2\right),$$

де $\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \frac{2}{\varepsilon^2}$. Виберемо

$$n_0 = n_0(\varepsilon) = \max\left\{2, \left[\frac{2}{\varepsilon^2}\right]+1\right\}.$$

3 крок. За властивістю транзитивності відношення порівняння на множині дійсних чисел для

$$n_0 = n_0(\varepsilon) = \max\left\{2, \left[\frac{2}{\varepsilon^2}\right]+1\right\}$$

маємо

$$(n > n_0(\varepsilon)) \Rightarrow \left(|x_n - a| = \left|\sqrt[n]{n} - 1\right| < \varepsilon\right)$$

і доведено, що $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, тобто $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$.▶

Приклад 4). ◀ Маємо

$$x_n = \sqrt[n]{h} \ (h > 0) \ \forall n \in N, a = 1.$$

Для необхідних оцінок на першому кроці скористаємось формулою суми перших $n-$ членів геометричної прогресії

$$\left((1-q^n)(1-q)^{-1} = 1 + q + q^n + \dots + q^{n-1}\right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left(1 - q = (1-q^n)\left(1 + q + q^n + \dots + q^{n-1}\right)^{-1}\right)$$

яка виконується при $q \ne 1$ і $\forall n \in N \cup \{0\}$.

Для випадку $h \ge 1$:

1 крок.

$$\forall n \in N: |x_n - a| = \sqrt[n]{h} - 1 =$$
$$= \frac{h-1}{1 + \sqrt[n]{h} + \sqrt[n]{h^2} + \dots + \sqrt[n]{h^{n-1}}} \le \frac{h-1}{n}$$

і $\varphi(x) = (h-1)^{-1} x$, на проміжку $[1; +\infty)$.

2 крок. Для наперед заданого довільного, але фіксованого $\varepsilon > 0$ покладаємо $|x_n - a| \le \frac{h-1}{n} < \varepsilon$ і розв'язуємо нерівність

$\left(\frac{h-1}{n}<\varepsilon, n\in N\right)\Leftrightarrow\left(n>\frac{h-1}{\varepsilon}, n\in N\right)$, де $\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)=\frac{h-1}{\varepsilon}$.

Виберемо $n_0(\varepsilon)=\left[\frac{h-1}{\varepsilon}\right]+1$.

3 крок. За властивістю транзитивності відношення порівняння на множині дійсних чисел для $n_0(\varepsilon)=\left[\frac{h-1}{\varepsilon}\right]+1$ маємо

$$\left(n>n_0(\varepsilon)\right)\Rightarrow\left(|x_n-a|=\left|\sqrt[n]{h}-1\right|=\sqrt[n]{h}-1<\varepsilon\right)$$

Отже, для заданого $\varepsilon>0$ знайдено $n_0(\varepsilon)=\left[\frac{h-1}{\varepsilon}\right]+1$ таке, що

$$\left(n>n_0(\varepsilon)\right)\Rightarrow\left(|x_n-a|=\sqrt[n]{h}-1<\varepsilon\right)$$

і доведено, що $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$, тобто $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{h}=1$.

Для випадку $0<h<1$:

1 крок. Так як $1/h>1$, то скориставшись оцінками першого випадку. Дістанемо

$$\forall n\in N: |x_n-a|=\left|\sqrt[n]{h}-1\right|=$$

$$=\sqrt[n]{h}\left|1-\frac{1}{\sqrt[n]{h}}\right|=\sqrt[n]{h}\left(\sqrt[n]{\frac{1}{h}}-1\right)<\frac{h^{-1}-1}{n}=\frac{1-h}{hn}$$

і $\varphi(x)=(1-h)^{-1}hx$, на проміжку $[1;+\infty)$.

2 крок. Для наперед заданого довільного, але фіксованого $\varepsilon>0$ покладаємо $|x_n-a|<\frac{h^{-1}-1}{n}=\frac{1-h}{hn}<\varepsilon$ і розв'язуємо нерівність

$$\left(\frac{h^{-1}-1}{n}=\frac{1-h}{hn}<\varepsilon, n\in N\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(n>\frac{1-h}{h\varepsilon}, n\in N\right),$$

де $\varphi^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)=\frac{1-h}{h\varepsilon}$.

Виберемо $n_0(\varepsilon)=\left[\frac{1-h}{h\varepsilon}\right]+1$.

3 крок. За властивістю транзитивності відношення порівняння на множині дійсних чисел для $n_0(\varepsilon)=\left[\frac{1-h}{h\varepsilon}\right]+1$ маємо

$$\left(n>n_0(\varepsilon)\right)\Rightarrow\left(|x_n-a|=\left|\sqrt[n]{h}-1\right|=1-\sqrt[n]{h}<\varepsilon\right)$$

Отже, для заданого $\varepsilon>0$ знайдено $n_0(\varepsilon)=\left[\frac{1-h}{h\varepsilon}\right]+1$ таке, що

$$\left(n>n_0(\varepsilon)\right)\Rightarrow\left(|x_n-a|=1-\sqrt[n]{h}<\varepsilon\right)$$

і доведено, що $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$, тобто $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{h}=1$.►

Аналогічну послідовність кроків пропонується виконувати для випадку доведення, що $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\infty$, або, $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$, або, $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=-\infty$.

Наведемо таку послідовність для випадку

$$\left(\lim_{n\to\infty}x_n=\infty\right)\overset{def}{\Leftrightarrow}(\forall\varepsilon>o\exists n_0=$$

$$=n_0(\varepsilon)\in N: n>n_0\Rightarrow|x_n|>\varepsilon).$$

1 крок. Виконання оцінок

$|x_n|\geq\geq\cdots\geq\varphi(n)$,

де $\varphi(x)>0\forall x\in(\lambda_0;+\infty)\subset(0;+\infty)$,

$\varphi(x)\uparrow+\infty(x\to+\infty)$,

тобто побудова скінченної послідовності порівнянь, прикінцевою метою якої завдяки властивості транзитивності відношення порівняння на множині дійсних чисел буде порівняння $|x_n|\geq\varphi(n)$, де $\varphi(x)-$ по можливості достатньо проста елементарна додатнозначна зростаюча на проміжку $[\lambda_0;+\infty)\subset[1;+\infty)$ функція і

$$\varphi(x)\to+\infty(x\to+\infty)$$

(наприклад, $\varphi(x)=x^{\alpha},\quad 0<\alpha\leq1$).

2 крок. Розв'язування нерівності

Для наперед заданого довільного, але фіксованого $\varepsilon>0$ покладаємо $|x_n|\geq\varphi(n)>\varepsilon$ і розв'язуємо нерівність

$$\left(\varphi(n)>\varepsilon, n\in N\cap\left[[\lambda_0]+1;+\infty\right)\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(\varphi(n)>\varepsilon, n\in N\cap\left[[\lambda_0]+1;+\infty\right)\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left(n\in N\cap\left(\varphi^{-1}(\varepsilon);+\infty\right)\cap\left[[\lambda_0]+1;+\infty\right)\right),$$

де $(\lambda_0;+\infty)\supset\left(\varphi^{-1}(\varepsilon);+\infty\right)-$ множина розв'язків нерівності $\varphi(x)>\varepsilon$, $\varphi^{-1}(x)-$ функція обернена до функції $\varphi(x)$. Тоді всі

$$n\in N\cap\left[\left[\varphi^{-1}(\varepsilon)\right]+1;+\infty\right)\subset$$
$$\subset\left[\left[\lambda_0\right]+1;+\infty\right)\subset\left[\lambda_0;+\infty\right)$$
задовольняють нерівність $\varphi(n)>\varepsilon$. Покладаємо
$$n_0=n_0(\varepsilon):=\left[\varphi^{-1}(\varepsilon)\right]+1\geq\left[\lambda_0\right]+1,$$
де $[d]$ – ціла частина дійсного числа d. Такий вибір $n_0=n_0(\varepsilon)$ для довільного наперед заданого фіксованого $\varepsilon>0$ завжди є коректним так як для довільного $\varepsilon>0$
$$\left(n>n_0(\varepsilon)=\left[\varphi^{-1}(\varepsilon)\right]+1>\varphi^{-1}(\varepsilon)\geq\lambda_0,n\in N\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\left(|x_n|\geq\varphi(n)>\varepsilon\right)\Rightarrow\left(|x_n|>\varepsilon\right)$$

3 крок. ***Висновки***

За властивістю транзитивності відношення порівняння на множині дійсних чисел маємо
$$\left\{\begin{aligned}&\left(n>n_0(\varepsilon),n\in N\right)\Leftrightarrow\left(\varphi(n)>\varepsilon\right)\\&\left(n>n_0(\varepsilon),n\in N\right)\Rightarrow\left(|x_n|\geq\varphi(n)\right)\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\left(\left(n>n_0(\varepsilon),n\in N\right)\Rightarrow\left(|x_n|>\varepsilon\right)\right).$$
Отже, для заданого $\varepsilon>0$ знайдено $n_0(\varepsilon)$ таке, що
$$\left(n>n_0(\varepsilon)\right)\Rightarrow\left(|x_n|>\varepsilon\right),$$
тобто доведено, що $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\infty$.

Скориставшись аналогічною послідовністю кроків для випадку
$$\left(\lim_{n\to\infty}x_n=+\infty\right)\overset{def}{\Leftrightarrow}(\forall\varepsilon>o\exists n_0=$$
$$=n_0(\varepsilon)\in N:n>n_0\Rightarrow x_n>\varepsilon)$$

Приклад 4). Довести, що
$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n!}=+\infty.$$

◄ Методом математичної індукції неважко показати , що $n!>\left(n/3\right)^n\ \forall n\in N$.

Тому для послідовності
$$x_n=\sqrt[n]{n!}\ \forall n\in N:$$

1 крок. ***Виконання оцінок***
$$|x_n|=\sqrt[n]{n!}>n/3\ \forall n\in N.$$

2 крок. ***Розв'язування нерівності.*** Для наперед заданого довільного, але фіксованого $\varepsilon>0$ покладаємо
$$|x_n|=\sqrt[n]{n!}>n/3>\varepsilon\ \forall n\in N$$
і розв'язуємо нерівність
$$\left(n/3>\varepsilon,n\in N\right)\Leftrightarrow\left(n>3\varepsilon,n\in N\right)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left(n\in N\cap(3\varepsilon;+\infty)\Leftrightarrow\left[[3\varepsilon]+1;+\infty\right)\right),$$

Покладаємо $n_0=n_0(\varepsilon):=[3\varepsilon]+1$.

3 крок. ***Висновки***

За властивістю транзитивності відношення порівняння на множині дійсних чисел маємо
$$\left\{\begin{aligned}&\left(n>n_0(\varepsilon),n\in N\right)\Rightarrow\left(n/3>\varepsilon\right)\\&\left(n>n_0(\varepsilon),n\in N\right)\Rightarrow\left(|x_n|=\sqrt[n]{n!}>n/3\right)\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\left(\left(n>n_0(\varepsilon),n\in N\right)\Rightarrow\left(|x_n|=\sqrt[n]{n!}>\varepsilon\right)\right).$$

Отже, для довільного наперед заданого $\varepsilon>0$ знайдено $n_0(\varepsilon)$ таке, що $\left(n>n_0(\varepsilon)\right)\Rightarrow\left(|x_n|=\sqrt[n]{n!}>\varepsilon\right)$, тобто доведено, що $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$. ►

Висновки. Встановлено мінімальну кількість кроків, яку пропонується виконувати при розв'язуванні задач з використанням означення границі послідовності на практичних заняттях з математичного аналізу.

Разом з цим встановлено, що подібні задачі дозволяють активно залучати знання з теорії дійсного числа, навички розв'язування та доведення нерівностей, які є одним з основних інструментів встановлення та доведення фактів і теорем аналізу функцій дійсної змінної.

1. *Давидов М.М. Курс математичного аналізу. Ч. 1. Функції однієї змінної / М.М.Давидов. — К.: Вища школа. 1990. —383 с.*
2. *Шкіль М.І. Математичний аналіз. Ч. 1/ М.І.Шкіль. — К.: Вища шк., 1994. — 423 с.*
3. *Шкіль М.І. Вища математика. Елементи аналітичної геометрії. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї дійсної змінної / М.І.Шкіль, Т.В.Колесник, В.М.Котлова. — К.: Вища шк., 1984. — 391 с.*
4. *Ляшко І.І. Математичний аналіз. Ч.І / І.І.Ляшко, В.Ф.Ємельянов, О.К.Боярчук. — К.: Вища школа, 1992. — 495 с.*
5. *Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: підручник. Ч. 1 / А.Я.Дороговцев. — К. :Либідь, 1993. — 319 с.*
6. *Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1 / Л.Д.Кудрявцев. — М.: Висш. шк., 1988. — 712 с.*
7. *Никольский С.М. Курс математического анализа. Т.1 / С.М.Никольский. — М.: Наука, 1975. — 431 с.*
8. *Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциально-*

го и интегрального исчисления. Т.1 / Г.М. Фихтенгольц. — М.: Наука, 1969. — 607 с.

9. *Дюженкова Л.І. Математичний аналіз у задачах і прикладах. Ч. І / Л.І.Дюженкова, Т.В.Колесник, М.Я.Лященко, Г.О.Михалін, М І.Шкіль. — К.: Вища школа, 2002. — 462 с.*

10. *Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л.Д.Кудрявцев, А.Д.Кутасов, В.И.Чехлов, М.И.Шабунин. — М.: Наука, 1984. — 592 с.*

11. *Дюженкова Л.І. Вища математика. Приклади і задачі / Л.І.Дюженкова, О.Ю.Дюженкова, Г.О.Михалін. — К.: Видавничий центр «Академія», 2002. — 623 с.*

12. *Давыдов Н.А. Сборник задач по математическому анализу / Н.А.Давыдов, П.П.Коровкин, В.Н.Никольский. — М.: Просвещение, 1973. — 255 с.*

13. *Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П.Демидович. — М.: Наука, 1977. — 527 с.*

14. *Ляшко И.И. Справочное пособие по математическому анализу, Ч. 1. Введение в анализ, производная, інтеграл / И.И.Ляшко, А.К.Боярчук, Я.В.Гай, Г.П.Головач. — К.: Вища школа, 1978 .— 496 с.*

***Резюме*: Билоцкий Н.Н. О АЛГОРИТМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ.** *Предлагаются методические рекомендации по алгоритмизации процесса решения задач с использованием предела последовательности.*

Ключевые слова: последовательность, предел последовательности, алгоритмизация.

***Abstract.* Bilotskii M. DERIVATIVE ON A DIRECTION AND DIFFERENTIABILITY OF FUNCTION.** *The well-known definition of the limit of sequence* $\left(\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a\right) \overset{def}{\Leftrightarrow} \left(\forall\varepsilon > o \exists n_0 = n_0\left(\varepsilon\right) \in N : n > n_0 \Rightarrow \left|x_n - a\right| < \varepsilon\right)$ *has always been difficult for meaningful perception in the early stages of learning mathematical analysis of first-year students in higher education. Moreover, not only the students but, in part, and teachers who give lectures and conduct workshops on «limit order», there are difficulties in selecting methods and techniques to use in solving boundary definitions related tasks.*

Can anyone recommend a sequence of steps, which is as close to «algorithmic» process using the definition of the limit of sequence in solving problems relevant topics for workshops on mathematical analysis? Proposed a variant of this "algorithmic" that emerged from the experience of studying mathematical analysis in higher education, including the experience of the workshops.

Key words: *sequence, limit of a sequence, algorithmization.*

References

1. Davydov M. Course of mathematical analysis. Part 1. Functions of one variable. - K.Vyscha school, 1990. - 383 p.

2. Schools in Calculus II. Part 1. - Higher HQ, 1994. - 423 p.

3. Schools of I. Kolesnik TV, boiler V. Higher Mathematics. Elements of analytical geometry. Differential and integral calculus of functions of one real variable. - Higher HQ, 1984. - 391 p.

4. Lyashko II, Emelyanov VF Boyarchuck AK Mathematical Analysis. Part II. - K.: High School, 1992. - 495 p.

5. Dorogovtsev AJ Mathematical analysis: Tutorial. Part 1. - Kyiv Lybed, 1993. - 319 p.

6. LD Kudryavtsev Exchange mathematical analysis. V.1. - Moscow: Vyssh. HQ, 1988. - 712 p.

7. Nikolsky SM Course mathematical analysis. V.1. - Moscow: Nauka, 1975. - 431 p.

8. Fyhtenholts G. Course and differential yntehralnoho yschyslenyya. V.1. - Moscow: Nauka, 1969. - 607 p.

9. Dyuzhenkova LI, Kolesnik TV, Liashchenko MJ, Myhalin GA schools M. Mathematical analysis of problems and examples. Part II. - K.: High School, 2002. - 462 p.

10. LD Kudryavtsev, AD Kutasov, Chekhlov VI, Shabunyn MI Collection of Problems in mathematical analysis. Predel. Neprerыvnost. Differentiability. - Moscow: Nauka, 1984. - 592 p.

11. Dyuzhenkova LI, Dyuzhenkova OY, Myhalin G. Higher Mathematics. Examples and problems. - K.: Publishing House «Academy», 2002. - 623 p.

12. NA Davydov, Korovkin PP, Nikolsky VN Collection of Problems in mathematical analysis. - M.: Education, 1973. - 255 p.

13. Demidovich BP Collected tasks and exercises in mathematical analysis. - Moscow: Nauka, 1977. - 527 p.

14. Lyashko I., Boyarchuck AK, Guy Y., Holovatch GP, Reference Textbook on mathematical analysis, Part 1. Introduction to analysis, proyzvodnaya, yntehral. - K.: High School, 1978. - 496 p.

Стаття представлена професором М.В.Працьовитим.
Надійшла до редакції 24.10.2013 р.

МІСЦЕ ЕВРИСТИЧНИХ УМІНЬ В СТРУКТУРНО-ЛОГІЧНІЙ СХЕМІ ПРОПЕДЕВТИЧНОГО КУРСУ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Д.Є. Бобилєв,
викладач,
Криворізький національний університет,
м. Кривий Ріг, УКРАЇНА,
e-mail: dmytrobobyliev@gmail.com

Виділено евристичні уміння, які можна формувати під час вивчення елементів функціонального аналізу студентами напряму підготовки 6.040201 «Математика» у рамках курсу математичного аналізу. Для кожного з виділених умінь показано його місце в структурно-логічній схемі курсу. Проілюстрована методика формування деяких з цих умінь.*

Ключові слова: *евристичні уміння, структурно-логічна схема курсу, функціональний аналіз.*

Постановка проблеми. В галузевих стандартах підготовки бакалаврів напряму *6.040201 «Математика*»* передбачено вивчення в курсі математичного аналізу модуля «Елементи функціонального аналізу», який можна вважати пропедевтикою курсу «Функціональний аналіз». Мета навчання даному модулю, як вказується в освітньо-професійній програмі для даного напряму підготовки, – формування наукового світогляду, одним з елементів якого є розуміння ролі функціонально-аналітичних методів у математиці і точному природознавстві; опанування початками теорії функціональних просторів, лінійних операторів рівнянь; розвиток уміння будувати, досліджувати методами функціонального аналізу моделі з різних областей теоретичної і прикладної математики; створення необхідної математичної основи для подальшого вивчення функціонального аналізу і його застосувань. Але виділені в даній програмі евристичні уміння, які формуються в процесі вивчення модуля «Елементи функціонального аналізу» в недостатній мірі охоплюють можливі результати навчання і не відповідають меті. Тому є потреба розширити перелік евристичних умінь, які формуються в даному модулі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Роль евристичних прийомів розумової діяльності у процесі формування евристичних умінь студентів досліджується в роботах О.І.Скафи, З.І.Слєпкань, К.В.Власенко, І.А.Горчакової, Т.В.Крилової, Ю.Г.Тимко. З.І.Слєпкань зауважує: «Для підвищення рівня навчальної діяльності необхідно продовжувати формувати у студентів загальні розумові дії і прийоми розумової діяльності» [2].

Як показують дослідження психологів, розвиток мислення студентів передбачає формування в них прийомів розумової діяльності. Якщо йдеться про математичне мислення зокрема, то тут важливим є формування прийомів, які стимулюють пошук розв'язання нових проблем, відкриття нових знань, спрямовують думку на проникнення в суть змісту. Такі ознаки притаманні евристичним прийомам.

Під евристичними прийомами ми будемо розуміти особливі прийоми, що сформувалися в процесі розв'язання однієї або декількох задач, які більш або менш свідомо переносяться на інші задачі. Вони дають загальний напрям думки, не гарантуючи отримання необхідного результату. Евристичне уміння передбачає оволодіння відповідним евристичним «прийомом» розумової діяльності.

Метою евристичних прийомів розумової діяльності є встановлення загальних закономірностей тих процесів, які мають місце під час розв'язання будь-яких проблем, незалежно від їх змісту. Тобто ці прийоми є важливими у процесі розв'язання професійних задач майбутніми математиками і вчителями математики.

Метою статті *є аналіз структурно-логічної схеми, змісту пропедевтичного курсу функціонального аналізу та виділення евристичних умінь, які можна формувати в цьому курсі.*

Виклад основного матеріалу. Під час розробки методичної системи формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності майбутніх вчителів математики при вивченні пропедевтичного курсу функціонального аналізу ми враховували, що евристичні прийоми є важливим компонентом навчально-пізнавальної евристичної діяльності студентів, яка сприяє формуванню евристичних умінь; використання евристично орієнтованих систем задач сприяє формуванню евристичних прийомів та умінь.

Розглянемо евристичні прийоми згідно класифікації, запропонованої О.І.Скафою [1], які поділяються на загальні та спеціальні. До загальних евристик відносяться прийоми розумової діяльності: загальні (аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення, класифікація, систематизація, аналогія та ін.), специфічні (підведення під поняття та виведення наслідків).

У реальній практичній, професійній діяльності аналіз та синтез нерозривно пов'язані, тому викладачу важливо уміти виділяти, де це потрібно, або аналіз, або синтез, пам'ятаючи про те, що аналіз – це шлях до відкриття, а синтез – це шлях до обґрунтування.

Невід'ємною складовою професійної діяльності вчителя математики і математика є порівняння математичних об'єктів з метою знаходження аналогів шуканому об'єкту, перенесення їх властивостей у дані умови, протиставлення різних способів розв'язання математичних проблем та ін. Тому порівняння лежить у основі формування великої кількості евристичних умінь. Вона виступає як засіб зв'язку нових і вже здобутих знань.

Порівняння доцільно використовувати в процесі вивчення об'єктів, що розглядаються в різних математичних дисциплінах. При вивченні теми «Застосування теореми Банаха», на лекції викладач доводить теорему Коші про існування та єдиність розв'язку звичайного диференціального рівняння, а студентам ставиться завдання підготувати доведення цієї ж теореми без застосування теореми Банаха [3]. На практичному занятті три студента одночасно доводять по одній із цих теорем. Після цього, коли три доведення представлені перед студентами, їм пропонується порівняти їх і зробити висновок щодо загальних рис теорем про існування і єдиність розв'язку рівнянь. Таким чином формуються евристичні уміння:

- порівнювати склад і структуру математичних теорій;
- аналізувати теорії на предмет зв'язку з досліджуваним об'єктом та проблемою;
- аналізувати чи нерозв'язана дана проблема в ізоморфній теорії.

Використання прийому систематизації корисно, наприклад, під час вивчення теми: «Метричні простори». Систематизація теоретичних фактів із шкільного курсу математики та курсу математичного аналізу про поняття відстані приводить до усвідомлення студентами того, що дане поняття можна перенести і на довільну множину. Це сприяє самостійному відкриттю майбутніми вчителями математики поняття метрики.

«Підведення під поняття» – розумова дія співвіднесення будь-якого об'єкту з поняттям, яке передбачає наявність у цього об'єкта ознак даного поняття. Застосування прийому «підведення під поняття» дає можливість з'ясувати з чим ми маємо справу і, на цій основі, робити висновки, встановлювати співвідношення, виявляти приховану інформацію, тобто застосовувати прийом «виведення наслідків».

Найбільш яскраво застосовуються дані евристичні прийоми при вивченні теми «Компактність». Спочатку вводиться означення компактної та предкомпактної множин, доводяться загальні критерії цих множин. Після цього розглядається, найбільш важливий в курсі, повний метричний простір неперервних функцій на відрізку. Студентам наводиться декілька підмножин даного простору:

- M – множина неперервних на відрізку [0; 1] функцій $x(t)$, які задовольняють умові $|x(t)|\leq 1$ при $t\in[0; 1]$;
- K – множина функцій виду $x_\alpha(t) = \cos \alpha t$ при $t\in[0; 1]$ і $\alpha \in [2;3]$;
- P – множина функцій виду $x_\alpha(t) = e^{t+\alpha}$, $t\in[0; 1]$ і $\alpha \in [3;10]$

і ставиться завдання визначити ці є вони предкомпактними. В процесі застосування загальних критеріїв предкомпактності («підведення під поняття») студенти визначають умови предкомпактності множин в просторі неперервних на відрізку функцій (сімейств функцій). Це дозволяє їм, разом з викладачем, сформулювати теорему Арцела («виведення наслідків»).

Застосування евристичних прийомів дозволяє формувати у студентів евристичні вміння, які сприяють використанню евристичних прийомів в конкретній ситуації. У зв'язку з цим систематизуємо евристичні уміння, які доцільно формувати при вивченні пропедевтичного курсу функціонального аналізу (таблиця 1).

Кожне з наведених у таблиці 1 евристичних умінь найбільш доречно формувати в якійсь певній темі функціонального аналізу (таблиця 2).

Таблиця 1

Типи діяльності, типові завдання діяльності та евристичні уміння, які можна формувати в процесі вивчення пропедевтичного курсу функціонального аналізу

Тип діяльності	Назва типового завдання діяльності	Зміст евристичного уміння	Номер уміння
1. Дослідження математичних відображень ідеалізованих об'єктів	Аналіз сучасних математичних теорій	Вміти порівнювати склад і структуру математичних теорій: поняття, наукові факти, закони, принципи та зв'язки між ними.	1
		Вміти аналізувати теорії на предмет зв'язку з досліджуваним об'єктом та проблемою.	2
		Вміти аналізувати методи теорій на предмет їх придатності для розв'язування існуючої проблеми.	3
	Постановка математичної задачі	Вміти раціонально і повно використовувати закони логіки.	4
		Вміти аналізувати математичні факти, закономірності і теорії на предмет логічної строгості та повноти.	5
		Вміти бачити логічні прогалини в обґрунтуванні математичних фактів, побудові математичних теорій.	6
		Вміти будувати приклади і контрприклади.	7
		Вміти формулювати нові коректно поставлені задачі.	8
		Вміти оцінювати перспективність розв'язування математичної задачі.	9
		Вміти досліджувати коректність постановки математичної задачі.	10
	Аналіз математичної проблеми (задачі)	Вміти аналізувати до якої галузі математичних знань належить досліджуваний об'єкт і проблема, з ним пов'язана.	11
		Вміти аналізувати чи має теорія, якій належить проблема, ізоморфні теорії.	12
		Вміти аналізувати чи нерозв'язана дана проблема в ізоморфній теорії.	13

		Вміти аналізувати взаємозв'язки досліджуваного математичного об'єкта з відомими об'єктами, а математичної проблеми – з науковими фактами.	14
		Вміти встановлювати ізоморфність математичних об'єктів.	15
		Вміти виділяти математичний об'єкт і визначати його суттєві властивості.	16
	Формулювання гіпотетичного твердження	Вміти обирати понятійний апарат, адекватний математичному об'єкту.	17
		Вміти встановлювати протиріччя між твердженнями.	18
		Вміти проводити комп'ютерні експерименти з метою встановлення нових закономірностей.	19
		Вміти наводити приклади математичних об'єктів, що задовольняють умови гіпотетичного твердження.	20
	Доведення гіпотетичного твердження, спростування гіпотетичного твердження	Вміти формулювати твердження, що є окремим випадком гіпотетичного твердження, і твердження більш загальне, ніж розглядуване гіпотетичне.	21
		Вміти відбирати знання, необхідні для доведення або спростування гіпотетичного твердження.	22
		Вміти аналізувати гіпотетичне твердження і у разі можливості розкладати його на простіші.	23
		Вміти побудувати логічну схему доведення.	24
		Вміти використовувати метод від супротивного при доведенні гіпотетичного твердження.	25
		Вміти використовувати аналітичний метод доведення гіпотетичного твердження.	26
		Вміти використовувати синтетичний метод доведення гіпотетичного твердження.	27
		Вміти використовувати аналітико-синтетичний метод доведення гіпотетичного твердження.	28
		Вміти обирати раціональні методи (способи, прийоми) доведення або спростування гіпотетичного твердження.	29
		Вміти реалізовувати побудовану логічну схему доведення.	30
		Вміти будувати контрприклади для спростування гіпотетичного твердження.	31
		Вміти проводити комп'ютерне моделювання та чисельні експерименти для перевірки гіпотетичного твердження та його окремих випадків.	32
2. Математичне моделювання процесів	Дослідження математичної моделі	Вміти добирати ефективні методи чисельного аналізу математичних моделей різних задач.	33
		Вміти інтерпретувати, аналізувати та узагальнювати результати розрахунків чисельного експерименту.	34
		Вміти конструювати математичні об'єкти із заданими властивостями.	35
		Вміти аналізувати відомі методи, способи, прийоми, засоби на їх придатність до розв'язування проблеми.	36
		Вміти використовувати індукцію і дедукцію до розв'язування математичної проблеми.	37
		Вміти використовувати аналітичний, синтетичний, аналітико-синтетичний методи розв'язування математичної проблеми.	38

		Вміти визначати мету і завдання дослідження (бажаний результат і шляхи його досягнення) та вибирати засоби.	39
3. Прикладні дослідження в галузі математики	Вибір, використання алгоритмів, методів, прийомів та способів розв'язування математичних задач та оформлення отриманих результатів	Вміти підготувати за результатами наукового дослідження з певної теми науковий твір (наукової доповіді, статті, реферату, звіту).	40
		Вміти встановлювати зв'язки між фактами і теоріями.	41
		Вміти оцінювати наукову новизну, практичну та теоретичну значущість результату, теорії.	42
		Вміти оцінювати місце, роль і значення отриманого результату в загальній системі математичних знань.	43
		Вміти аналізувати отриманий результат на предмет його зв'язку з іншими науковими проблемами суміжних галузей науки і практики.	44
		Вміти інтерпретувати отриманий результат в термінах ізоморфних теорій.	45
		Вміти інтерпретувати проблему і отриманий результат в термінах практично важливих проблемних ситуацій, реальних подій, процесів, явищ.	46

Таблиця 2

Місце евристичних умінь в структурно-логічній схемі пропедевтичного курсу функціонального аналізу

Змістові модулі, теми	Зміст, основні задачі	Номер евристичного уміння, яке формуються (згідно таблиці 1)
МОДУЛЬ „МЕТРИЧНІ ПРОСТОРИ"		
Змістовий модуль 1. **МЕТРИЧНІ ПРОСТОРИ**		
ТЕМА 1.1. ***Означення і приклади метричних просторів***	Метрика. Означення метричного простору (МП). Граничні точки, точки дотику, внутрішні та межові точки, ізольовані точки множини. Відкриті, замкнені множини, околи.	1-3 6, 7
ТЕМА 1.2. ***Повні метричні простори***	Повні МП. Стискуючі відображення. Повні МП. Стискуючі відображення. Граничні точки, точки дотику, внутрішні та межові точки.	1-3 11-16
ТЕМА 1.3. ***Компактність***	Компакти та компактні множини в МП. Метричні компакти. Неперервні відображення метричних компактів. Теорема Арцела.	1-3 21-31

Змістовий модуль 2. **ПРИНЦИП СТИСКУЮЧИХ ВІДОБРАЖЕНЬ**		
ТЕМА 2.1. ***Теорема Банаха***	Теорема Банаха. Різні способи доведення. Геометрична інтерпретація.	1-3
ТЕМА 2.2. ***Застосування теореми Банаха***	Застосування теореми Банаха до розв'язування СЛАР. Застосування теореми Банаха до доведення теореми Коші.	1-3 17-20; 32 33-39 40-46
МОДУЛЬ „ЛІНІЙНІ НОРМОВАНІ ПРОСТОРИ"		
Змістовий модуль 3. **ЛІНІЙНІ НОРМОВАНІ ПРОСТОРИ**		
ТЕМА 3.1. ***Означення і приклади лінійних нормованих просторів***	Означення і приклади лінійних нормованих просторів. Простори Банаха.	1-3
ТЕМА 3.2. ***Поняття опуклості в лінійних нормованих просторах***	Різні означення опуклості та його геометрична інтерпретація. Доведення опуклості сфери. Геометрична інтерпретація сфери в $\mathbf{R}^2$ з різними нормами.	1-3
Змістовий модуль 4. **ЛІНІЙНІ ФУНКЦІОНАЛИ І ОПЕРАТОРИ**		
ТЕМА 4.1. ***Лінійні функціонали***	Означення і приклади лінійних функціоналів. Неперервність та обмеженість лінійного функціоналу. Теореми Банаха про обернений фунціонал. Означення норми лінійного функціоналу. Приклади обчислення норм.	1-10
ТЕМА 4.3. ***Лінійні оператори***	Означення і приклади лінійних операторів. Неперервність та обмеженість лінійного оператору.	1-10

Висновки. У результаті аналізу структурно-логічної схеми та змісту пропедевтичного курсу функціонального аналізу виділено евристичні вміння, які доцільно формувати в цьому курсі. Показано, що евристичні прийоми сприяють розвитку пізнавальної активності та продуктивного мислення студентів та є основою формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності майбутніх вчителів математики.

1. *Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е.И.Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.*

2. *Слєпкань З.І. Методика навчання математики / З.І. Слєпкань. – К.: Вища школа, 2006. – 582с.*

3. *Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений / В.В.Степанов. – 8 изд. – М.: Физматлит, 1959. – 473 с.*

4. *Тымко Ю. Г. Методическая система формирования профессионально ориенти-*

рованной эвристической деятельности будущего учителя математики: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Ю. Г. Тымко. – Черкассы, 2012. – 244 с.
.

Резюме. **Бобылев Д.Е. ЭВРИСТИЧЕСКИЕ УМЕНИЯ В СТРУКТУРНО-ЛОГИЧЕСКОЙ СХЕМЕ КУРСА ПРОПЕДЕВТИКИ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА.** *В статье выделены эвристические умения, которые можно формировать при изучении элементов функционального анализа студентами направления подготовки 6.040201 «Математика*» в рамках курса математического анализа. Для каждого из выделенных умений показано его место в структурно-логической схеме курса. Проиллюстрирована методика формирования некоторых из этих умений.*

Ключевые слова*: эвристические умения, структурно-логическая схема курса, функциональный анализ.*

Abstract. **Bobyliev Dm. HEURISTIC SKILLS IN STRUCTURAL-LOGICAL SCHEME OF COURSE PROPAEDEUTICS OF FUNCTIONAL ANALYSIS.** *The article highlights the heuristic skills, which can be formed in the study of the elements of functional analysis students of direction 6.040201 «Mathematics*» in the course of mathematical analysis. For each of the selected skills shown his place in the structural-logical scheme of the course. Illustrated method of formation of some of these skills. Under the heuristic techniques we understand the special techniques that have emerged in the process of solving one or more tasks that are more or less consciously transferred to other tasks. They give a general line of thought does not guarantee the desired results. Heuristic skill involves mastering appropriate heuristic «expedient» mental activity.*

The aim of heuristic techniques of mental activity is to establish general laws of the processes that take place in dealing with any problems, regardless of their content. That is, these methods are important in addressing the challenges of the future professional mathematicians and mathematics teachers. In developing methodical system of professionally – oriented heuristic of future mathematics teachers in the study course propaedeutics functional analysis we considered that heuristic techniques are an important component of learning and cognitive heuristic activity of students, which contributes to a heuristic skills, the use of heuristic task oriented systems contributes to the formation of heuristic techniques and abilities. It is shown that the heuristic techniques contribute to the development of cognitive activity and productive thinking of students and is the basis of professionally – oriented heuristic of future mathematics teachers. Application of heuristic techniques allows students to form heuristic skills, promoting the use of heuristic techniques in a particular situation. In this regard, systematized heuristic skills that expedient to form the study course propaedeutics functional analysis.

Key words: *heuristic skills, structural-logical scheme, functional analysis.*

References

1. Skafa E.I. Heuristic teaching of mathematics: theory, methodology, technology. Monograph. – Donechk : Izd-vo DonNU, 2004. – 439 p.

2. Slepkan Z.I. Methods of Teaching Mathematics. – K. : Visha shkola, 2006. – 582 p.

3. Stepanov V.V. The course of differential equations. – M. : Fizmatlit, 1959. – 473 p.

4. Tymko Yu. G. Methodical system of forming professionally oriented heuristic activity of future teacher of mathematics: thesis ... candidate of pedagogical sciences, specialty 13.00.02 / Yu.G.Tymko. – Cherkassy, 2012. – 244 p.

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 26.10.2013 р.

КРИТЕРІЇ ВІДБОРУ МЕТОДІВ, ФОРМ І ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ

К.В. Власенко,
доктор педагог. наук, професор,
Донбаська державна машинобудівна академія,
м. Краматорськ, УКРАЇНА,
e-mail: vlasenkokv@ukr.net

Проаналізовано існуючі критерії відбору організаційних методів, форм і засобів навчання майбутніх інженерів вищої математики. З'ясовано підходи, що сприяють дотриманню обраних критеріїв. Запропоновано методичні рекомендації оптимального взаємозв'язку традиційних і активних методів, форм і засобів навчання, що можуть застосовуватись викладачем з метою формування інтенсивної діяльності майбутніх інженерів у ході інженерної математичної освіти.

Ключові слова: *критерій, методи навчання, форми навчання, засоби навчання,вища математика, майбутні інженери.*

Постановка проблеми. У зв'язку з суперечностями, що виникли між швидким темпом нарощування знань у сучасному світі та обмеженими можливостями їх засвоєння індивідом, різким збільшенням обсягу інформації та одночасним скороченням термінів на її опрацювання, потребує свого перегляду наявна методична система інженерної математичної освіти. Отже, проблема проектування методичної системи формування інтенсивної діяльності студентів інженерних спеціальностей й, зокрема, відбору методів, форм і засобів навчання вищої математики, є однією з найбільш важливих для дидактики.

Аналіз актуальних досліджень. На окресленій науковій проблемі зосереджено увагу в працях З.В.Бондаренко [2], О.Г.Євсеєвої [9], В.І.Клочко [10], Т.В.Крилової [11], Т.С.Максимової [12], І.М.Реутової [7] та ін.

У роботах вищевказаних авторів підкреслюється, що інтенсифікація процесу навчання вищої математики у вищих технічних навчальних закладах (ВТНЗ) впливає на всі компоненти методичної системи: цілі, зміст, організаційні методи, засоби, форми. Попри це, досі залишається не до кінця з'ясованим питання обґрунтування критеріїв, що вливають на відбір методів, форм і засобів навчання вищої математики студентів інженерних спеціальностей.

Мета статті. *Проаналізуємо у статті існуючі критерії відбору складників методичної системи формування інтенсивної діяльності майбутніх інженерів у ході навчання вищої математики. З'ясуємо підходи, що сприяють дотриманню таких критеріїв, надамо методичні рекомендації постійного удосконалення методичної системи інженерної математичної освіти.*

Виклад основного матеріалу. На наш погляд, досить обґрунтованим до критеріїв відбору методів, форм і засобів навчання є підхід Ю.К. Бабанського [1]. Розглянемо ці критерії й можливості оптимального взаємозв'язку традиційних і активних методів, форм, засобів навчання, що можуть застосовуватись викладачем з метою формування інтенсивної діяльності майбутніх інженерів у ході навчання вищої математики у ВТНЗ.

Критерій відповідності методів, форм і засобів навчання закономірностям і принципам навчання. З метою дотримання такого критерію викладання навчального матеріалу досліджуваної дисципліни відбувається з орієнтацією на сукупність умов, що виділена нами і названа *принципом розумної строгості* [7]. За цим принципом відбирався навчальний матеріал, який уміщено до друкованих й електронних навчальних, навчально-методичних посібниках, що складають навчально-методичний комплекс з вищої математики для майбутніх інженерів.

Навчальний посібник «Вища математика для майбутніх інженерів» [3] є основною навчальною книгою прикладної спрямованості, що повністю відповідає освітнім стандартам, програмі вищої математики й навчальному графікові. «Робочий зошит з вищої математики» [4; 5; 6] рекомендовано для організації аудиторних практичних занять з вищої математики та організації самостійної роботи студентів. У самостійній роботі студентів центральне місце посідають електронний навчально-методичний посібник «Вища математика для майбутніх інженерів» [8], а також керівництво до розв'язування задач з вищої математики *розв'язальник* – і комп'ютерні пакети, що їх супроводжують та містять алгоритми розв'язання типових завдань. *Розв'язальник* допоможе студентові в опануванні частини «як» у тріаді навчання «що-навіщо-як», виконанні домашніх завдань, типових розрахунків та інших видах самостійної роботи, а також у реалізації дидактичних цілей формування *системи «студент–комп'ютер»*.

З метою формування *системи «студент–комп'ютер»* створено путівник для «навчання» студентом свого комп'ютера у вигляді навчально-методичних інструкцій до використання програмних засобів (ПЗ).

Нарешті, сайт в Інтернеті, на якому розміщено дистанційний курс «Вища математика для майбутніх інженерів», створює суттєві можливості практичної реалізації *системи «студент–комп'ютер»,* принципів внутрішньодисциплінарних і міжпредметних зв'язків, науковості й прикладної спрямованості, формує в процесі навчання студента і його комп'ютера індивідуальне професійне освітнє інформаційне середовище – майбутнє автоматизоване робоче місце фахівця інженерної галузі, основою якого служить його особистий електронний помічник.

Покажемо варіант сполучення найбільш поширених методів, форм і засобів навчання (табл. 1), що можуть застосовуватись з метою формування інтенсивної діяльності майбутніх інженерів у ході навчання вищої математики під час використання навчального посібнику «Робочий зошит з вищої математики» [4] на прикладі модуля *«Елементи лінійної і векторної алгебри»* **(**тема «Визначники»).

Критерій відповідності методів, форм і засобів навчання змісту навчального матеріалу, його специфіці. Недоліки мотивації навчання на основі продуктивної навчальної діяльності значною мірою обумовлені неповнотою розробки проблеми виділення й систематизації відповідних дидактичних засобів формування та підтримки мотивації інтенсивної навчальної діяльності студентів інженерних спеціальностей. Сукупність засобів розвитку мотивації навчання під час розв'язування професійно орієнтованих завдань, на наш погляд, представляє розвивальну систему, а її вивчення має базуватися на концепціях системного та синергетичного підходів.

За цим, *професійно орієнтовані завдання* ми трактуємо як завдання, що враховують брак у студентів знань із вищої математики для розроблення нових об'єктів навчання, проте актуалізують знання, що сприяють створенню цих об'єктів. Уведення професійно орієнтованих завдань ми пропонуємо на матеріалі дисциплін, що відповідають майбутній професії (загальноінженерні та спеціальні дисципліни).

Це обґрунтоване й підтверджене прикладами застосування чотирьох типів професійно орієнтованих завдань.

Перший тип – завдання на розроблення знарядь аналізу предмета діяльності, теоретичних знарядь, необхідних для введення у вищу математику понять, теоретичних положень, формул, теорем, що опановують під час вивчення загальноінженерних, спеціальних дисциплін, а в майбутньому – у професійній діяльності.

Другий тип – завдання на розроблення знарядь аналізу предмета діяльності, практичних знарядь, необхідних для застосування у вищій математиці понять, теоретичних положень, формул, теорем, що опановують під час вивчення загальноінженерних, спеціальних дисциплін, а в майбутньому – у професійній діяльності. Завдання першого й другого типів сприяють орієнтуванню в професійно важливих якостях майбутніх інженерів.

Таблиця 1

Взаємозв'язок методів, форм і засобів навчання

Пункти навчального посібника «Робочий зошит з вищої математики»	*Методи – форми навчання вищої математики майбутніх інженерів*	*Засоби, що містять компоненти навчально-методичного комплексу*
1	2	3
 Як пов'язаний визначник з інженерною практикою	Метод евристичної бесіди, пояснювально-ілюстративні методи – лекція, практичне заняття, самостійна робота	Презентація лекцій розроблена в середі PowerPoint із застосуванням *професійно орієнтованих завдань*
 Складаємо опорний конспект	Репродуктивні методи, пояснювально-ілюстративні методи – практичне заняття (індивідуальна форма), самостійна робота	Навчальні посібники [3; 4], електронний навчально-методичний посібник [8], дистанційний курс
 Перевіряємо готовність до практичного заняття	Дослідницько-пошукові методи, евристичні методи – практичне заняття (індивідуально-групова форма), самостійна робота	Навчальні посібники [3; 4], електронний навчально-методичний посібник [8], дистанційний курс
 Вчимося розв'язувати типові задачі	Пояснювально-ілюстративні методи, методи проблемного навчання – лекція, практичне заняття (індивідуально - групова форма), консультація, самостійна робота	Навчальні посібники [3; 4; 5; 6], електронний навчально-методичний посібник [8], дистанційний курс, *розв'язальник*, застосування *професійно орієнтованих завдань*
 Вчимося моделювати професійну діяльність інженера	Методи проблемного навчання, дослідницько-пошукові методи, метод проектів – лекція, практичне заняття (групова форма), самостійна робота	Навчальні посібники [3; 4], електронний навчально-методичний посібник [8], дистанційний курс, *розв'язальник*, застосування *професійно орієнтованих завдань*
 Вчимося самостійно розв'язувати завдання	Евристичні методи, дослідницько-пошукові методи, метод проектів - практичне заняття (індивідуальна форма), самостійна робота	Навчальні посібники [3; 4], електронний навчально-методичний посібник [8], дистанційний курс, *розв'язальник*, застосування *професійно орієнтованих завдань*
 Вчимося застосовувати CAS під час обчислення визначників	Методи проблемного навчання, дослідницький метод – самостійна робота	Навчальні посібники [3; 4], електронний навчально-методичний посібник [8], дистанційний курс, ПЗ, навчально-методичні інструкції по застосуванню ПЗ, застосування *професійно орієнтованих завдань*

Третій тип – завдання на розроблення знарядь перетворення предмета діяльності. Їхня сутність полягає в тому, що елементи знаряддя, які необхідно отримати, зіставлені з уже відомими з вищої математики елементами інших знарядь під час вивчення загальноінженерних, спеціальних дисциплін, а в майбутньому – у професійній діяльності. Завдання третього типу сприяють етапові формування професійно важливих якостей майбутніх інженерів.

Четвертий тип – завдання на розроблення знарядь управління предметом діяльності та контролю цих знарядь. Особливість завдань цього типу полягає в розробленні знарядь та знаряддєвих операцій допоміжної діяльності – контролю (аналізу) знарядь певної системи, створених під час розв'язування завдань другого та третього типів. Процес контролю (аналізу) знарядь відбувається за допомогою програмних засобів та програм класу евристико-дидактичних конструкцій. Завдання на розроблення знарядь управління сприяють перетворенню сформованих знань і вмінь під час навчально-пізнавальної діяльності в професійно важливі якості майбутніх інженерів.

Критерій обліку під час вибору методів, форм і засобів навчання можливостей учнів, специфіки їхнього контингенту. Процес інформаційного забезпечення майбутніх інженерів із різним рівнем сформованості мотивації до професійного мислення та пізнавальної діяльності підкріплюється *інформаційною підтримкою*, що розглядається як засіб залучення майбутніх фахівців інженерної галузі до самостійної навчальної діяльності.

Під *інформаційною підтримкою* ми розуміємо процес інформаційного забезпечення, орієнтований на користувачів інформації, зайнятих навчальною діяльністю та спрямований на подолання ускладнень під час самостійного засвоєння теоретичного матеріалу або самостійного розв'язування практичних завдань.

З метою формування мотивації розумової діяльності майбутніх інженерів та підвищення її ефективності ми застосовуємо інформаційну підтримку, що орієнтує студента на рефлексію особистих форм мислення та акцентує його увагу на предметних характеристиках проблемної ситуації, розширюючи можливості дії.

У залежності від рівня сформованості мотивації навчальної діяльності студентів, які обирають інженерну спеціалізацію, викладач, що працює зі складовими нашого навчально-методичного комплексу, має можливість обирати підказки різного типу.

Наведемо приклад розв'язування професійно орієнтованого завдання, що розглядається під час вивчення теми *«Векторний та мішаний добутки векторів»* та міститься у навчальному посібнику «Робочий зошит з вищої математики» [4] у пункті «Вчимося моделювати професійну діяльність інженера».

Завдання. Знайдіть величину моменту результуючої сил $\vec{F_1}\left(3;\ 2;\ -1\right)$, $\vec{F_2}\left(2;\ -1;\ -3\right)$, $\vec{F_3}\left(-4;\ 1;\ 3\right)$, прикладеної до точки $A(4;\ 5;\ -1)$ відносно точки $O\ (-3;\ 1;\ 1)$.

Спочатку для студентів із високим рівнем сформованості мотивації може бути запропонована евристична підказка: *виділяйте підзадачі*, що означає:

1) знайдіть рівнодіючу сил $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$;

2) знайдіть момент та напрямні косинуси рівнодіючої.

Для студентів із середнім і низьким рівнем завдання розбивається на мікропроблемні завдання.

Крок 1. Знайдіть координати вектора результуючої сил.

Крок 2. Знайдіть координати вектора $\overrightarrow{OA}$.

Крок 3. Знайдіть вектор моменту результуючої сили.

Крок 4. Знайдіть величину моменту результуючої сил $\left|\vec{M}\right|$.

Надалі, за необхідністю, до кожного з

кроків надається інформаційна підтримка, що позначається .

Крок 1. Знайдіть координати вектора результуючої сил.

Робота результуючої сили дорівнює сумі робіт складових сил. При додаванні векторів їхні відповідні координати додають.

Крок 2. Знайдіть координати вектора $\overrightarrow{OA}$.

Якщо відомі координати початку $O(x_o,\, y_o,\, z_o)$ та кінця $A(x_a,\, y_a,\, z_a)$ вектора $\overline{OA}$, то його координати знаходять за формулою $\overline{OA}=(x_a-x_o,\, y_a-y_o,\, z_a-z_o)$.

Крок 3. Знайдіть вектор моменту результуючої сили.

Момент сили дорівнює векторному добутку вектора переміщення на вектор сили $\overrightarrow{M} = \overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{F}$, де

$$\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_{\overrightarrow{OA}} & y_{\overrightarrow{OA}} & z_{\overrightarrow{OA}} \\ x_{\overrightarrow{F}} & y_{\overrightarrow{F}} & z_{\overrightarrow{F}} \end{vmatrix}.$$

Скористайтесь для обчислення визначника правилом трикутника.

Крок 4. Знайдіть величину моменту результуючої сил $|\overrightarrow{\mathrm{M}}|$.

Довжину (модуль) вектора $\overline{a}$ обчислюють за формулою $|\,\overline{a}\,|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$.

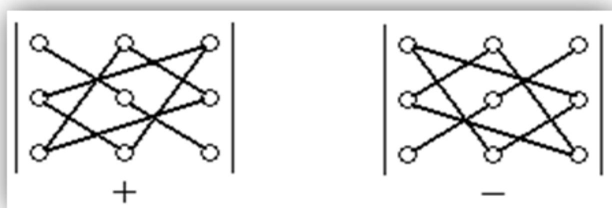
Для студентів із низьким рівнем сформованості мотивації після надання інформаційної підтримки пропонується початковий запис формули, обчислення якої необхідно продовжити. Наведемо продовження розгляду корку 3.

Крок 3. Знайдіть вектор моменту результуючої сили.

Момент сили дорівнює векторному добутку вектора сили на вектор переміщення $\overrightarrow{M} = \overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{F}$, де

$$\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_{\overrightarrow{OA}} & y_{\overrightarrow{OA}} & z_{\overrightarrow{OA}} \\ x_{\overrightarrow{F}} & y_{\overrightarrow{F}} & z_{\overrightarrow{F}} \end{vmatrix}.$$

Скористайтесь для обчислення визначника правилом трикутника, поданого у вигляді схеми:



$$\overrightarrow{\grave{I}} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -1 \\ 7 & 4 & -2 \end{vmatrix} = \qquad \ldots \qquad = \qquad \ldots$$

Аналізуючи вищевказані критерії вибору методів, форм і засобів навчання ми вважаємо, що вони мають носити спрямований характер, тобто неприйнятна однобічна перевага якихось одних методів (наприклад, активних, проблемно-пошукових, стимуляції й мотивації, консультування, ефективного використання інформаційних технологій тощо), оскільки це може не тільки не підвищити, але й істотно знизити очікуваний результат.

Тому ми вважаємо, що основним критерієм науково обґрунтованого вибору методів, форм і засобів навчання, що сприяють інтенсифікації процесу навчання вищої математики майбутніх інженерів, є оптимальність їхнього сполучення з урахуванням специфіки кожної розглянутої освітньої ситуації.

Висновки. Проаналізовані критерії відбору методів, форм і засобів навчання вищої математики сприяли створенню методичної системи, застосування якої уможливило підвищення рівня сформованості інтенсивної навчальної діяльності майбутніх інженерів, покращення якості засвоєння математичних знань, умінь і навичок та, як наслідок, розвиток компонентів професійно важливих якостей.

Розроблені методичні рекомендації оптимального взаємозв'язку традиційних і активних методів, форм і засобів навчання вищої математики майбутніх інженерів у своїй основі мають загальний характер і можуть бути застосовані з інших навчальних дисциплін вищої технічної, загальноосвітньої й професійної освіти.

1. *Бабанский Ю.К. Интенсификация процесса обучения / Ю.К.Бабанский – М.: Знание, 1987. – 78 с.*
2. *Бондаренко З.В. Методика навчання інформаційних технологій розв'язування диференціальних рівнянь у технічних університетах : автореф. дис. на здобуття наукового ступеня кандидата пед.наук: 13.00.02 «Теорія іметодика навчання (математика)» / З.В. Бондаренко ; Національний пед. університет ім. М.П.Драгоманова. – Київ, 2010. – 20 с.*
3. *Власенко К. Вища математика для майбутніх інженерів: навч. посібник для студ. техн. ВНЗ / К.В.Власенко; за ред. проф. О.І. Скафи. – Донецьк: Ноулідж, 2010. – 429 с.*
4. *Власенко К. Робочий зошит з вищої математики. Елементи лінійної і векторної алгебри: навч. посіб. для студентів техн. ВНЗ / К.Власенко, І.Реутова, О.Лупаренко; за ред. проф. О.І.Скафи. – Донецьк: Ноулідж, 2013. – 124 с.*
5. *Власенко К. Робочий зошит з вищої математики. Вступ до математичного аналізу: навч. посіб. для студентів техн. ВНЗ / К. Власенко, І. Реутова, О. Лупаренко; за ред. проф. О.І.Скафи. – Донецьк: Ноулідж, 2013. – 128 с.*
6. *Власенко К. Робочий зошит з вищої математики. Аналітична геометрія: навч. посіб. для студентів техн. ВНЗ / К.Власенко, І.Реутова, О.Лупаренко; за ред. проф. О.І.Скафи. – Донецьк: Ноулідж, 2013. – 176 с.*
7. *Власенко К.В. Методика створення мультимедійного супроводу лекцій з вищої математики для студентів технічних ВНЗ / К.В.Власенко, І.М.Реутова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2012. – Вип. 37. – С. 30-36.*
8. *Власенко К.В. Вища математика: елементи лінійної і векторної алгебри [Електронний ресурс]: Електронний навчально-методичний посібник для студентів технічних ВНЗ / К.В.Власенко. – 1,28 Гб. – Краматорськ, ДДМА, 2010. – 1 електрон. опт. диск (DVD–ROM); 12 см. – Систем. вимоги. Windows XP, Internet Explorer 7, Sun Java, Adobe Flash Player.*
9. *Євсеєва О.Г. Спектральний підхід до розробки системи навчальних задач з вищої математики на основі предметної моделі студента / О.Г. Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2009. – Вип. 32. – С. 101–108.*
10. *Клочко В.І. Проблема трансформації змісту курсу вищої математики в технічних університетах в умовах використання сучасних інформаційних технологій / В.І.Клочко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2004. – Вип. 22. – С. 10–15.*
11. *Крилова Т.В. Концепція математичної підготовки студентів нематематичних спеціальностей вищої технічної школи / Т.В.Крилова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2006. – Вип.25. – С. 21–24.*

12. Максимова Т.С. Управління самоосвітою майбутніх інженерів під час навчання вищої математики / Т.С. Максимова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2009. – Вип. 30. – С. 56–61.

Резюме. **Власенко Е.В. КРИТЕРИИ ОТБОРА МЕТОДОВ, ФОРМ И СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ.** *В статье проанализированы существующие критерии выбора организационных методов, форм и средств обучения будущих инженеров высшей математике. Предложены подходы, способствующие соблюдению выбранных критериев. Рассмотрены методические рекомендации оптимальной взаимосвязи традиционных и активных методов, форм и средств обучения, которые могут применяться преподавателем с целью формирования интенсивной деятельности будущих инженеров во время инженерного математического образования.*

Ключевые слова: *критерий, методы обучения, формы обучения, средства обучения, высшая математика, будущие инженеры.*

Abstract. **Vlasenko E. CRITERIA FOR THE SELECTION OF METHODS, FORMS AND MEANS OF TRAINING THE FUTURE ENGINEERS HIGHER MATHEMATICS.** *The article analyzes the existing criteria for the selection of organizational methods, forms and means of training the future engineers higher mathematics. Approaches to promote compliance selected criteria. Methodical recommendations optimal relations of traditional and active methods, forms and means of training, which can be used by the teacher for the purpose of formation of intensive activity of future engineers during the engineering of mathematical education. Shows how the components of the methodical system of influence on the formation of intensive training of the future engineers in the process of teaching higher mathematics. Proposed structure of the components of the educational and methodical complex on higher mathematics for future engineers. Briefly describes the educational textbook on higher mathematics for future engineers, solver, electronic methodical textbook on higher mathematics for future engineers, work-books on mathematics, teaching and methodical instructions for forming a system of «student-to-computer» (for students and teachers), the site of the Internet, where the distance course on higher mathematics, methodical recommendations using of educational and methodical complex. Examples of how to use the system of professional-oriented tasks that contribute to the common fundamental education, and at the same time, optimize the formation of the base level of professional competence of the future engineer. Proved the importance of the creation of various forms of information support in the teaching of higher mathematics for future engineers. The necessity of its use is justified in the tideway of the constructive approach that offers to attract the student to actively use of software for the serial computer training and features of its use in engineering studies. It is proved that the basic criterion of scientific and reasonable choice of methods, forms and means of training, which contribute to the intensification of the process of training of higher mathematics of future engineers is the optimality of combining them with tailored to each considered educational situation.*

Key words: *criteria, teaching methods, forms of education, training, higher mathematics, the future engineers.*

References

1. Babansky Yu. Intensification of the process of teaching / Babansky Yu. – M.: Knowledge, 1987. - 78 P.

2. Bondarenko Z. Century Methodology of teaching information technology solutions of differential equations in technical universities: Avtoref. dis. on competition of a scientific degree of the candidate of pedagogical sciences: 13.00.02 «Theory and methodology of teaching (mathematics)» / Z. Bondarenko; national pedagogical University M.P. Dragomanov. - Kiev, 2010. - 20 P.

3. Vlasenko K. Higher mathematics for future engineers. A textbook for students of technical universities / K. Vlasenko; amended by Professor E. Scafa. - Donetsk : Noulidg, 2010. - 429 P.

4. Vlasenko K. workbook in higher mathematics. Elements of linear and vector algebra: textbook. manual. students of technical universities / K. Vlasenko, I. Reutova, E. Luparenko; amended by Professor E. Scafa. - Donetsk : Noulidg, 2013. - 124 P.

5. Vlasenko K. workbook in higher mathematics. Introduction to mathematical analysis : textbook. manual. students of technical universities / K. Vlasenko, I. Reutova, E. Luparenko; amended by Professor E. Scafa. - Donetsk : Noulidg, 2013. - 128 P.

6. Vlasenko K. workbook in higher mathematics. Analytic geometry : a textbook. manual. students of technical universities / K. Vlasenko, I. Reutova, E. Luparenko; amended by Professor E. Scafa. - Donetsk : Noulidg, 2013. – 176 P.

7. Vlasenko K. Method of creating multimedia during lectures on higher mathematics for students of technical universities / K. Vlasenko, I. Reutova // Didactics of mathematics: problems and investigations : the international collection of the scientific works. - Donetsk : DonNU, 2012. - Vol. 37. - P. 30-36.

8. Vlasenko K. Higher mathematics: elements of the linear and vector algebra [Electronic resource]: Electronic educational and methodical manual for students of technical universities / K. Vlasenko. of 1.28 GB. - Kramatorsk DSMA, 2010. - 1 electron. the opt. drive (DVD-ROM); 12 cm Systems. requirements. Windows XP, Internet Explorer 7, Sun Java, Adobe Flash Player .

9. Evseeva E. Spectral approach to the development of the system of training tasks on mathematics-based domain model student / E. Evseeva // Didactics of mathematics: problems and investigations. - Donetsk : DonNU, 2009. - № 32. - P. 101-108.

10. Klochko V. The problem of transformation of the content of a course of higher mathematics at the technical universities in the terms of use of modern information technologies / V. Klochko // Didactics of mathematics : problems and investigations. - Donetsk: Donetsk national University, 2004. - №22. - P. 10-15.

11. Krylova T. Century Concept of mathematical training of students nonmathematical higher technical school / T. Krylova // Didactics of mathematics: problems and investigations: proc. collection of scientific works. - Vol. 25. - Donetsk : Donetsk national University, 2006. - P. 21-24.

12. Maksimova T. Management, self-education of future engineers during teaching higher mathematics / T. Maksimova // Didactics of mathematics: problems and investigations: the international collection of the scientific works. - Donetsk : DonNU, 2009. - Vol. 30. - P. 56-61.

Стаття надійшла до редакції 12.05.2013 р.

РОЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПРЕПОДАВАНИИ СПЕЦКУРСОВ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ДВИЖЕНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Г.В. Горр
доктор физ.-мат. наук, профессор,
Донецкий национальный университет,
Е.К. Щетинина,
доктор физ.-мат. наук, профессор,
Донецкий национальный университет экономики и торговки
им. М. Туган-Барановского,
г. Донецк, УКРАИНА,
e-mail: himtem.dep@donnu.edu.ua

Досліджено значення геометричних методів в моделюванні рухів механічних систем. Запропоновано комплекс застосувань в спеціальних курсах з математичного моделювання сучасних підходів кінематичного тлумачення рухів твердого тіла з нерухомою точкою. Розглянуто модифікацію метода годографів Пуансо, застосування нової формули для дослідження нерухомого годографа, застосування параметрів Родрига–Гамільтона і вектора скінченного повороту.

Ключові слова: *математичне моделювання, механічна система, тверде тіло з нерухомою точкою.*

Постановка проблемы. В настоящее время курс «Аналитическая механика» не входит в перечень нормативных дисциплин учебных программ университетов Украины. Однако, современный специалист в области исследования движения технических объектов (роботов, манипуляторов, спутников и др.) должен не только знать основные законы механики, но и уметь с помощью этих законов и математических методов проводить моделирование движений указанных механических систем. Поэтому в ряде вузов Украины (в частности, в Донецком национальном университете) теоретическая механика и элементы аналитической механики преподаются в рамках специальных курсов. При этом в процессе чтения спецкурсов необходимо уделить внимание различным разделам указанных дисциплин. Опыт преподавания в ДонНУ спецкурсов по математическому моделированию движений механических систем показывает, что изучение многих спецкурсов (например, спецкурсов по устойчивости движений, управляемости, наблюдаемости) требует применения современных математических методов, которые излагаются в широком спектре математических дисциплин университетов. Геометрические методы в силу ограниченности часов по спецкурсам и требований применения специальных приемов изложения материала не всегда преподаются в необходимом для студента объеме. Это отражается на общем уровне подготовки выпускников университетов. В данной статье предложена система преподавания геометрических методов в специальных курсах по математическому моделированию движений твердого тела с неподвижной точкой. Она основана на модификации метода годографов Пуансо [1], применении новой формулы для исследований неподвижного годографа [2], использовании параметров Родрига-Гамильтона и вектора конечного поворота [3].

Анализ актуальности исследования. Развитию научно-методических приемов преподавания геометрических методов в средней школе посвящена значительная литература (см., например, [4–6]). Во многих научных областях в толковании итоговых результатов используются геометрические методы. Так выдающийся механик Н.Е.Жуковский отмечал [7], что с помощью методов математического моделирования и геометрического истолкования можно добиться того, что математический результат будет понятен «всякому из публики, желающему его усвоить». При изложении геометрических методов аналитической механики в первую очередь рассматриваются геометрические методы в динамике твердого тела с неподвижной точкой. Они основаны на известной теореме Л. Пуансо [1], согласно которой движение твердого тела с неподвижной точкой можно представить посредством качения без скольжения подвижного годографа вектора угловой скорости по неподвижному годографу. Изложению результатов по кинематическому истолкованию движений в динамике твердого тела посвящена книга [3]. В частности, в ней рассмотрены основные достижения в динамике твердого тела в применении геометрических методов. Поэтому представляется актуальным при чтении курсов по математическому моделированию движений твердого тела использовать современные подходы в истолковании движения (в том числе и компьютерную визуализацию геометрических объектов [8] – подвижного и неподвижного годографов вектора угловой скорости).

Целью статьи *является разработка в спецкурсах по моделированию движений механических систем комплексной методики применения современных подходов кинематического истолкования движения твердого тела с неподвижной точкой.*

Изложение основного материала. Поскольку в Донецком национальном университете чтение спецкурсов по математическому моделированию движений механических систем начинается с курса «Введение в динамику твердого тела», то изучение геометрических методов необходимо начинать именно в этом спецкурсе.

1. Вначале лектор знакомит студентов с основной кинематической формулой $\mathbf{v}=\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}$, где $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость тела, $\mathbf{r}$ – вектор, направленный из неподвижной точки в рассматриваемую точку тела, $\mathbf{v}$ – скорость данной точки. При этом изложении следует подчеркнуть, что вектор $\boldsymbol{\omega}$ полностью определен скоростью двух точек тела, не лежащих на одной прямой с неподвижной точкой. Для наглядности результата можно привести векторную формулу $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2)$. Используя геометрическое истолкование формулы для $\mathbf{v}$, нужно доказать, что в теле имеется такая ось (ось мгновенного вращения), скорости точек которой равны нулю. Введение вектора угловой скорости позволяет дать определение подвижного и неподвижного годографов этого вектора и сформулировать теорему Пуансо о том, что движение тела с неподвижной точкой можно представить качением без скольжения подвижного годографа по неподвижному. Лекция по этому пункту читается в течение 2 часов.

2. На следующей лекции целесообразно для геометрического истолкования движения (первоначальные сведения указаны в п. 1) ввести углы Эйлера. Лектор должен в краткой форме, используя известную картину взаимного расположения подвижного и неподвижного базисов, пояснить способ введения углов Эйлера и выписать компоненты вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$, задающего подвижный годограф

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \dot\psi\sin\theta\sin\phi+\dot\theta\cos\phi,\\ \omega_2 &= \dot\psi\sin\theta\cos\phi-\dot\theta\sin\phi,\\ \omega_3 &= \dot\psi\cos\theta+\dot\phi,\end{aligned} \tag{1}$$

где $\theta,\ \varphi,\ \psi$ – углы Эйлера. Далее формулируется основная цель механики – нахождение функций $\theta(t),\ \varphi(t),\ \psi(t)$. Подчеркивается, что функции $\theta(t),\ \varphi(t),\ \psi(t)$ позволяют найти с помощью углов Эйлера положение подвижного базиса относительно неподвижного базиса в любой момент времени t. В заключение лекции целесообразно выписать формулы для ω_ξ, ω_η, ω_ζ (компонент неподвижного годографа вектора $\boldsymbol{\omega}$):

$$\omega_\xi = \dot\theta\cos\psi + \dot\phi\sin\theta\sin\psi,$$
$$\omega_\eta = \dot\theta\sin\psi - \dot\phi\sin\theta\cos\psi, \qquad (2)$$
$$\omega_\zeta = \dot\psi + \dot\phi\cos\theta.$$

Подводя итог результатов лекции, необходимо подчеркнуть, что функции $\theta(t)$, $\varphi(t)$, $\psi(t)$ дают возможность из соотношений (2) найти компоненты неподвижного годографа $\omega_\xi(t)$, $\omega_\eta(t)$, $\omega_\zeta(t)$ и тем самым применить теорему Пуансо.

Отметим, что, как правило, в учебниках и монографиях по механике представление движения тела с помощью углов Эйлера не связывают с представлением движения методом Пуансо.

Предлагаемый выше подход (п.1, 2) в кинематическом истолковании движения тела позволяет слушателю на начальном этапе изучения геометрических методов получить полную информацию об основных способах представления движения тела.

3. После введения углов Эйлера необходимо рассмотреть традиционный материал, посвященный понятию относительной и абсолютной производной, что позволит сделать вывод о том, что относительная и абсолютная производные вектора угловой скорости совпадают

$$\left(\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \frac{d'\boldsymbol{\omega}}{dt}\right),$$

а относительная производная неподвижного в пространстве вектора $\mathbf{v}$ равна:

$$\frac{d'\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{v}\times\boldsymbol{\omega}.$$

Далее следует отметить, что компоненты векторов $\mathbf{v}$ и $\boldsymbol{\omega}$ находятся в результате интегрирования уравнений

$$\frac{d'\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{v}\times\boldsymbol{\omega}, \qquad \frac{d'\boldsymbol{\omega}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{v},\,\boldsymbol{\omega}). \quad (3)$$

Записывая решение уравнений (3) в виде

$$\mathbf{v}(t) = \nu_1(t)\mathbf{э}_1 + \nu_2(t)\mathbf{э}_2 + \nu_3(t)\mathbf{э}_3,$$
$$\boldsymbol{\omega}(t) = \omega_1(t)\mathbf{э}_1 + \omega_2(t)\mathbf{э}_2 + \omega_3(t)\mathbf{э}_3, \qquad (4)$$

на лекции подчеркивается, что $\mathbf{э}_i$ $(i = 1,2,3)$ – единичные векторы подвижной системы координат.

Отмечается также, что на основании формул (4) можно ввести окружную скорость для вектора $\boldsymbol{\omega}(t)$ и получить уравнения неподвижного годографа П.В. Харламова [9].

$$\omega_\xi(t) = \omega_\rho(t)\cos\alpha(t),$$
$$\omega_\eta(t) = \omega_\rho(t)\sin\alpha(t),$$
$$\omega_\zeta(t) = \boldsymbol{\omega}(t)\cdot\mathbf{v}(t), \qquad (5)$$
$$\omega_\rho^2(t) = \omega^2(t) - \omega_\zeta^2(t),$$
$$\alpha(t) = \int_{t_0}^{t}\frac{1}{\omega_\rho^2(t)}\dot{\boldsymbol{\omega}}(t)\cdot\left(\mathbf{v}(t)\times\boldsymbol{\omega}(t)\right)dt.$$

В заключение рассмотрения данного пункта приводятся примеры кривых, задающих подвижный и неподвижный годографы (4) и (5) [3]. При этом внимание слушателей необходимо направить на вариант, когда подвижный и неподвижный годографы являются замкнутыми соизмеримыми кривыми, так как в этом случае движение тела будет периодическим.

4. На четвертой лекции целесообразно связать методы истолкования движения тела с помощью углов Эйлера и теоремы Пуансо, в которой используются уравнения (5). Прежде всего, необходимо рассмотреть формулы, дающие возможность нахождения углов Эйлера через компоненты векторов (4). Для того чтобы показать инвариантность итоговых соотношений целесообразно применять векторный подход, основанный на формулах (4). Вначале лектор приводит соотношения

$$\nu_1 = \mathbf{v}\cdot\mathbf{э}_1 = \cos\theta,$$
$$\nu_2 = \mathbf{v}\cdot\mathbf{э}_2 = \sin\theta\cos\phi, \qquad (6)$$
$$\nu_3 = \mathbf{v}\cdot\mathbf{э}_3 = \sin\theta\sin\phi,$$

которые показывают возможность нахождения функций $\theta(t)$, $\varphi(t)$ в виде

$$\theta(t) = \arccos\left(\mathbf{v}(t)\cdot\mathbf{э}_1(t)\right),$$
$$\phi(t) = \mathrm{arctg}\,\frac{\mathbf{v}(t)\cdot\mathbf{э}_3(t)}{\mathbf{v}(t)\cdot\mathbf{э}_2(t)}. \qquad (7)$$

Затем он обращается к формулам (1) и на основе равенств (6) записывает соотношение

$$\psi(t) = \int_{t_0}^{t}\frac{\left(\boldsymbol{\omega}(t)\times\mathbf{э}_3(t)\right)\cdot\left(\mathbf{v}(t)\times\mathbf{э}_3(t)\right)}{\left(\mathbf{v}(t)\times\mathbf{э}_3(t)\right)^2}dt + \psi_0. \quad (8)$$

Таким образом, формулы (7), (8) позволяют по известным функциям $\mathbf{v}(t)$ и $\boldsymbol{\omega}(t)$

найти функции $\theta(t)$, $\varphi(t)$, $\psi(t)$. Далее необходимо сопоставить формулы (5) и (7), (8) и сделать вывод о том, что подинтегральная функция в последней формуле (5) зависит от производных вектор-функции $\boldsymbol{\omega}(t)$ из (4). Тем самым обосновывается актуальность задачи нахождения аналога формулы из (5), в которой не содержались бы указанные производные. Отмечается, что такая формула получена лишь в последнее время [10]. При записи ее применяется также векторный подход

$$\alpha=\alpha_0+\operatorname{arctg}\frac{(\boldsymbol{\omega}(t)\times\mathbf{v}(t))\cdot(\mathbf{v}(t)\times\mathbf{э}_3)}{(\boldsymbol{\omega}(t)\times\mathbf{v}(t))\cdot\mathbf{э}_3}+ \int_{t_0}^{t}\frac{(\boldsymbol{\omega}(t)\times\mathbf{э}_3)\cdot(\mathbf{v}(t)\times\mathbf{э}_3)}{(\mathbf{v}(t)\times\mathbf{э}_3)^2}dt. \qquad (9)$$

В заключение изложения данного пункта отмечается связь формул (8), (9).

5. В этом пункте мы предлагаем рассмотреть классический случай Эйлера движения твердого тела вокруг центра масс. При этом не обязательно приводить решение Эйлера через эллиптические функции. Достаточно отметить, что подвижный годограф вектора угловой скорости является линией пересечения двух эллипсоидов с центрами в неподвижной точке, а подвижный годограф – плоской кривой. Следовательно, движение тела в случае Эйлера представляется качением эллипсоида по плоскости. Для наглядности изложения можно привести рисунок, на котором изображены эллипсоид и плоскость, которая является касательной плоскостью к данному эллипсоиду. Далее со ссылкой на книгу [3] приводится краткая информация о том, что в общем случае неподвижный годограф не является плоской кривой. Это обстоятельство снижает наглядность в представлении движения тела и возникает необходимость в модификации метода. Задавая вектор $\mathbf{b}(t)$ так, чтобы выполнялось равенство

$$\mathbf{b}(t)=b(t)\boldsymbol{\omega}(t) \quad (b(t)>0), \qquad (10)$$

лектор доказывает, что в качестве метода истолкования движения тела может быть использован метод, основанный на качении без скольжения подвижного годографа вектора $\mathbf{b}(t)$ по неподвижному годографу этого вектора

$$\mathbf{b}(t)=b(t)(\omega_\xi(t)\mathbf{i}_1+\omega_\eta(t)\mathbf{i}_2+\omega_\zeta(t)\mathbf{i}_3), \qquad (11)$$

где $\mathbf{i}_1$, $\mathbf{i}_2$, $\mathbf{i}_3=\mathbf{v}(t)$ – неподвижный базис. Получение неподвижного годографа вектора $\mathbf{b}(t)$ (11), который лежит в плоскости, ортогональной вектору $\mathbf{v}(t)$, может основываться на следующем выборе функции $\mathbf{b}(t)$

$$b(t)=\frac{1}{\omega_\zeta(t)} \quad (\omega_\zeta(t)>0). \qquad (12)$$

Тогда в силу (12) неподвижный годограф $\mathbf{b}(t)$ (11) примет вид

$$\mathbf{b}(t)=\frac{\omega_\xi(t)}{\omega_\zeta(t)}\mathbf{i}_1+\frac{\omega_\eta(t)}{\omega_\zeta(t)}\mathbf{i}_2+\mathbf{i}_3. \qquad (13)$$

Он лежит в плоскости $\zeta=1$. Подвижный годограф $\mathbf{b}(t)$ получим из (4)

$$\mathbf{b}(t)=\frac{1}{\omega_\zeta(t)}(\omega_1(t)\mathbf{э}_1+\omega_2(t)\mathbf{э}_2+\omega_3(t)\mathbf{э}_3). \qquad (14)$$

В заключение изложения данного материала отмечается, что получены явные формулы для вектора $\mathbf{b}(t)$ (13), (14), которые используются в кинематическом истолковании. Можно подчеркнуть, что используемый выше метод, позволил автору статьи [10] для решения В.А. Стеклова (см. обзор [3]) получить следующий результат – движение гироскопа Стеклова можно представить качением без скольжения одного эллипса по другому.

6. В качестве заключительного пункта в изложении геометрических методов кинематического истолкования движения тела с неподвижной точкой следует рассмотреть применение параметров Родрига-Гамильтона. Необходимо ввести вектор конечного поворота

$$\mathbf{c}=2\mathbf{a}\,\mathrm{tg}\frac{\kappa}{2}, \qquad (15)$$

где $\mathbf{a}$ – единичный вектор оси вращения, а κ – угол поворота вокруг него, и отметить, что с помощью вектора $\mathbf{c}$ можно осуществить поворот тела из начального его положения в конечное положение. Далее следует привести выражение для вектора $\mathbf{a}$:

$$\mathbf{a}=\cos\alpha\,\mathbf{э}_1+\cos\beta\,\mathbf{э}_2+\cos\gamma\,\mathbf{э}_3, \qquad (16)$$

где α, β, γ – углы, которые образует вектор $\mathbf{a}$ с векторами $\mathbf{э}_1$, $\mathbf{э}_2$, $\mathbf{э}_3$, и способ введения параметров Родрига-Гамильтона $\lambda_0,\ \lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3$

$$\lambda_0 = \cos\frac{\kappa}{2},\ \ \lambda_1 = \cos\alpha\sin\frac{\kappa}{2},$$
$$\lambda_2 = \cos\beta\sin\frac{\kappa}{2},\ \ \lambda_3 = \cos\gamma\sin\frac{\kappa}{2}. \qquad (17)$$

После этого записываются формулы

$$\lambda_0 = \cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{\psi+\varphi}{2},$$
$$\lambda_1 = \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\psi-\varphi}{2},$$
$$\lambda_2 = \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{\psi-\varphi}{2}, \qquad (18)$$
$$\lambda_3 = \cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\psi+\varphi}{2}$$

и делается вывод о том, что если будут найдены зависимости $\theta(t),\ \varphi(t),\ \psi(t)$, то по формулам (18) определяются параметры Родрига-Гамильтона, а из соотношений (17) можно получить $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$. Компоненты вектора конечного поворота (15) находятся при рассмотрении скалярной формы векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{c}$ и учета формулы (16).

Выводы. Таким образом, для того чтобы знания выпускников ДонНУ соответствовали современным требованиям специалистов в области моделирования движений механических систем необходимо усилить подготовку студентов в области геометрических методов в механике. В статье показано, что рассмотрение этих методов в рамках спецкурсов по математическому моделированию целесообразно проводить по указанной в данной статье системе, которая учитывает современные достижения в динамике твердого тела.

1. Poinsot L. Theorie nuovelle de la rotation des corps / L. Poinsot // J. Math. Pures et Appl. – 1851. – Bd. I, № 16. – P. 289-336.

2. Горр Г.В. Об одном подходе в применении теоремы Пуансо кинематического истолкования движения тела с неподвижной точкой / Г.В. Горр // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2012. – Вип. 38. – С. 51–55.

3. Гашененко И.Н. Классические задачи динамики твердого тела / И.Н.Гашененко, Г.В.Горр, А.М.Ковалев. – Киев: Наукова думка. – 2012. – 401 с.

4. Болтянский В.Г. Как развивать графическое мышление / В.Г.Болтянский // Математика в школе. – 1978. – № 3. – С. 16-23.

5. Вопросы теории и практики создания и использования средств наглядности для обучения учащихся: сб. научн. тр. / Под ред. Т.К.Молчановой и Т.С.Назаровой. – М. : НИИ шк. оборудования и техн. средств обучения. – 1980. – 168 с.

6. Скафа Е.И. Эвристический подход в обучении математике / Е.И.Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2000. – Вип. 14. – С. 34–39.

7. Жуковский Н.Е. О значении геометрического истолкования в теоретической механике / Н.Е.Жуковский // Собр. соч.: в 7 т. – М.–Л.: Гостехиздат, 1950. – Т. 7. – С. 9-15.

8. Горр Г.В. Компьютерная визуализация геометрических объектов в преподавании геометрии и механики / Г.В.Горр, Е.К. Щетинина // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2010. – Вип. 34. – С. 34–38.

9. Харламов П.В. Лекции по динамике твердого тела / П.В.Харламов. – Новосибирск: Изд-во новосиб. гос. ун-та. 1965. – 221 с.

10. Горр Г.В. Об одном подходе в применении теоремы Пуансо кинематического истолкования движения тела с неподвижной точкой / Г.В.Горр // Механика твердого тела. – 2012. – Вып. 42. – С. 26-36.

Резюме. **Горр Г.В., Щетинина Е.К. РОЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПРЕПОДАВАНИИ СПЕЦКУРСОВ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ДВИЖЕНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ.** *Исследовано значение геометрических методов в моделировании* *движений механических систем. Предложен комплекс применения в специальных курсах по математическому моделированию современных подходов кинематического истолкования движения твердого тела с неподвижной точкой. Рассмотрены модификация метода годографов Пуансо, применение новой формулы для исследований неподвижного годографа, использование параметров Родрига-Гамильтона и вектора конечного поворота.*

Ключевые слова: *математическое моделирование, механическая система, твердое тело с неподвижной точкой.*

Abstract. **Gorr G., Shchetinina E. THE ROLE OF GEOMETRIC METHODS IN THE TEACHING SPECIAL COURSES ON MATHEMATICAL MODELLING OF MECHANICAL SYSTEMS MOTIONS.** *Strengthening the students training in the field of geometric methods in mechanics is necessary that to make the knowledge of Donetsk National University graduates meet modern requirements of professionals in the field of modeling of mechanical motion systems. There are investigated the value of geometric methods in modelling the motion of mechanical systems. The complex of applications in special courses on mathematical modelling of modern approaches of kinematic interpretation of motion of a rigid body with a fixed point is proposed. The introduction of the Euler angles allows to find the components of the fixed hodograph and apply Poinsot theorem. This approach is a modification of Poinsot method of hodographs. Applying of a new formula that does not contain derivative of angular velocity vector for research the fixed hodograph is considered. A modified method of interpretation of body motions is based on the using special vector instead angular velocity vector. In conclusion, the application of Rodrigues–Hamilton parameters and the vector of finite turn are considered.*

Thus, consideration of these methods in a special courses on mathematical modeling should be carried out by the system specified in the article, which takes into account modern advances in rigid body dynamics.

Key words: *mathematical modelling, mechanical system, a rigid body with a fixed point.*

References

1. Poinsot L.Nuovelle theory of rotating body / L. Poinsot // J. Math. Pure and Appl. – 1851. – Bd. I, № 16. – P. 289-336.

2. Gorr G.V. An approach to the application of the Poinsot theorem of kinematic interpretation of the movement of the body with a fixed point / G.V. Gorr // DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. – 2012. – № 38. – P. 51-55.

3. Gashenenko I.N. The classical problems of rigid body dynamics / I.N. Gashenenko, G.V. Gorr, A.M. Kovalev. – Kiev: Naukova Dumka. – 2012. – 401 p.

4. Boltyansky V.G. How to develop a graphic thinking / V.G. Boltyansky / / Mathematics at school. – 1978. – № 3. – P. 16-23.

5. The issues of theory and practice of creating and using visual aids for teaching students: collection of scientific papers / Ed. By T.K. Molchanova and T.S. Nazarova. – M.: Scientific Research Institute of school equipment and teaching aids. – 1980. – 168 p.

6. Skafa O. A heuristic approach to teaching mathematics / O. Skafa // DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. – Donetsk: Company TEAH, 2000. – Вып. 14. – P. 34-39.

7.Zhukovsky N.E. The significance of the geometric interpretation in theoretical mechanics / N.E. Zhukovsky / / Collected Works.: sn 7 volumes. – M.–L.: National technical publishing house. – 1950. – V. 7. – P. 9-15.

8.Gorr G.V. The computer visualization of geometric objects in the teaching of geometry and mechanics / G.V. Gorr, E.K. Shchetinina // DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. – 2010. – № 34. – P. 34-38.

9.Kharlamov P.V. Lectures on the rigid body dynamics / P.V. Kharlamov. – Novosibirsk: Publishing House of Novosibirsk State. University. – 1965. – 221 p.

10.Gorr G.V. An approach to the application of the theorem Poinsot kinematic interpretation of the movement of the body with a fixed point / G.V. Gorr // Mechanics of rigid body. – 2012. – Issue 42. – P. 26-36.

Стаття надійшла до редакції 21.05.2013 р.

РОЛЬ І МІСЦЕ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА» В СИСТЕМІ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ У ЦИФРОВОГО ПОКОЛІННЯ СУЧАСНИХ СТУДЕНТІВ

А.І. Дзундза,
доктор педагог. наук, професор,
І.О. Моісеєнко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА,
e-mail: mian@i.ua

У статті висвітлюється специфіка розвитку особистісної сфери сучасних студентів як типових представників цифрового покоління. Увага акцентується на важливості формування в них професійно-значущих якостей, обґрунтовується актуальність цієї педагогічної проблеми, необхідність розробки нових підходів у проектуванні змісту навчання, пошуків нових засобів впливу на особистість майбутніх фахівців. Автори досліджують можливості навчальних дисциплін циклу природничо-наукової підготовки, насамперед «Дискретної математики», у системі формування професійної спрямованості майбутніх програмістів.

Ключові слова: *цифрове покоління, інформаційно-комунікаційна діяльність, дискретна математика, професійна спрямованість, особистісний розвиток.*

Постановка проблеми. Наразі у західній педагогіці велика увага приділяється проблемам навчання і виховання цифрового покоління, до якого загальноприйнято відносити осіб, народжених після 90-х років минулого століття, тобто за часів цифрової революції (У. Гассер, А. Дігнан, Дж. Полфри, М. Пренскі, Дж. Спір). Терміни «digital generation», «digital nation», «net generation» широко застосовують до покоління, яке формується під впливом бурхливого розвитку Інтернету, інформаційно-комунікаційних технологій [1].

Мета статті. Безумовно, сучасні українські студенти є типовими представниками цифрового покоління. Формування в них професійно-значущих якостей є важливою педагогічною проблемою, яка потребує розробки нових підходів у проектуванні змісту навчання, пошуків нових засобів впливу на особистість майбутніх фахівців. У цій статті ми зупинимося на аналізі можливостей навчальних дисциплін циклу природничо-наукової підготовки, насамперед «Дискретної математики», у системі формування професійної спрямованості майбутніх програмістів. Ми вважаємо, що оскільки математична діяльність великою мірою подібна до інформаційно-комунікаційної діяльності, то існує низка переваг у методах впливу на особистісну сферу сучасних студентів саме під час викладання математичних дисциплін. Специфічна дискретність сприйняття, властива діяльності у цифровому середовищі, надає природничо-науковим дисциплінам значних можливостей ефективно впливати на спрямування особистісного і професійного розвитку студентів.

Виклад основного матеріалу. Коротко зупинимося на аналізі презентованих вище загальних рис, притаманних математичній діяльності і діяльності у цифровому середовищі. Безумовно, і у першому і у другому випадках людина радше запам’ятовує алгоритм пошуку інформації, а не конкретний її зміст. Загальновідомо, що у математичних дослідженнях ефективніше не запам’ятовувати формулу, а знати алгоритм її виведення, так і сучасна молодь запам'ятовує шлях до інформації в Інтернет-середовищі, а не зміст інформації.

До того ж, сучасне інформаційно-комунікаційне середовище характеризується значною географічною і ідеологічною єдністю. Зміст математичних теорій теж незалежно від географічних і історичних меж зберігає свою сутнісну змістовність.

Найважливішою спільною рисою названих видів діяльності, на наш погляд є те, що під час їх здійснення задіяні фактично однакові операції мислення (аналіз і синтез, індукція і дедукція, узагальнення і абстрагування, структурування, класифікація, перегруповування тощо) [2].

Суттєвою спільною рисою математичної і цифрової діяльності є лаконізм, стислість формулювань. Як відомо, інформаційні повідомлення, як і математичні висловлювання, складаються максимально коротко (наприклад, система смайлів, на наш погляд, є аналогом таких логічних зв'язок, як булеві операції, предикати тощо). На відміну від цього, гуманітарні теорії доволі часто потребують розлогих, насичених яскравими епітетами висловлювань. На наш погляд, це одна з причин очевидного нехтування цифровим поколінням скарбницею світової літератури, іншими видами класичного мистецтва.

Отже, сучасні студенти відкриті для впливів, здійснюваних у процесі викладання природничо-наукових дисциплін, зокрема навчальної дисципліни «Дискретна математика», оскільки вона великою мірою «розмовляє» з цифровим поколінням «їхньою мовою», формує навички лаконічного і компактного викладення понять і фактів, уміння здійснювати алгоритмічні дії, приймати рішення із множини альтернатив, має змогу надавати студентам звичний формат «електронного» навчання, застосовуючи інтерактивні методи, ІТ-технології, пропагуючи цінності інформаційно-комунікаційної культури. Необхідно також враховувати, що представники цифрового покоління цінують рівноправну співпрацю, партнерські стосунки, обмін інформацією, прийняття усвідомлених рішень на основі обговорень, а не покірне виконання методичних вказівок.

Навчальна дисципліна «Дискретна математика» традиційно складається з теорії множин, елементів комбінаторики, рекурентних співвідношень, твірних функцій, теорії булевих функцій, теорії графів, теорії скінчених автоматів. З точки зору формування професійно спрямованих якостей у майбутніх програмістів найпотужніший потенціал через професійну орієнтованість змісту мають розділи «Комбінаторика», «Булеві функції», «Теорія графів» і «Теорія скінчених автоматів», до того ж саме практичні і теоретичні методи відповідних теорій широко застосовуються у цифровій діяльності, при конструюванні програмного середовища сучасної комп'ютерної техніки. Важливо, що у цих розділах розглядаються абстрактні моделі, їх властивості та можливості застосування до вивчення широкого кола реальних об'єктів і процесів.

Ми вважаємо, що зміст даних розділів необхідно доповнювати інформаційно-комунікаційними проблемами, які містять аналіз глобальних сучасних тенденцій і процесів, оскільки при цьому студенти досліджують актуальні причинно-наслідкові зв'язки, розглядають просторову і часову динаміку сучасного світу загалом. Очевидно, що професійна діяльність майбутніх програмістів зводиться, в кінці кінців, до прийняття рішення. Вибір рішення з множини альтернатив ґрунтується на інформації про стан досліджуваного об'єкта і знаннях щодо його властивостей. Цей вибір також передбачає можливість оцінити результати прийнятих рішень і дій з їх реалізації через відповідність поставленим цілям. У зв'язку з цим важливу роль відіграє включення питань проектування, створення і дослідження моделей до змісту відповідних розділів курсу «Дискретна математика».

Виділимо тепер педагогічні умови ефективності проектування змісту навчання «Дискретної математики» з точки зору формування професійної спрямованості представників цифрового покоління. На наш погляд, ними є: наявність інформаційно-комунікаційної проблеми, розвивальний характер навчання специфіці розв'язування прикладних задач, систематичність і послідовність у формуванні розумових операцій, науковість положень, наявних у змісті, забезпечення усвідомленості і професійної спрямованості навчання, наслідування підходів до розв'язання інформаційно-комунікаційних задач через інтегративність природничо-наукового, професійно-орієнтованого і соціально-економічного циклів професійної підготовки майбутніх програмістів.

Проаналізуємо систему професійно-орієнтованих умінь, які успішно формуються у майбутніх програмістів при вивченні навчальної дисципліни «Дискретна математика». Спираючись на дослідження О. Хінчина щодо універсальних математичних умінь, ми дійшли висновку про необхідність і потенційну можливість формування наступних професійно-орієнтованих умінь: уміння коректно здійснювати узагальнення (тільки строге доведення може надати впевненості у тому, що відповідна ознака, дійсно, є загальною властивістю визначеного кола об'єктів); уміння користуватися обґрунтованими аналогіями, які служать важливим прийомом встановлення нових закономірностей досліджуваних об'єктів, уміння здійснювати класифікацію на єдиній підставі, за єдиною ознакою, що забезпечує повноту класифікації [2].

Формування зазначених умінь, очевидно, сприяє розвиткові розумових операцій, які ми виділили вище, як операції, властиві математичній і цифровій діяльності (аналіз і синтез, індукція і дедукція, узагальнення і абстрагування, структурування, класифікація, перегруповування тощо). У свою чергу формування розумових операцій забезпечує розвиток професійно орієнтованих якостей мислення у майбутніх програмістів. Маються на увазі такі якості, як: варіативність розуму (забезпечується застосуванням широкої системи різноманітних індивідуальних завдань, які вимагають використання як синтетичного, так і аналітичного методів розв'язання); гнучкість мислення (забезпечується великим обсягом прикладних задач, у тому числі задач з нестандартним формулюванням, а також задач, де можливе розв'язання кількома способами і необхідно прийняти рішення щодо виділення найбільш раціонального з них), продуктивність мислення (забезпечується системою задач, які вимагають створення принципово нових ідей, що відрізняються від традиційних, пошуку розв'язань нестандартних проблем, високого ступеня узагальнення і абстрагування ознак), науковість мислення (забезпечується застосуванням методів проблемного навчання). Між проблемним навчанням і процесом наукового дослідження ми вбачаємо достатньо виразну подібність, оскільки вихідною ідеєю для обох цих процесів є проблемна ситуація. Згодом основна проблема стає підґрунтям спочатку для висування гіпотез, потім для ухвалення найкращої (в ідеалі гіпотеза, народжена проблемою, повинна стати предметом експериментальної перевірки).

Зауважимо, що в умовах традиційно регламентованих організаційних форм навчання (лекції, лабораторні і практичні заняття тощо) засоби інформаційно-комунікаційних технологій використовуються недостатньою мірою. Тому ми намагаємося, особливу увагу приділяти етапу проектування навчального матеріалу, що дає попередні уявлення про досліджувані об'єкти. Це прискорює процес засвоєння предмету. При такому підході доцільно завдання (і аудиторні і позааудиторні) поділяти за трьома рівнями складності: репродуктивні, продуктивні, творчі, які орієнтовані на активізацію пізнавальної діяльності студентів, формування наукового світогляду і розвиток творчого професійного потенціалу. Для самостійної роботи студентів ми пропонуємо індивідуальні завдання з кожного розділу, підготовку і перехресне рецензування рефератів, доповідей.

Важливими, на наш погляд, являються питання наслідування курсу «Дискретна математика». Перспективними у цьому напрямку ми вважаємо логічні зв'язки навчальних дисциплін «Дискретна математика» і «Системне програмування». В останній основна увага приділяється теорії побудови компіляторів та інших процесорів, призначених для обробки мов. Математичний апарат системного програмування істотно спирається на теорію автоматів і формальних граматик. І хоча основні поняття цих теорій можуть бути строго викладені лише на третьому курсі бакалаврського циклу, вже у першому семестрі при вивченні дискретної математики можна і корисно, хоча б неформально, викласти деякі ідеї теорії автоматів, які виходять за рамки навчальної програми. Це, безсумнівно, сприятиме формуванню професійної спрямованості майбутніх програмістів. Саме тому до програми курсу «Дискретна математика» ми включаємо деякі питання теорії скінчених розпізнавачів, недетермінованих автоматів і автоматів із магазинною пам'яттю.

Оскільки представники цифрового покоління схильні розвиватися «загоризонталлю» (нажаль, на шкоду глибині і ґрунтовності освіти), радо здобувають досвід у різноманітних нових сферах, то розширюючи змістовні межі навчальної дисципліни ми підвищуємо мотивацію до професійного саморозвитку, а разом з тим й ефективність навчально-виховного процесу. Безумовно, такий підхід вимагає від викладачів освоєння нових педагогічних технологій, створення нових навчальних сценаріїв і організаційних форм. Втім він дуже корисний, бо сприяє скороченню «цифрової» нерівності викладача і студента, скасовує бар'єри у комунікації представників різних поколінь, а також формує професійно-орієнтовані уміння в майбутніх програмістів, яким часто доводиться вирішувати завдання конструювання та аналізу нетривіальних алгоритмів.

Скінчені автомати у курсі «Дискретної математики» ми вважаємо за доцільне розглядати або як моделі обчислювальних пристроїв з фіксованим і кінцевим об'ємом пам'яті, які обробляють послідовності вхідних символів з деякої скінченої множини і на виході приймають рішення, припустимий чи ні вхідний ланцюжок, або як моделі пристрою, пам'ять якого розширюється за рахунок додаткового механізму зберігання інформації – магазину або стеку. Ми досліджуємо також питання способів завдання та побудови скінчених розпізнавачів, методи отримання мінімальних автоматів. Аналізуємо поняття недетермінованого автомату.

Важливо, що вже на цьому етапі підготовки майбутніх програмістів можна вивчати питання існування та єдиності мінімального автомата і, оперуючи поняттями еквівалентних і недосяжних станів, вивчати і застосовувати у конкретних задачах розпізнавання методи приведення довільних автоматів до еквівалентних мінімальних автоматів, які більш компактно можуть бути реалізовані на обчислювальній машині. Студенти, які прослухали основи теорії скінчених автоматів, більш природно згодом сприймають ідеї побудови компіляторів, теорії синтаксичного аналізу і перекладу. І, що найголовніше, майбутні фахівці вже на першому курсі знайомляться з математичними теоріями, ідеї яких можуть бути доведені до рівня практично здійсненних комп'ютерних програм.

Висновки. Отже, через притаманну цифровому поколінню прагматичність, наші студенти життєві цілі пов'язують переважно із професійним і кар'єрним зростанням, тому вони прагнуть здобувати «корисну» освіту, навчальні предмети ділять на потрібні і не потрібні, уникають зайвих інтелектуальних напружень. Викладачі часто чують від сучасних студентів: «нащо мені потрібний математичний аналіз або диференціальна геометрія, вона мені у майбутній професійній діяльності не знадобиться». Тому, підвищуючи професійну спрямованість навчання, ми зацікавлюємо майбутніх фахівців одержувати «професійно-корисні» знання, а разом з тим інтелектуально збагачуємо освіту, підвищуємо цінність глибоких фундаментальних знань, не даємо розуму цифрового покоління розчинитися у кібер-просторі, а це у свою чергу сприяє гармонізації цінностей сучасного інформаційно-комунікаційного середовища із загальнолюдськими цінностями.

1. Palfrey J., Born Digital. Understanding the first generation of digital natives / J. Palfrey, U.

Gasser. - N.Y., Basic, 2008. - pp. 375.

2. Хинчин А.Я. Педагогические статьи / А.Я.Хинчин // Вопросы преподавания математики. Борьба с методическими штампами. Серия «Психология, педагогика, технология обучения». – 2-е изд. – М.: Комкнига, 2006. – 208 с.

Резюме. **Дзундза А.И., Моисеенко И.А. РОЛЬ И МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА» В СИСТЕМЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ У ЦИФРОВОГО ПОКОЛЕНИЯ СОВРЕМЕННЫХ СТУДЕНТОВ.** *В статье освещается специфика развития личностной сферы современных студентов как типичных представителей цифрового поколения. Внимание акцентируется на важности формирования у них профессионально значимых качеств; обосновывается актуальность этой педагогической проблемы, необходимость разработки современных подходов в проектировании содержания обучения, поисков новых средств воздействия на личность будущих специалистов. Авторы исследуют возможности учебных дисциплин цикла естественнонаучной подготовки, прежде всего курса «Дискретная математика», в системе формирования профессиональной направленности будущих программистов.*

Ключевые слова: *цифровое поколение, информационно-коммуникационная деятельность, дискретная математика, профессиональная направленность, личностное развитие.*

Abstract. **Dzundza A., Moiseyenko I. ROLE AND PLACE OF EDUCATIONAL DISCIPLINE «DISCRETE MATHEMATICS» IN THE SYSTEM OF FORMING OF PROFESSIONAL ORIENTATION AT THE DIGITAL GENERATION OF MODERN STUDENTS.** *In the article highlights the specifics of development of personal sphere of modern students as typical representatives of the digital generation . The authors emphasize the importance of the formation of students professionally significant qualities . The authors substantiate the relevance of the pedagogical problem, study the need to develop modern approaches in designing the training content , devising ways to find new means of influence on the personality of future specialists. The authors explore the possibility of academic disciplines cycle natural scientific training, particularly the course "Discrete Mathematics" in the system of formation of professional orientation for future programmers. The authors argue that the mathematical activity is very similar to the information and communication activities. The authors substantiate the advantages of methods of influence on personal sphere modern students while teaching mathematics. Specific discrete perception allows natural sciences to effectively influence the vector of personal and professional development of students, promotes the formation of professionally significant qualities of future programmers . Develop skills concise and compact presentation of concepts and facts. Students learn to implement algorithmic actions, decisions of a set of alternatives due to the familiar format of the digital generation of information and communication activities.*

Key words: *digital generation, informative-communicative activity, discrete mathematics, professional orientation, personality development.*

References

1. Palfrey J., Born Digital. Understanding the first generation of digital natives / J. Palfrey, U. Gasser. - N.Y., Basic, 2008. - pp. 375.

Hinchin A.Ya. Pedagogical articles / A.Ya. Hinchin // Problems of Teaching Mathematics. Fighting methodical stamps. Series "Psychology, pedagogy, educational technology". - 2 ed. - M.: Komkniga, 2006. – pp.208.

Стаття надійшла до редакції 18.05.2013 р.

ОСОБЛИВОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ КУЛЬТУРИ МАЙБУТНЬОГО ІНЖЕНЕРА ІНДУСТРІЇ ПРОГРАМНОЇ ПРОДУКЦІЇ

О.М. Дубініна,
канд. технічних наук, доцент,
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»,
м. Харків, УКРАЇНА,
e-mail: vovochka88@ukr.net

Досліджено особливості математичної культури майбутніх спеціалістів інженерії програмного забезпечення, систематизовано основні компоненти вищеназваної культури, сформульовано визначення поняття математичної культури студентів, які отримують професійну освіту за напрямом підготовки «програмна інженерія», виходячи з основних видів професійної діяльності майбутніх інженерів з виробництва програмного продукту.

Ключові слова: *вища математика, компоненти культури, математична культура, програмна інженерія, професійна підготовка.*

Постановка проблеми. Математична культура студентів, які навчаються за напрямом підготовки «програмна інженерія», є одночасно і умовою успішної професійної підготовки і результатом останньої. Це випливає з того, що фундаментом програмної інженерії є комп'ютинг, який є унікальним поєднанням парадигм математики, комп'ютерної науки та інженерії [20].

Одним із завдань вивчення циклу математичних дисциплін при підготовці майбутніх фахівців з програмної інженерії є розвиток та підняття загального рівню математичної культури студентів. Для майбутніх програмних інженерів знання з предметів математичного циклу насамперед є професійним інструментом аналізу, прогнозування, наукового пошуку, способів бачення математичних об'єктів у програмах, математичного моделювання, організації та управління, тобто є запорукою успішної професійної підготовки [3].

Серед чинників, які стримують розвиток індустрії програмної продукції в Україні, як зазначено в «Концепції державної цільової науково-технічної та економічної програми розвитку індустрії програмної продукції України на 2012-2014 роки» [5], є «недостатня відповідність системи підготовки фахівців сучасним вимогам ринку праці». Тому завдання професійної підготовки відповідних спеціалістів набувають державної важливості, запорукою успішної реалізації яких є формування математичної культури майбутніх спеціалістів з програмного забезпечення електронних обчислювальних машин.

Аналіз останніх досліджень та наукових публікацій з проблеми показав, що професійна спрямованість формування математичної культури привертає увагу вітчизняних вчених, серед яких: В.Г.Бевз, Ю.А.Галайко [2], В.Я.Ілляшенко, О.Б.Красножон [6], В.М.Кремінь, Т.В.Крилова [7], Є.О.Лодатко [9], Т.М.Марченко [10], С.А.Раков [14], З.І.Слєпкань [16], В.І.Трофименко [17] та інші; а також вчених, педагогів та психологів близького зарубіжжя, таких як: З.С.Акманова [1], С.Ю.Кузьмін [8], О.А.Окунєва [12] та інші.

Однак недостатньо досліджень, що розкривають специфіку формування у ВНЗ математичної культури інженерів з програмного забезпечення в умовах стрімкого розвитку відповідної галузі.

Мета статті – *дослідити особливості математичної культури інженера індустрії програмної продукції, визначити поняття математичної культури майбутніх спеціалістів, які навчаються за напрямом підготовки «програмна інженерія».*

Виклад основного матеріалу. Зупинимось на розгляді визначення математичної культури спеціаліста. Тобто розглянемо це поняття під кутом зору професійної підготовки. На думку В.Н.Худякова [18], математична культура спеціаліста – це інтегральне утворення особистості спеціаліста, що ґрунтується на математичному пізнанні, математичній мові і мисленні, відбиває технологію професійної діяльності і сприяє проектуванню її операційного складу на технологічний рівень, індивідуально-творчий стиль професійної діяльності, який розкриває індивідуальну концепцію сенсу професійної діяльності і творче втілення її технології. С.А.Розанова [15] вважає, що математична культура студента технічного вишу – набута система математичних знань, умінь і навичок, що дозволяє використовувати їх в швидкоплинних умовах професійної і суспільно-політичної діяльності, яка підвищує духовно-моральний потенціал і рівень розвитку інтелекту особистості.

За визначенням З.Ф.Заріпової [4], математична культура інженера – це складна інтегральна система особистісних і професійних якостей майбутнього інженера, яка характеризує міру розвитку (саморозвитку) особистості, індивідуальності, та яка відбиває синтез математичних знань, умінь, навичок, інтелектуальних здібностей, сукупність емоційно-ціннісних орієнтації, мотивів і потреб професійної досконалості.

Вчені та педагоги В.М.Галинський, О.С.Гаркун, Ю.В.Позняк, В.В.Самохвал, Г.Г.Шваркова, одностайні до того, що математична культура особистості, що навчається – це комплексний, складено-структурований феномен, що вимагає системного підходу в своєму дослідженні [11].

Підсумовуючи, виділимо деякі **недоліки** існуючих досліджень. На жаль, можливості і необхідність професійної спрямованості формування математичної культури вивчені недостатньо. Математична культура у всіх галузях вищої технічної освіти формується так би мовити взагалі, не зважаючи на особливості галузі застосування, а це призводить до невтішних наслідків зниження якості професійної освіти.

Погоджуємося з С.Ю.Кузьміним у тому, що «незважаючи на чисельні дослідження, в науково-методичній літературі аж до нашого часу немає чіткого визначення поняття «математична культура», не існує єдиного підходу до визначення цього поняття, кожен з існуючих підходів або не описує увесь зміст математичної культури, або носить узагальнений характер» [8].

Проте ми не згодні з Т. М. Марченко в тому, що «вирішальну роль у формуванні математичного мислення», яке є складовою математичної культури, «майбутніх інженерів відіграють технічні дисципліни, які широко використовують математичні методи для дослідження технічних об’єктів», а таким дисциплінам як «вища математика » відводиться другорядне місце [10]. По-перше, цикл математичних дисциплін пронизує увесь курс навчання фахівців інженерних спеціальностей, і на різних етапах навчання формуються необхідні елементи математичної культури, а, по-друге, на наш погляд, в реальному навчальному процесі такі факти можливі тому, що з самого початку формування математичної культури студентів недостатньо професійно зорієнтовано. Це призводить до того, що на предметах професійного циклу замість застосування і відшліфовування, відбувається дублювання, і викладачі технічних дисциплін вимушені для подальшої роботи спочатку підвищувати рівень математичної культури своїх підопічних. Таким чином, отримуємо зниження якості професійної освіти. Хоча на перший погляд, в тому, що на технічних дисциплінах починають формувати математичне мислення, бачиться лише позитивне.

У результаті дослідження наукових публікацій останніх років ми бачимо визнання того факту, що математична культура нерозривно пов’язана з професійною діяльністю людини. Тому має сенс розглядати суть, структуру і процес формування математичної культури студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом підготовки «програмна інженерія» з позиції розвитку професійної компетентності майбутнього фахівця. Види професійної діяльності, притаманні спеціалістам з розроблення програмного забезпечення електронних обчислювальних машин вимагають певного об'єму, рівня і змісту математичної підготовки. При цьому постають специфічні задачі професійної освіти, формується особлива до цієї специфіки модель математичної культури, орієнтована на конкретну мету – розвиток математичної культури студентів визначеної спеціальності. У зв'язку з цим представляється логічним говорити про математичну культуру майбутнього інженера індустрії програмної продукції.

Розглянемо види професійної діяльності, оскільки саме вони, на наш погляд, є відправною точкою в процесі формування математичної культури студентів, які надалі прагнуть працювати в галузі виробництва програмного забезпечення. Згідно освітньо-кваліфікаційної характеристики бакалавра напряму підготовки «програмна інженерія» [13], до видів професійної діяльності (виробничих функцій) відносимо такі, як проектувальна, організаційна, управлінська, технологічна.

Але фактично в діяльності фахівця з виробництва програмного продукту домінує три послідовні процеси, в результаті здійснення яких повно та цілісно може бути вирішено будь-яку проблему в області програмної інженерії. А саме: формалізація усієї майбутньої роботи; цілеспрямоване конструювання вирішення завдання, створення шляху реалізації, тобто алгоритму; реалізація мети та отримання продукту діяльності.

У рамках викладання циклу математичних дисциплін, а також в процесі самостійної роботи студентів, можна відобразити всі три основні види діяльності, які фактично будуть імітувати справжню роботу спеціаліста, або формувати для цієї роботи навички та вміння, розвивати певні здібності та вміння фахівця. Тому перспективним для підвищення якості професійної підготовки та інтенсифікації навчального процесу є дослідження і, в подальшому застосування відображення фундаментальних видів діяльності програмної інженерії та їх наповнення в досить об'ємному курсі вищої математики. Оскільки ми вважаємо, що в сучасній інженерній освіті настав той час, коли фундаментальна математична підготовка має якомога більше бути професійно зорієнтованою. А не бути лише скороченим курсом таких математичних дисциплін, які викладаються в класичних університетах. Адже кожна хвилина проведена молодою людиною на студентській лаві повинна працювати на майбутній результат. Тобто на отримання, в першу чергу, висококваліфікованого фахівця, з таким рівнем професійної культури, левовою часткою якої є культура математична, який дозволяє саморозвиватися та удосконалюватися впродовж усього життя. Що в свою чергу забезпечує одну з найважливіших проблем фахівців з програмного забезпечення – **стійкість компетентності** при швидкоплинних змінах розвитку галузі програмної інженерії.

Безсумнівно, вища освіта – це лише крок у велике життя. Проте цей крок має бути впевненим і в тому напрямку, який дозволить молодій людині максимально реалізувати себе.

Математичні методи і формальні міркування є складовими частинами більшості областей інформатики, яка є базовою наукою програмної інженерії. Інформатика залежить від математики і її фундаментальних визначень, аксіом, теорем і методів, які використовуються в доказах. Крім того, математика надає мову для роботи з поняттями, що відносяться до інформатики, конкретними засобами аналізу і верифікації, а також є теоретичною основою для розуміння важливих ідей інформатики. Наприклад, функціональне програмування і вирішення проблем ґрунтується на математичних концепціях і нотаціях для функцій; аналіз алгоритмів безпосередньо залежить від таких розділів математики, як комбінаторика і теорія ймовірностей; аналіз паралелізму і запобіжність блокуванням вимагає використання теорії графів; нарешті, верифікація програм і аналіз обчислюємості базуються на формальній логіці і дедукції. Процес абстрагування, а саме: збір даних, побудова і перевірка гіпотез, експериментування та аналіз, представляє компоненту логічного мислення, використовуваного в інформатиці. Таким чином, тільки досить великий об'єм математики дасть змогу студентам в потрібному для їх кваліфікації обсязі зрозуміли теоретичні основи базової дисципліни якою є інформатика. Особливе пріоритетне місце в математичній підготовці програмних інженерів належить комп'ютерній дискретній математиці. Оскільки метою цього курсу є формування у студентів практичних навиків у використанні формальних методів і моделей дискретної математики при обробці дискретної інформації і опису дискретних процесів, пов'язаних з розробкою програмного забезпечення.

Враховуючи провідну роль математики при підготовці ІТ - спеціалістів, програми навчання повинні включати математичні концепції якомога раніше і як можна частіше. Основні математичні концепції мають бути представлені студентам на початку навчання. На старших курсах ці концепції також повинні регулярно використовуватися. Вкрай важливо використовувати на старших курсах математичні навички, розвинені на початку навчання.

Спробуємо представити компоненти математичної культури за допомогою ієрархічної діаграми (рис. 1). В цьому випадку принцип ієрархічності дозволяє розглядати математичну культуру як систему.

Зазначимо, що формування математичної культури студентів буде ефективним в тому випадку, якщо це цілеспрямований, спеціально організований, планомірний процес, який враховує **вимоги**, що пред'являються до майбутнього фахівця. Отже, звідси виникає необхідність, насамперед, готовності викладача до керування даним процесом. Оскільки формування математичної культури – спільна творча діяльність викладача і студентів, то для досягнення бажаного результату важливо підходити комплексно, використовуючи при цьому системні, діяльністні, культурологічні засади, орієнтувати освітній процес на особистість студента, створювати творчу атмосферу, позитивний емоційний фон.

Значущим чинником, який також необхідно враховувати при формуванні математичної культури, є підвищення **мотивації** до вивчення дисциплін математичного циклу, для чого вживають активні форми навчання, посилення прикладної складової, введення спецкурсів по філософії, історії і методології математики, розробки спільно з профілюючими кафедрами спецкурсів по застосуванню математичних методів при вирішенні прикладних завдань. Ми вважаємо, що оскільки пріоритетом все ж таки є професійна діяльність, то мотиваційна складова формування математичної культури має спиратися на **специфічні технології**, притаманні галузі програмної інженерії.

Також в сучасних умовах формування математичної культури студентів неможливо без впровадження в навчальний процес **інформаційних технологій**. Вживання комп'ютера як способу навчання, як засобу автоматизації обчислень, як інструменту пізнання, у поєднанні з традиційними формами навчання відкриває нові можливості у вирішенні завдань, що стоять перед вищою школою у плані підготовки інженерів для індустрії програмної продукції. Оскільки професійна діяльність фахівців вище названої галузі щільно пов'язана з інформацією, тобто лежить у сфері збору, обробки, зберігання, передачі і засобів вилучення інформації, організації каналів передачі інформації, сучасних засобів і методів захисту інформації в глобальних і локальних мережах, то ми вважаємо що важливим фактором впливу на формування математичної культури цих фахівців є **культура інформаційна**.

Ми вважаємо, що однією з пріоритетних складових математичної культури майбутніх фахівців галузі індустрії програмної продукції є **алгоритмічна культура**. Поняття алгоритму відноситься до фундаментальних понять основ математики. Під алгоритмом розуміємо загальноприйняту та однозначну інструкцію, що визначає процес послідовного перетворення вхідних даних в шуканий результат.

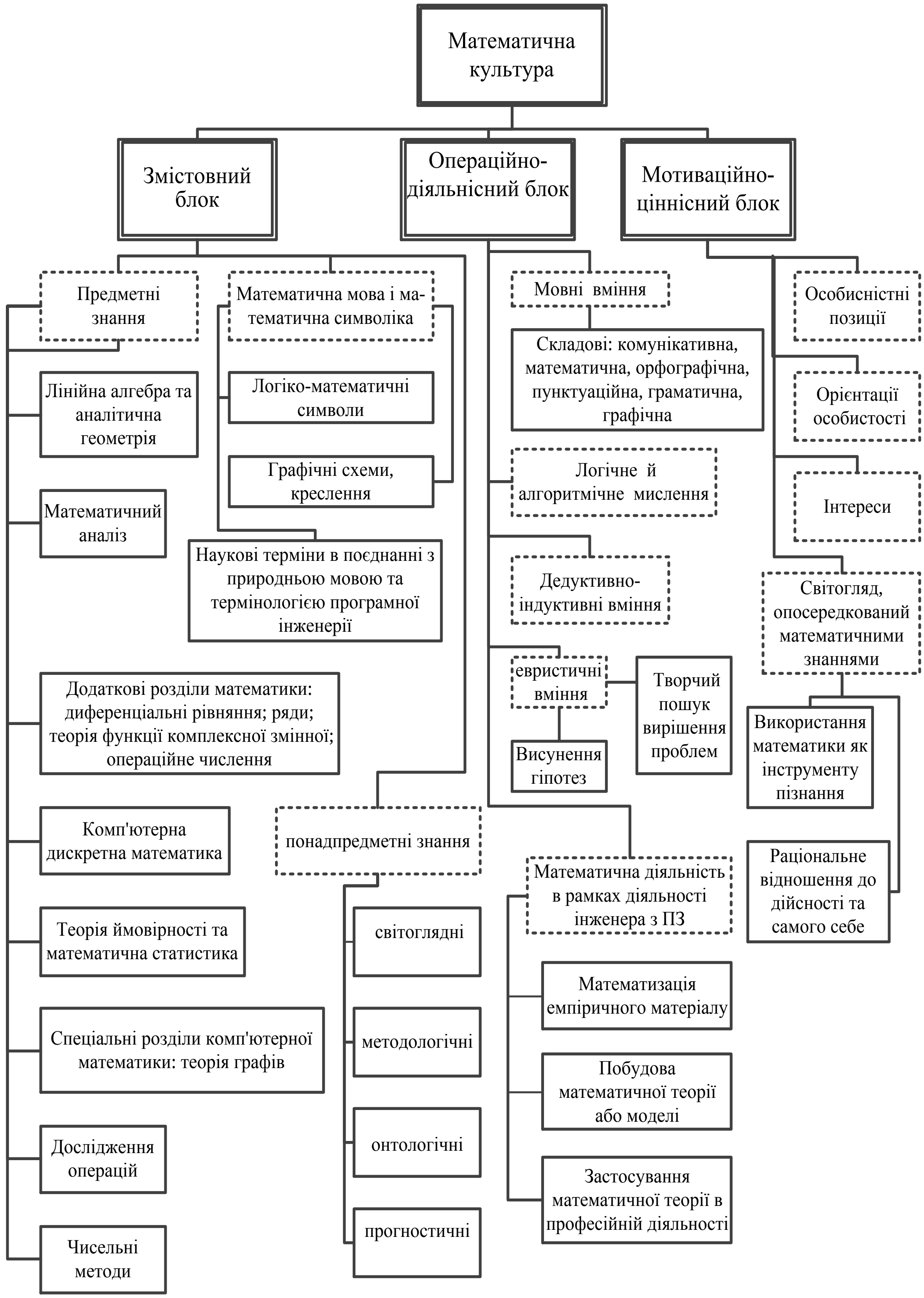


Рис.1. Основні компоненти математичної культури майбутнього фахівця із програмного забезпечення

Уміння формулювати і застосовувати алгоритми важливе не лише для розвитку математичного мислення і математичних умінь; воно означає також і уміння формулювати правила і виконувати їх. При написанні комп'ютерних програм алгоритм описує логічну послідовність операцій.

Отже, дотримуючись особистісно-діяльнісного та культурологічного підходів до формування феномену математичної культури під час навчання у вищому навчальному закладі, визначимо, що *математична культура спеціаліста індустрії програмної продукції – це цілісне утворення, з ядром складеним із глибоких фундаментальних математичних знань, умінь та навичок, яка ґрунтується на культурах: інформаційній, алгоритмічній, логічній, графічній, обчислювальній, математичного мислення та математичної мови, та забезпечує стійку професійну компетентність, професійну самоосвіту і самовдосконалення* (рис. 2).

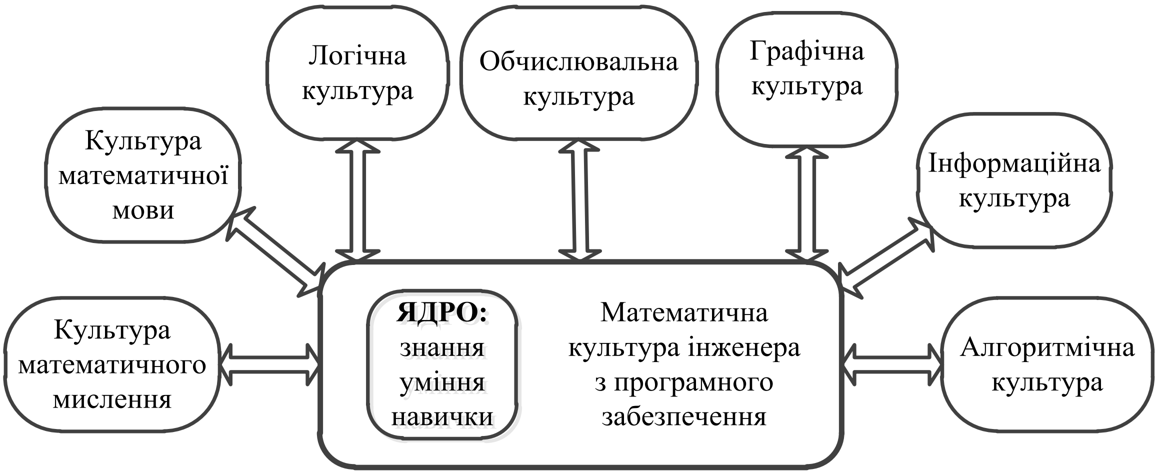


Рис. 2. Джерела, які наповнюють математичну культуру інженера із програмного забезпечення

Висновки.

1. Значна кількість науковців та педагогів останнім часом, а саме в період лавиноподібного зростання потоку інформації, підтримують той факт, що формування математичної культури у вищій школі має бути професійно спрямованим. Але визначення та компоненти у багатьох авторів різняться, так саме як і відрізняються підходи до вивчення цього феномену, критерії та способи формування у студентів. І ця ситуація нам здається логічною і несуперечливою, якщо дивитися на неї під кутом підготовки студентів різних спеціальностей. Тому, на наш погляд, у цьому питанні має сенс піти по шляху більшої диференціалізації. Тобто дослідити формування математичної культури майбутніх фахівців з програмної інженерії в процесі професійної підготовки.

2. До **специфіки особливостей** математичної культури інженера індустрії програмної продукції окрім глибокої фундаменталізації математичних знань, відносимо також **високий ступінь інтеграції** в усі сфери людського буття: будь то керування космічними об'єктами чи медичними дослідами, тощо. Серед культур, які наповнюють математичну культуру майбутнього фахівця з програмного забезпечення електронних обчислювальних пристроїв особливе місце надаємо **алгоритмічній, логічній** та **інформаційній**, виходячи із основних видів професійної діяльності.

3. До **особливостей формування** математичної культури майбутніх інженерів з програмного забезпечення відносимо

застосування ІКТ та **специфічних технологій** галузі програмної інженерії підчас вивчення циклу математичних дисциплін. Такі професійно зорієнтовані курси покликані забезпечити поетапне формування у майбутнього фахівця з програмної інженерії інноваційного кругозору, математичної культури, апарату логіко-системного мислення, що в кінцевому підсумку сприятиме актуалізації творчої особистісної позиції студентів у ставленні до освоюваної професії. Це, у свою чергу, виступає специфічною формою здійснення особистісно зорієнтованої моделі освіти в технічному ВНЗ.

1. Акманова З.С. Развитие математической культуры студентов университета в процессе профессиональной подготовки: автореф. дис. на соискание ученой степени канд. пед. н.: спец.13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» / З.С.Акманова. – Магнитогорск, 2005. – 25 с.

2. Галайко Ю.А. Методична система математичної підготовки майбутніх менеджерів організації: дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.02 «Теорія та методика навчання» / Ю.А.Галайко. – К., 2009. – 301 с.

Дубініна О.М. Дослідження взаємозв'язку успішності з дисциплін фундаментального циклу та циклу професійної підготовки бакалаврів з програмної інженерії на основі рангової кореляції / О. М. Дубініна // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2013. – Вип. 39. – С. 88–95.

3. Зарипова З. Ф. Инвариантный подход к развитию математической культуры студентов – будущих инженеров: дис. канд. пед. наук: 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования», 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» / З.Ф.Зарипова. – Казань, 2004. – 276 с.

4. Концепція державної цільової науково-технічної та економічної програми розвитку індустрії програмної продукції України на 2012-2014 роки. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http: // www. itdev. org. Ua / index. php? Option = com_content & view = article & id = 109 & Itemid = 126.

5. Красножон О.Б. Стимулювання інтересу до вивчення математики студентів-фізиків за допомогою міжпредметних зв'язків / О.Б.Красножон // Зб. наук. праць Херсонського держ. педуніверситету. Педагогічні науки. Вип. 27. – Херсон: Вид-во ХДПУ, 2002. – С. 162-168.

6. Крилова Т.В. Наукові основи навчання математики студентів нематематичних спеціальностей: дис. доктора пед. наук. – К., 1999. – 439 с.

7. Кузьмин С.Ю. Методологические аспекты формирования математической культуры у студентов педвузов / С.Ю.Кузьмин // Высшее образование сегодня. – 2008. – № 1. – С. 73 - 75.

8. Лодатко Є.О. Теорія і практика розвитку математичної культури вчителя початкових класів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук: спец. 13.00.04 «Теорія і методика професійної освіти»; 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Є. О. Лодатко. – Черкаси, 2012. – 40 с.

9. Марченко Т.М. Методика формування математичного мислення студентів технічного університету в процесі вивчення дисципліни «теорія коливань»: дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.02 «Теорія та методика навчання (технічні дисципліни)» / Т.М.Марченко – Харків, 2007. – 262 с.

10. Обеспечение качества высшего образования: европейский и белорусский опыт: сб. науч. трудов по материалам Междунар. науч.-практ. конф., 28 нояб. – 1 дек. 2007 г. / ГрГУ им. Я. Купалы. – Гродно: ГрГУ, 2008. – 426 с.

11. Окунева О. А. Формирование математической культуры будущих менеджеров в процессе обучения в вузе: автореф. дис. на соискание ученой степени канд. пед. наук: спец.13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» / О.А.Окунева. – Астрахань, 2008. – 25 с.

12. Освітньо-кваліфікаційна характеристика бакалавра напряму підготовки 6.050103 «Програмна інженерія» / З.В.Дудар, Т.Ю.Морозова, І.Б.Мендзебровський, Д.В.Федасюк, М.О.Сидоров. – Київ, 2008. – 24 с.

13. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: монографія / С.А.Раков. – Харків: Факт, 2005. – 360 с.

14. Розанова С.А. Математическая культура студентов технических университетов / С.А.Розанова. – М.: ФИЗМАТ ЛИТ, 2003. -176 с.

15. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: [підруч. для студ. мат. спец. вищ.

пед. навч. закл.] / З.І.Слєпкань. – 2-ге вид., доповн. і переробл. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.

16. *Трофименко В.І. Основні компоненти системи математичної підготовки майбутніх фахівців авіаційної галузі в умовах використання інформаційно-комунікаційних технологій / В.І.Трофименко // Інформаційні технології в освіті. – 2008. – № 2. – С. 120 - 124.*

17. *Худяков В.Н. Формирование математической культуры учащихся начального профильного образования: дис. д-ра пед. наук: 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования», 13.00.08 «Теория и методика профессионального образования» / В. Н. Худяков. – Магнитогорск, 2001. – 349 с.*

18. *Чеканов А.А. Виктор Львович Кирпичев / А.А.Чеканов. – М.: Наука, 1982. –174 с.*

19. *Denning P. and P. S. Rosenbloom. Computing: The fourth great domain of science. Commun. ACM 52, 9 (Sept. 2009), 27–29.*

Резюме. **Дубинина О.Н. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СПЕЦИАЛИСТА ИНДУСТРИИ ПРОГРАММНОЙ ПРОДУКЦИИ.** *Исследованы особенности математической культуры будущих специалистов инженерии программного обеспечения, систематизированы основные компоненты, выше названной культуры, сформулировано определение понятия математической культуры студентов, которые получают профессиональное образование по направлению подготовки «программная инженерия», исходя из основных видов профессиональной деятельности будущих инженеров по производству программной продукции.*

Ключевые слова: *высшая математика, компоненты культуры, математическая культура, программная инженерия, профессиональная подготовка.*

Abstract. **Dubinina O. MATHEMATICAL CULTURE PARTICULARITIES OF THE SOFTWARE INDUSTRY INTENDED ENGINEER.** *Article researches particularities of the mathematical culture of the software industry intended engineers, basic components of the upper called culture are systematized, the definition of the student's who receive professional education in the field of "software engineering" mathematical culture is defined. Note that mathematical culture of specialist in the software industry is a holistic education, with a nucleus, made up of deep fundamental mathematical knowledge and skills, which is based on the cultures of information, algorithmic, logical, graphics, computational, mathematical thinking and mathematical language, and provides a stable, professional competence, professional self-education and self-improvement.*

A significant number of teachers and scientists recently, namely in the period of exponential growth of the flow of information, support the fact that the formation of mathematical culture in the higher school should be professionally oriented. But the definition and components of many authors differ, as well as different approaches to the study of this phenomenon, criteria and methods of formation of students. And this situation seems logical and consistent if you look at it under a corner of training of students of different specialties. Therefore, in our opinion, this question makes sense to go the way of greater difference. I.e. explore the formation of the mathematical culture of the future experts in software engineering in the process of professional preparation. The specifics of mathematical culture engineer in the software industry but the deep refinement of mathematical knowledge, also includes a high degree of integration in all spheres of human life: whether it's managing space objects or medical experiments, etc. Among the cultures that fill the mathematical culture of the future specialist in software of electronic computing devices provide a special place to algorithmic and information, based on the main types of professional activity. The peculiarities of forming of the mathematical culture of the future engineers, software refer the application of information and computer technologies and specific technologies in the field of software engineering in the process of studying of mathematical disciplines.

Key words: *culture components,* higher mathematics, *mathematical culture, software engineering, professional training.*

References

1. *Akmanova Z. S. Development of the mathematical culture of the University students in the process of professional preparation: author's thesis for the degree of candidate of pedagogical sciences: spec.13.00.08 «Theory and a vocational training» / Z. S. Akmanova . – Magnitogorsk, 2005. – 25 p.*

2. *Galayko Yu. A. Methodical system of mathematical training of managers of the future organization: dissertation for scientific degree of the candidate of pedagogical sciences: 13.00.02 «Theory and methods of teaching» / Yu. A. Galayko . – K., 2009. – 301 p.*

3. *Dubinina O. M. Study on the relationship of progress on the disciplines of the fundamental cycle and cycle training bachelor of software engineering based on rank correlation / O. M. Dubinina // Didactics of mathematics: problems and investigations: the international collection of the scientific works. – Pub. 39 .– Donetsk: Firm TEAN, 2013. – P. 88 - 95.*

4. *Zaripova Z. F. Invariant approach to the development of mathematical culture of students - future engineers: Thesis Candidate of Pedagogical Sciences: 13.00.01 «General pedagogics, pedagogics and formation history», 13.00.08 «Theory and a vocational training» / Z. F. Zaripova. - Kazan, 2004. – 276 p.*

5. *Conception of the scientific, technical and economic development programs software industry of Ukraine for 2012-2014. [Electronic resource]. – Access: http: // www. itdev. org. Ua / index. php? Option = com_content & view = article & id = 109 & Itemid = 126.*

6. *Krasnozhon O. B. Stimulation of interest for the study of mathematics of physics students with interdisciplinary connections / O. B. Krasnozhon // Collection of scientific papers of the Kherson state pedagogical University. Pedagogical science. Edition 27. – Kherson: Publishing KhSPU, 2002. – P. 162-168.*

7. *Krylova T. V. Scientific bases of teaching mathematics to students nonmathematical: dis. Dr. ped. Sciences. – K., 1999. – 439 p.*

8. *Kuzmin S. Yu. Methodological aspects of forming of the mathematical culture of the students of pedagogic universities / S. Yu. Kuzmin // Higher education today. – 2008. – № 1. – P. 73 - 75.*

9. *Lodatko Ye. O. Theory and practice of development of mathematical culture of the teacher of initial classes: author's thesis for the degree of candidate of pedagogical sciences: spec. 13.00.04 «Theory and methods of professional education»; 13.00.02 «Theory and methods of teaching (mathematics)» / Ye. O. Lodatko . - Cherkasy, 2012. – 40 p.*

10. *Marchenko T. M. Methods of forming of mathematical thinking students of the technical University in the process of study of «theory of oscillations»: dissertation for scientific degree of the candidate of pedagogical sciences: 13.00.02 «Theory and methods of training (technical sciences)» / T. M. Marchenko – Kharkiv, 2007. – 262 p.*

11. *Quality assurance of higher education institutions: the European and the Belarusian experience: Proceeding of the materials of the International scientific-practical conference, 28 Nov. - 1 Dec. 2007/ Grodno state University J. Kupala. - Grodno: GrSU, 2008. – 426 p.*

12. *Okuneva O. A. Development of mathematical culture of the future managers in the process of study at the University: author's thesis for the degree of candidate of pedagogical sciences: spec.13.00.08 «Theory and methods of professional education» / O. A. Okuneva . – Astrakhan, 2008. – 25 p.*

13. *Educational and qualification characteristics of bachelor's training direction 6.050103 «Software engineering» / Z. V. Dudar, T. Yu. Morozova, I. B. Mendzebrovskyy, D. V. Fedosyuk, M. O. Sydorov. – Kyiv, 2008. – 24 p.*

14. *Rakov S. A. Mathematical education: competence approach with the use of ICT: monograph / S. A. Rakov . –Kharkiv: Fakt, 2005. – 360 p.*

15. *Rosanova S. A. Mathematical culture of students of technical universities / S. A. Rosanova . - M.: Phys-lit, 2003. -176 p.*

16. *Slyepkan Z. I. Methods of teaching mathematics: [textbook for stud. of math. spec. of higher educ. estab.] / Slyepkan Z. I. – 2-nd pub., supplem. and rev. – K.: Higher school, 2006. – 582 p.*

17. *Trofimenko V. I. Key components of system of mathematical training of the future specialists of the aviation industry in the conditions of the use of information and communication technologies / V. I. Trofimenko // Information technologies in education. - 2008. - № 2. - P. 120 - 124.*

18. *Khudyakov V. N. Forming of mathematical culture of students of primary professional education: dis. of doc. of ped. sciences: 13.00.01 «General pedagogy, history of pedagogy and education», 13.00.08 «Theory and methods of professional education» / V. N. Khudyakov . - Magnitogorsk, 2001. – 349 p.*

19. *Chekanov A. A. Viktor Lvovych Kirpichev / A. A. Chekanov. – M.: Science, 1982. –174 p.*

Denning P. and P. S. Rosenbloom. Computing: The fourth great domain of science. Commun. ACM 52, 9 (Sept. 2009), 27–29.

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 09.02.2013 р.

КОНЦЕПЦІЯ ПРОЕКТУВАННЯ Й ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ ВИЩОЇ ТЕХНІЧНОЇ ШКОЛИ НА ЗАСАДАХ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ

О.Г. Євсеєва,
доктор педагог. наук, доцент,
Донецький національний технічний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА,
e-mail: eeg.donntu@rambler.ru

У роботі розглянуто основні концептуальні положення, які покладено у основу навчання математики студентів вищих технічних навчальних закладів на засадах діяльнісного підходу з використанням предметної моделі студента. З метою реалізації концепції розроблено методичну систему такого навчання. Результати експериментального навчання підтвердили ефективність методичної системи навчання математики студентів вищих технічних навчальних закладів на засадах діяльнісного підходу.

Ключові слова: *вища математика, діяльнісний підхід до навчання, концепція проектування й організації навчання, технічні напрями підготовки, предметна модель студента, методична система навчання математики.*

Постановка проблеми. Основна мета вищої інженерної освіти полягає в підготовці кваліфікованого компетентного інженера, який вільно володіє професією та орієнтується в суміжних галузях діяльності, засвідчує готовність до постійного професійного зростання, соціальної й професійної мобільності. Одним зі шляхів розв'язання окресленої проблеми є оновлення системи підготовки фахівців із вищою освітою, орієнтація на діяльнісний підхід і пошук ефективних способів його впровадження.

Кожна дисципліна в системі вищої інженерної освіти спроможна зробити внесок у підвищення її якості. Важливу роль у цьому відіграє математика як універсальний інструмент професійної діяльності інженера. Якісний математичний складник вищої інженерної освіти – необхідна умова формування професійної компетентності випускника ВТНЗ, який повинен володіти математичними методами: моделювання, оптимізації, прогнозування тощо. З огляду на це, навчання математики студентів технічних напрямів підготовки має вийти на новий якісний рівень.

Водночас для сучасної інженерної освіти характерна низка негативних тенденцій. Скорочення кількості годин, передбачених для вивчення математичних дисциплін, суперечить посиленим вимогам до якості фундаментальної підготовки випускника ВТНЗ. Домінування традиційних методів і форм організації навчання математики ускладнює діяльність викладачів з удосконалення змістового компонента математичних дисциплін, із наповнення його елементами, що мають професійно значущий характер.

Досвід нашої роботи в Донецькому національному технічному університеті доводить, що сучасні студенти технічних напрямів підготовки не володіють базовими вміннями, необхідними для розв'язання професійно орієнтованих задач. Тому провідним завданням удосконалення навчання математики є розроблення такої технології навчання, що вможливлювала б формування базових математичних компетентностей, значущих як для математичної, так і для спеціальної підготовки фахівця.

Аналіз актуальних досліджень та публікацій. Питання розвитку математичного складника вищої інженерної освіти проаналізовано в роботах Н.А.Вірченко, К.В.Власенко, Г.Я.Дутка, В.І.Клочко, В.В.Корнещук, Т.В.Крилова, Т.С.Максимова, Л.І.Нічуговська, В.А.Петрук, М.В.Працьовитий, І.М.Реутова, С.О.Семеріков, О.І.Скафа та ін. У дослідженнях цих учених увага зосереджена на фундаменталізації, диференціації, інтенсифікації, комп'ютеризації та професійній спрямованості навчання математики у ВНЗ, на розробленні методичних систем і технологій формування прийомів професійно орієнтованої діяльності майбутніх фахівців.

Традиційна система освіти зосереджує основні зусилля на набутті знань, умінь і навичок, що догматизує знання і спричинює вияв знаннєвого підходу в освіті. Діяльнісний і компетентнісний підходи зміщують акценти з процесу накопичення нормативних знань, умінь і навичок у площину формування й розвитку в студентів здатності практично діяти та творчо застосовувати набуті знання й досвід у професійній сфері. При цьому у фахівця формується висока готовність до успішної професійної діяльності. За такої концептуальної схеми викладачі й студенти апріорі скеровані на особистісно орієнтовану та діяльнісну модель навчання.

Основні положення діяльнісного підходу схарактеризовано в роботах таких психологів, як Б.Ц.Бадмаєв, Л.С.Виготський, П.Я.Гальперін, Г.С.Костюк, О.М.Леонтьєв, С.Д.Максименко, Ю.І.Машбиць, З.О.Решетова, С.Л.Рубінштейн, Н.Ф.Тализіна, Ю.Л.Трофімов та ін.

Діяльнісний підхід є теоретичною основою розвивального навчання математики (С.П.Семенець, З.І.Слєпкань), евристичного навчання (О.І.Скафа). На ідеях діяльнісного підходу базований семіотичний підхід до математичної освіти (Н.А.Тарасенкова), концепція інтенсифікації навчання математики студентів ВТНЗ (К.В.Власенко), мобільні математичні середовища (С.О.Семеріков).

До проблеми розвитку ідей діяльнісного підходу в методиці навчання математики зверталися О. Б. Єпішева, Т. О. Іванова, В. І. Крупич, О. А. Малигіна, М. О. Родіонов, Г. І. Саранцев, А. А. Столяр та ін. Проте більшість досліджень виконано на матеріалі відомостей про середню школу.

Діяльнісний підхід слугує методологічним підґрунтям численної кількості студій у галузі методики навчання математики в основній та вищій школі. Попри це теоретичні основи навчання математики у ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу практично не розроблені.

Одним із напрямів упровадження діяльнісного підходу в практику навчання є використання знань як засобів навчання, що потребує застосування методів структурування знань. Проблеми структурування предметних знань у навчанні обґрунтовано в працях Г. О. Атанова, Дж. Брауна, Дж. Брунера, П. Л. Брусіловського, Е. Венгера, Т. О. Гаврилової, Е. Діленбурга, О. М. Довгяло, М. Г. Коляди, М. Л. Міллера, В. О. Петрушина, О. М. Печкурової, І. М. Пустиннікової, Дж. Селфа, Д. Слимена, К. Стауфера, Г. О. Шикаревої, Є. О. Ющенка та ін.

Серед методів структурування знань, що використовують у навчанні, розрізняють метод моделювання студента, який полягає у створенні предметної моделі студента. Така модель являє собою нормативну модель фахівця з окремого навчального предмета та містить опис предметних компетентностей і зв'язків між ними. Із-поміж видів предметної моделі студента, що застосовують для проектування й організації навчання, вирізняють п'ятикомпонентну модель, яка складається з тематичного, семантичного, функціонального, процедурного та операційного компонентів. Однак у навчанні математики студентів ВТНЗ таку модель раніше не використовували, хоч вона вможливлює формування основи для проектування й організації навчання.

Формулювання цілей статті. *Метою статті є розгляд основних концептуальних положення, на яких базоване навчання математики студентів вищих технічних навчальних закладів на засадах діяльнісного підходу з використанням предметної моделі студента.*

Виклад основного матеріалу дослідження. Теоретичне опрацювання проблеми проектування й організації навчання математики на засадах діяльнісного підходу у вищій технічній школі, психолого-педагогічних передумов такого навчання, сучасних технологій навчання математики у вищій школі та методів структурування знань дало підстави для формулювання проблеми дослідження: розроблення науково-методичних засад упровадження діяльнісного підходу в навчання математики студентів ВТНЗ.

Концепція дослідження ґрунтована на фундаментальному положенні теорії діяльності про те, що розвиток студента, а отже, і результати його навчання, залежать від діяльності, яку він виконує в навчанні, або від навчальної діяльності. При цьому діяльність викладача в навчанні полягає в проектуванні навчальної діяльності студентів, її організації та керуванні нею**.** Проектування й організація навчання математики на засадах діяльнісного підходу студентів ВТНЗ має відбуватися на основі низки концептуальних положень [9].

1. Пріоритетним напрямом модернізації системи інженерної освіти, зокрема фундаментальної підготовки студентів ВТНЗ, є впровадження діяльнісного підходу в навчання математики. Навчання математики ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу має відбуватися відповідно до усталених дидактичних принципів навчання у ВТНЗ: науковості, систематичності й послідовності, свідомості навчання, активності та самостійності, наочності, ґрунтовності, зв'язку навчання з практичною діяльністю, єдності освітніх, розвивальних і виховних функцій навчання тощо. Ці принципи мають бути доповнені принципами первинності діяльності; діяльнісного цілепокладання; діяльнісного визначення змісту навчання, діяльнісного засвоєння змісту навчання, професійної спрямованості навчання математики.

Наприклад, принцип професійної спрямованості навчання вимагає, щоб у процесі навчання математики студенти здійснювали навчальну діяльність, яка забезпечує майбутню професійну діяльність шляхом розв'язування професійно спрямованих задач. Для реалізації цього принципу необхідно, щоб у всі види навчальної діяльності студентів були включені завдання, що реалізують способи дій майбутньої професійної діяльності. Це можуть бути задачі професійної спрямованості, які розв'язуються на лекціях, практичних заняттях, в індивідуальних домашніх завданнях, реферативній і науково-дослідній роботі.

Наведемо приклад реалізації принципу професійної спрямованості навчання математики на засадах діяльнісного підходу студентів напряму підготовки 6.050401 «Металургія».

Задача 1.6. *Значна частина технологічних процесів у кольоровій металургії є хімічними реакціями. Однією з задач моделювання таких процесів є моделювання кінетики хімічних реакцій. Необхідно встановити математичну модель протікання хімічної реакції.*

Розв'язання. Нехай відбувається хімічна реакція розкладу речовини А, в результаті якої утворюється речовина В. Експериментально встановлено, що швидкість реакції дорівнює $r_a = -kC_A$, або

$$\frac{dC_A}{dt} = -kC_A \qquad (1.1)$$

де C_A – концентрація речовини А; k – константа швидкості реакції.

Визначимо початкові умови для розв'язування диференційного рівняння кінетики (1.1). Будемо вважати, що у початковий момент реакції нам відома концентрація речовини А, позначимо її як C_{A0}. Запишемо початкові умови у вигляді $\left[t=0; C_A = C_{A0}\right]$. Проінтегруємо рівняння (1.1), використовуючи визначені інтеграли. Границі інтегрування визначаються з початкових умов: коли час дорівнює нулю, концентрація речовини А має значення C_{A0}, у довільний момент t концентрація дорівнює C_A:

$$\int_{C_{A0}}^{C_A} \frac{dC_A}{C_A} = -k\int_0^t dt\,. \qquad (1.2)$$

В результаті інтегрування (1.2) маємо:

$$\ln C_A - \ln C_{A0} = -kt\,. \qquad (1.3)$$

Замінюючи у (1.3) різницю логарифмів логарифмом частки маємо:

$$\ln\frac{C_A}{C_{A0}} = -kt, \text{ або: } \frac{C_A}{C_{A0}} = e^{-kt}\,. \qquad (1.4)$$

Виразимо з (1.4) C_A і отримаємо розв'язок диференціального рівняння (1.1) у вигляді показникової спадної функції:

$$C_A = C_{A0}\cdot e^{-kt}\,. \qquad (1.5)$$

Перевіримо, чи не заперечує отриманий розв'язок (1.5) умовам задачі. При t=0, тобто у момент початку хімічної реакції $C_A=C_{A0}$, оскільки експонента дорівнює одиниці. Дійсно, у початковий момент концентрація речовини А дорівнювала початковій концентрації. При $t\to\infty$ експонента з від‘ємним показником степеню наближається до нуля. За нескінченно великий час внаслідок хімічної реакції вся речовина A розкладається і утворює речовину B.

Приклад, що розглянутий, може бути використаний при організації як аудиторної, так і самостійної роботи студентів з вищої математики.

2. Навчання математики у ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу – це відтворення досвіду суспільно-історичної практики в предметній галузі математичних дисциплін, що є частиною фундаментальної підготовки в системі інженерної освіти. Цілі навчання математичних дисциплін кожного конкретного напряму підготовки регламентовані державним стандартом у вигляді навчальних дій, які мають бути опановані студентом у навчальній діяльності з математики.

Так, в ОПП підготовки бакалаврів напряму підготовки 6.050401 «Металургія» зазначається [14], що дисципліну «Вища математика» студенти вивчають для того, щоб уміти:

– використовуючи засоби вищої математики, за допомогою стандартних методик і розрахункових формул розраховувати параметри металургійних агрегатів та технологічного обладнання;

– використовуючи засоби математичного аналізу, за допомогою обчислювальної техніки та набутих знань визначати параметри металургійних агрегатів та технологічного обладнання; принципи побудови, статичні та динамічні характеристики систем, оптимальні параметри процесів, що протікають у металургійних системах;

– використовуючи засоби вищої математики, за допомогою довідників уміти обчислювати площі поверхні взаємодії фаз, швидкість тепло- та масоперенесення, газо- і гідродинамічні процеси у металургійних системах за математичними моделями;

– використовуючи закони статики і динаміки матеріальної точки, твердого тіла та суцільного середовища, за допомогою математичних рівнянь визначати взаємне положення тіл і їх часток у просторі та часі, відповідно до металургійних систем у газоподібному, рідкому і твердому станах.

Фактично, наведені вміння є описом математичних компетентностей, формування яких є загальними цілями навчання дисципліни “Вища математика”. Конкретні ж цілі навчання мають бути сформульовані у термінах дій для кожного навчального заняття, кожного виду навчальної діяльності у навчанні математики. Наприклад, цілями навчання розділу «Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)» є опанування студентами способів діяльності з: розв'язування СЛАР методом Крамера; розв'язування СЛАР методом Гаусса; розв'язування СЛАР матричним методом; дослідження СЛАР на сумісність.

Кожен спосіб діяльності реалізується за допомогою дій. Наприклад, розв'язування СЛАР методом Крамера вимагає від студентів вміння виконувати такі дії:

1) записувати і обчислювати головний визначник СЛАР;

2) визначати, чи можна розв'язати СЛАР методом Крамера;

3) записувати і обчислювати допоміжні визначники СЛАР;

4) знаходити значення невідомих за формулами Крамера.

3. Зміст навчання математики на засадах діяльнісного підходу повинен бути представлений системою навчальних дій у предметній галузі математики, що випливає з характеру майбутньої професійної діяльності, і знаннями, які вможливлюють виконання й опанування цих дій.

Так, формування математичної компетентності “Використовуючи засоби вищої математики, за допомогою стандартних методик і розрахункових формул уміти розраховувати параметри металургійних агрегатів та технологічного обладнання” вимагає освоєння студентами способів дій з розділу «Аналітична геометрія» курсу вищої математики, зокрема з теми «Пряма на площині». Так, зміст навчання цієї теми складають математичні навчальні дії і знання, які описано у таблиці 1.

Таблиця 1

Зміст навчання розділу «Пряма на площині»

№№	*Дії, що мають буги освоєні*	*Знання, необхідні для опанування діями*
1.	*Складати* рівняння прямої на площині, що проходить: – через дану точку паралельно даному вектору; – через дану точку перпендикулярно даному вектору; – через дві дані точки; – через дану точку з даним кутовим коефіцієнтом; – через дану точку перпендикулярно даній прямій; – через дану точку паралельно даній прямій.	*Означення:* – прямої на площині; – рівняння прямої на площині. *Алгоритми* знаходження рівняння прямої, що проходить: – через задану точку паралельно даному вектору; – через задану точку перпендикулярно даному вектору; – через дві дані точки; – через задану точку з даним кутовим коефіцієнтом.
2.	За даним загальним рівнянням прямої на площині: – *визначати* координати вектора нормалі до прямої; – *приводити* загальне рівняння прямої до рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом; – *визначати* координати точок перетину прямої з кординатними осями; – *визначати* відстань від точки до прямої; – *переходити* до рівняння прямої у відрізках та нормальному вигляді.	*Означення:* – загального рівняння прямої на площині; – вектора нормалі до прямої на площині; – рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом; – рівняння прямої у нормальному вигляді. *Алгоритми* приведення загального рівняння прямої до рівняння прямої: – з кутовим коефіцієнтом; – у нормальному вигляді; – у відрізках.
3.	За даним рівнянням прямої з кутовим коефіцієнтом: – *креслити* пряму в декартовій системі координат; – *приводити* рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом до загального рівняння прямої.	*Алгоритми:* – побудови прямої в декартовій системі координат; – приведення рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом до загального рівняння прямої.
4.	За даними рівняннями двох прямих у просторі: – *визначати* кут між прямими; – визначати, чи перетинаються прямі; – *знаходити* точку перетину прямих; – *визначати* чи є прямі паралельними або перпендикулярними.	*Означення* кута між двома прямими. *Алгоритм* знаходження кута між двома прямими, що задані рівнянням з кутовим коефіцієнтом. *Ознаки* паралельності і перпендикулярності прямих, що задані рівнянням з кутовим коефіцієнтом.
5.	За заданими координатами кінців відрізку на площині *визначати* координати: – середини відрізку; –точки, що ділить відрізок у заданому відношенні.	*Алгоритм* знаходження координат: – середини відрізку; – точки, що ділить відрізок у заданому відношенні.
6.	*Визначати* відстань: – між двома точками; – від точки до прямої; – між двома паралельними прямими.	*Формула* для знаходження відстані між двома точками. *Алгоритми* знаходження відстані: – від точки до прямої; – між двома паралельними прямими.

4. Діяльнісний механізм засвоєння змісту навчання математики полягає в тому, що студент засвоює знання завдяки власній активній діяльності, під час якої відбувається опанування навчальних дій. При цьому опануванням навчальних дій необхідно керувати як поетапним процесом, що передбачає послідовне оволодіння діями на трьох рівнях: низькому, середньому і високому. Низький рівень опанування навчальної дії означає виконання дії, спираючись на матеріальні носії інформації відносно неї; середній – виконання дії, спираючись на постійний розумовий контроль без допомоги матеріальних носіїв інформації; високий рівень опанування дією – виконання студентом дії автоматично.

5. Навчальна діяльність – системоутворювальний чинник навчання математики на засадах діяльнісного підходу у ВТНЗ, тому що саме в ній формують способи дій за фахом і засвоюють зміст навчання. З огляду на це діяльність викладача полягає в проектуванні й організації навчальної діяльності, а також у керуванні нею.

6. Проектування навчання на засадах діяльнісного підходу передбачає проектування його цілей, змісту й діяльнісно-орієнтованої технології навчання, яка потребує спеціальних методів, організаційних форм і засобів навчання, а також методичного супроводу, що реалізують через комплекс навчально-методичних матеріалів.

7. Для розроблення методичного супроводу навчання важливо застосовувати спеціальний засіб проектування й організації навчання математики на засадах діяльнісного підходу у вигляді предметної моделі студента ВТНЗ із математики, що є структурованим поданням тієї частини моделі фахівця інженерного напряму підготовки, що відображає нормативні вимоги до його математичних компетентностей.

Доцільно використовувати п’ятикомпонентну модель студента, яка складається з тематичного, семантичного, функціонального, операційного і процедурного компонентів.

8. Організація навчання на засадах діяльнісного підходу – це процес реалізації створеного проекту навчання, що набуває особливої значущості в навчанні математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу. При цьому важливим механізмом організації навчання є діяльність із розв’язання системи навчальних задач, спрямованих на послідовне опанування навчальних дій у предметній галузі математики.

9. Управління навчальною діяльністю має відбуватися через систему контролю, у якій закладено проектування, організацію контролю, аналіз його результатів та їх корекцію. У навчанні математики на засадах діяльнісного підходу підлягає контролю опанування навчальних дій і засвоєння необхідних для цього знань.

10. Навчальна діяльність студента з математичних дисциплін у навчанні на засадах діяльнісного підходу, крім традиційних видів діяльності, повинна включати: діяльність із розв’язання задач за допомогою процедури орієнтування; діяльність із розв’язання системи завдань, спрямованої на опанування навчальних дій у предметній галузі математики; діяльність із розв’язання завдань професійної спрямованості та діяльність із математичного моделювання у фаховій галузі; діяльність зі структурування математичних предметних знань на рівні понять і визначення ієрархії математичних понять; діяльність із розв’язання системи тестових завдань на відповідність, спрямованої на формування понять.

11. Для впровадження діяльнісного підходу в навчання математики студентів ВТНЗ необхідним є введення в діяльність викладача: діяльності з розроблення системи задач на основі аналізу знань і дій, необхідних для їх розв’язання; діяльності з розроблення схем орієнтування, що використовують під час розв’язання задач; діяльності з розроблення системи завдань, спрямованих на послідовне опанування навчальних дій у галузі математики, формування математичних понять на базі предметної моделі студента; проектування й організації навчальної діяльності за допомогою комп’ютерно-орієнтованих систем.

Розроблена концепція проектування й організації навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу склала теоретико-методичні основи для побудови методичної системи такого навчання, яка розглядається як цілісна система, спрямована на опанування студентами навчальних дій у предметній галузі математики й засвоєння математичних знань, необхідних фахівцю в майбутній професійній діяльності, через проектування та організацію цілеспрямованої навчальної діяльності [13].

Побудовано модель методичної системи (рис. 1), яка потрактована як єдність цільового, змістового, технологічно-організаційного й оцінювального блоків.

Цільовий блок описує зовнішні та внутрішні цілі навчання математики у ВТНЗ. Змістовий блок відображає предмет діяльності відповідно до структурних компонентів предметної моделі студента. До технологічно-організаційного блоку включені організаційні етапи навчальної діяльності (увідно-мотиваційний, операційно-виконавчий, контрольно-оцінний). У технологічно організаційному блоці також подано технологію навчання, яка передбачає найважливіші для дослідження організаційні форми, методи й засоби навчання математики, а також продукти навчальної діяльності. У межах оцінювального блоку визначено критерії, показники й вимірники, за якими можна аналізувати ефективність функціонування моделі.

Для реалізації запропонованої концепції нами розроблено навчально-методичний комплекс з математики для майбутніх інженерів, яка складається з навчальної програми з математики для студентів технічних напрямів підготовки [4], що створена на засадах діяльнісного підходу; предметної моделі студента ВТНЗ із математики [5; 6]; методичного посібника «Індивідуальні домашні завдання з вищої математики» [11; 12]; методичного посібника для самостійної роботи студентів «Тестові завдання з вищої математики» [10]; методичного посібника «Вхідний і вихідний контроль у ВТНЗ» [3]; навчального посібника з алгебри матриць «Вчимося працюючи» [2]; навчального посібника «Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ: діяльнісний тренажер для студента» [7; 8]; комп'ютерно-орієнтованої системи «Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ» [1].

Експериментальне навчання показало, що методична система навчання математики на засадах діяльнісного підходу у вищій технічній школі, створена на основі розробленої концепції, сприяє формуванню способів дій майбутньої професійної діяльності інженерів, підвищенню рівня опанування математичних навчальних дій і засвоєння декларативних та процедурних математичних знань, як наслідок, формуванню математичних компетентностей майбутніх інженерів, розвиткові інженерного професійного мислення й математичної культури студентів технічних напрямів підготовки.

Висновки і перспективи подальших розвідок. Запропонована концепція навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу дає можливість перебудувати процес навчання вищої математики у технічних вищих навчальних закладах у відповідності до потреб суспільства у конкурентоспроможних на внутрішньому та світовому ринках праці інженерних кадрах.

Це відбувається за рахунок введення у діяльність викладача і навчальну діяльність студентів нових видів діяльності, що базуються на використанні предметної моделі студента і які уможливлюють більш ефективне засвоєння студентами змісту навчання.

1. *Євсеєва О.Г. Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ: комп'ютерно орієнтована система / О. Г. Євсеєва. – 1,28 Гб. – Донецьк, ДонНТУ, 2012. – 1 електрон. опт. диск (DVD–ROM); 12 см. – Систем. вимоги. Windows XP, Internet Explorer 7, Sun Java, Adobe Flash Player.*

2. *Євсеєва О.Г. Алгебра матриць. За діяльнісною технологією «Вчимося працюючи» : навч. посібник / О.Г.Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2011. – 155 с.*

3. *Євсеєва О.Г. Вхідний і вихідний контроль у технічному ВНЗ: метод. посібник / О.Г.Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 67 с.*

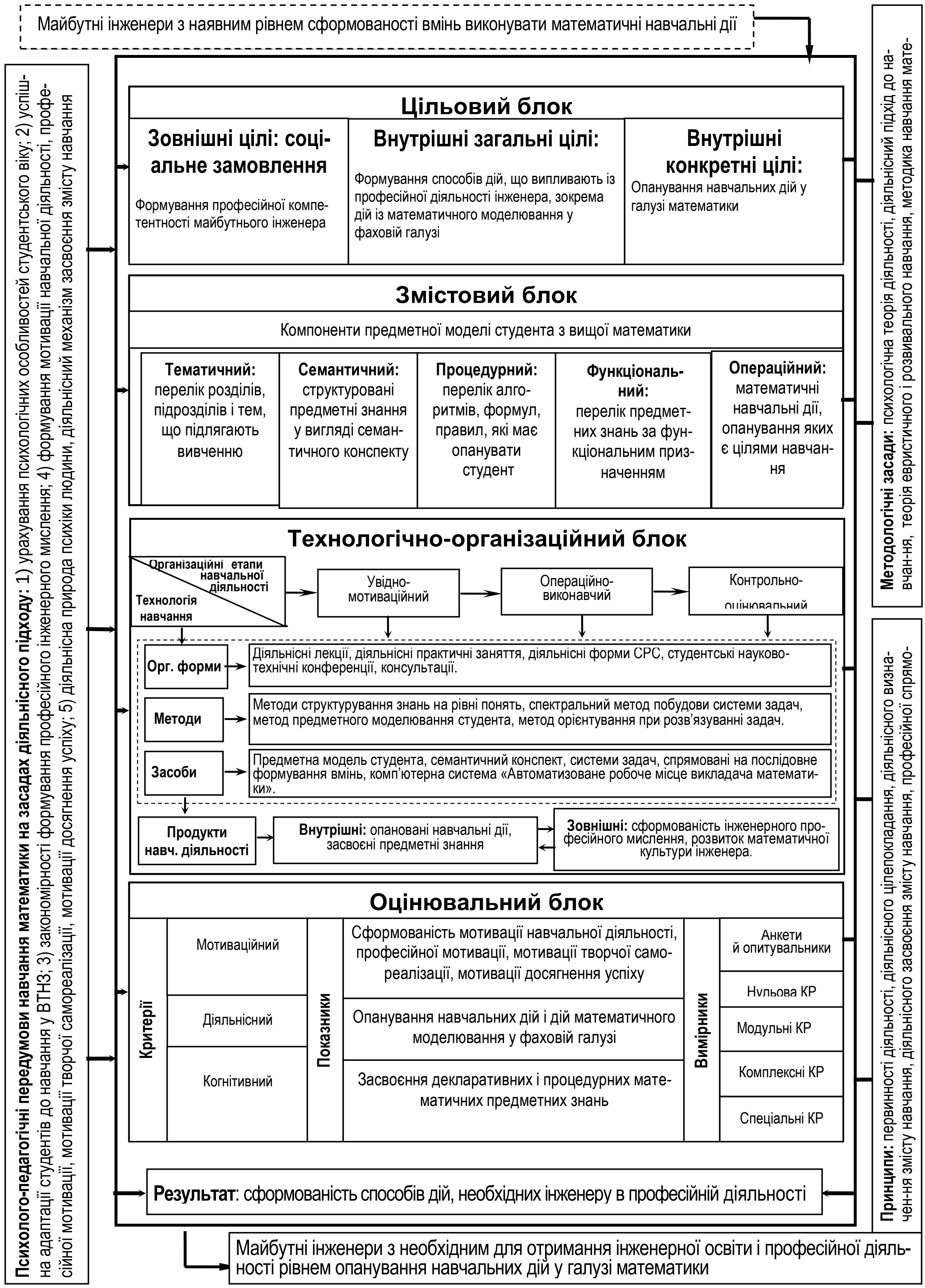


Рис. 1. Модель методичної системи навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу

4. Євсеєва О.Г. Навчальна програма з вищої математики для студентів технічних напрямів підготовки (розроблена на засадах діяльнісного підходу): метод. посібник / О.Г.Євсеєва. – Донецьк: ДонНТУ, 2011. – 59 с.

5. Євсеєва О.Г. Предметна модель студента технічного університету з вищої математики. Алгебра матриць: навч.-метод. посібник / О.Г.Євсеєва. – Донецьк: ДонНТУ, 2005. – 88 с.

6. Євсеєва О.Г. Предметна модель студента технічного університету з вищої математики. Векторна алгебра: навч.-метод. посібник / О.Г.Євсеєва, Н.А.Прокопенко. – Донецьк: ДонНТУ, 2009. – 95 с.

7. Євсеєва О.Г. Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ: діяльнісний тренажер для студента: навч. посібник: у 2 ч. / О.Г.Євсеєва. – Ч. 1 (друге видання). – Донецьк: Ноулідж, 2012. – 195 с.

8. Євсеєва О.Г. Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ: діяльнісний тренажер для студента: навч. посібник : у 2 ч. / О.Г.Євсеєва, О.І.Савін. – Ч. 2 (друге видання). – Донецьк : Ноулідж, 2012. – 204 с.

9. Євсеєва О.Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти: монографія / О.Г.Євсеєва. – Донецьк: ДонНТУ, 2012. – 455 с.

10. Євсеєва О.Г. Тестові завдання з вищої математики: метод. посіб. для самостійної роботи студ.: у 2 ч. / О.Г.Євсеєва, Н.А.Прокопенко. – Донецьк: ДонНТУ, 2010. – Ч. 1: Лінійна алгебра, векторна алгебра, аналітична геометрія. – 2010. – 70 с. – Ч. 2: Теорія границь, диференційне числення функції однієї незалежної змінної. – 2010. – 52 с.

11. Індивідуальні домашні завдання з вищої математики: метод. посіб. для самостійної роботи студ.: у 2 ч. / О.Г.Євсеєва, Г.М.Улітін, М.С.Тю, Ю.Ф.Косолапов. – Ч. 1. – Донецьк: ДонНТУ, 2008. – 112 с.

12. Індивідуальні домашні завдання з вищої математики. Методичний посібник для самостійної роботи студ.: у 2 ч. / О.Г.Євсеєва, О.С.Гребьонкіна, Т.І.Николайчук, О.І.Савін. – Ч. 2. –Донецьк : ДонНТУ, 2011. – 80 с.

13. Євсеєва О.Г. Проектування методичної системи навчання математики студентів технічного університету на засадах діяльнісного підходу / О.Г.Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2012. – Вип. 37. – С. 7–16.

14. Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра галузі знань 0504 «Металургія та металознавство» напряму підготовки 6.050401 «Металургія»: галузевий стандарт вищої освіти. – Вид. офіц. – К.: МОН України, 2010. – 39 с.

Резюме. **Евсеева Е.Г. КОНЦЕПЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ВЫСШИХ ТЕХНИЧЕСКИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ НА ПРИНЦИПАХ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА.** *В работе рассмотрены основные концептуальные положения, которые положены в основу обучения математике студентов высших технических учебных заведений на принципах деятельностного подхода с использованием предметной модели студента. Для реализации концепции разработана методическая система такого обучения. Результаты экспериментального обучения подтвердили эффективность методической системы обучения математике студентов высших технических учебных заведений на принципах деятельностного подхода.*

Ключевые слова: *высшая математика, деятельностный подход к обучению, концепция проектирования и организации обучения, технические направления подготовки, предметная модель студента, методическая система обучения математики.*

Abstract. **Yevsyeyeva E. THE CONCEPTION OF THE MATHEMATICS TEACHING PLANNING AND ORGANIZATION OF THE HIGHER TECHNICAL EDUCATIONAL SCHOOL'S STUDENTS ON THE PRINCIPLES OF ACTIVITIES APPROACH.** *Dissertation is dedicated to the problem of development and introduction the activities oriented technology of higher mathematics teaching planning and organization of the higher technical educational establishments' students.*

It was scientifically proved that theoretical and methodical principles of higher mathematics teaching are reasonable in engineering establishments of education. Directions of planning and organization of the higher technical educational establishments students are distinguished; its influence is exposed on development of professionally competencies of future engineer. There was created a subject student model on high mathematics, the conceptual model of activities teaching was made on the base of which. The methodical system of the high mathematics activities teaching was worked out, the requirements and methodical recommendations in relation to *development of goals, maintenance, methods, organization forms and facilities of teaching are formulated. Examples of activities facilities application are made with the aim of planning and organization of the higher technical educational establishments' students.*

The experimental introduction of the worked out methodical system of planning and organization of the higher technical educational establishments students showed the increase of learning motivation level, the quality changes in the structure of learning motivation sent to prevailing of professional reasons. Was increasing the mathematical actions mastering level and mathematical modeling actions in the professional sphere mastering level, increasing the mathematical knowledge indexes, and, as a result, development of future engineers' mathematics competencies and the development of the engineering professional thinking.

Key words: *higher mathematics, activities approach to the teaching, the teaching planning and organization conception, technical directions of education, subject student's model, mathematics teaching methodical system.*

References

1. Yevsyeyeva E.G. Automated working place of the mathematics teacher in the technical higher school: computer oriented system / E.G. Yevsyeyeva. – 1,28 Гб. – Donetsk : DonNTU, 2012. – 1 electronic optical disk (DVD–ROM); 12 centimeters. – System requires: Windows XP, Internet Explorer 7, Sun Java, Adobe Flash Player.

2. Yevsyeyeva E. G. Algebra of the matrixes. By the activities technology «Learning by doing»: learning textbook / E. G. Yevsyeyeva. – Donetsk: DonNTU, 2011. – 155 p.

3. Yevsyeyeva E.G. Input and output control in the technical higher school : methodical textbook / E. G. Yevsyeyeva. – Donetsk : DonNTU, 2012. – 67 p.

4. Yevsyeyeva E.G. Learning program on higher mathematics for the students of the technical directions of training (developed on the base of activities Yevsyeyeva) : methodical textbook / E. G. Yevsyeyeva. – Donetsk : DonNTU, 2011. – 59 p.

5. Yevsyeyeva E.G. Subject model of the technical universit's student on higher mathematics. Algebra of the matrixes: learning methodical textbook / E. G. Yevsyeyeva. – Donetsk : DonNTU, 2005. – 88 p.

6. Yevsyeyeva E.G. Subject model of the technical university's student on higher mathematics. Vector algebra: learning methodical textbook / E. G. Yevsyeyeva, N. A. Prokopenko. – Donetsk: DonNTU, 2009. – 95 p.

7. Yevsyeyeva E.G. System of training to the module control works on higher mathematics in the technical higher school : activities traning student's book: in 2 parts / E. G. Yevsyeyeva. – P. 1 (the second edition). – Donetsk : Nawlig, 2012. – 195 p.

8. Yevsyeyeva E. G. Yevsyeyeva E. G. System of training to the module control works on higher mathematics in the technical higher school : activities traning student's book : in 2 parts / E. G. Yevsyeyeva, A. I. Savin. – P. 2. – Donetsk : Nawlig, 2012. – 204 p.

9. Yevsyeyeva E. G. Theoretical and methodical basis of the activities approach to the mathematics teachins the students of the technical educational establishments : monograph / E. G. Yevsyeyeva. – Donetsk : DonNTU, 2012. – 455 p.

10. Yevsyeyeva E. G. The test tasks on higher mathematics : method. textbook. For the independent student work.: in 2 parts / E. G. Yevsyeyeva, N. A. Prokopenko. – Donetsk: DonNTU, 2010. – Ч. 1: Linear algebra, vector algebra, analytic geometry. – 2010. – 70 с. – Ч. 2: The theory of the limits, differentiation of the one unknown's functions. – 2010. – 52 p.

11. Individual homeworks on mathematics: methodical textbook For the independent student work: in 2 parts / E. G. Yevsyeyeva, G. M. Ulitin, M. S. Tyu, Yu. F. Kosolapov. – P. 1. – Donetsk : DonNTU, 2008. – 112 p.

12. Individual homeworks on mathematics: methodical textbook For the independent student work : in 2 parts / E. G. Yevsyeyeva, A. S. Grebyonkina, T. I. Nikolaychuk, A. I. Savin. – Ч. 2. – Donetsk : DonNTU, 2011. – 80 p.

13. Yevsyeyeva E. G. Methodical system of the mathematics teaching in technical university developed on the base of activities approach / E. G. Yevsyeyeva // Didactics of the mathematics: problems and investigation : міжнар. зб. scientific works. – Donetsk, 2012. – Issue. 37. – P. 7–16.

14. *Education-professional program for the training of the bachelors in the knowledge sphere 0504 «Metalurgy та металознавство» direction of the training 6.050401 «Металургія»: standard of higher education. – Offitional edition. – Kyiv: Ukrainian Ministry of Education and Science, 2010. – 39 p.*

Стаття надійшла до редакції 28.05.2013 р.

ЕВОЛЮЦІЯ ПРІОРИТЕТІВ ОРГАНІЗАЦІЙНИХ ФОРМ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ТЕХНІЧНИХ ВНЗ

О.І. Кривовяз,
старший викладач,
Київський національний університет технологій та дизайну,
м. Київ, УКРАЇНА,
e-mail: shevlena@i.ua

В умовах сучасної трикомпонентної форми організації навчання математики в технічних ВНЗ пропонуються зміни технології навчання, пов'язані з перенесенням акценту на практичні заняття у поєднанні зі самостійною роботою студентів, спрямовані на підвищення рівня навченості математики.

Ключові слова: *тріада організаційних форм навчання математики у ВНЗ, диференціація навчання на практичних заняттях, керований диференційований підхід до організації самостійної роботи студентів, дуальність процесу навчання.*

Постановка проблеми. Вища математика є одним із основних предметів навчання у будь-якому технічному ВНЗ. Це обумовлено тим, що математичний апарат широко використовується у фізиці, хімії та інших предметах, які в свою чергу є базою для вивчення спеціальних дисциплін. Отже, рівень знань з математики суттєво впливає на рівень профільної підготовки випускників технічних ВНЗ.

Кардинальні зміни, що відбулися протягом останніх десятиліть у суспільному житті нашої країни, призвели до цілої низки проблем у вищій освіті, більшість з яких є наслідком появи комерційної складової у формуванні навчального простору. Можливість навчатися у ВНЗ на контрактній основі відкрила доступ до технічних закладів вищої освіти випускникам середніх шкіл із вкрай низькою математичною підготовкою.

У той же час за останні роки в самих технічних ВНЗ погіршилися умови надання якісної математичної освіти. По-перше, за останні 10-15 років вдвічі зменшився загальний об'єм годин, які відводяться на вивчення вищої математики в технічних ВНЗ, і, по-друге, зменшилася частка загального обсягу годин, які відводяться на аудиторне навчання (лекції та практичні заняття), оскільки не менше 50% загального об'єму годин тепер планується на позааудиторну самостійну роботу студентів (СРС). Отже, актуальною для сучасної педагогічної науки є проблема удосконалення системи навчання математики у технічних вищих навчальних закладах.

Аналіз актуальних досліджень. Останнім часом у полі зору науковців-дослідників та педагогів-практиків постійно знаходиться ідея диференційованого підходу до організації практичних занять з математики та самостійної позааудиторної роботи студентів, втілення якої у навчальний процес вважається перспективним у плані подолання кризи, яка виникла в математичній освіті технічних ВНЗ. Різні аспекти цієї проблеми досліджували Ю.К.Бабанський, М.І.Бурда, В.А.Крутецький, П.І.Сікорський, З.І.Слєпкань, Є.С.Рабунський, І.Е.Унт, Н.Ф.Тализіна, І.С.Якиманська та ін.

Заслуговують на увагу наукові дослідження О.Г.Євсеєвої [2], присвячені проектуванню методичної системи навчання математики у технічному університеті на засадах діяльнісного підходу, впровадження якого у навчальний процес дозволяє ефективно управляти навчальною діяльністю та забезпечувати диференціацію навчання та його особистісну орієнтованість.

Шляхом експериментальної перевірки ефективності різних технологій організації навчального процесу у ВНЗ, Ю.В.Паришев [8] отримав дані, які свідчать про безумовний пріоритет технології навчання, побудованої на тісному зв'язку керованої СРС із практичними заняттями.

У результаті наукових досліджень, спрямованих на виявлення факторів, що сприяють підвищенню рівня результатів навчання студентів у ВНЗ, Н.М.Жукова [3] приходить до висновку, що ключовим є фактор постійного підвищення кваліфікації викладацького складу у напрямі освоєння нових технологій організації навчального процесу.

Мета статті – *розкрити суть та обґрунтувати доцільність моделі процесу навчання математики в технічному ВНЗ, яка спирається на особистісно-орієнтований та діяльнісний підходи до проведення практичних занять та організації СРС.*

Виклад основного матеріалу. Традиційна організація процесу навчання математики у технічних ВНЗ має трикомпонентну структуру (схема 1), тобто форми навчання математики утворюють ***тріаду***:
лекції + практичні заняття + самостійна робота.

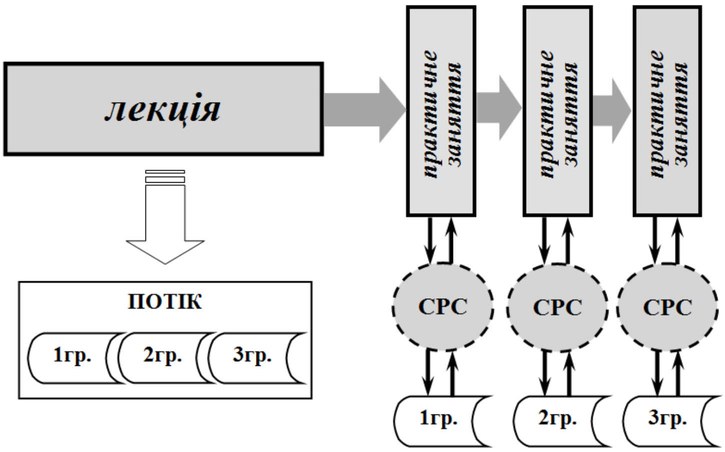


Схема 1. Тріада організаційних форм навчання математики у ВНЗ

За цих умов лекції вважаються провідною, найбільш важливою компонентою процесу навчання, оскільки послідовність та глибина вивчення математичного матеріалу, його знаково-символьна оболонка регламентуються тим, як саме подається матеріал на лекціях. Практичним заняттям з математики відводиться другорядна – допоміжна роль, а самостійній роботі студентів часто приділяється формальна увага.

Математичний матеріал, з якого складається курс вищої математики в технічних ВНЗ, характеризується високим рівнем абстракції математичних понять, великою кількістю спеціальних термінів, символів та методів побудови математичних структур. В умовах суттєвого зменшення кількості годин, що відводяться на лекції, великий обсяг матеріалу доводиться «втискувати» у вузькі рамки відведених годин. Матеріал стає занадто концентрованим з точки зору насиченості поняттями, ідеями, методами, викладається стисло, у швидкому темпі, а низький рівень шкільної математичної підготовки студентів-першокурсників та невміння слухати і одночасно конспектувати лекції призводить до того, що більшість студентів неспроможна сприймати матеріал лекції на рівні його розуміння. Лекція як основна форма процесу навчання математики у технічному ВНЗ втрачає свою ефективність. Фактично на лекціях відбувається ознайомлення з теоретичним матеріалом та в загальних рисах окреслюються шляхи його застосування.

Відомо, що процес оволодіння знаннями з будь-якого предмету має певну структуру, тобто складається з низки логічно вмотивованих кроків, які відповідають основним етапам навчання і реалізуються у навчальному процесі. Це – сприйняття, розуміння, запам’ятання, систематизація, застосування [6, с. 180].

Після першого ознайомлення з математичним матеріалом на лекції формування знань може відбутися тільки при неодноразовому поверненні до теоретичних положень у процесі виконання вправ та розв’язання достатньої кількості задач різного рівня складності на практичних заняттях і при регулярному виконанні домашніх завдань. Тоді поступово сформується розуміння суті понять, відбудеться розуміння і запам'ятання знаково-символьних особливостей математичних процедур, а також стане можливим опанування методами та алгоритмами розв'язання математичних задач різних типів, тобто відбудеться формування математичних знань.

Таким чином, в умовах сучасної трикомпонентної форми організації навчання математики у технічних ВНЗ, підвищення якості математичної освіти студентів можливе тільки у разі суттєвого підвищення у процесі навчання ролі практичних занять та СРС за рахунок кардинальних змін технології навчання.

Існуюча у наш час традиційна організація практичних занять, коли під керівництвом викладача один студент біля дошки розв'язує приклад чи задачу, а всі інші пасивно копіюють в зошити записи, що з'являються на дошці, є вкрай неефективною. А відсутність дієвої організації самостійної роботи студентів, які, як правило, не мають навичок самостійної навчальної діяльності, призводить до формального, часто несамостійного, виконання деякого набору завдань.

Організовуючи навчання математики у ВНЗ необхідно спиратися на індивідуальні особливості студентів, навчаючи кожного з урахуванням потенційних можливостей, які виявляють на початку навчання шляхом проведення індивідуальної психолого-педагогічної діагностики [4]. Це, в першу чергу, первісний рівень математичних знань [1], здатність до абстрактного мислення, темперамент, індивідуальний темп виконання роботи та ін.

Диференціація навчання найчастіше реалізується: шляхом варіації різних організаційних форм навчальної діяльності (фронтальної, групової, індивідуальної) на практичних заняттях в залежності від особливостей змісту та структури математичного матеріалу, а також шляхом дозування ступеня складності завдань та задач, які пропонуються студентам для самостійного виконання вдома і на контрольних роботах в залежності від індивідуального рівня попередньої математичної підготовки студентів [7]. Обов'язковим є окреслення базового рівня знань, якими повинен оволодіти кожен студент, та підвищеного і поглибленого рівнів, що дозволяють більш здібним студентам оволодіти більшим обсягом математичних знань [9].

Диференційований підхід до навчання математики повинен запроваджуватися одночасно як в аудиторній, так і в позааудиторній роботі студентів, тобто на практичних заняттях і в самостійній домашній роботі студентів, оскільки тільки у тісному поєднанні зазначених форм навчання стає можливим досягнення більш високого рівня навченості математики студентів ВНЗ в наш час [8].

Розв'язання задач є основним інструментарієм оволодіння математичними знаннями, при цьому самостійна діяльність студентів є базовою у процесі формування умін та навичок. Адже, уміння і навички – це результат індивідуальної навчальної діяльності особистості [3].

Вчорашні школярі, що стали студентами технічних ВНЗ, не мають навичок самостійної навчальної діяльності. Тому, плануючи виконання студентами індивідуальних домашніх робіт, слід подбати про створення атмосфери заохочення студентів до самостійного їх виконання та об'єктивних можливостей реалізації такого наміру [5].

Як один із можливих варіантів може бути запропонована така модель поєднання організації практичних занять з математики та керування самостійною роботою студентів, в якій у межах модуля одноразово або циклічно реалізуються такі процедури:

- видача студентам для самостійного виконання комплексних індивідуальних завдань, особистісно-орієнтованих за рівнем складності задач, та чітке встановлення строку представлення робіт на перевірку;
- регулярне опитування ключових положень теоретичного матеріалу та перевірка наявності виконаних поточних домашніх робіт;
- розв'язання основних типів задач у режимі «від простих до більш складних» з детальним покроковим роз'ясненням суті математичних операцій; використання різних форм організації занять – фронтального обговорення порядку розв'язання задачі

та індивідуального її розв’язання, роботи в парах та в мобільних підгрупах; регулярне проведення поточних контрольних заходів (міні-тестування різних типів);

- повернення (з письмовими коментарями) перевірених комплексних індивідуальних робіт та проведення модульних контрольних робіт, до складу яких вибірково включені задачі тих типів, що входили до комплексних індивідуальних робіт;
- аналіз результатів контрольних робіт і, в залежності від них, диференційоване корегування індивідуальної навчальної діяльності студентів.

Якісне проведення практичних занять та ефективна організація СРС вимагає від викладача складної підготовчої методичної роботи зі створення необхідних дидактичних матеріалів: банку структурованих циклів різнорівневих задач для використання у навчальному процесі; методичних вказівок по кожному модулю, в яких стисло подаються ключові теоретичні відомості та основні формули і зразки розв’язання основних типів задач різного рівня складності з детальними поясненнями; структурованих матеріалів для проведення поточних та підсумкових контрольних заходів; опорного конспекту лекцій.

Для реалізації диференційованого підходу до навчання математики у технічному ВНЗ потрібен перш за все якісно підготовлений педагог, який повинен не тільки добре знати теоретичний матеріал та мати високий рівень техніки розв’язання задач, але й вільно володіти сучасними технологіями організації практичних занять [3].

Досліджуючи проблему підвищення якості математичної освіти у технічних ВНЗ, не можна обійти увагою той факт, що за давньою традицією, яка існує і в наш час, практичні заняття з вищої математики тільки в одній групі з потоку проводить лектор, а в інших групах – асистент(и). Отже, навчальний процес з вищої математики в усіх групах потоку, крім однієї, реалізує команда з ***двох осіб***, тобто має місце ***дуальна форма*** організації навчання – роль суб’єкта навчання фактично виконують дві різні людини, які мають різні функції у процесі навчання одному предмету (схема 2).

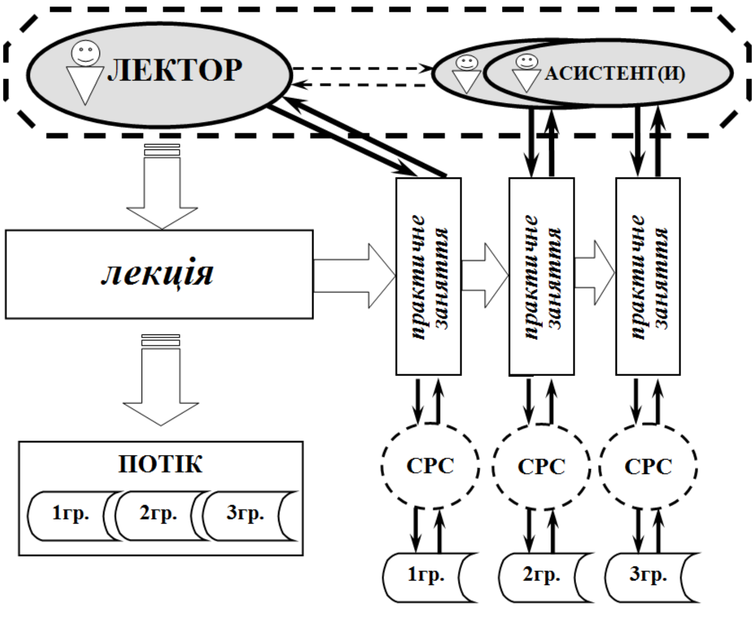


Схема 2. Дуальність процесу навчання математики у ВНЗ

Підкреслимо, що в сучасних умовах розподілу годин, що відводяться на вивчення математики в технічному ВНЗ, між лекціями, практичними заняттями та СРС, саме той викладач, який проводить практичні заняття та організовує СРС в академічній групі, є ключовою фігурою, від діяльності якої суттєво залежить якість навчання математики. Але за існуючою в наш час системою розстановки педагогічних кадрів у ВНЗ, тільки посаду лектора обіймає, як правило, досвідчений педагог, а на посаду асистентів призначаються молоді викладачі, які розпочинають педагогічну діяльність і мають невеликий досвід роботи у ВНЗ та не володіють сучасними технологіями організації навчального процесу.

Два викладачі – це дві різні людини, різні особистості з різними рисами характеру, різними педагогічними здібностями, різним стилем поведінки та індивідуальним баченням особливостей технології навчання.

Така система розстановки педагогічних кадрів при організації процесу навчання математики в технічних ВНЗ створює дисбаланс можливостей надання всім студентам потоку якісного навчання в однакових умовах. Слід також звернути увагу на те, що, не маючи у процесі навчання постійного якісного зворотного зв'язку зі студентами тих академічних груп, в яких проводять практичні заняття та організовують самостійну роботу студентів асистенти, лектор фактично втрачає можливість дієвого впливу на хід процесу навчання в цих академічних групах. З точки зору ефективності організації процесу навчання, це алогічна ситуація, яку між тим у педагогічній літературі чомусь обходять мовчанням.

Висновки. У сучасних умовах різкого зниження рівня математичної підготовки абітурієнтів, що вступають до технічних ВНЗ, та значного зменшення об'єму аудиторних годин, які відводяться на вивчення математики, і суттєвого збільшення годин на СРС, забезпечення гідного рівня математичної підготовки студентів вимагає кардинальних змін технології навчання математики у межах існуючої трикомпонентної зовнішньої форми організації навчального процесу у ВНЗ.

Одним із можливих шляхів розв'язання цієї проблеми є особистісно-орієнтований підхід до навчання студентів та диференційований підхід до організації практичних занять у тісному поєднанні із дієвою технологією організації СРС.

Актуальною залишається проблема постійного підвищення кваліфікації викладачів у напрямі освоєння нових технологій організації процесу навчання математики у технічних ВНЗ.

1. Євсеєва О.Г. Вхідний контроль у технічному ВНЗ як засіб оцінювання рівня сформованості математичних вмінь / О.Г.Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2010. – Вип. 34. – С. 20–26.

2. Євсеєва О.Г. Проектування методичної системи навчання математики студентів технологічного університету на засадах діяльнісного підходу / О.Г. Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2012. – Вип. 37. – С. 7–16.

3.Жукова Н.М. Индивидуализация и дифференциация обучения студентов вузов: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Жукова Наталья Михайловна. – Москва, 2006. – 233 с.

4.Кривовяз О.І. Соціонічна діагностика як фактор диференційованого підходу до процесу навчання / О.І.Кривовяз // Матеріали Міжнародної науково-методичної конференції „Проблеми математичної освіти", 7-9 квітня 2009 р. – Черкаси, 2009. – С. 150-151.

5. Крилова Т.В. Концепція математичної підготовки студентів нематематичних спеціальностей вищої технічної школи / Т.В. Крилова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2006. – Вип. 25. – С. 205–208.

6. Кузьмінський А.І. Педагогіка вищої школи: Навч. посіб. / А.І.Кузьмінський. – К.: Знання, 2005. – 486 с. – (Вища освіта XXI століття).

7. Логинова Л.А. Комплексное дифференцированное обучение математике как предмет исследования / Л.А.Логинова, А.А.Эбель // Сб. научных трудов Sworld по материалам междунар. научно-практич. конф. – Т. 26. – № 4, 2012. – С. 34 – 39.

8. Парышев Ю.В. Дифференцированное обучение как условие оптимизации образовательного процесса: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Парышев Юрий Васильевич – Санкт-Петербург, 2004. – 147 с.

9. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі: навч. посіб. / З.І.Слєпкань. – К.: Вища шк., 2005. – 239 с.

Резюме. **Кривовяз Е.И. ЭВОЛЮЦИЯ ПРИОРИТЕТОВ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ ФОРМ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗАХ.** *В рамках современной трехкомпонентной формы организации обучения математике в технических вузах предлагаются изменения технологии обучения, связанные с переносом акцента на практические занятия в сочетании с самостоятельной работой студентов, направленные на повышение уровня обучаемости математике.*

Ключевые слова: *триада организационных форм обучения математике в вузе, дифференциация обучения на практических занятиях, управляемый дифференцированный подход к организации самостоятельной работы студентов, дуальность процесса обучения.*

Abstract. **Kryvovyaz E. EVOLUTION PRIORITIES OF ORGANIZATIONAL TUITION FORMS OF MATHEMATICS IN TECHNICAL UNIVERSITIES.** *In today's conditions of sharp decline in the level of mathematical preparation of applicants entering to the technical universities, and of significant decrease of the amount of practical classes that are assigned for the study of mathematics, and of substantial increase in hours of independent work of students, ensuring a decent standard of students' mathematical preparation requires fundamental changes in technology of learning mathematics.*

Within the existing three-component form of teaching mathematics (lectures + workshops + self-study) are proposed changes in technology training related to the transfer of emphasis on practical training in conjunction with the students' independent work aimed at improving the level of learning of mathematics.

Before organizing teaching of mathematics in university should be taken into account the individual characteristics of students, and the differentiated learning should be implemented: through variation of different organizational forms of educational activity (frontal, group, individual) in practical classes, depending on the characteristics of the content and structure of mathematical material, and also by dose of level complexity of tasks that are offered to students for self-implementation at home, and on control works, depending on the individual level of prior mathematical training of students.

Key words: *triad of organizational forms of learning mathematics at the universities, the differentiation of learning on practical classes, controlled differentiated approach to organisation of individual work of students, duality of learning process.*

References

1. Yevsieyeva E. Input control in technical universities as a means of evaluating the level of formation of mathematical skills / E. Yevsieyeva // Didactics of mathematics: Problems and Investigations: Intern. Collected. Science works. –Issue. 34. – Donetsk: Donetsk National University Publishing House, 2010. – Pp. 20-26.

2. Yevsieyeva E. Design of methodical system of teaching mathematics Technological University students on the basis of the activity approach / E. Yevsieyeva // Didactics of mathematics: Problems and Investigations: Intern. Collected. Science works. – Issue. 37. – Donetsk: Donetsk National University Publishing House, 2012. – Pp. 7-16.

3. Zhukova N. Individualization and differentiation of training university students: Thesis. Candidate. ped. Sciences: 13.00.08 / Natalia Zhukova – Moscow, 2006. – 233 p.

4. Kryvovyaz E. Socionic diagnosis as a factor differentiated approach to learning process / E. Kryvovyaz // Materials of International Scientific and Methodological Conference "Problems of mathematical education", 7-9 April 2009 – Cherkasy, 2009. – Pp. 150-151.

5. Krylova T. The concept of mathematical preparation of students non-mathematic specialties of higher technical schools / T. Krylova // Didactics of mathematics: Problems and Investigations: Intern. Collected. Science. works. – Issue. 25. – Donetsk: Firm Teana, 2006. – Pp. 205-208.

6. Kuz'minskii A. Pedagogy of High School: Tutorial / A. Kuz'minskii. – K.: Knowledge, 2005. – 486 p. – (Higher Education of XXI century).

7. Loginova L. Complex differentiated learning of mathematics as a subject of study / L.Loginova, A.Ebel // Collection of Scientific Papers Sworld based on materials of international scientific-practical conference – T. 26. – № 4, 2012. – Pp. 34 - 39.

8. Paryshev Y. Differentiated instruction as a condition for optimizing the educational process: thesis. ... Candidate. ped. Sciences: 13.00.01 / Paryshev Yuri – St. Petersburg, 2004. – 147 p.

Slyepkan Z. Scientific basis of educational process in higher education: Tutorial. / Z.Slyepkan. – K.: Higher school, 2005. – 239 p.

Стаття представлена професором М.В. Працьовитим.
Надійшла до редакції 15.05.2013 р.

КОМПЕТЕНТНІСНО ОРІЄНТОВАНА МОДЕЛЬ НАВЧАННЯ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ СТУДЕНТІВ-МАТЕМАТИКІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНТЕРАКТИВНИХ ЗАСОБІВ

Н.М. Лосєва,
доктор педагог. наук, професор,
Д.Є. Губар,
аспірант,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА,
e-mail: daryagubar@mail.ru

У статті описується авторська модель навчання студентів-математиків аналітичної геометрії з використанням інтерактивних засобів на засадах компетентнісного підходу. Аналізуються складові такої моделі.

Ключові слова: *модель навчання, компетентнісний підхід, інтерактивні засоби навчання, інтерактивний портал «Аналітична геометрія», синхронний і асинхронний режими навчання аналітичної геометрії.*

Постановка проблеми. Якість освіти сьогодні пов'язують із поняттям конкурентоспроможності фахівця, його компетентністю, тому у системі професійної підготовки перше місце відводиться не просто знанням та умінням застосовувати цих знань їх для розв'язання різноманітних проблем, а й умінням працювати з інформацією, приймати самостійні обґрунтовані рішення, ефективно діяти у нових нестандартних ситуаціях.

Перед українськими вишами, зокрема класичними університетами, постало надважливе завдання – підготовка фахівця з високим рівнем сформованості ключових і професійних компетентностей [4]. Розв'язанню цього завдання може сприяти впровадження в освітній процес сучасних інтерактивних засобів навчання. Оскільки, по-перше, використання інтерактивних засобів дозволяє ефективно реалізувати ідеї змішаного навчання (blended learning) – найбільш перспективного підходу до організації навчання у сучасній освітній практиці багатьох розвинених країн (США, Германія, Австралія, Велика Британія, Японія та інші). По-друге, розробка навчальних програм, що спрямовані на застосування системи інтерактивних засобів навчання, надає можливість здійснити перехід від предметного принципу побудови змісту освіти до компетентнісної орієнтації навчальних курсів.

На засадах компетентнісного підходу сьогодні має реалізовуватися будь-яке навчання, у тому числі навчання аналітичної геометрії у вищій школі. Навчально-виховний процес повинен бути спрямованим на формування та розвиток ключових, професійних і предметних компетентностей студентів, врахування і використання всіх досягнень сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема застосування інтерактивних засобів навчання.

Дослідження проблеми формування системи компетентностей у студентів-математиків класичного університету вимагає проведення певного теоретичного аналізу і побудови такої моделі навчання, яка, з одного боку, розкривала б сутність і структуру процесу навчання, з другого, певною мірою забезпечувала досягнення результату – сформованість системи ключових, професійних та предметних компетентностей студентів.

Аналіз актуальних досліджень. Розробці методологічних основ педагогічної теорії процесу навчання присвятили свої праці: В.Андрущенко, І.Бех, С.Висоцька, І.Журавльов, І.Зязюн, Л.Зоріна, І.Лернер, В.Краєвський, В.Цетлін, В.Шубинський та інші. Проте робіт, що висвітлюють компетентнісно орієнтовану модель навчання студентів-математиків обмаль, також недостатньо уваги присвячено використанню інтерактивних засобів навчання у вітчизняній педагогічній практиці ВНЗ загалом і при навчанні дисципліни «Аналітична геометрія» зокрема.

Метою статті *є висвітлення авторської моделі навчання аналітичної геометрії студентів-математиків на засадах компетентнісного підходу з використанням інтерактивних засобів.*

Виклад основного матеріалу. Будемо дотримуватись визначення І.Зязюна [2], що модель навчального процесу – це еталонне уявлення про навчання студентів, його конструювання в умовах конкретних освітньо-виховних закладів. Вона визначає цілі, основи організації й проведення навчального процесу. Педагоги пропонують такі вимоги при розробці дидактичної моделі:

- вона має бути об'єктивною (відображати реалії);
- суб'єктивною (відображати об'єкт з урахуванням тезаурусу реципієнта);
- нормативною (відображати бажаний результат);
- інтерактивною (передбачати діалог зі студентом);
- адаптивною (пристосовуватися до індивідуальних особливостей людини, передусім до її досвіду);
- відкритою (передбачати проективно-технологічну нормотворчість діяльності реципієнта).

Відповідно до цих вимог нами було обрано такі компоненти компетентнісно орієнтованої моделі навчання аналітичної геометрії студентів-математиків з використанням інтерактивних засобів: *цільовий, стимулювально-мотиваційний, змістовий, суб'єкт-суб'єктний, контрольно-оцінювальний* та *результативний.*

Цільовий компонент визначається системою ключових, професійних і предметних компетентностей, необхідних для підготовки бакалавра-математика. Для курсу дисципліни «Аналітична геометрія» згідно до діючої робочої програми, нами була виявлена система предметних компетентностей, що формуються в результаті засвоєння студентами дисципліни. Безліч завдань з навчальної дисципліни, що пропонуються студентам, спрямовані не лише на формування системи предметних компетентностей студентів, а й на набуття ними ключових компетентностей: навчальної, підприємницької, соціальної (завдяки участі у рольових і ділових іграх), загальнокультурної (за рахунок опрацювання навчальних матеріалів, що реалізують міжпредметні зв'язки, перегляду навчальних відеороликів тощо), здоров'язбережувальної (виконання вимог щодо обмежень при роботі з комп'ютерною технікою) та громадянської (знайомство з історією України, її міст, біографіями українських математиків); а також на розвиток професійних компетентностей [9]: методологічної (знаходження декілька шляхів розв'язання геометричних задач та вибір з них найраціональнішого), процедурної (розв'язування задач з дисципліни), логічної (доведення та спростування певних тверджень з дисципліни), дослідницької (проведення експериментів), технологічної (використання математичних пакетів та ППЗ), методичної (розробка дидактичного матеріалу для проведення фрагментів занять з дисципліни). Проте у цій статті зупинимося лише на розгляді сформованості предметних компетентностей та ІК-компетентності, оскільки саме вони знаходяться в фокусі нашого дослідження.

Предметні компетентності студентів з аналітичної геометрії розуміємо як ті компетентності, що набуваються студентами при вивченні дисципліни протягом терміну навчання, передбаченого навчальним планом (наприклад, для студентів напряму підготовки «Математика» – два семестри). Складовими предметних компетентностей, на думку українських учених, є: знання; уміння; навички; ставлення [4]. Цю структуру доповнюємо ще одним елементом – наявністю досвіду певної діяльності. Наприклад, досвід математика-дослідника (дослідження теоретичних фактів з аналітичної геометрії, проведення експериментів, у т.ч комп'ютерних, участь у роботі проблемної групи), викладача геометрії (підготовка і проведення фрагментів занять з певних тем аналітичної геометрії, участь у обговоренні методичних питань проблемною групою), здійснення розрахунків для проектування будівництва, організації певного виробництва (підготовка творчого проекту, участь у рольовій грі) тощо.

Узагальнюючи думки багатьох дослідників, ми розуміємо *ІК-компетентність студента-математика* як інтегративну якість особистості, що проявляється через:

1) позитивне ставлення та спрямованість на використання ІКТ у навчанні, ква-

зіпрофесійній діяльності (математичних розрахунках, експериментах тощо) та повсякденному житті, здатність оцінювати результати власної діяльності щодо набуття компетенцій в галузі ІКТ;

2) збалансованість знань, умінь, навичок та здібностей у сфері комп'ютерних технологій для вирішення навчальних та професійно спрямованих завдань;

3) готовність творчого використання ІКТ для розв'язання навчальних завдань, математичних проблем, а також наявність сукупності особистісних якостей, що сприяють успішності цих процесів.

Стимулювально-мотиваційний компонент розробленої моделі передбачає застосування в процесі навчання дисципліни «Аналітична геометрія» новітніх інформаційних технологій: можливостей WEB-технологій, сучасних інтерактивних засобів, навчальних комп'ютерних програм, електронних навчально-методичних комплексів, математичних пакетів тощо з метою підвищення інтересу студентів до вивчення предмету.

Змістовий компонент визначається робочою програмою дисципліни «Аналітична геометрія», розробленою нами на засадах компетентнісного підходу та ідей змішаного навчання, і представлений курсом лекцій (слайд-лекції, електронний конспект, опорні конспекти), матеріалами для практичних та лабораторних занять (навчальні видання [6], мультимедійні посібники, математичні тренажери, дидактичні ігри тощо), завданнями для СРС [7; 8], творчими проектами студентів тощо.

Суб'єкт-суб'єктний компонент описує характер та процедуру взаємодії (інтеракції) усіх суб'єктів навчального процесу («студент-викладач», «студент-студент»). Він передбачає використання інтерактивного порталу «Аналітична геометрія» [1; 3] в якості системи інтерактивних засобів для здійснення різних типів навчальної інтерактивності:

- *інтерактивність зворотного зв'язку* (забезпечує можливість поставити питання та отримати відповідь, обговорити будь-який проблемний аспект чи проконтролювати процес засвоєння матеріалу);
- *часова інтерактивність* (дозволяє самостійно визначати початок, тривалість процесу навчання і швидкість просування за навчальним матеріалом);
- *порядкова інтерактивність* (дозволяє вільно визначати черговість використання фрагментів навчальної інформації);
- *змістовна інтерактивність* (можливість студенту змінювати, доповнювати або ж зменшувати обсяг змістовної інформації);
- *творча інтерактивність* (проявляється у створенні студентами власного продукту навчальної діяльності: онлайн-проект, творчі завдання, дослідницька робота тощо).

Зазначимо, що навчання організовується у синхронному й асинхронному режимах (рис. 1). Синхронним називають режим навчання, за якого учасники навчального процесу (студент-викладач, студент-студент) працюють одночасно. Прикладом такого режиму є традиційне заняття в аудиторії або відеозв'язок у Skype. При синхронному навчанні учасники перебувають на лінії зв'язку.

Асинхронним називають режим навчання, при якому робота викладача й студента може відбуватися в різний час. Студент працює з навчальним матеріалом і проходить тестування рівня знань у будь-який зручний для нього час, а викладач може аналізувати результати роботи студента в інший період. При цьому учасники навчання не перебувають у прямому комунікаційному зв'язку. При асинхронному навчанні викладач аналізує й оцінює роботу студента за мірою опанування ним навчального матеріалу. Відповідно до результатів такого контролю проводиться коригування навчально-пізнавальної діяльності студента. При використанні такої технології студент сприймає навчання так, наче викладач працює з ним індивідуально [5].

Контрольно-оцінювальний компонент моделі містить методики оцінювання рівня сформованості предметних компетентностей та ІК-компетентності студента і визначає їх рівні сформованості: низький, нормативний, високий. Згідно до цих рівнів сформованості системи предметних компетентностей та ІК-компетентності було виявлено 27 різних варіантів-комбінацій набуття студентами цих компетентностей та розроблено систему рекомендацій щодо корекції отриманих результатів для кожного варіанту: індивідуальні вправи для розвитку компетентностей, додаткові консультації з викладачем (у тому числі й в режимі онлайн), обговорення певних питань з одногрупниками у форумі та чаті, засідання проблемної групи тощо.

Рис. 1. Синхронні й асинхронні процеси змішаного навчання аналітичної геометрії

Результативний компонент передбачає сформованість (на певному рівні) системи предметних компетентностей з дисципліни «Аналітична геометрія» та ІК-компетентності студента, який вивчив курс дисципліни та надання рекомендацій щодо подальшого розвитку цих компетентностей після закінчення вивчення курсу (написання курсових робіт за тематикою, що передбачає міжпредметні зв'язки дисципліни з комп'ютерними науками, підготовка доповідей з комп'ютерною підтримкою під час вивчення певних спецкурсів, участь у науково-практичних та методичних конференціях тощо).

Отже, компететнісно орієнтована модель навчання аналітичної геометрії студента-бакалавра напряму підготовки «Математика» з використанням інтерактивних засобів зображено на рис. 2.

Висновки. Таким чином, описуючи навчання студентів класичних університетів аналітичної геометрії з дидактичних позицій як цілісну частину і підсистему навчально-виховного процесу, ми представили його у вигляді теоретичної моделі, що базується на компетентнісному підході й максимально використовує можливості інтерактивних засобів та дозволяє чітко визначити мету, основи організації, а також очікувані результати навчального процесу. Вона побудована на ідеях змішаного навчання, враховує досягнення ІКТ і вимоги сучасного інформаційного суспільства.

1. Губар Д.Є. Розробка інформаційного інтерактивного порталу «Аналітична геометрія» для навчання студентів-математиків / Д.Є. Губар // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2012. – Вип. 38. – С. 56–62.

2. Зязюн І.А. Педагогічна майстерність: навч. посіб / І.А.Зязюн, Н.Г.Базилевич, Т.Г.Дмитренко та ін. – К.: Вища шк., 2006. – 606 с.

3. Інтерактивний портал «Аналітична геометрія». – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://agportal.org.ua/.

4. Комплекс нормативних документів для розроблення складових системи галузевих стандартів вищої освіти // За загальною редакцією В.Д.Шинкарука. – К., 2008. – 68 с.

5. Комп'ютерні технології в освіті: навч. посібн. / Ю.С.Жарких, С.В.Лисоченко, Б.Б.Сусь, О.В.Третяк. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2012. – 239.

6. Лосєва Н.М. Аналітична геометрія в інтерактивній формі: практичний курс: навч. посіб. для студентів / Н.М. Лосєва, Д.Є. Губар. – Донецьк: Вид-во «Ноулідж» (Донецьке відділення), 2013. – 208 с.

7. Лосєва Н.М. Варіанти індивідуальних завдань з курсу «Аналітична геометрія» і приклади їх розв'язування / Н.М. Лосєва, О.В. Зиза. – Донецьк: ДонНУ, 2005. – 36 с.

8. Лосєва Н.М. Методичні поради, вказівки, питання і завдання до самостійної роботи з курсу «Аналітична геометрія» для студентів 1 курсу математичного факультету/ Н.М.Лосєва, О.В.Зиза. – Донецьк: ДонНУ, 2006. – 40 с.

9. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія / С.А. Раков //Х.:Факт, 2005. – 360 с

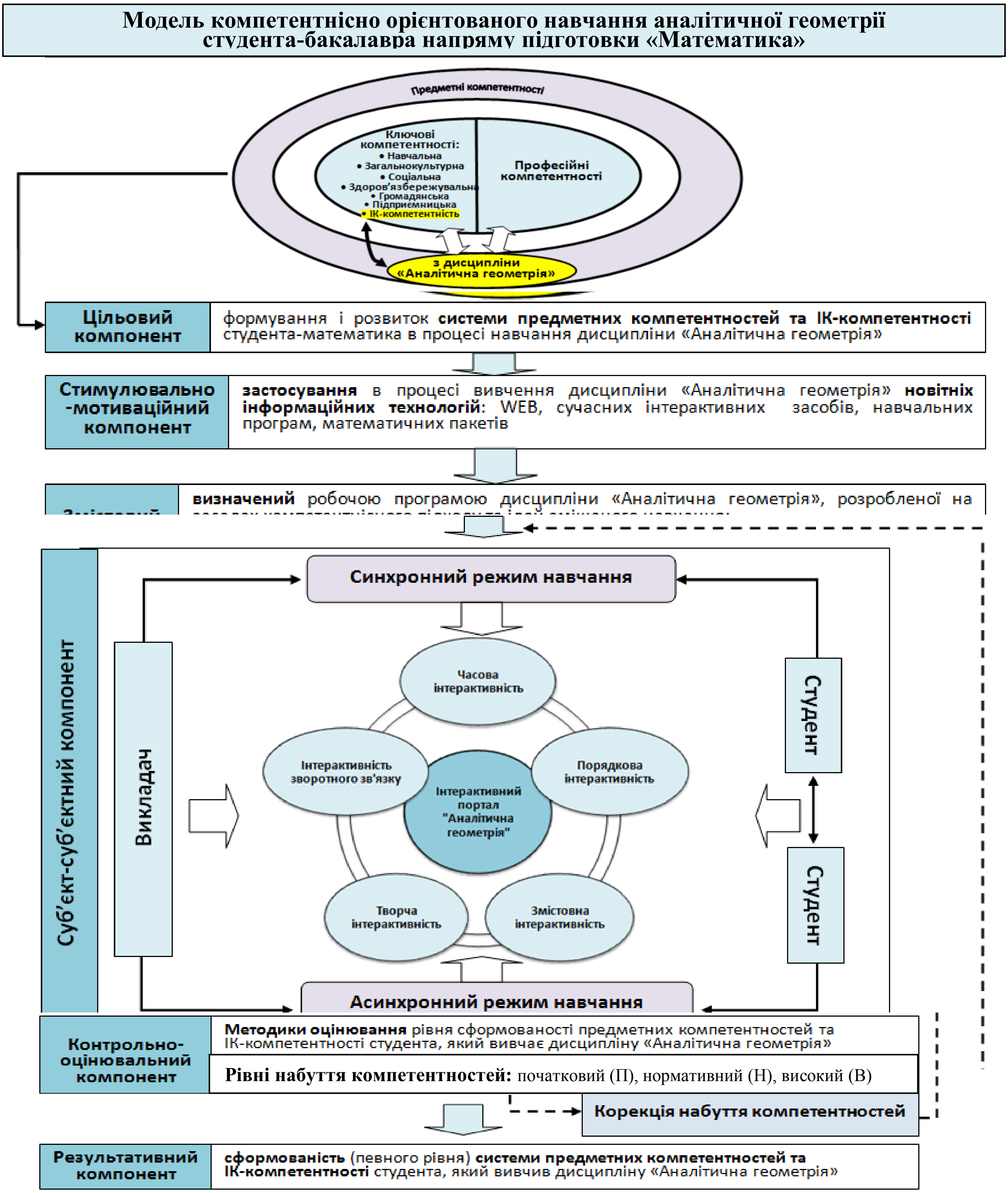


Рис. 2. Компетентнісно орієнтована модель навчання аналітичної геометрії студентів з використанням інтерактивних засобів

Резюме. **Лосева Н.Н., Губарь Д.Е. КОМПЕТЕНТНОСТНО ОРИЕНТИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ СТУДЕНТОВ-МАТЕМАТИКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕРАКТИВНЫХ СРЕДСТВ.** *В статье освещается авторская модель обучения аналитической геометрии студентов-математиков с использованием интерактивных средств на основе компетентностного подхода. Анализируются составляющие такой модели.*

Ключевые слова: *модель обучения, компетентностный подход, интерактивные средства обучения, интерактивный портал «Аналитическая геометрия», синхронный и асинхронный режимы обучения, обучение аналитической геометрии.*

Abstract. **Losyeva N., Gubar D. COMPETENCE-BASED MODEL OF ANALYTICAL GEOMETRY TRAINING FOR PRE-SERVICE MATHEMATICIANS WITH APPLYING OF INTERACTIVE TOOLS.** *Today computers and Internet connections are becoming widely available everywhere, including university classrooms. As IT becomes more widely available, teachers are turning their attention to the difficult task of understanding how best to integrate this technology into learning environments. WEB technologies are continuously introducing new interactive and multimedia web-based tools. Young students who grew up with the Internet are well trained in using many of the interactive tools and services it offers. It may, therefore, be possible to exploit the experience they have by providing interactive web-based tools to support learning process. That's why in the 21st century learning environments increasingly incorporated "web elements" into varied instructional contexts.*

The authors' model of analytical geometry training for pre-service mathematicians with applying of interactive tools designed on competency-based approach is presented in the paper. All the components of this model (objective; stimulation and motivation; content; interaction; control and evaluation; outcomes) are analyzed by authors.

This model also assumes of applying the educational interactive Analytical Geometry Portal. One reason to use Analytical Geometry Portal in classroom is a purely practical one. The 'virtual' nature of this resource means that a computer and an Internet connection are all that is needed rather than reams of photocopied materials. Moreover, Analytical Geometry Portal also helps teachers and learners to find needed information quickly and the assists learning process to be continued outside the classroom at any time. Self-directed learning on the Internet is becoming increasingly popular and it is one other way to encourage our students to learn Analytical Geometry outside the classroom, or it is a vital resource for the student who cannot get to a classroom.

Key words: *learning model, competence-based approach, interactive learning tools, interactive portal "Analytical Geometry", synchronous and asynchronous modes of learning, Analytical geometry training.*

References

1. *Gubar Darya Designing of interactive informational portal "Analytical Geometry" for pre-service mathematicians/ Darya Gubar / / Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of scientific papers. – Issue. 38. – Donetsk: Donetsk National University Publishing House, 2012. – P.56-62.*
2. *Zyazyun Ivan Pedagogical mastery: handbook / I.Zyazyun, N.Bazylevych, T.Dmitrenco and others. – M.: Higher HQ. , 2006. – 606 p.*
3. *Interactive Portal "Analytical Geometry". – [Electronic resource]. – Mode of access: http://agportal.org.ua/*
4. *Complex regulations for the designing of industry-standard components of higher education / / Under the general editorship of V. Shynkaruk. – K., 2008. – 68 p.*
5. *IT in education: textbook / Y.Zharkih, S.Lysochenko, B.Sus, O. Tretiak. – K.: Publishing center "Kyiv University" 2012. – 239 p.*
6. *Losyeva Nataliya Analytical geometry in interactive form: Practical Course: textbook / Nataliya Losyeva, Darya Gubar. – Donetsk: "Knowledge" (Donetsk), 2013. – 208 p.*
7. *Losyeva Nataliya Variants of individual tasks for the course "Analytical Geometry" and examples of their solution / Nataliya Losyeva, Oleksandr Zyza. – Donetsk: Donetsk National University, 2005. – 36 p.*
8. *Losyeva Nataliya Methodological recommendations, guidelines, issues and tasks for independent work of the course "Analytical Geometry" for the first-year students / Nataliya Losyeva, Oleksandr Zyza. – Donetsk: Donetsk National University, 2006. – 40 p.*
9. *Rakov Sergey Math Education: a competency-based approach with applying of IT: Monograph / Sergey Rakov / / Kharkov: Fact, 2005. – 360 p.*

Стаття надійшла до редакції 06.05.2013 р.

ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНЬОГО ВИКЛАДАЧА ХІМІЇ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

О.В. Мазнєв,
доктор фіз.-мат. наук, доцент,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА,
e-mail: maznev_av@rambler.ru

У статті представлено авторський досвід формування професійної компетентності майбутнього викладача хімії у процесі навчання вищої математики шляхом його залучення до дослідницької діяльності. Наведено приклади організації дослідницької діяльності студентів-хіміків на заняттях і під час роботи над навчальними проектами.

Ключові слова: *дослідницька діяльність, евристична діяльність, навчальний проект, професійна компетентність викладача.*

Постановка проблеми. Сьогодні розвиток суспільства відбувається надшвидкими темпами, що зумовлює підвищення вимог до освіти. Вона стає найвагомішим інструментом у підготовці особистості до успішної професійної діяльності. Ця тенденція повною мірою стосується тих вищих навчальних закладів, що готують майбутніх викладачів, зокрема, викладачів хімії. Найважливішим завданням таких навчальних закладів є підготовка фахівців з високим рівнем сформованості професійної компетентності. Професійна компетентність педагога – це особистісні можливості, які дозволяють йому самостійно і ефективно реалізовувати цілі навчального процесу [1, с. 28].

Повністю погоджуємося з думкою вчених, що компетентність викладача полягає в готовності й спроможності використовувати теоретичні знання і практичний досвід для розв'язання нових завдань, оскільки в реаліях сучасного суспільства неможливо навчити педагога на все життя. Ця теза пояснюється тим, що зміна суспільних умов, вимог до випускників шкіл і вишів відбувається швидше, ніж зміна одного людського покоління. Саме тому в процесі професійної діяльності викладачеві доведеться самостійно отримувати нові знання, шукати творчі підходи в роботі з молоддю для того, щоб результати його навчальної й виховної роботи відповідали запитам часу.

Важко переоцінити значення знань з математики для викладача хімії, оскільки математичний апарат і математичні методи знаходять широке застосування при розв'язанні хімічних задач. Більш того, процес навчання вищої математики має неабиякий розвивальний потенціал, який не повною мірою використовується в сучасних закладах вищої освіти. Це зумовлює пошук шляхів розвитку професійної компетентності майбутніх викладачів хімії у процесі навчання вищої математики.

Аналіз актуальних досліджень. Формуванню професійної компетентності викладача присвячено праці О.Алексюка, І.Зязюна, В.Кузьміної, А.Маркової, В.Сластьоніна та інших. Проблему вдосконалення підготовки спеціаліста до педагогічної діяльності розглянуто в роботах В.Баранова, В.Гриньової, Н.Кичук, В.Лозової, Н.Ничкало, А.Соколова та ін. Розвивальний потенціал процесу навчання математичних дисциплін вивчали Н.Лосєва, В.Петрук, С.Раков, О.Скафа, З.Слєпкань, В.Швець та ін.

Проте питання формування професійної компетентності викладача хімії у процесі навчання вищої математики потребує подальшого дослідження.

Метою статті *є презентація авторського досвіду формування професійної компетентності майбутніх викладачів хімії шляхом організації їх дослідницької діяльності у процесі навчання вищої математики.*

Виклад основного матеріалу. Ми розуміємо, що студентові-хіміку необхідно оволодіти дослідницькою діяльністю, оскільки цей компонент є важливою складовою професійної діяльності, сприятиме формуванню творчої особистості майбутнього викладача, розкриттю й реалізації його внутрішніх ресурсів [4, с. 25].

Формування дослідницької діяльності студентів – майбутніх викладачів хімії – під час навчання математики здійснюється нами у процесі:

- евристичної діяльності;
- виконання індивідуальних творчих завдань (підготовки доповідей, рефератів, проектів тощо).

Зазначимо, що розумовий апарат людини обробляє нову інформацію цілком сталим способом, що дає можливість їй швидко діяти у типових ситуаціях. Але концептуальні моделі можуть виявитися неефективними за нестандартних обставин, що викликають потребу евристичних прийомів мислення. Завдання евристичного мислення – створити засіб для справжнього перетворення моделей, відходу від кліше й упорядкування інформації якось по-новому, щоб викликати нові «свіжі» ідеї. Прийоми евристичної діяльності спрямовані на створення якомога більшої кількості альтернативних розв'язків певної проблеми [3, с. 194-195].

Евристичне мислення є вкрай важливим для майбутнього викладача хімії, оскільки у подальшій професійній діяльності йому доведеться самостійно знаходити й аналізувати великий обсяг інформації як з хімії, так і з дидактики; вирішувати безліч педагогічних ситуацій; самостійно складати прикладні завдання, що відповідатимуть профілю навчального закладу, в якому він буде викладати. Процес навчання математики у виші дозволяє формувати евристичне мислення майбутніх хіміків, оскільки під час розв'язання математичних задач можна широко застосовувати такі форми роботи, що стимулюють студентів продукувати нові ідеї у нетипових ситуаціях, виходити за межі стандартного мислення й самостійно пройти шляхом відкриття вже відомих у науці фактів.

Розглянемо фрагмент практичного заняття з вищої математики за темою «Диференціальні рівняння», на якому нами було організовано евристичну діяльність студентів-хіміків. Нами було об'єднано студентів академічної групи у дві підгрупи, в кожній з них було обрано спікера, обов'язки якого полягали в координації загальної роботи групи (надання слова тому чи іншому студентові, відбір найбільш слушних пропозицій тощо). Викладач звернувся до студентів з такими словами: «Ви вже маєте певний досвід у розв'язанні диференціальних рівнянь, але не можна забувати, що Ви, перш за все, хіміки. Вища математика для Вас – це інструмент розв'язання задач з професійної діяльності. Зараз Вам надається можливість застосувати свої знання для вирішення практичних проблем. При розв'язанні задачі користуйтеся евристичними запитаннями, наведеними у картці з завданням. Бажаю успіхів і творчого натхнення!».

Завдання для першої групи: з'ясувати залежність періоду напівперетворень для реакції першого порядку від вихідної концентрації речовини, якщо відомо, що швидкість хімічної реакції першого порядку записується рівнянням:

$$\nu = \frac{dc}{dt} = -kc,$$

c – концентрація реагуючої речовини, t – час, k – постійна швидкості реакції [3, с. 221].

Евристичні запитання

1. Як пов'язані між собою концентрація речовини та час реакції?
2. Як знайти період напівперетворення за наявних даних?

Завдання для другої групи: встановити залежність зміни кількості лікарських форм речовини в пігулці з плином часу, якщо відомо, що швидкість розчинення лікарських форм речовини пропорційна кількості лікарських форм речовини в пігулці:

$$\frac{dm}{dt} = -km,$$

m – кількість речовини в пігулці, t – час, k – постійна швидкості розчинення [3, с. 221-222].

Евристичні запитання

1. Як пов'язані між собою кількість речовини у пігулці та час?
2. Чому дорівнює кількість речовини в пігулці одразу після її виготовлення?

Для розв'язання задач було використано «мозковий штурм», оскільки така форма роботи дає можливість забути на деякий час про вертикальне мислення, яке не відрізняється гнучкістю. До того ж, під час «штурму» студент сприймає чужі ідеї, пов'язані з розв'язанням прикладних завдань з математики хімічного змісту, а також продукує власні ідеї, тобто відбувається дослідницька діяльність.

Протягом 20 хвилин студенти в групах розв'язували завдання, після чого спікери презентували результати роботи на дошці. Члени іншої підгрупи могли ставити запитання доповідачеві, а члени підгрупи, що виконувала завдання, за необхідності, приєднувалися до обговорення. Остаточне рішення з визначення переможця прийняв викладач, який аргументував свою думку спираючись на правильність виконання завдання, організованість команди, точність відповідей на запитання аудиторії.

Безумовно, дослідження, проведене студентами під час розв’язання наведених задач, не є суттєвим з наукової точки зору, проте воно має велике розвивальне значення для майбутніх викладачів хімії. Виконуючи подібні завдання за такої форми організації навчального процесу, вони вчаться застосовувати свої знання у нестандартних ситуаціях, генерувати нові ідеї, сприймати думки інших. Перераховані вміння є необхідними складовими професійної компетентності майбутнього викладача.

Також нами було організовано дослідницьку діяльність студентів-хіміків шляхом їх залучення до роботи над навчальними проектами, оскільки сучасні студентські проекти є дидактичними засобами активізації пізнавальної діяльності, розвитку креативності та одночасного формування певних особистісних якостей [2, с. 72].

Зокрема ми запропонували студентам-хімікам підготувати проект «Правильні багатогранники в хімії», задля цього було створено ініціативну групу з п’яти осіб за власним бажанням. Протягом місяця члени групи шукали цікаву інформацію, використовуючи навчально-методичну літературу з хімії й математики, ресурси мережі Інтернет. Щотижня проводилися консультації з викладачем, під час яких студенти звітували про хід виконання завдання, розробляли план дій на наступний тиждень, отримували поради щодо джерел пошуку інформації, способів презентації результатів роботи тощо.

Результати роботи над проектом було представлено на практичному занятті з вищої математики. Свій виступ студенти супроводжували електронною презентацією, деякі цікаві факти якої наведено нижче.

Форму тетраедру мають молекули води (рис. 1), білого фосфору (рис. 2), вуглеводню тетраедрану (рис. 3).

Форму куба має молекула вуглеводню кубану (C_8H_8) (рис. 4). Форму октаедру має молекула гексафториду сірки (рис. 5).

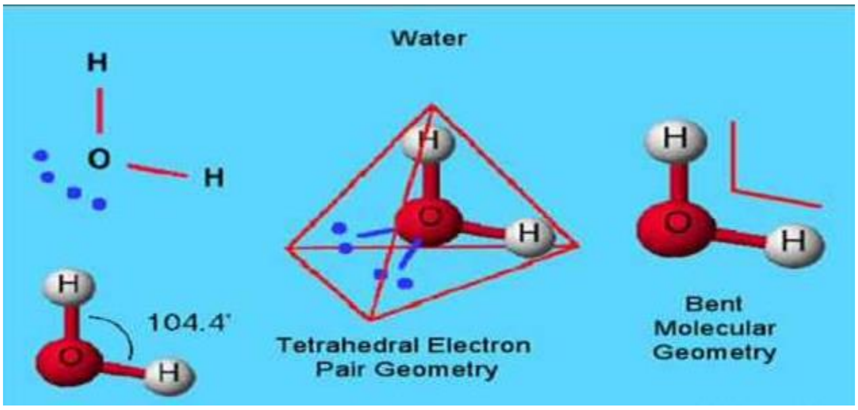


Рис. 1. Молекула води

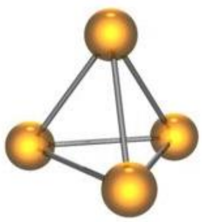


Рис. 2. Молекула білого фосфору

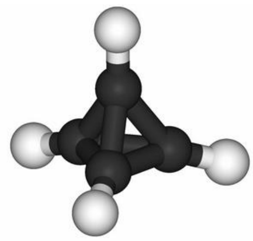


Рис. 3. Молекула вуглеводню тетраедрану

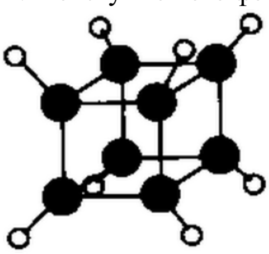


Рис. 4. Молекула вуглеводню кубану

Рис. 5. Молекула гексафториду сірки

Форму додекаедру має молекула вуглеводню додекаедрану (рис. 6).

Рис. 6. Молекула вуглеводню додекаедрану

Під час роботи над проектом студенти самостійно дійшли висновку, що їм необхідно розглянути детальніше явище самозбирання. У своїй доповіді вони презентували зображення тетраедру, додекаедру та ромбоікосододекаедру, що складаються з ниток ДНК (рис. 7).

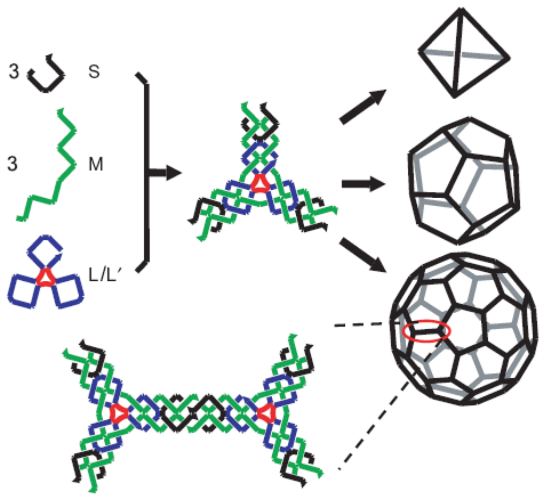


Рис. 7. Самозбирання правильних багатогранників з ниток ДНК

Після виступу представників ініціативної групи із доповіддю було проведене обговорення, під час якого всі студенти академічної групи могли поставити запитання доповідачам. Більшість питань майбутні хіміки пов’язували з властивостями хімічних речовин, зумовленими геометричною будовою молекул. Відповідаючи на запитання, студенти ініціативної групи співставляли форму молекул з валентністю, стійкістю речовини тощо.

Зазначимо, що і студенти групи, які не брали участь в підготовці проекту, мали можливість висловити своє враження від доповіді. Варто відзначити, що вони надавали переважно схвальні коментарі, зокрема, «було зібрано багато цікавої інформації й підготовлено надзвичайно цікаву доповідь», «я не міг уявити, що правильні багатогранники так широко представлені в будові молекул речовин» тощо. Зустрічалися й коментарі, що містили конструктивну критику, наприклад, «необхідно було детальніше розглянути механізм самозбирання, продемонструвати яким чином утворюються багатогранники». І ці зауваження вказали напрями подальшої роботи студентів.

Учасники ініціативної групи зазначали, що їм було цікаво працювати над проектом, оскільки вони самостійно обирали питання для самостійної роботи, спосіб представлення інформації; постійно відчували відповідальність за результат власної і спільної діяльності.

Безумовно, робота студентів над подібними проектами є дуже корисною і максимально сприяє формуванню професійної компетентності. «Діяльність у робочих групах допомагає їм навчитися працювати в «команді». При цьому відбувається формування такого конструктивного критичного мислення, якому важко навчитися за звичайної форми навчання. У студентів виробляється власний погляд на інформацію, вони вільні у виборі способів і видів діяльності для досягнення поставленої мети, їм ніхто не нав’язує думку, як і що необхідно робити» [2, с. 73-74].

Висновки. Наш досвід свідчить, що організація дослідницької діяльності студентів-хіміків у процесі навчання вищої математики сприяє формуванню професійної компетентності майбутніх викладачів хімії через формування умінь пошуку, обробки й презентації інформації; накопичення досвіду продукування ідей у нестандартних ситуаціях за таких умов. Майбутні викладачі не лише вивчають новий навчальний матеріал, а готуються до самостійного засвоєння нових знань, відбору цікавих фактів для організації нестандартних уроків тощо.

1. Булейко О.І. Професійна компетентність педагога вищої школи / О.І.Булейко, Т.В.Іванова // Вісник Луганського національного університету ім. Т.Шевченка. – 2011. – №20(231). – С. 28-33.

2. Лосєва Н.М. Інтерактивні технології навчання математики: навчально-метод. посібник для студ. / Н.М.Лосєва, Т.В.Непомняща, А.Ю.Панова. – К.: Кафедра, 2012. – 228 с.

3. Лосєва Н.М. Самовдосконалення викладача / Н.М.Лосєва. – Донецьк: ДонНУ, 2004. – 300 с.

4. Лосєва Н.М. Сучасні тенденції розвитку вищого навчального закладу / Н.М.Лосєва, О.В.Мазнєв //Дидактика математики: проблеми і дослі-

дження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2005. – Вип. 24. – С. 22–27.

Резюме. **Мазнев А.В. ФОРМИРОВАНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩЕГО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ ХИМИИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ.** *В статье представлен авторский опыт формирования профессиональной компетентности будущего преподавателя химии в процессе обучения высшей математике путем его привлечения к исследовательской деятельности. Приведены примеры организации исследовательской деятельности студентов-химиков на занятиях и во время работы над учебными проектами.*

Ключевые слова: *исследовательская деятельность, эвристическая деятельность, учебный проект, профессиональная компетентность преподавателя.*

Abstract. **Maznev O. FORMATION OF PRE-SERVICE CHEMISTRY TEACHERS' PROFESSIONAL COMPETENCE IN HIGHER MATHEMATICS TRAINING.** *The author's experience in formation of professional competence of pre-service chemistry teachers in higher mathematics training through their involvement in research activities is presented in the paper. The author implements the formation of professional competence of pre-service chemistry teachers in higher mathematics training during the heuristic activity and executing of individual tasks (reports, papers, projects, etc.). The author also organizes research activities of pre-service chemistry teachers by involving them in the work on educational projects. These projects are modern didactic means to enhance the cognitive, developmental creativity and forming some skills of searching, processing and presentation of information, accumulation of experience in production of ideas in non-standard situations. Examples of the organization of students' research work in the classroom and during carrying on the educational project are given in the paper.*

Key words: *research work, heuristic activity, project training, professional competence of the teacher.*

References

1. Buleyko O.I. Professional competence of a higher school teacher / O.I. Buleyko, T.V. Ivanova / / Bulletin of Luhansk National University named after Taras Shevchenko. – 2011. – № 20 (231). – p. 28-33.

2. Losyeva N. Interactive technologies of teaching mathematics: textbook for students / N.Losyeva, T.Nepomnyashaya, A.Panova. – K.: Kafedra, 2012. – 228 p.

3. Losyeva N. Self-improvement of a teacher / N. Loseva. – Donetsk: Donetsk National University, 2004. – 300 p.

4. Losyeva N. Modern trends in higher education / N.Loseva, O.Maznev // Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of scientific papers. – 2005. – № 24. – p. 22-27.

Стаття надійшла до редакції 29.08.2013 р.

ПРОФЕССИОНАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫЕ ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

О.А. Николаева,
канд. физ.-мат. наук,
Донецкий государственный университет управления,
г. Донецк, УКРАИНА,
e-mail: k_matem@dsum.edu.ua

Запропоновано авторський досвід формування професійних компетенцій майбутніх економістів. Обґрунтовано необхідність вивчення деяких питань ризик-менеджменту в рамках курсу теорії ймовірностей та математичної статистики. Представлено систему професійно спрямованих задач, при розв'язанні яких застосовуються методи теорії ймовірностей.

Ключові слова: *система професійно спрямованих завдань, професійна компетентність економістів, міра ризику, прикладна спрямованість вивчення теорії ймовірностей.*

Постановка проблемы. В современных условиях успешная работа экономиста невозможна без применения математического аппарата. Несмотря на это, студенты экономических специальностей в процессе изучения математических дисциплин нередко задают вопрос “А зачем нам нужно изучать математику?” Зачастую оторванность математических знаний от практики приводит к непониманию цели изучения сложных формул, многочисленных теорем, правил; вызывает снижение интереса к математическим знаниям. Студент, окончив изучение очередной математической дисциплины, не имеет представления о ее роли в решении профессионально направленных задач. Если же в процессе изучения математических дисциплин студенты-экономисты будут осознавать необходимость их изучения с целью применения полученных знаний в своей профессиональной деятельности, то уровень усвоения соответствующего программного материала будет в разы выше. Поэтому важным моментом является акцентирование внимания студентов на межпредметных связях математических дисциплин и предметов экономического цикла. С помощью межпредметных связей можно не только на качественно новом уровне решать задачи обучения, развития и воспитания студентов, но также закладывать фундамент для комплексного видения, подхода и решения сложных проблем реальной действительности.

Одним из предметов, изучаемых студентами экономических специальностей, является риск-менеджмент, без знания которого невозможна успешная работа современного экономиста. Теория вероятностей и математическая статистика являются основой для изучения риск-менеджмента. Измерение риска возможно с помощью применения методов теории вероятностей. Однако студенты большинства экономических специальностей изучают теорию вероятностей на первом курсе, в то время как риск-менеджмент изучается на старших курсах. В силу этого студенты-экономисты не осознают необходимость изучения теории вероятностей, не представляют, что именно методы теории вероятностей и математической статистики лежат в основе некоторых экономических дисциплин, знание которых крайне необходимо в будущей профессиональной деятельности.

Изложение простейших задач риск-менеджмента в курсе теории вероятностей и математической статистики не только позволит продемонстрировать связь теории вероятностей с экономическими дисциплинами, но и поможет в подготовке специалистов, владеющих современными методами вычисления рисков.

Анализ актуальных исследований. Некоторые аспекты преподавания теории вероятностей и математической статистики в высших учебных заведениях изложены в работах украинских ученых. В работе Я.Гончаренко [1] рассматриваются методические особенности использования парадоксов и софизмов в процессе изучения теории вероятностей. Работа В.Дрибан [2] посвящена конструированию проблемных ситуаций. Вопросы разработки методического обеспечения самостоятельной работы студентов изложены О.Фомкиной в [7]. Кроме этого, методические аспекты преподавания теории вероятностей излагаются в работе Е.Евсеевой, Л.Габриель [3], З.Слепкань [4], О.Труновой [5; 6] и др.

Цель статьи – *обоснование необходимости введения в курс теории вероятностей простейших задач риск-менеджмента, направленных на формирование профессиональных навыков у студентов экономических специальностей.*

Изложение основного материала. Программы подготовки практически всех экономических специальностей содержат учебные курсы, посвященные методам оценки и анализа риска. Риск возникает при принятии практически всех хозяйственных решений от самых простых до самых сложных. Риск-менеджмент с одной стороны носит ярко выраженный прикладной характер, с другой стороны опирается на понятия теории вероятностей и математической статистики. Предлагаемый в статье подход состоит в том, что в процессе изучения теории вероятностей и математической статистики возможно параллельное изучение некоторых понятий риск-менеджмента. Одно из таких понятий – это понятие ожидаемого дохода. Пусть нам известны все возможные исходы финансовой операции и, кроме того, известны вероятности наступления каждого исхода. Предполагаем, что множество исходов операции конечно. В такой ситуации мы можем утверждать, что задана дискретная случайная величина X, закон распределения которой может быть представлен в виде таблицы:

X	x_1	x_2	$\ldots$	x_n
P	p_1	p_2	$\ldots$	p_n

Здесь $p_i = P\{X = x_i\}$, а $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1.$

Вспомним, что математическое ожидание случайной величины является характеристикой ее среднего значения. Термины математическое ожидание случайной величины и средний ожидаемый доход будем отождествлять. Итак, средний ожидаемый доход финансовой операции равен:

$$W = MX = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n$$

В риск-менеджменте наиболее распространена точка зрения, согласно которой *мерой риска* финансовой операции является дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной прибыли операции X. Итак, дисперсия (вариация) случайной величины X вычисляется по формуле:

$$DX = M\left[X - MX\right]^2 = MX^2 - \left(MX\right)^2,$$

где для дискретной случайной величины $MX^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i$, а величина MX представляет собой математическое ожидание дискретной случайной величины.

Средним квадратическим отклонением случайной величины X называется величина $\sigma(X)$, вычисляемая по формуле:

$$\sigma(X) = \sqrt{DX}\ .$$

Риском операции называется число $\sigma(X)$ – среднее квадратическое отклонение случайной прибыли операции.

Итак, введя для студентов понятия математического ожидания и среднего квадратического отклонения, мы параллельно определяем средний ожидаемый доход финансовой операции и меру риска финансовой операции. Так как риск обусловлен случайностью исхода финансовой операции, то, чем меньше разброс величины эффективности (прибыли) операции, то тем более предсказуемой является доходность операции, то есть тем меньше мера риска. Если дисперсия (вариация) равна нулю, то риск полностью отсутствует.

Далее студентам могут быть предложены некоторые задачи.

Задача 1. Пусть имеются два инвестиционных проекта. Первый с вероятностью 0,6 обеспечивает прибыль 15 млн. грн., однако с вероятностью 0,4 можно потерять 5,5 млн. грн. Для второго проекта с вероятностью 0,8 можно получить прибыль 10 млн. грн. и с вероятностью 0,2 можно потерять 6 млн. грн. Какой проект выбрать?

Решение.

Рассчитаем величину ожидаемого дохода от каждого проекта:

$W_1 = MX_1 = 15 \cdot 0,6 + (-5,5) \cdot 0,4 = 6,8$ млн.грн,

$W_2 = MX_2 = 10 \cdot 0,8 + (-6) \cdot 0,2 = 6,8$ млн.грн.

Получаем, что средние ожидаемые величины прибыли равны.

Рассчитаем средние квадратические отклонения прибыли для каждого проекта. Для первого проекта:

$$MX_1^{\ 2} = 15^2 \cdot 0,6 + (-5,5)^2 \cdot 0,4 = 147,1,$$

тогда $DX_1 = 147,1 - 6,8^2 = 100,86$, а

$$\sigma(X_1) = 10,04.$$

Для второго проекта:

$$MX_2^{\ 2} = 10^2 \cdot 0,8 + (-6)^2 \cdot 0,2 = 87,2,$$

тогда $DX_2 = 87,2 - 6,8^2 = 40,96$, а

$$\sigma(X_2) = 6,4.$$

Таким образом, получаем, что более предпочтителен второй проект, так как средние ожидаемые прибыли для обеих проектов одинаковы, а среднее квадратическое отклонение для второго проекта меньше, чем для первого.

Задача 2. Акционерному обществу предлагаются два рисковых проекта (см. табл.).

	Проект 1			Проект 2		
Вероятность события	0,2	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4
Наличные поступления, млн. грн.	40	50	60	0	50	100

Учитывая, что фирма имеет долг в 80 млн грн., какой должны выбрать акционеры и почему?

Решение.

Для оценки эффективности рассматриваемых инвестиционных проектов вычислим средний ожидаемый доход от каждого проекта:

$W_1 = MX_1 = 40 \cdot 0,2 + 50 \cdot 0,6 + 60 \cdot 0,2 = 50$ млн. грн.,

$W_2 = MX_2 = 0 \cdot 0,4 + 50 \cdot 0,2 + 100 \cdot 0,4 = 50$ млн. грн.

Как видно из вычислений, математические ожидания для обоих проектов оказываются равными. Посчитаем далее и посмотрим, может быть, при выборе проекта решающим окажутся среднеквадратичные отклонения.

Итак, среднеквадратичные отклонения для этих проектов равны соответственно:

$$\sigma(X_1) = 6,32 \quad \text{и} \quad \sigma(X_2) = 44,72.$$

При равных математических ожиданиях для обоих этих проектов среднеквадратичное отклонение для проекта 1 более чем в 7 раз меньше по сравнению с аналогичным показателем для проекта 2. Другими словами, проект 1 при средней прибыльности, равной 50, обладает более чем в 7 раз меньшей вариабельностью, т. е. рисковостью. Казалось бы, без сомнений следует принимать проект 1. Однако не следует терять из виду представленное в условии задачи указание, что фирма имеет фиксированные платежи по долгам 80 млн грн., и этот факт может изменить решение на противоположное.

В частности, если предположить, что доходность по проектам 1 и 2, распределена по нормальному закону, то с вероятностью 0,997 (практически достоверно) возможные значения доходности по проектам 1 и 2 соответственно окажутся в диапазонах $MX \pm 3\sigma$, а именно:

Проект 1: значения прибыли находятся в интервале от 31,03 до 68,97.

Проект 2: значения прибыли находятся в интервале –84,16 до 184,16.

Итак, при выборе существенно менее рискового проекта 1 акционерное общество может в большей степени уменьшить свой долг в 80 млн грн., но без дополнительных финансовых источников (а условием задачи они не предусмотрены) от долгов *АО* полностью не освободится.

Сильно рискуя, при принятии проекта 2 *АО* (если повезет) может полностью освободиться от долгов, получив при этом еще и не малую прибыль. При неудаче *АО* ожидает банкротство.

Рассмотрев эти задачи, студенты учатся не только находить числовые характеристики дискретных случайных величин, то и анализировать риски проектов.

После того, как будет введено понятие функции распределения, можно определить величину (степень) риска как вероятность превышения заданного уровня убытков. Эта вероятность вычисляется по формуле:

$$W(x)=\mathrm{P}\{X \geq x\}=1-\mathrm{P}\{X<x\}=1-F(x),$$

где X – случайная величина убытка.

В задачах риск-менеджмента вводят следующие величины возможных убытков: допустимое значение убытка $x_{дп}$, критическое значение убытка $x_{кр}$ и катастрофическое значение убытка $x_{кт}$. Выделяют три наиболее важных базовых показателя риска: показатель допустимого риска

$$W_{дп}=W(x_{дп})=P\left(X \geq x_{дп}\right),$$

показатель критического риска

$$W_{кр}=W(x_{кр})=P\left(X \geq x_{кр}\right)$$

и показатель катастрофического риска

$$W_{кт}=W(x_{кт})=P\left(X \geq x_{кт}\right).$$

Для окончательного принятия решения задают предельные значения этих показателей: $k_{дп}$, $k_{кр}$ и $k_{кт}$.

После изучения нормального распределения студентам может быть предложена следующая задача.

Задача 3. При осуществлении многоразовых инвестиций в предпринимательскую деятельность вычисляется величина убытка в процентах, как отношение величины реальных убытков к расчетной сумме выручки. Было установлено, что найденная величина убытка распределена по нормальному закону с параметрами $a=20\%$ и $\sigma=4\%$. Фирма-инвестор установила для себя такие предельные критерии риска: $k_{дп}=20$ %, $k_{кр}=5$ %, $k_{кт}=0{,}1$ %. Как быть инвестору, если руководство фирмы, пытающейся получить инвестиции, считает реальными следующие показатели риска: $x_{дп}=24$ %, $x_{кр}=7$ %, $x_{кт}=5$ %.

Решение.

В силу того, что функция распределения нормальной случайной величины имеет вид $F(x)=\dfrac{1}{2}+\Phi\left(\dfrac{x-a}{\sigma}\right)$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа, то

$$W_{дп}=P(X \geq x_{дп})=1-F(x_{дп})=$$

$$=1-0,5-\Phi\left(\frac{x_{дп}-a}{\sigma}\right)=$$

$$=0,5-\Phi\left(\frac{24-20}{4}\right)=0,5-\Phi(1)=$$

$$=0,5-0,3413=0,1587,$$

то есть $W_{дп}=0{,}1587<k_{дп}=0,$.

Аналогично находим, что

$$W_{кр}=P(X \geq x_{кр})=1-F(x_{кр})=$$

$$=0,5-\Phi\left(\frac{28-20}{4}\right)=0,5-\Phi(2)=0,0228,$$

то есть $W_{кр}=0{,}0228<k_{кр}=0{,}05$,

$$W_{кт}=P(X \geq x_{кт})=1-F(x_{кт})=$$

$$=0,5-\Phi\left(\frac{32-20}{4}\right)=0,5-\Phi(3)=0,00135,$$

а так как $W_{кт}=0{,}00135>k_{кт}=0{,}01$, то учитывая осторожность инвесторов, фирма, пытающаяся получить инвестиции, получит отказ.

На примере этой задачи студенты учатся применять свои знания о нормальном законе распределения для вычисления различных показателей риска. Затем, студентам могут быть предложены для самостоятельного решения следующие задачи.

Задача 4. На основании данных наблюдений установлено, что объемы возможных затрат при проведении бартерных сделок распределены равномерно в интервале от 50 до 120 тыс. грн. Найти меру риска как: а) ожидаемую величину затрат; б) вероятность затрат, превышающих допустимый уровень $x_{дп}=110$.

Задача 5. Менеджеру банку необходимо выбрать для инвестирования один из двух проектов. Реализация каждого из проектов может осуществляться по одному из трех сценариев: пессимистичному, умеренному и оптимистичному. Прогнозы прибыли (в млн. грн.), а также соответствующие вероятности для первого инвестиционного проекта таковы:

X_1	300	1000	1500
P	0,2	0,6	0,2

для второго проекта:

X_2	240	900	1800
P	0,25	0,5	0,25

Оценить степень риска касательно участия в каждом инвестиционном проекте.

Задача 6. Известно, что относительные убытки, найденные по отношению к запланированным затратам от данного вида предпринимательской деятельности, имеют плотность распределения вероятности:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{4x^2}{30^3\sqrt{\pi}}e^{-x^2/30^2}, & x\ge 0,\\ 0, & x<0.\end{cases}$$

Субъектом управления определены пределы допустимого, критического и катастрофического значений относительных убытков: $x_{дп}$=45%; $x_{кр}$=60%; $x_{кт}$=75%. Оценить величину риска допустимого, критичного и катастрофического убытка.

Выводы. Предложенные задачи позволяют решить ряд вопросов, возникающих в процессе преподавания теории вероятностей:

− повысить мотивацию студентов при изучении теории вероятностей и математической статистики;

− показать, что математический аппарат крайне необходим при решении задач в будущей профессиональной деятельности студентов-экономистов;

− сформировать профессиональную компетентность выпускников экономических специальностей;

− повысить эффективность изучения дисциплин математического цикла.

1. Гончаренко Я.В. Система задач з початків теорії ймовірностей та вступу до статистики і методика їх розв'язання / Я.В.Гончаренко, І.Д.Чепорнюк // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2007. – Вип. 28. – С. 94–99.

2. Дрибан В.М. Використання деяких прийомів створення проблемних ситуацій в курсі теорії ймовірностей / В.М.Дрибан // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2008. – Вип. 30. – С. 83–87.

3. Евсеева Е.Г. Организация учебной деятельности по решению профессионально направленных задач теории вероятностей в системе деятельностного обучения / Е.Г.Евсеева, Л.А.Габриель // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2012. – Вип. 38. – С. 33–39.

4. Слєпкань З.І. Методика вивчення елементів комбінаторики, початків теорії ймовірностей і вступу до статистики: посібн. для вчителів / З.І.Слєпкань, І.С.Соколовська. – К.: Шкільний світ, 2004. – 112 с.

5. Трунова О.В. Методика структурування і вивчення теоретичного матеріалу з початків теорії ймовірностей і вступу до статистики в умовах диференційованого навчання / О.В.Трунова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2006. – Вип. 25. – С. 164–169.

6. Трунова О.В. Система задач з початків теорії ймовірностей та вступу до статистики і методика їх розв'язування / О.В.Трунова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2006. – Вип. 26. – С. 96–104.

7. Фомкіна О.Г. Методичне забезпечення самостійної роботи студентів з курсу «Теорія ймовірностей» / О.Г.Фомкіна // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб.

наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2004. – Вип. 21. – С. 48–51.

Резюме. **Николаева О.А. ПРОФЕССИОНАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫЕ ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ.** *В статье представлен авторский опыт формирования профессиональных компетенций будущих экономистов. Обоснована необходимость изучения некоторых вопросов риск-менеджмента в рамках курса теории вероятностей и математической статистики. Представлена система профессионально направленных задач, при решении которых применяются методы теории вероятностей.*

Ключевые слова: *система профессионально направленных задач, профессиональная компетентность экономистов, мера риска, прикладная направленность изучения теории вероятностей.*

Abstract. **Nikolaeva O. PROFESSIONALLY DIRECTED PROBLEMS ON THE THEORY OF PROBABILITY FOR STUDENTS MAJORING IN ECONOMICS.** *The given article deals with the author`s experience of formation of professional competence of would-be economists. The necessity to improve quality of would-be economists` preparation and to instill the idea about the significance of the theory of probability and mathematical statistics into students majoring in Economics are proved. It is also proved that application of professionally directed tasks, while studying theory of probability and mathematical statistics, enhances the level of preparation of would-be economists. The necessity of studying some aspects of risk-management within the course of the theory of probability and mathematical statistics is justified. The system of professionally directed problems, the solution of which involves the application of the theory of probability, is introduced. The given problems include those ones which deal with finding the average expected profit from financial operation and the measure of risk. Theoretical mean value and mean square deviation of random variable of profit from financial operation are used to find the average expected profit from financial operation and the measure of its risk. The measure of risk is defined as the exceedance probability of the given level of loss. The problems in which the value of loss has normal distribution are suggested, and various measures of risk are calculated.*

Key words: *System of problems professionally directed, professional competence of economists, the measure of risk, applied orientation of study of the theory of probability*

References

1. Goncharenko Ya. The use of paradoxes and sophisms in the studying of probability theory/ Ya. Goncharenko, I. Chepornyuk // Didactics of mathematics: Problems and Investigations. – 2007. – Vol. 28. – P. 94–99.

2. Driban V. Some approaches using to creating problem situations in the theory of probability / V. Driban // Didactics of mathematics: Problems and Investigations.– 2008. – Vol. 30. – P. 83–87.

3. Yevsyeyeva E. Learning activity organization on decision of the professional-directed tasks on probability theory in the activities mathematics teaching system / E. Yevsyeyeva, L. Gabriel // Didactics of mathematics: Problems and Investigations. – 2012. – Vol. 38. – P. 33–39.

4. Slepkan' Z.I. Methods of study of combinatorics, probability theory and principles since the statistics: aids. for teachers / Z.I. Slepkan', I.S. Sokolovskaya. – K.: Shkilnii svit, 2004. – 112 p.

5. Trunova O. The methods of structurization and studying the theoretical material of the beginnings of theory of probability and introduction into statistics in the conditions of the differentiation of training / Trunova O. // Didactics of mathematics: Problems and Investigations. – 2006. – Vol. 25. – P. 164–169.

6. Trunova O. System jf problems of the beginnings of theory of probability and introduction to statistics and the technique of their decision. / Trunova O // Didactics of mathematics: Problems and Investigations. – 2006. – Vol. 26. – P. 96– 104.

7. Fomkina O. Methodical providing of independent work of students from probability theory / Fomkina O. // Didactics of mathematics: Problems and Investigations. – 2004. – Vol. 21. – P. 48–51.

Стаття представлена професором Н.М.Лосєвою.
Надійшла до редакції 16.06.2013 р.

PECUKIARITIES OF FORMATING PROFESSIONAL MOBILITY OF STUDENTS IN ECONOMIC UNIVERSITIES
(особливості формування професійної мобільності студентів економічних університетів)

L. Nichuhovskaya
Doctor of Pedagogics, Professor
HEE of Ukoopspilka Poltava University of Economic and Trade"
Poltava, UKRAINE,
e-mail: lilia-nichugovska@rambler.ru

В статті досліджуються організаційно-методичні особливості процесу формування професійної мобільності студентів в економічних ВНЗ.

Ключові слова: *професійна мобільність, соціальна мобільність, вища економічна освіта, конкурентоспроможність.*

Statement of the problem. One of the actual problems of higher education including economic is the quality of training future professionals for the various sectors of the national economy.

It is no coincidence the National Doctrine of Education of Ukraine in the twentieth century "Concept of Development of Economic Education in Ukraine" (2004) and other official and regulatory documents it stressed that the current state of the economy needs to ensure continuity of economic education through the integration process, as in the "education-science-production" system, and in the system of international cooperation relationships. In this case it is indicated that the existing network of educational institutions that train economists, is influenced by prevailing market conditions, when for many non-economic profile universities it became a means of survival. This has led to an excess of economists of certain specializations and complexity of their employment.

The problem of excessive training is not entirely new and can be considered an objective phenomenon: the educational field should evolve faster than production, ensuring faster growth of knowledge itself turns to be factor of progress. In Ukraine the problem of excessive training is worsened by the lack of necessary structural reforms in the economy, leading to an increase in the imbalance between the increasing level of education and quality of jobs. In particular, according to state media of Statistic Service of Ukraine [1] for the 2000-2012 vocational schools trained only 3.2 million of skilled workers. Universities of III-IV accreditation levels trained more than 5 million specialists with basic and complete higher education. At the same time the number of employed professionals in positions that require complete higher education increased only by 0.35 million people, the number of workers of trade and services increased by 0.8 million people, and in other activities the number of skilled workers decreased by 1.4 million people and the number of employees of the easiest jobs increased by 1.2 million.

These statistics generally confirm the increased competition on the domestic labor market among graduates and including graduate of economic specialties and emphasized the presence of contradictions:

-between the growing level of demands of modern society to professional mobility experts on the economy and the lack of attention to the problem of formation in the educational process of higher education;

-between the need to capture a wide range of fundamental, professional and general economic knowledge, which would be able to provide professional mobility future graduates and lack of developed theoretical and applied bases of this process.

The need to solve the aforementioned problems led to research which is to identify the organizational and methodological principles of formation of professional mobility of students in the educational process in the context of economic universities to enhance their competitiveness.

Analysis of current research. First of all it is advisable to note the growing interest of many researchers, both domestic and foreign, to investigating the phenomenon of "professional mobility", which is often considered from the standpoint of sociology, psychology and pedagogies.

In particular, in sociology professional mobility is analyzed according to its main functions - economic and social.

The economic function of occupational mobility, contributes to the provision of economy by labor and increasing efficiency and is found in the process of moving between hierarchically and functionally organized elements of social structure (classes, sectors, groups and categories of people, positions (T. Zaslavsky, S. Makeev, Sorokin, J. Zajaczkowski etc.).

The social function of occupational mobility is realized through the improvement of social structure, creating conditions for the development of individual workers, more full satisfaction of their needs in employment. Other reasons to consider providing occupational mobility as one of the types of social mobility, which is a concept that phenomenon, to which a social practice and is associated with a holistic and continuous development (E - Lndzhyun Murphy, B. Podshivalkina, B. Townley, V Zanden, M. Mendenhall, G. Oddow, Peter Z. Berger, J. Meyer). In psychological research, professional mobility is considered as the level of psychological readiness and ability to successfully switch to another activity or change activities (M. Dyachenko, L. Kandybovych, A. Shelton); means of adapting the workforce that enhances its competitiveness (N. Muradian, I. Shpektorenko, D. Martens et al.); component of professional formation and personality development (E. Zeyer, G. Klimov, A. Goriunova, J. Atkinson, J. Piaget, E. Smit, D. Bem).

Among educational research professional mobility of the future specialist is considered as one of the dominant target of higher education that is integrative in nature (Alexander Nikitin, E. Ivanchenko, B. Lomov et al.); criterion of professional competence and the ability to find ways how to solve problems and perform unusual tasks (H.Arnolds, A.Shelton, J.Shpakina etc.); change in occupational status as a professional ability and willingness of the individual to work in conditions of dynamic changes in their own specialty (Yu.Bychenko, N.Kozhemyakina, O.Malygina, V.Bordovskyy, I.Homyuk etc.); the ability and willingness of the subject to master new technologies to obtain additional knowledge and skills to ensure the effectiveness of work (S.Vyshniakova, S.Vershlovskyy, I.Shpektorenko, N.Anisimov et al.).

Despite numerous researches related to the study of certain aspects of the professional mobility of students from universities in different areas of training, it should be noted insufficient attention of scientists to identify characteristics of the process of economic universities.

The purpose *of the study is to determine the organizational and methodological peculiarities of formation of professional mobility of students in economic universities.*

The main material. Conducted contextual analysis of the problem on higher economic education points to the need to create in the relevant university educational environment that would guarantee the future of professional training as a thinking, self- developing, competent, active, proactive, mobile personality, able to perceive, to understand, analyze, design, introduce new so that is to be competitive in the job market.

In this respect, it is advisable to emphasize that the process of training a competitive specialist is regulated by "Concept of economic education in Ukraine", state and industry standards of higher education, with clearly defined requirements that graduates must master.

In particular, for bachelors in the field of knowledge 0305 "Economics and entrepreneurship" it is indicated that basic social and humanities, natural sciences, general and vocational training is necessary, and special skills that are sufficient for self-fulfillment of mostly stereotypical, in some respect diagnostic problems, performing of economic calculation, preparation and processing of information upon which management decisions are made for a vector of economic activity [2].

However, the competitiveness of the specialist is not limited to the professional field, and is largely determined by his personal qualities, which, in turn, determine the level of future professional mobility of graduate of economic high school.

Occupational mobility is considered as integrative quality of the individual, which is a necessary condition for success in the competition and include professional competence and is found in the willingness and ability to change the future expert professional functions within a professional activity and master new specialties in terms of dynamically changing labor market.

Given the complexity of the phenomenon of "professional mobility" in its structure the following components can be identified: motivational, cognitive- operational, activity and regulatory components, each of which has two components: a general (not dependent on the direction of the training of students in high school) and specific that is caused by features of relevant disciplines.

In particular, the general component of the motivational components of professional mobility, stimulating cognitive activity should include such psychological formation as interest in the chosen profession; attempts to achieve success in learning, the overall orientation of students to the knowledge, the training activities for future professional activities, orientation of teaching and learning and professional interests; formation of cognitive demands as a call to activity; self-education and self-development, creativity, intellectual and emotional flexibility; readiness to accept, understand, process educational information and identification of initiative to its deep knowledge and others.

General cognitive component of the operational components of the studied occupational mobility is based on taking into account that at present, the role of intensive cognitive activity, which is considered the basic process of information society, and the existence of a unique way of future professional activity, creative and active. The latter implies the creation by university students of an individual basic knowledge of the various disciplines of training, mastery of general and specific skills that are the basis to perform certain work functions and development of the personality traits that ensure the implementation of activity- procedural course of cognitive functions, which in turn due to specific features of thinking and intellectual skills , the development of language and mental activity, potential for performance and monotonic hard - intensive activities and more.

The total part of activity component it is advisable to include those personality traits that contribute to its ability and possibility to get some experience through the implementation of themselves in various fields on the basis of a set of skills orientation in information flows, the possession of modern economic- mathematical methods and models in the analysis of statistical data; practical skills and communication skills in society, the ability to organize their activities and self- expression of an opinion.

The total part of regulatory component is closely linked to the problems of adaptation of students and their future self-realization in the learning process; analysis of the importance of motivation and achievement goals; changes in the conditions of professional activity; the ratio of future professional opportunities and external factors; mastering skills of introspection, self-esteem, self-diagnosis and reflection.

It is important to realize that despite the differences in the content and specificity of detection, all components of occupational mobility are dialectically related, and their formation will be effective if set of organizational and pedagogical conditions that most contribute to the subject-subjects relation between teacher and student in the educational space in high school is well defined. But this is possible only under the condition of adequate reflection of the realities of educational process: characteristics of faculty activities, willingness to cooperate in this direction, creative activity, his own position on the content of the program, strategy and tactics of teaching, practical areas of knowledge, implementation of structural and logical inter-subject and intra-subject linkages, activity of students, interaction between the individual and the collective, the specific phase of the study, its organizational forms and more.

Thus, the formation of professional mobility is not a closed circuit, it contains quite a dynamic program of action of the teacher and the student , taking into account the possible presence and activity levels of motivation of students to broaden the spectrum of competence profile, mastering system of universal professional techniques and skills to perform their application any problems in economic activities depending on the type of thinking (reproductive or productive), ability level , and other factors that affect the learning process.

In this context, particular importance is attached to Shifting the Focus of the training system as a whole in its structure, i.e., the specific subject areas , providing not only the content of the education of future professionals of university and determine range of vocational competency profile prominence general scientific competence as basic components by occupational mobility is occupied. The latter implies mastery of future economists of knowledge of mathematics and natural sciences, the humanities and the social and economic sciences, basic computer and linguistic skills, the ability to find and analyze information from various sources, the ability to understand and use new ideas, organize and plan work, use knowledge in practice, to adapt to new situations; knowledge of organizational and legal framework of its activities, and others.

In this context, particular importance is attached to identification and implementation of organizational and methodological features of the process of formation of professional mobility of future economists that takes into account psychological and pedagogical demands of teaching and learning of students of economic universities. Here we include the following:

- qualitative change of existing practices of teaching professionally-oriented courses in economic universities of the basic of establishing meaningful relationships and fundamental methodological and professionally-oriented courses, etc.;

- introduction to the learning process of new educational technologies based on student- centered approach to learning aimed at self-development, reflection, building a personal "I", decision-making and responsibility for their performance of them, self-actualization in their chosen field of activity, providing self-help "know how" of the individual student;

- dominance of innovative teaching, based on critical and logical understanding of specific situations, creating the conditions for mastering skills through intensive research by the application of mathematical methods of analysis, thought experiment, the methodology of creative activity, etc.;

- the application of information technology in teaching and studying fundamental disciplines, which with the appropriate methodological support, provides visibility, getting the required information for independent and individual work, solving problems of analytical research on the subject of tasks that simulate professional activities with the use of computers technology as a research tool , and so on;

- improving control system for the establishment of students level of mastery of relevant knowledge and skills as in fundamental, and professionally -oriented disciplines.

Conclusion. Summarizing the foregoing, it should be emphasized that the development of professional mobility as an integral part of the future competitiveness of specialist will provide an opportunity for each student to receive individual body of knowledge, including fundamental and relevant skills and their practical application will help in the future to build a personal, professional and social strategies of life according to their own beliefs and preferences.

1. Ukraine in Figures 2012. Statistical handbook / ed. O. Osaulenko. – Kyiv: State Statistics Service, 2013. – 249 p.

2. The concept of economic education in Ukraine. – Electronic Resource. Access: http://zakon.nau.ua/doc/?uid=1038.543.0

3. Nichuhovskaya L.I. Professional mobility of students of technical universities as a factor in increasing the competitiveness of future specialists // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations International collection of scientific works. – Donetsk: DonNU. – 2012. – Vol. 38. – P.7-12.

3. Nichuhovskaya L.I. Adaptive concept of mathematical education of university students and graduates competitiveness: methodology, theory and practice: a monograph. – Poltava PBB Start, 2008. – 153 p.

Резюме: **Ничуговская Л.И. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ МОБИЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ.** *В статье исследуются организационно-методические особенности процесса формирования профессиональной мобильности студентов в экономических университетах.*

Ключевые слова: *профессиональная мобильность, социальная мобильность, высшее экономическое образование, конкурентоспособность.*

Стаття надійшла до редакції 30.05.2013 р.

РОЛЬ МАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦКУРСІВ У ЗАБЕЗПЕЧЕННІ НАВЧАННЯ ПОЧАТКІВ МОДЕЛЮВАННЯ СТУДЕНТІВ-БІОФІЗИКІВ

О.В.Тимошенко,
канд. педагог. наук,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА,
e-mail: elenabiomk@mail.ru

Описуються математичні спецкурси, що відіграють важливу роль у забезпеченні навчання студентів початкам моделювання й формуванню їхніх дослідницьких умінь. Також запропонована організація навчання, що передбачає не лише індивідуальний підхід, але й сприяє формуванню і розвитку прийомів розв'язання професійно орієнтованих біологічних завдань різної складності, подальшому вдосконаленню навчання.

Ключові слова: *математичне моделювання, математичні спецкурси, формування дослідницьких умінь, професійно орієнтовані біологічні завдання.*

Постановка проблеми. На сучасному етапі розбудови вищої освіти відзначається необхідність удосконалення традиційних підходів до організації навчального процесу на основі створення методичних систем професійно орієнтованого навчання. Такий підхід має свої особливості, а саме: використання особистісно-орієнтованих технологій; поєднання та інтеграцію аудиторної та позааудиторної діяльності; розширення міжпредметних зв'язків та посилення прикладної спрямованості змісту навчання (І.І. Баврін [1], І.А. Зайцев [2], Л.О. Соколенко [7], А.В.Хуторський [10] та ін.). Якщо охарактеризувати відношення студентів-біофізиків до запровадження методичної системи професійно орієнтованого навчання, то треба відмітити, що у процесі роботи за цією системою спостерігається зростання інтересу студентів до розв'язування задач прикладного спрямування, зокрема біологічних, в порівнянні з теоретичними чи тренувальними математичними вправами, бо такі завдання демонструють можливості реалізації знань у життєвих ситуаціях, готують до вивчення професійно спрямованих дисциплін.

Деякі професійно орієнтовані завдання для студентів-біофізиків природно розглядати як моделі прикладних процесів, що допускають їх розв'язання із застосуванням ймовірносно-статистичного апарату [4, 5]. Тому введення спеціального курсу «Математичні моделі в біології» для студентів біологічних спеціальностей є повністю виправданим.

Метою даної роботи є *виявлення ролі спеціального курсу «Ймовірнісно-статистичні методи в біології» у забезпеченні навчання студентів-біофізиків початкам моделювання, формуванні в них дослідницьких умінь та описання організаційних форм навчання за цим спецкурсом.*

Виклад основного матеріалу. Існує ряд положень, зазначає Л.І.Нічуговська, пов'язаних з поняттям математичної моделі, а саме: схожість реального об'єкту і моделі; ідеалізація, схематизація цього об'єкту при переході до моделі; ігнорування властивостей об'єкту, які є неістотними для дослідження, що проводиться; фундаментальна роль гіпотез при побудові моделей одного і того ж об'єкту; вимога адекватності властивостей об'єкту, який досліджується і вимога простоти моделі; суперечність цих вимог, принципово наближений характер моделі [6]. Успішність роботи з математичного моделювання залежить від уміння враховувати вказані вище положення, а також наступні елементи математичного моделювання:

1) заміна початкових термінів вибраними математичними еквівалентами;

2) оцінка повноти початкових даних і

введення при необхідності відсутніх числових даних;

3) вибір точності числових значень, відповідних змісту задачі;

4) виявлення можливості здобуття даних для розв'язання завдання на практиці.

Тому не менш важливою метою навчання студентів-біофізиків є формування:

1) правильного розуміння особливостей відображення математикою явищ навколишнього світу;

2) уміння будувати прості математичні моделі реальних явищ і процесів;

3) уміння застосовувати математичний апарат для розв'язання біологічних проблем.

Найбільш складним підходом для розуміння і використання студентами-біофізіками є застосування до розв'язання задач ймовірносно-статистичного підходу, який реалізований в курсі «Математичні моделі в біології».

Під час навчання студентів-біофізиків деякі ймовірнісні моделі реальних прикладних процесів доцільно розглядати у вигляді професійно орієнтованих задач. Розв'язання таких задач сприяє кращому розумінню теоретичних положень, активізації розумової діяльності, проте вимагає умінь використання як загальних (евристичних) прийомів (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, систематизація, конкретизація, абстрагування тощо), так і спеціальних евристик (моделюй, намалюй картинку, досліджуй по частинах тощо). Необхідно ставити студента в ситуацію, що вимагає формалізації прикладної ситуації і інтерпретації математичних понять і тверджень в термінах, що відповідають біології [7, 8]. При цьому доцільне обговорення питань, пов'язаних з дослідженням даної моделі:

- питання про існування розв'язків;
- питання про єдиність розв'язку; пошук умов, що забезпечують єдиність розв'язку;
- як впливає на розв'язок зміна тих або інших параметрів моделі; дослідження моделі на стійкість;
- виявлення, залежно від параметрів, змістовних властивостей і особливостей моделі і її розв'язків (екстремуми, області монотонності, симетрія, обмеженість і таке інше);
- дослідження граничної поведінки моделі при граничній зміні її параметрів;
- питання спрощення моделі;
- вибір оптимального розв'язання [3].

Наведемо приклад біологічної задачі, розв'язування якої вимагає застосування ймовірносно-статистичного апарату. Розгляд такої задачі дозволяє розвивати вміння моделювати реальні процеси оточуючого світу, тобто формує дослідницькі вміння майбутнього фахівця в області біології.

***Задача**. В результаті екологічної інспекції зафіксований факт викиду в водоймище забруднених витоків. Відомо, що потенційними джерелами забруднення можуть бути два підприємства, причому статистика екологічних порушень свідчить:*

1) перше підприємство робить викиди забруднених витоків у водоймище в середньому в 9 разів частіше, ніж друге;

2) в середньому в 15% витоків першого і в 92% витоків другого підприємства рівень ртуті перебільшує гранично допустиму концентрацію (ГДК).

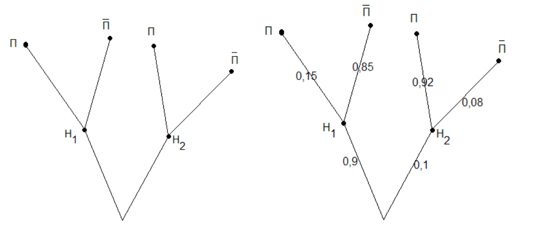
Визначити, якому підприємству може належати виявлений викид, якщо взята проба показала перебільшення ГДК ртуті.

Побудову моделі почнемо з формалізації задачі (перекладу її на мову математики) та з аналізу основних припущень умови завдання.

Нехай подія H_1 – полягає в тому, що викид зроблено першим підприємством; H_2 – викид зроблено відповідно другим підприємством. Позначимо через $П$ – подію, яка полягає в тому, що у забруднених витоках рівень ртуті перевищує ГДК, а через $\overline{П}$ – відповідно протилежну подію, тобто що у забруднених витоках рівень ртуті не перевищує ГДК.

Побудуємо схему задачі. Оскільки статистика спостережень свідчить, що перше підприємство робить викиди в середньому в 9 разів частіше, ніж друге, то наше перше припущення полягає в тому, що ми будемо вважати, що ймовірності подій H_1 і H_2 дорівнюють відповідно $P(H_1)=0,9$, та $P(H_2)=0,1$. Також виходячи зі статистики спостережень, можемо зробити друге припущення, а саме: $P(П/H_1)=0,15$,

$P(\overline{П}/H_1)=0,85$, $P(П/H_2)=0,92$, $P(\overline{П}/H_2)=0,85$. Таким чином, схема задачі буде мати наступний вигляд.



Оскільки тільки два підприємства роблять викиди у водоймище, то будуємо дві гіпотези, які співпадають з раніше описаними подіями H_1 і H_2.

Для визначення того, якому з підприємств належить шкідливий викид, обчислимо наступні умовні ймовірності: $P(H_1/П)$ та $P(H_2/П)$.

Скористуємося формулою Байєса: $P(H_1/П)=\dfrac{P(П/H_1)\cdot P(H_1)}{P(П)}$, аналогічно, $P(H_2/П)=\dfrac{P(П/H_2)\cdot P(H_2)}{P(П)}$.

Ймовірність $P(П)$ події $П$ знайдемо за формулою повної ймовірності, скориставшись схемою задачі:

$$P(П)=P(П/H_1)\cdot P(H_1)+P(П/H_2)\cdot P(H_2)$$

Після розрахунків отримуємо:

$$P(H_1/П)=\frac{0,9\cdot 0,15}{0,9\cdot 0,15+0,1\cdot 0,92}\approx 0,595,$$

$$P(H_2/П)=\frac{0,1\cdot 0,92}{0,9\cdot 0,15+0,1\ 0,92}\approx 0,405 .$$

Так як $P(H_1/П)>P(H_2/П)$, то з більшою ймовірністю можна стверджувати, що викид забруднених витоків належить першому підприємству, тобто екологічна інспекція має розпочати перевірку саме з нього.

Якісна підготовка студентів-біофізиків вимагає цілого банку професійно орієнтованих задач. Для створення систем таких задач було проаналізовано і структуровано зміст математичних дисциплін.

Аналіз навчально-методичної і наукової літератури показав, що завдання, які приводяться більшістю авторів, охоплюють в основному лише розділи курсу статистики. В той же час розділи, що відносяться до курсу теорії ймовірності, на поняттях яких базуються поняття статистики, містять обмежену кількість завдань біологічного змісту. Для створення систем завдань, що сприяють розвитку дослідницьких умінь, були застосовані: метод варіації і морфологічний метод конструювання завдань [9].

Наведемо приклад нових завдань, які побудовані за допомогою даних методів. Початковою задачею була наступна:

Задача. *В інфекційному відділенні 20 хворих на дифтерією, 6 хворих на паротит і 4 хворих на кір. Ймовірність швидкого одужання для хворого на дифтерію – 0,9, для хворого на паротит – 0,8 і для хворого на кір – 0,75. Знайти ймовірність того, що хворий, що вибраний навмання, швидко одужає?*

Дана задача допускає можливість варіації питання.

Наприклад, в інфекційному відділенні 20 хворих на дифтерію, 6 хворих на паротит і 4 хворих на кір. Ймовірність швидкого одужання для хворого на дифтерію – 0,9, для хворого на паротит – 0,8 і для хворого на кір – 0,75. Знайти ймовірність того, що хворий, що вибраний навмання, буде одужувати повільно?

Модифікація умови задачі дає можливість знов варіювати постановку питання. Наприклад:

а) знайти ймовірність того, що хворий, який швидко одужав і якого було вибрано навмання, був хворий на дифтерію;

б) знайти ймовірність того, що хворий, який швидко одужав і якого було вибрано навмання, був хворий на паротит;

в) знайти ймовірність того, що хворий, який швидко одужав і якого було вибрано навмання, був хворий на кір;

г) знайти ймовірність того, що хворий, який повільно одужав і якого було вибрано навмання, був хворий на дифтерію;

д) знайти ймовірність того, що хворий, який повільно одужав і якого було вибрано навмання, був хворий на паротит;

е) знайти ймовірність того, що хворий, який повільно одужав і якого було вибрано навмання, був хворий на кір.

Отримані таким чином задачі є подібними, і тому можуть бути включені у зміст практичних, контрольних і індивідуальних завдань, забезпечуючи різноманітність варіантів.

Завдання, що складають систему, спрямовані на формування і розвиток багатьох дослідницьких прийомів. Проте, модифікуючи завдання, можна робити упор на той або інший прийом.

Розглянемо задачу.

Задача. *У деякому колективі чоловіків і жінок порівну. Серед чоловіків тих, що палять - 30%, серед жінок тих, що палять - 10%. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана особа палить.*

Для розв'язання даного завдання використовуються не лише загальні, але й спеціальні евристичні прийоми, такі як «моделюй», «намалюй картинку», «досліджуй по частинах» [223].

Модифікуємо задачу. У деякому колективі чоловіків і жінок порівну. Серед чоловіків тих, що палять - 30%, серед жінок тих, що палять - 10%. Навмання вибрана особа палить. Знайти ймовірність того, що нею є чоловік.

Така модифікація спрямована на формування евристики «досліджуй по частинах».

Наступна модифікація. У деякому колективі чоловіків і жінок порівну. Серед чоловіків тих, що палять - 30%, серед жінок тих, що палять - 10%. Навмання вибрана особа палить. Що ймовірніше, що це чоловік, чи що це – жінка?

Ця модифікація спрямована ще й на евристику «порівнюй».

Продовжуючи модифікацію, отримуємо наступну задачу. У деякому колективі чоловіків і жінок порівну. Серед чоловіків тих, що палять – 30%, серед жінок тих, що палять – 10%. Статистика свідчить, що курці беруть лікарняний в середньому в два рази частіше, ніж ті, хто не палять. Відомо, що хтось із співробітників знаходиться на лікарняному. Яка ймовірність того, що це чоловік, який палить?

Така задача спрямована на евристику «узагальнюй».

Добравши такими прийомами достатню кількість навчальних задач за різними темами курсу і об'єднавши їх в системи, можна організувати процес навчання розв'язанню професійно орієнтованих задач, що допускають застосування ймовірнісного апарату.

Задачі мають бути сформульовані так, щоб їх розв'язання вимагало використання певних розумових прийомів, сприяло кращому розумінню теоретичних положень, активізації розумової діяльності студентів, що є передумовою формування дослідницьких умінь.

Форми організації навчання можуть бути вибрані таким чином: після прослуховування лекційного матеріалу і проведення практичного заняття, на якому розв'язуються задачі біологічного змісту, відпрацьовуються основні теоретичні факти, визначення понять і теореми, студентам групи на початку заняття пропонується набір задач за відповідною темою, і вони самостійно їх розв'язують. Викладач при цьому перевіряє і консультує кожного студента окремо. Дана форма організації практичного заняття передбачає індивідуальний підхід до кожного студента, дозволяє пропонувати сильнішим з них завдання підвищеної складності.

Оскільки контроль успішності є невід'ємною частиною навчального процесу та сприяє успішній самостійній роботі студентів, то для його організації ми обрали професійно-орієнтовані тестові завдання та використали тестову оболонку, що є в наявності. Вона випадково генерує кожному студенту індивідуальний набір тестових завдань потрібної складності за кожною темою. Цей набір включає питання, як теоретичного характеру, так и завдання на відпрацьовування базових умінь, а також професійно орієнтовані завдання різного рівня складності. Після виконання всіх завдань тесту на екран виводиться кількість балів, що набрав студент.

Після закінчення тестування проходить підведення підсумків роботи і обговорення питань, що виникли. Така робота значно активізує роботу кожного студента. Всі вони можуть переглянути ті завдання, в яких було допущено помилку, та відразу ж отримати консультацію з тих завдань, які не зрозуміли або ж розв'язали з помилкою. Тобто, відразу ж з'ясовуються і ліквідовуються прогалини в знаннях.

Апробація запропонованої технології

навчання проводилася на кафедрі біофізики Донецького національного університету в групах студентів спеціальності «Біофізика».

Одним з позитивних чинників виявилося підвищення інтересу до навчального матеріалу, більш усвідомлене засвоєння основних понять курсу, підвищення інтересу до математичного моделювання реальних біологічних процесів, бажання самостійно засвоювати матеріал, знаходити міжпредметні зв'язки, формулювати завдання і цілі досліджень. Слід зазначити також активізацію спільної роботи і взаємодопомоги студентів шляхом обговорення задач, які викликали особливий інтерес або труднощі в розв’язанні, і подальшої роботи для ліквідації прогалин в знаннях.

Для з'ясування відношення студентів до такої організації роботи за спецкурсом було проведено анкетування. Воно з'ясувало, що, на думку студентів, за рахунок розв’язання професійно-орієнтованих завдань даний спецкурс є дуже корисним для становлення їх, як майбутніх фахівців, змінює їхнє відношення до фундаментальних дисциплін, що вивчалися на першому курсі.

Висновки. На наш погляд, математичні спецкурси відіграють важливу роль у забезпеченні навчання студентів початкам моделювання та формуванні їхніх дослідницьких умінь, а запропонована організація навчання передбачає не лише індивідуальний підхід, але й сприяє формуванню і розвитку прийомів розв’язання професійно орієнтованих біологічних задач різної складності, більш активному залученню студентів до обговорення нового матеріалу на лекціях, що в свою чергу сприяє поповненню банку професійно орієнтованих завдань і подальшому вдосконаленню навчання.

1. Баврин И.И. Высшая математика: Учебное пособие для студентов химико-биологического факультета пединститутов / И.И.Баврин. – М.: Просвещение, 1980. – 237 с.

2. Зайцев И.А. Высшая математика: Учебник для некоторых специальностей с.-х. вузов / И.А.Зайцев. – М.: Высшая школа, 1991. – 400 с.

3. Карлащук А.Ю. Формирование исследовательских умений школьников в процес се решения математических задач с параметрами: Дис. ... канд. пед. наук:13.00.02/ Карлащук Анжеліка Юрієвна. – Донецк, 2001. – 242 с.

4. Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях / Дж.Марри. – М.: Мир, 1983. – 397 с.

5. Методы математической биологии. Методы синтеза алгебраических и вероятностных моделей биологических систем: кн. 2. – К.: Вища школа, 1981. – 312 с.

6. Нічуговська Л.І. Математичне моделювання в системі економічної освіти: Монографія / Л.І.Нічуговська. – Полтава РВВ ПУСКУ, 2003. – 289 с.

7. Соколенко Л.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум: навч. посібник / Л.О.Соколенко, Л.Г.Філон, В.О.Швець. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2010. – 128 с.

8. Соколенко Л.О. Математичне моделювання біологічних, хімічних, медичних процесів і явищ у класах природничого профілю / Л.О.Соколенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2006. – Вип. 25. – С. 99–105.

9. Хорольська О.В. Морфологічне конструювання та оптимізація тестових завдань / О.В.Хорольська, Є.В.Єрьоменко, К.Б.Філахтов // Тези доп. IV Міжвузівська наук.-практ. конф. "Нові інформаційні технології в навчальному процесі загальноосвітньої школи та вузу" (Київ, 15-18 листопада 1995 р.). – Київ, 1995. – С.99-100.

10. Хуторской А.В. Современная дидактика: Учебник для вузов / А.В.Хуторской. – СПб: Питер, 2001. – 544 с.

Резюме. **Тимошенко Е.В. РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦКУРСОВ В ОБЕСПЕЧЕНИИ ОБУЧЕНИЯ НАЧАЛАМ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТУДЕНТОВ-БИОФИЗИКОВ.** *В статье описываются математические спецкурсы, играющие важную роль в обеспечении обучения студентов началам моделирования и формирования их исследовательских умений. Также предложена организация обучения, которая предусматривает не только индивидуальный подход, но и способствует формированию и развитию приемов решения профессионально-ориентированных биологических задач различной сложности, дальнейшему совершенствованию обучения.*

Ключевые слова: *математическое моделирование, математические спецкурсы, формирование исследовательских умений, профессионально-ориентированные биологические задачи.*

Abstract. **Tymoshenko E. THE ROLE OF MATHEMATICAL SPECIAL COURSES IN PROVIDING MODELLING LEARNING PROCESS BASIS FOR STUDENTS-BIOPHYSICISTS.** *This work purpose is to identify the role of the "Probabilistic and statistical methods in biology" special course in providing modelling learning process basis for students-biophysicists and their research skills formation, as well as to describe the learning organizational forms.*

It is proved that some probability models of real application processes is appropriate to consider as professionally oriented tasks during students' biophysicists learning. Such problems solution contributes to the better understanding of theoretical positions, to the mental activity intensification, but requires the skills of using both a general heuristic techniques, and also specific heuristics. The author insists that the student must be placed in a situation that requires the application problem formalization and the mathematical concepts and statements interpretation in the terms of biology. The article provides the biological problems examples, which solving requires the probability and statistical instrument using.

The author describes the variation method and the morphological method of construction problems that were used to create problems' systems facilitating the research skills development. The author also gives examples of new problems that are built by means of these methods and constitute the system directed at many research techniques formation and development.

This paper describes the organization and success learning control forms, the results of learning are adduce. More deliberate understanding of the course basic concepts, increasing students' interest to the mathematical modelling are noted in the article.

Key words: *mathematical modelling, mathematical special courses, research skills formation, professionally oriented biological problems.*

References

1. Bavrin I.I. Higher Mathematics: Textbook for students of chemical and biological faculty of pedagogical institutes / I.I.Bavrin. – M.: Prosvescheniye, 1980. – 237 p.

2. Zaitsev I.A. Higher Mathematics: Textbook for some agricultural specialties of farm universities / I.A.Zaytsev. – Moscow: Vyshaya shkola, 1991. – 400 p.

3. Karlaschuk A.Y. Formation of research abilities of schoolchildren in the process solving mathematical problems with the parameters: Dis. ... cand. ped. sciences: 13.00.02 / Karlaschuk Anzhelika Yuryevna. – Donetsk, 2001. – 242 p.

4. Marri J. Nonlinear differential equations in biology. Lectures about models / J.Marri. – M: Mir, 1983. – 397 p.

5. Methods of Mathematical Biology. Methods for the synthesis of algebraic and probabilistic models of biological systems: Book 2. – K.: Vysha shkola, 1981. – 312 p.

6. Nichuhovska L.I. Mathematical modeling in economic education system: Monograph / L.I.Nichuhovska. – Poltava RVV PUSKU, 2003. – 289 p.

7. Sokolenko L.A. Applied problems of natural character in the course of algebra and basis of analyses: Schoolbook / L.O. Sokolenko, L.G. Philon, V.O. Shvets. – K.: NPU imeni M.P. Dragomanova, 2010. – 128 p.

8. Sokolenko L.A. Mathematical modeling of biological, chemical, medical processes and phenomena in the natural profile classes / L.O.Sokolenko // Didactics of mathematics: Problems and Investigations: Internat. collection of Scientific works. – Donetsk: Donetsk National University, 2006. – Vol. 25. – P.99-105.

9. Horolska O.V. Morphological design and optimization of test problems / O.V.Horolska, Ye.V.Yeromenko, K.B.Filahtov // Proceedings ext. IV Interuniversity scientific-practical. conf. "New information technologies in the education of secondary school and university" (Kyiv, 15-18 November 1995). – Kyiv, 1995. – P.99-100.

10. Hutorskoy A.V. Modern didactics: Textbook for Universities / A.V.Hutorskoy. – St. Petersburg: Piter, 2001. – 544 p.

Стаття представлена професором В.О.Швецем.
Надійшла до редакції 18.08.2013 р.

ОКРЕМІ АСПЕКТИ ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ФАХІВЦІВ З ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ

Ю.М.Ткач,
канд. педагог. наук, доцент,
Чернігівський державний технологічний університет,
м. Чернігів, УКРАЇНА,
e-mail: tkachym@mail.ru

Проаналізовано складові елементи поняття «інформаційно-аналітична діяльність» та запропоновано власне тлумачення поняття. Виділено етапи та сформульовано принципи здійснення інформаційно-аналітичної діяльності.

***Ключові слова**: інформаційно-аналітична діяльність, використання ІКТ у навчанні математики.*

Постановка проблеми. Динамічність процесу зростання та зміни наукомістких технологій, посилення інформаційної насиченості професійного середовища, активне впровадження нових інформаційно-комунікаційних технологій у всіх галузях діяльності людини здійснює безпосередній вплив на організацію, цілі та зміст підготовки майбутніх фахівців у вищому навчальному закладі.

На сучасному етапі посилюється роль математики як однієї з дисциплін фундаментальної підготовки у вищому навчальному закладі. Ця тенденція пов’язана із інтенсивним застосуванням математичних методів у різних науках, не виняток і сфера інформаційної безпеки.

Підготовка висококваліфікованих, конкурентноспроможних на ринку праці фахівців із захисту та управління інформаційною безпекою залежить від багатьох факторів, у тому числі і від якості математичної освіти. Інформаційно-аналітична діяльність є складовою підготовки фахівців з інформаційної безпеки, а тому повинна стати і невід’ємною частиною математичної освіти у вузі.

Аналіз актуальних досліджень. Дослідження різноманітних аспектів інформаційно-аналітичної діяльності здійснювали Т.В.Абрамова, С.С.Алдишев, В.П.Александрова, А.А.Атаян, С.Ф.Багаундінова, Т.В.Вдовіна, А.В.Горячов, Р.О.Гуревич, М.І.Жалдак, О.П.Значенко, В.Г.Кальченко, Н.В.Кисіль, В.І.Клочко, Н.В.Морзе, С.Ю.Нікіфорова, О.В.Пархоменко, С.А.Раков, М.В.Селіна, В.А.Сластьонін та ін. Зазначені вище науковці та багато інших вивчали питання пов’язані із аналітичними вміннями, аналітичною діяльністю, інформаційно-аналітичним забезпеченням, інформаційною культурою, інформаційною грамотністю тощо. Разом з тим, питання інформаційно-аналітичної діяльності у процесі навчання математики фахівців з інформаційної безпеки залишається досі недостатньо дослідженим.

Метою статті є розкриття суті інформаційно-аналітичної діяльності та висвітлити окремі аспекти цієї діяльності на заняттях з математики студентів напряму підготовки 1701 «Інформаційна безпека».

Виклад основного матеріалу. Сьогодні інформаційно-аналітична діяльність стає невід’ємною складовою діяльності органів державної влади та органів місцевого самоврядування, організацій, установ і підприємств усіх форм власності оскільки обґрунтовані прогнози різних ситуацій, які здійснюються на аналізі інформації, є необхідними для ведення успішної будь-якої діяльності. Після прийняття Верховною Радою України Закону України «Про захист персональних даних» (1 червня 2010 р.) фахівці з інформаційної безпеки стали дуже запитані на ринку праці.

На нашу думку, запорукою вдалого навчання у вузі студентів галузі знань 1701 «Інформаційна безпека» та їх успішної подальшої професійної діяльності є навчання студентів цього напряму підготовки здійсненню інформаційно-аналітичної діяльності. Починати формування відповідних умінь та навичок у студентів треба з перших років навчання. Оскільки математика є однією з фундаментальних дисциплін та вивчається на першому та другому курсах, то саме математика має відіграти вагому роль у навчанні майбутніх фахівців з інформаційної безпеки здійсненню інформаційно-аналітичної діяльності.

Розкриємо зміст поняття «інформаційно-аналітична діяльність» студентів у вищому навчальному закладі через тлумачення його складових елементів.

Інформація – це нові знання, які отримує споживач (суб'єкт) у результаті сприйняття і переробки певних відомостей [7].

Інформаційна – означає відношення до інформації як до ресурсу, оволодіння всім арсеналом засобів отримання, передачі, накопичення, зберігання, обробки та видачі інформації споживачу [3].

У широкому розумінні інформація - нові відомості про навколишній світ, одержувані в результаті взаємодії з ним [4] .

У Великому тлумачному словнику «аналітичний» трактується як такий, що містить аналіз, детальний розбір чого-небудь. У свою чергу «аналіз» – метод наукового дослідження предметів, явищ та ін. шляхом розкладу, розчленування їх у думці на складові частини [2].

Змістовим ядром терміну «аналітична» є аналітика. Аналітика – основа інтелектуальної, логіко-мисленевої діяльності, спрямованої на рішення практичних завдань. У її основі лежить не стільки принцип констатації фактів, скільки принцип «випередження подій», що дозволяє організації або індивідові прогнозувати майбутній стан об'єкту аналізу [1].

Діяльність – це процес взаємодії людини з довкіллям, завдяки чому вона досягає свідомо поставленої мети, яка виникла внаслідок появи потреби [5].

Щодо самого поняття «*інформаційно-аналітична діяльність»,* то різні автори дають різні тлумачення. Наприклад, інформаційно-аналітична діяльність – це процес семантичної обробки даних, у результаті якого розрізнені дні перетворюються у закінчену інформаційну продукцію, тобто стають аналітичним документом [9].

Інформаційно-аналітична діяльність – це особливий напрям інформаційної діяльності, пов'язаний з виявленням, опрацюванням, збереженням та поширенням інформації переважно у сфері управлінської, політичної та економічної діяльності [11].

Інформаційно-аналітична діяльність – сукупність дій та заходів з метою обґрунтування прийняття рішень на основі методів і засобів збирання, обробки та аналізу даних на основі інформаційних технологій [10].

Інформаційно-аналітична діяльність – це сукупність технологій, методів збирання та обробки інформації, що характеризує об’єкт управлінського впливу (соціальні, політичні, економічні й інші процеси), специфічних прийомів їх діагностики, аналізу й синтезу, а також оцінки наслідків прийняття політичних рішень [6, с. 300]. Заслуговує на увагу розгляд цими науковцями аналізу в його нерозривній єдності з синтезом, оскільки саме на такій методології ґрунтується будь-який аналітичний документ.

Жодне з наведених означень, на нашу думку, не розкриває суті інформаційно-аналітичної діяльності студентів у вищому навчальному закладі.

Враховуючи тлумачення складових елементів поняття ми пропонуємо наступне означення, *інформаційно-аналітична діяльність студентів вузу – це процес збору, накопичення, обробки та аналізу даних із застосуванням інформаційно-комунікаційних технологій, у результаті якого формуються нові знання та формулюються висновки.*

Ми поділяємо думку О.І.Скафи [12], що інформаційно-аналітична діяльність розкривається через розуміння складових «інформаційні вміння» та «аналітичні вміння». При цьому інформаційні уміння є основою для аналітичних.

О.П.Кошова [8] стверджує, що інформаційні уміння дозволяють орієнтуватися студентам у інформаційному просторі, передбачаючи при цьому опанування основами роботи із джерелами інформації (підручниками, посібниками, періодичними виданнями, Інтернет-ресурсами, а також навичками роботи на персональному комп'ютері, а аналітичні – дозволяють зробити необхідні висновки із отриманих даних.

Е.С.Гайдамак [3] запропонував алгоритм процесу інформаційно-аналітичної діяльності спеціаліста у галузі освіти:

1) визначення об'єкта, предмета та проблеми аналізу;
2) побудова ідеальної моделі об'єкта та предмету;
3) збір інформації;
4) оцінка фактографічного матеріалу;
5) розкриття значення фактів;
6) побудова гіпотези;
7) вибір виду аналізу;
8) вибір або розробка методів аналізу;
9) доведення;
10) формулювання аналітичних висновків;
11) достовірний та ясний виклад результатів дослідження.

Інформаційно-аналітичної діяльності студентів на заняттях з математики, на нашу думку, має складатись з таких основних етапів:

1) *організаційний* – ознайомлення із проблемою дослідження (з умовою задачі);
2) *інформаційний* – пошук, збирання, зберігання інформації (створення емпіричної бази щодо проблеми дослідження);
3) *аналітичний* – аналіз наявної інформації, складання ідеальної моделі задач, добір методів, засобів прийомів та технологій для дослідження та розв'язання окресленої проблеми;
4) *підсумковий* – інтерпретація отриманих результатів, формулювання висновків, пропозицій, прогнозів.

Процес інформаційно-аналітичної роботи має ітераційний характер, тобто з наступних стадій може бути повернення до попередніх.

У результаті інформаційно-аналітичної діяльності, побудованої таким чином, на заняттях з математики студенти отримують нові знання, досвід роботи із значними обсягами інформації, у них формуються нові або удосконалюють вже сформовані навички роботи із сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями, а також підвищується вмотивованість до вивчення математики.

Проілюструємо здійснення інформаційно-аналітичної діяльності на заняттях з математики на прикладі розв'язування задачі.

Приклад. На ринку функціонують три фабрики A_1, A_2, A_3, виробничі потужності яких відповідно становлять 150, 50 та 100 тис. од. продукції щотижня. Існує чотири споживачі продукції, що виготовляють фабрики, B_1, B_2, B_3, B_4, яким потрібно щотижня відповідно 110, 40, 60 та 90 тис. од. продукції. Вартість виробництва та транспортування 1 од. продукції споживачам з кожної фабрики наведена нижче (в ум. од.):

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Визначити для кожної фабрики оптимальний план перевезення продукції до споживачів, що мінімізує загальну вартість виробництва і транспортних послуг.

Цей приклад є транспортною задачею. Розв'язування транспортних задач вручну забирає багато часу, містить громіздкі обчислення та є досить складним. Тому для розв'язання запропонованої задачі доцільно запропонувати студентам використати інформаційно-комунікаційні технології, наприклад, табличний редактор Microsoft Excel.

Спочатку умову задачі варто записати у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1

Вхідні дані

Фабрики	*Споживачі*				*Запаси*
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	4	3	2	5	150
A_2	5	3	1	2	50
A_3	3	1	4	2	100
Потреби	110	40	60	90	

Потім треба пересвідчитись, що умова задачі є збалансованою, тобто закритою. Для цього знаходять суму запасів та суму потреб і якщо вони рівні, то задача закрита: $\left(\sum_{i=1}^{3} a_i = \sum_{j=1}^{4} b_j = 300\right)$. У нас задана закрита задача. Тому можемо продовжити розв'язання.

Складемо математичну модель задачі враховуючи те, що:

- уся вироблена на фабриках продукція має вивозитися до споживачів повністю

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 150, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 50, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 100. \end{cases}$$

- уся продукція, що постачається споживачам, має повністю задовольняти попит

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 110, \\ x_{12} + x_{22} + x_{23} = 40, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 60, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 90. \end{cases}$$

Загальні витрати на виробництво і транспортування продукції визначаються як сума добутків обсягу перевезеної продукції та вартості перевезень за відповідним маршрутом. При цьому ці витрати мають бути мінімальними. Тобто

$$Z = 4x_{11} + 3x_{12} + 2x_{13} + 5x_{14} + 5x_{21} + 3x_{22} + x_{23} + 2x_{24} + + 3x_{31} + x_{32} + 4x_{33} + 2x_{34} \to min$$

Занесемо відповідним чином необхідні дані до комірок в табличному редакторі Microsoft Excel (рис. 1).

Потім відкриваємо вікно «Поиск решения». Значення, які потрібно ввести безпосередньо у вікні «Поиск решения», вказані на рис. 2.

Ввівши всі необхідні вхідні дані виберемо параметр пошуку розв'язку (рис. 3).

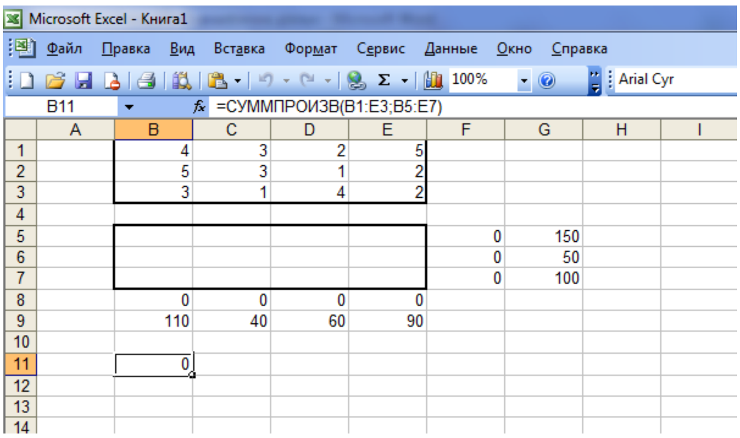


Рис. 1. Вхідні дані

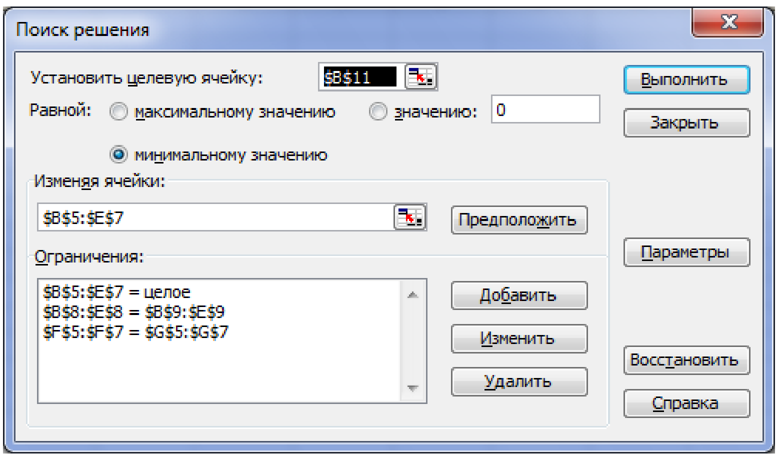


Рис. 2. Вікно «Поиск решения»

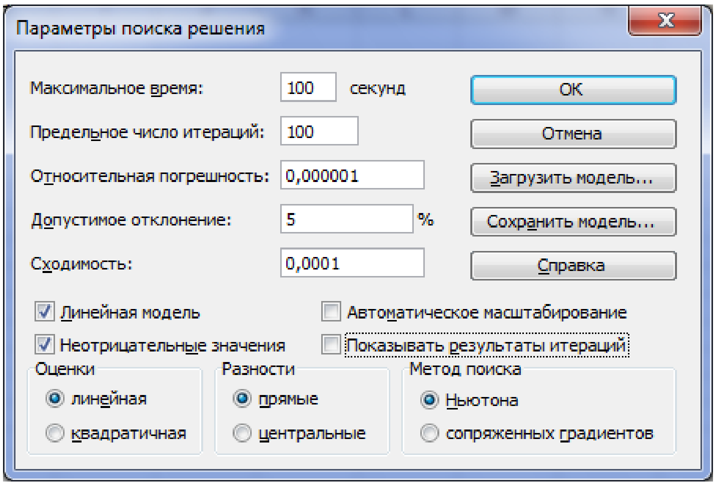


Рис.3. Вікно «Параметры поиска решения»

Після позначення всіх необхідних параметрів треба клацнути «ОК». Заповнивши всі необхідні дані і натиснувши на кнопку "Выполнить", отримуємо розв'язок завдання (рис. 4).

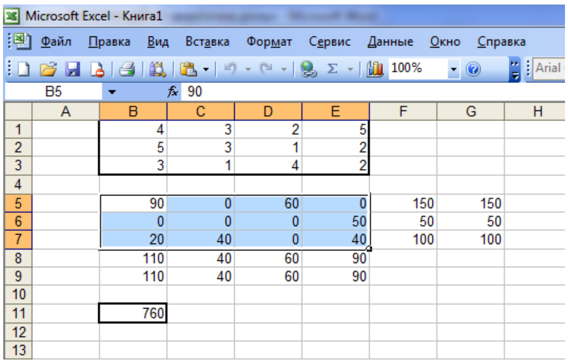


Рис. 4. Розв'язок задачі

У комірках, що виділені синім кольором, отриманий оптимальний розв'язок транспортної задачі. У комірці *B11* знаходимо мінімальне значення цільової функції: $F_{\min} = 760$.

Отримавши розв'язок задачі обов'язково треба зробити висновки та інтерпретувати отримані значення.

Отже, якщо перша фабрика постачатиме 90 тис. од. своєї продукції першому споживачу і 60 тис. од. – третьому; друга фабрика відвезе всю свою продукцію четвертому споживачу (50 тис. од.); третя фабрика поділить вироблену нею продукцію так: 20 тис. од. – першому споживачу, 40 тис. од. – другому споживачу, 40 тис. од. – четвертому споживачу, то у результаті загальні витрати на виробництво і транспортування продукції становитимуть будуть мінімальними с становитимуть 760 ум.од.

Зауважимо, що під час здійснення інформаційно-аналітичної діяльності треба дотримуватись наступних принципів:

1) актуальність – відповідність потребам сьогодення,

2) своєчасність – вчасне отримання, обробка та аналіз інформації,

3) цілеспрямованість – орієнтація на досягнення поставленої мети,

4) системність – комплексний підхід до аналізу проблеми дослідження,

5) достовірність – правильний добір фактів, виділення найбільш важливих моментів, глибоке розуміння дійсності, наближення фактів, висновків, коментарів, прогнозів до дійсного розвитку подій.

6) об'єктивність – неупереджене ставлення до дослідження та його результатів,

7) повнота – використання всієї наявної інформації, що стосується проблеми дослідження,

8) неперервність – постійний моніторинг інформації щодо проблеми дослідження,

9) гнучкість – швидка адаптація до умов, що змінюються,

10) обґрунтованість – отримання аргументованих результатів,

11) чіткість викладу висновків - аналітичний матеріал повинен бути написаний просто, доступно, ілюстрований схемами, таблицями, графіками тощо.

Висновки. Сучасне суспільство все більше набуває рис інформаційного. Інформаційно-аналітична діяльність стала необхідною умовою його життєдіяльності. Надзвичайно важливою є ця діяльність для майбутніх фахівців з інформаційної безпеки, оскільки вся їх подальша професійна діяльність буде полягати в отриманні, передачі, накопиченні, зберіганні, обробці, видачі, захисті та аналізі інформації. Ми вважаємо, що математика має потужний потенціал для формування відповідних умінь та навичок у студентів.

1. *Аналітика // Вікіпедія / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://uk.wikipedia. – назва з екрану.*
2. *Великий тлумачний словник сучасної української мови (з дод. і допов.) / Уклад. і голов. ред. В.Т. Бусел. – К.; Ірпінь: ВТФ «Перун», 2005. – 1728 с.*
3. *Гайдамак Е.С. Информационно-аналитическая деятельность специалиста в области образования / Е.С.Гайдамак // Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета». – Вып. 2006. – www.omsk.edu.*
4. *Гончаренко С. Український педагогічний словник / Гончаренко С. – К.: Либідь. – 376 с.*
5. *Діяльність // Вікіпедія / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://uk.wikipedia.org / wiki. – назва з екрану.*
6. *Енциклопедичний словник з державного управління / [уклад.: Ю.П.Сурмін, В.Д.Бакуменко, А.М.Михненко та ін.]; за ред. Ю. В. Ковбасюка, В. П. Трощинського, Ю.П.Сурміна. – К.: НАДУ, 2010. – 820 с.*
7. *Інформація // Вікіпедія / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://uk.wikipedia.org/wiki. – назва з екрану.*
8. *Кошова О.П. Деякі особливості формування інформаційно-аналітичних умінь студентів економічних спеціальностей / О.П.Кошова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2007. – Вип. 28. – С. 79–82.*
9. *Кузнєцов И.Н. Учебник по информационно-аналитической работе / И.Н.Кузнецов. – М.: ООО Изд-во «Яуза», 2001. – 320 с.*
10. *Нестеренко О.В. Основи побудови інформаційно-аналітичних систем органів державної влади / О.В.Нестеренко. – К.: Наук. думка, 2005. – 628 с.*
11. *Практичні елементи інформаційно-аналітичної роботи: метод. реком. / уклад.: С.О.Телешун, О.Р.Титаренко, І.В.Рейтерович, С.І.Вировий; за заг. ред. д-ра політ. наук С.О.Телешуна. – К.: Вид-во НАДУ, 2007. – 60 с.*
12. *Скафа О.І. Інформаційно-аналітична діяльність у системі професійно орієнтованого навчання математики молодших спеціалістів харчової промисловості / О.І.Скафа, Н.М.Полякова, Ю.В.Абраменкова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2010. – Вип. 34. – С. 58–61.*

Резюме. **Ткач Ю.Н. ОТДЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ ПО ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ.** *В статье проанализированы составляющие элементы понятия «информационно-аналитическая деятельность» и предложено собственное толкование понятия. Выделены этапы и сформулированы принципы осуществления информационно-аналитической деятельности.*

Ключевые слова: *информационно-аналитическая деятельность, использование ИКТ в обучении математике.*

Abstract. **Tkach Yu. SOME ASPECTS OF INFORMATION-ANALYTICAL ACTIVITIES IN LEARNING MATHEMATICS SPECIALISTS IN INFORMATION SECURITY.** *The article analyzes the constituent elements of the concept of "information- analytical work" and offered their own interpretation of* *the concept. Highlight stages of information -processing activities of students in the classroom for mathematics: organizing – review of research problems (problems with the condition), information – search, collection, storage (creating an empirical basis for the study of problems), analytical – analysis of available information, drawing up an ideal model tasks, selection methods, tools techniques and technologies for research and problem solving outlined; final – interpretation of the results, draw conclusions , suggestions, projections.*

Formulated principles of information – analytical activity: relevance – meeting the needs of today, timeliness – the timely receipt, processing and analysis; commitment – focus on achieving this goal, systematic – an integrated approach to the analysis of research problems; reliability – correct selection facts highlight the most important points, a deep understanding of reality, the approximation of facts, opinions, comments, forecasts to actual developments; fairness – equal treatment in the study and its results; completeness – use all available information concerning the research problems; continuity – constant monitoring of information on the problem research; flexibility – rapid adaptation to changing conditions; validity – a reasoned results, clarity of conclusions – analytical material should be written just, accessible, illustrated charts, tables, graphs and more.

Informational and analytical work was a prerequisite of life. Mathematics has a strong potential for the formation of the abilities and skills of the students.

Key words: *information-analytical activities, the use of ICT in teaching mathematics.*

References

1. Analytics // Wikipedia / [electronic resource]. – Access: http://uk.wikipedia.org/wiki.

2. Great Dictionary of the Ukrainian language (with ext. , And supplemented). / Comp. and head. yet. VT Busel. – K.; Irpen: WTF "Perun", 2005. – 1728 p.

3. Gaydamak ES Information and analytycheskaya Deyatelnost specialist in the field of education / E.S.Haydamak / / Эlektronnыy nauchnыy journal" Vestnik Omsk of the State pedagogical university." – Vol. In 2006. – Www.omsk.edu.

4. S. Goncharenko Ukrainian Pedagogical Dictionary / S.Goncharenko. – K. Lybed. – 376 p.

5. Activity / / Wikipedia / [electronic resource]. – Access: http://uk.wikipedia.org/wiki

6. Encyclopedic Dictionary of governance / [way: Y.P.Surmin, V.D.Bakumenko, A.M.Myhnenko et al.], Ed.V.Kovbasiuk, V.P.Troshchinsky, Y.P.Surmina. – K.: NAPA, 2010. – 820 p.

7. Information // Wikipedia / [electronic resource]. – Access: http://uk.wikipedia.org/wiki.

8. Koshevaya O.P. Some peculiarities of informational and analytical skills of students of economic specialties / O.P.Koshevaya / / Didactics of mathematics: Problems and Investigations: Internat. zb.nauk.robit. – Donetsk: Donetsk National University, 2007. – Issue. 28. – S. 79-82 .

9. Kuznetsov Y.N. Uchebnyk to information and of analytical slave / Y.N.Kuznetsov. – Moscow: Publishing House Ltd. "Iauza", 2001. – 320 p.

10. Nesterenko A.V. Fundamentals of information-analytical systems of public authorities / A.V.Nesterenko. – K.: Science. view, 2005. – 628 p.

11. Practical elements of information and analytical work: method. recombination. / Way.: S.Teleshun, AR Titarenko, IV Reyterovych, SI Vyrovyy, for the Society. yet. Dr. flight. Science SA Teleshun. – K.: Type of NAPA , 2007. – 60.

12. Skafa O.I. Informational and analytical activities in the system professionally oriented teaching mathematics junior specialists food / Skafa O.I., Polyakova N.M., Abramenkova Y. // Didactics of mathematics: Problems and Investigations: Internat. zb.nauk.robit. – Donetsk: Donetsk National University, 2010. – Issue. 34. – S. 58-61.

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 12.04.2013 р.

ИЗУЧЕНИЕ ПРОГРАММНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА GRAN СТУДЕНТАМИ ФАКУЛЬТЕТА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Ю.Г.Тымко,
канд. педагог. наук,
Донецкий национальный университет,
г. Донецк, УКРАИНА,
e-mail: tymkom@gmail.com

Розглядається проблема підготовки майбутніх вчителів математики до практики використання інформаційно-комунікаційних технологій у професійній діяльності. Описується процес двоетапного вивчення програмно-методичного комплексу GRAN студентами факультету математики та інформаційних технологій. Наведено приклади задач, що зорієнтовані на підготовку майбутнього вчителя математики до використання ППЗ GRAN

Ключові слова: *інформаційно-комунікаційні технології, підготовка майбутнього вчителя до використання педагогічних програмних засобів, ІКТ-компетентність, програмно-методичний комплекс GRAN.*

Постановка проблемы. Проблема профессиональной компетентности современного учителя в сфере информационно-коммуникационных технологий (ИКТ-компетентности) является актуальной как в педагогической теории, так и в практике обучения.

Использование информационно-коммуникационных технологий приводит к изменению целей и содержания обучения, появляются новые методы и организационные формы обучения. В этой ситуации учитель может сделать процесс обучения более наглядным и динамичным. Однако большинство школьных учителей математики не используют в полной мере информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) в учебном процессе, и как следствие не обеспечивают поддержку процесса информатизации образования.

Таким образом, возникает потребность в поиске новых подходов к формированию профессиональной подготовки будущего учителя математики к использованию ИКТ в учебном процессе. Для достижения этой цели будущий учитель должен иметь представление о существующих педагогических программных средствах по математике, уметь с ними работать и анализировать с точки зрения достижения той или иной образовательной цели, уметь их использовать при организации учебной деятельности учащихся.

Среди всего многообразия педагогических программных средств (ППС) учебного назначения остановимся на программах модельного типа, с помощью которых можно реализовать идеи деятельностного подхода в обучении математике. К таким средствам относится программно-методический комплекс GRAN (разработчики М.И.Жалдак, О.В.Витюк (НПУ им. М.П.Драгоманова) [2]).

Анализ актуальних исследований. Широкий круг проблем внедрения информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в учебный процесс исследовался в работах Ю.В.Горошка, В.В.Дровозюк, М.И.Жалдака, Ю.А.Жука, В.И.Клочка, С.И.Кузнецова, В.М.Монахова, Н.В.Морзе, Т.А.Олейник, С.А.Ракова, Е.М.Смирновой, А.В.Спиваковского, Г.М.Торбина и др.

Вопросы использования современных информационно-коммуникационных технологий в процессе математической подготовки учащихся и студентов рассматривались в работах Т.Л.Архиповой, О.В.Витюка, Н.С.Голованя, Ю.В.Горошка, Ю.Г.Гузуна, И.В.Дробышевой, В.В.Дровозюк, Т.В.Дубовой, Т.В.Зайцевой, М.И.Жалдака, С.А.Ракова, Е.М.Смирновой, А.В.Спиваковского и др.

Благодаря исследованиям В.В.Арестенка, Г.Р.Генсерука, Р.С.Гуревича, Р.С.Гурина, М.И.Жалдака, Т.Г.Крамаренко, С.А.Ракова, О.В.Суховирского, О.В.Тутовой разработаны цели, структура и содержание подготовки будущего учителя математики в условиях внедрения и использования ИКТ, усовершенствованы учебные планы и программы, введена ступенчатая система подготовки будущего учителя к использованию ИКТ в профессиональной деятельности. Вместе с тем недостаточно разработанными являются вопросы, связанные с особенностями изучения программно-методического комплекса GRAN будущими учителями математики, в неполной мере представлены системы задач, ориентированные на подготовку будущего учителя математики использовать ПС GRAN в будущей профессиональной деятельности.

Цель статьи – *раскрыть особенности изучения и использования программно-методического комплекса GRAN в системе профессиональной подготовки будущего учителя математики.*

Изложение основного материала. В педагогической литературе ведутся постоянные дискуссии вокруг проблемы формирования ИКТ-компетентности учителя математики. Отмечается, что кроме традиционных профессиональных знаний, учитель математики должен обладать навыками работы с информационными технологиями, иметь высокий уровень ИКТ-компетентности, что, в свою очередь, требует значительных изменений в традиционной образовательной системе.

Под *ИКТ-компетентностью* понимается способность индивида решать учебные, бытовые, профессиональные задачи с использованием ин-формационно-коммуникационных технологий [3]. Она является интегральной характеристикой личности, способностью к усвоению соответствующих знаний и решению задач в учебной и профессиональной деятельности с помощью ИКТ.

В процессе формирования ИКТ-компетентности учителя можно выделить два аспекта: базовая ИКТ-компетентность и предметно-ориентированная.

Под *базовой ИКТ*-компетентностью понимается инвариант знаний, умений и опыта, необходимый учителю-предметнику для решения образовательных задач, прежде всего средствами ИКТ общего назначения.

Предметно-ориентированная ИКТ-компетентность предполагает освоение специализированных технологий и ресурсов, разработанных в соответствии с требованиями к содержанию того или иного учебного предмета и их внедрение в учебный процесс [1].

На первом этапе формирования ИКТ-компетентности будущего учителя, студент изучает программное обеспечение своего предмета, знакомится с опытом работы коллег. На втором этапе будущий педагог проектирует и проводит первые уроки с использованием ИКТ.

Среди всего многообразия программных средств учебного назначения, которыми должен пользоваться учитель математики в своей профессиональной деятельности, остановимся на программно-методическом комплексе GRAN (GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D). Его использование на практике обеспечивает поддержку изучения математики (планиметрии, стереометрии, тригонометрии, алгебры и начал анализа, начал теории вероятностей и математической статистики) и позволяет реализовать идеи деятельностного подхода в обучении математике [2].

Целенаправленная подготовка студентов факультета математики и информационных технологий к использованию ИКТ реализуется через дисциплину «ИКТ в обучении математике», который читается на III и IV курсах.

На III курсе перед студентами открывается разнообразие и многогранность существующих педагогических программных средств по математике, разработанных как в Украине, так и за рубежом (ПК GRAN, учебные курсы «Открытая математика», DG, программный комплекс «Новый класс», репетиторы фирмы «Кирилл и Мефодий», ЭДК (эвристико-дидактические конструкции) и др.). На данном этапе студенты, будущие учителя математики, должны овладеть этими программными продуктами на уровне пользователя [5].

Как известно, программный комплекс GRAN (ПК GRAN) состоит из GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D. По нашему мнению, изучение данных программных продуктов и проверку готовности к их использованию на практике целесообразно организовывать через решение системы задач.

Так, например, следующие математические задачи предлагаем решать студентам с использованием ПС GRAN1.

Задача 1. *Найдите наибольшее значение параметра а, при котором система* $\begin{cases} x^2 + y^2 = 81 \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ *имеет единственное решение.*

Для решения данной задачи, студенты должны уметь с помощью программы GRAN1 строить функции $x^2 + y^2 - 81 = 0$ и $(x+2)^2 + y^2 - p_1^{\,2} = 0$. Меняя параметр p1, находим два решения задачи: p1=7 и p1=11. Однако при p1=7 решение не является наибольшим, при p1=11 получаем правильный ответ (рис.1).

Возможны ошибки студентов: не строится график функции $x^2 + y^2 - 81 = 0$, поскольку не изменены параметры вывода функции (A=-5, B=5); неправильно вводится функция $(x+2)^2 + y^2 - p_1 = 0$ (p1 следует записывать в квадрате); найдено первое значение параметра p1, при котором система имеет решение (p1=7), однако оно не является наибольшим.

Задача. Решите уравнение $|3\lg x + 1| - |\lg x - 3| = 2.$

Данное уравнение можно решить графическим методом, построив график функции $y = |3\lg x + 1| - |\lg x - 3| - 2.$ Точки пересечения с осью OX будут являться решением данного уравнения. Если один корень уравнения легко просматривается (x=10), то второй корень – практически «сливается» с осью абсцисс (рис. 2). Это объясняет возможную ошибку студентов, которые указывают только один корень уравнения (x=10), забывая о втором (x=0,001).

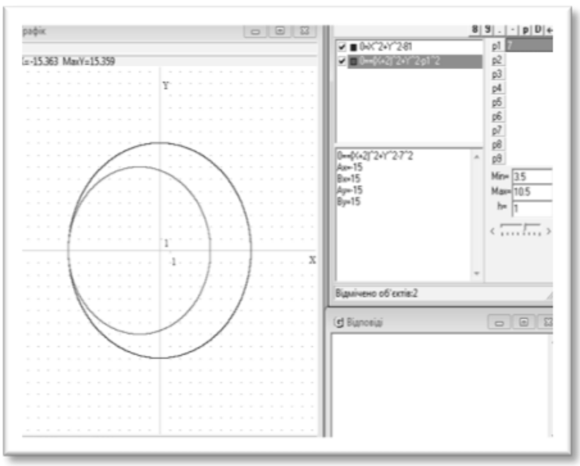


Рис. 1

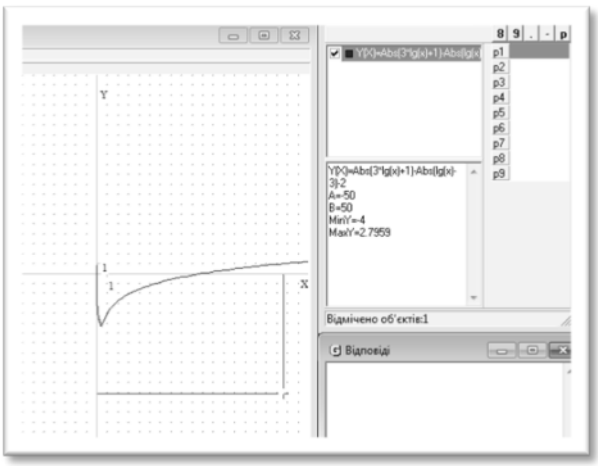


Рис. 2

Задача 2. *Укажите множество всех значений параметра а, при которых вы-*

полняется равенство

$$\left|a^3-a^2\right|=a^3-a^2.$$

Если решать данное уравнение графически, причем отыскивая корни уравнения как точки пересечения графиков функций $y=\left|x^3-x^2\right|$ и $y=x^3-x^2$ (рис. 3), то студенты, как правило, неправильно интерпретируют ответ, утверждая, что равенство $\left|a^3-a^2\right|=a^3-a^2$ выполняется при *a=0* и *a=1*. Указать ошибочность такого ответа поможет построение графика функции $y=\left|x^3-x^2\right|-(x^3-x^2)$ (рис. 4), на котором четко прослеживается, что при $a\geq 1$ графики функций совпадают. В этом легко убедиться, обратив внимание на аналитическое задание функции.

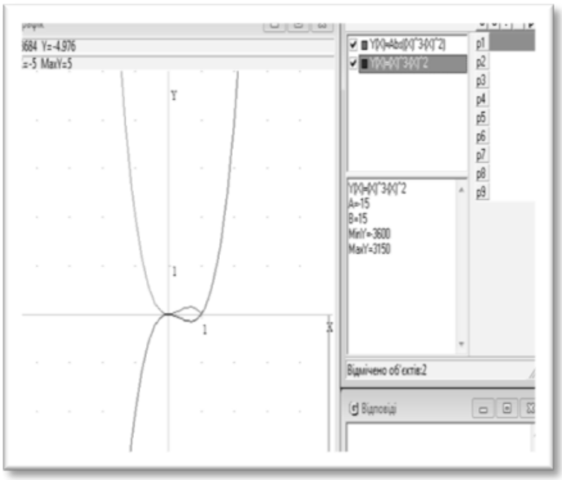


Рис. 3

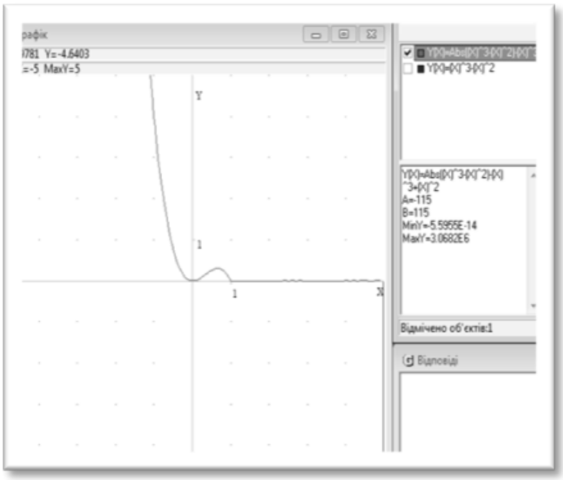


Рис. 4

Обратим внимание на то, что многие задания заимствованы из сборников по подготовке к внешнему независимому тестированию по математике.

Задача 3. *Прямоугольник со сторонами 8 см и 10 см вращается вокруг меньшей стороны (рис. 5.) Найти площадь полной поверхности полученного тела вращения.*

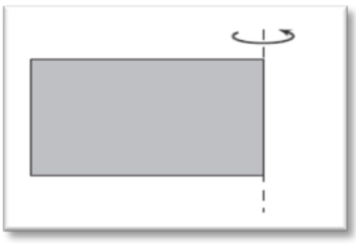


Рис. 5

Решение данного задания начинается с перевода задачи на математический язык. Необходимо догадаться построить замкнутую ломаную с узлами в точках (0,0), (-10,0), (-10, 8), (0,8) (рис. 6). Выполняя операции с ломанными – «объем и площадь поверхности тела вращения, ось OX», получаем искомое тело вращения – цилиндр (рис.7). В окне ответов отслеживается объем и площадь поверхности полученного тела. В случае если студенты построят не ломанную, а прямую *y=8* и будут вращать ее вокруг оси OX, учитывая границы (A=-10, B=0), то площадь поверхности полученного тела вращения будет отличаться, поскольку цилиндр будет отличаться от исходного (у полученного h=10 R=8; у искомого h=8 R=10).

При решении задач с помощью ППС GRAN-2D мы уделяем большое внимание и задачам по заданному чертежу. Самым сложным моментом в этом случае является построение такого чертежа в GRAN-2D, поскольку требуется синтез математических знаний и навыков работы с ППС GRAN-2D. Само же решение, как правило, сводится к элементарным навыкам работы с программой (например, найти площадь, углы, длину высоты, периметр и др.).

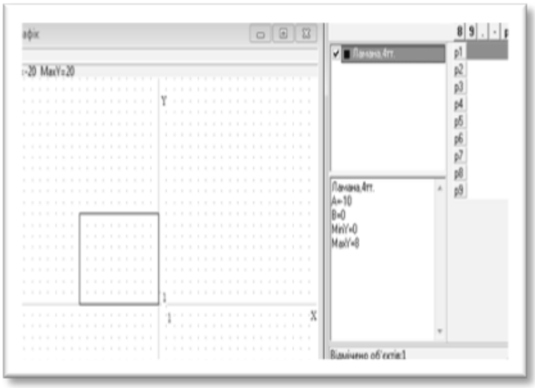


Рис. 6

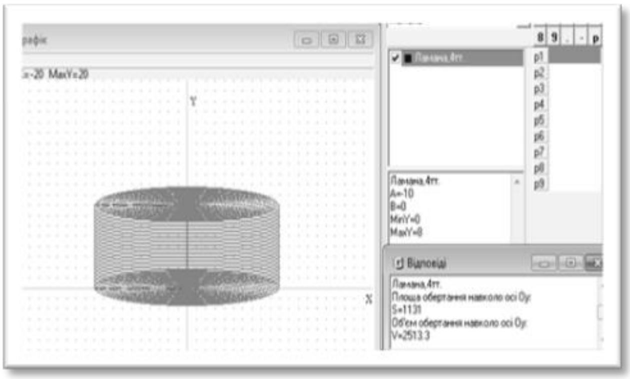


Рис. 7

Задача 4. *На рисунке изображен параллелограмм, площадь которого 60 см^2. Точка М принадлежит стороне ВС. Определите площадь фигуры, состоящую из закрашенных треугольников (рис. 8).*

Чтобы воспроизвести такой чертеж в ППС GRAN-2D, необходимо построить параллелограмм, площадь которого 60 см^2. Существует два пути решения этой задачи. Первый – построить произвольный параллелограмм и путем подбора, двигая одну из вершин параллелограмма, установить заданную площадь. Практика, показывает, что этим способом не всегда удается подобрать указанную площадь (когда двигаете вершину, автоматически изменяется и прописывается новое значение площади).

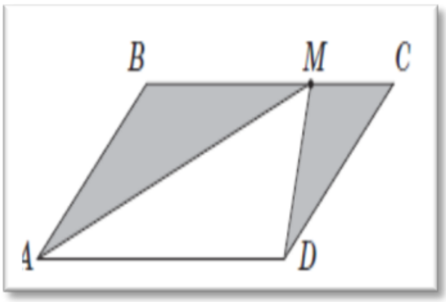


Рис. 8

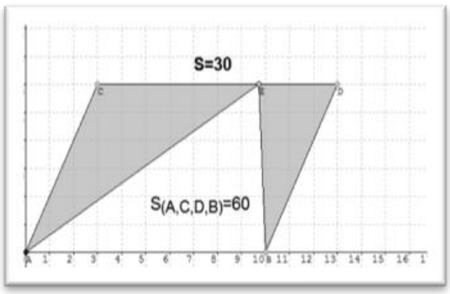


Рис. 9

Второй способ – построить параллелограмм по площади. Зная, что площадь параллелограмма $S = a \cdot h.$ Принимаем, например, нижнее основание за 10 см, а высоту за 6 см (нам не важны значения сторон параллелограмма, важна только площадь, можно подбирать и другие значения высоты и стороны, например 5 и 12 и т.д., при различных вариациях ответ будет одинаковым), легко воспроизвести подобный чертеж в GRAN-2D. Выбрав на стороне ВС точку М (она обязательно должна быть прикрепленной к стороне ВС) можно вычислить площадь заштрихованных треугольников. Сопроводительные вопросы к полученному решению могут быть такими: измените положение точки М, двигая ее вдоль стороны ВС. Изменилась ли площадь? Почему?

Важно также, чтобы студенты научились создавать макроконструкции и использовать динамические выражения для решения планиметрических задач.

Задача 5. *Докажите, что сумма расстояний от любой точки внутри равностороннего треугольника до его сторон не зависит от положения точки.*

Средствами программы GRAN-2D мы можем только убедиться в правильности данного утверждения. Воспользуемся для этого динамическим выражением. Построим равносторонний треугольник ABC (объект⇒создать⇒правильный многоугольник), возьмем произвольную внутреннюю точку треугольника (т. O), опустим из этой точки перпендикуляры на каждую сторону треугольника, найдем точки пересечения высот и сторон треугольника (т. D, E, F), вычислим искомую сумму расстояний через динамическое выражение (LEN(0,D) + LEN(O,E) + LEN(O,F)). Перемещая точку O внутри треугольника, убеждаемся в правильности доказываемого утверждения. В случае если сумма расстояний немного изменяется, то при построении чертежа допущена ошибка: либо треугольник не равносторонний, либо точки пересечения высот и сторон треугольника найдены не как точки пересечения двух объектов, а как свободные точки.

Эти и другие задачи направлены на формирование у студентов – будущих учителей математики, пользовательских навыков работы с ПК GRAN.

Умение использовать данный программно-методический комплекс на практике формируется у студентов на IV курсе. Будущие учителя знакомятся с теоретическими основами организации процесса обучения с использованием ИКТ, учатся анализировать компьютерно-ориентированные уроки математики, организовывать урок с применением компьютерных средств обучения; проектировать учебный процесс с использованием средств ИКТ; определять этапы урока, на которых целесообразнее всего использовать компьютер; организовывать самостоятельную работу учеников, развивая их творческие способности в условиях внедрения информационно-коммуникационных технологий [4].

Задания студентов будут состоять в том, чтобы спроектировать конкретный этап урока (ознакомления с новым материалом, усвоения, закрепления, проверки знаний, постановки домашнего задания) с использованием ПК GRAN.

Следуя такой последовательности изучения программно-методического комплекса GRAN студентами факультета математики и информационных технологий мы обеспечиваем соответствие с этапами формирования ИКТ-компетентности будущего учителя математики, о которой речь велась ранее. Именно при таком последовательном изучении ПК GRAN у будущего учителя математики формируются способности анализировать учебные программные средства, оценивать их эффективность, прогнозировать результат их использования, разрабатывать методические рекомендации по их применению.

Выводы. Таким образом, процесс профессиональной подготовки будущего учителя математики требует включения формирования ИКТ-компетентности будущего учителя математики. В частности, важно, чтобы студенты владели и были готовы использовать на практике в своей будущей педагогической деятельности учебно-методический комплекс GRAN. Для этого целесообразно организовать изучение данного вида ППС в два этапа: этап, на котором формируются умение решать математические задачи посредством ПК GRAN, и этап, где студенты проектируют уроки с использованием ПК GRAN.

1. *Голодюк Л.С. ІКТ-компетентність працівника освіти як базова основа технологічного стандарту / Л.С.Голодюк // Наук.-метод. посібник. Технологія фахової майстерності: ІКТ-компетентність в освітніх процесах. – Кіровоград: Вид. обл. інст.післядип. пед. освіти ім. В.Сухомлинського, 2007. – С. 5-10.*

2. *Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: посібник для вчителів / М.І.Жалдак. – Київ: РННЦ "ДІНІТ", 2004. – 333 с.*

3. *Лебедева М.Б. Что такое ИКТ-компетентность студентов педагогического университета и как ее формировать / М.Б.Лебедева, О.Н.Шилова //Информатика и образование. – 2004.– С.95-100.*

4. *Скафа О.І. Евристичне навчання математики: комп'ютерно-орієнтовані уроки: навч.-метод. посібник (друге видання) / О.І.Скафа, О.В.Тутова. – Донецьк: ДонНУ, 2013. – 399 с.*

5. *Тутова О.В. Научно-методическая подготовка будущего учителя математики к использованию ИКТ /О.В. Тутова// Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар.*

зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2005. – Вип. 24. – С. 87–92.

Резюме. **Тымко Ю.Г. ИЗУЧЕНИЕ ПРОГРАММНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА GRAN СТУДЕНТАМИ ФАКУЛЬТЕТА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ.** *Рассматривается проблема подготовки будущих учителей математики к практике использования информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности. В частности описан процесс двухэтапного изучения программно-методического комплекса GRAN студентами факультета математики и информационных технологий. Приведены примеры задач, ориентированные на подготовку будущего учителя математики к использованию ПС GRAN в будущей профессиональной деятельности.*

Ключевые слова: *информационно-коммуникационные технологии, подготовка будущего учителя к использованию педагогических программных средств, ИКТ-компетентность, программно-методический комплекс.*

Abstract. **Tymko Yu. STUDY OF THE PROGRAM-METHODICAL COMPLEX GRAN BY STUDENTS OF THE FACULTY OF MATHEMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGIES.** *The problem of training future teachers of mathematics to practical use of information and communication technologies in their professional activities is considered. A brief overview of research in the field of training of the future teachers of mathematics to the use of information and communication technologies is presented. In particular, the study of issue of methodical complex GRAN students of the Faculty of Mathematics and Information Technology is considered. The experience in preparation of students of the Faculty of Mathematics and Information Technology DonNU to use program-methodical complex GRAN in future professional work is described, the examples of assignments are given.*

Key words: *the information and communication technologies, training future teachers of mathematics to use program-methodical tools, ICT- competence, program-methodical complex GRAN.*

References

1. Golodyuk L. ICT competence employee education as a basic foundation of technological standard/ L. Golodyuk // Scientific-method. Guide. Technology professional skills: ICT competence in the educational process. – Kirovograd: Ed. region. inst. pislyadyp. ped. Education. V.Sukhomlynsky, 2007. – P. 5-10.

2. Zhaldak M. Computer lessons in mathematics: a guide for teachers / M. Zhaldak . – Kyiv: RNNTS "DINIT", 2004. – 333 p.

3. Lebedeva M. What is ICT competence and pedagogical university students how to generate / M. Lebedeva, O. Shilov // Science and education.– 2004 . – P. 95-100.

4. Skafa O. Heuristic learning of mathematics: computer-oriented lessons: Teach method. Manual (Second Edition) / O.I.Skafa, O.V.Tutova. – Donetsk: Donetsk National University, 2013. – 399 p.

5. Tutova O. Scientific and methodical preparation of future mathematics teachers to use ICT / O. Tutova // Didactics of mathematics: problems and investigations: the international collection of the scientific works. – Donetsk: DonNU, 2005. – Vol. 24. – P. 87-92.

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 18.05.2013 р.

ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «КРАТНІ ІНТЕГРАЛИ»

І.В. Хом'юк,
доктор педагог. наук, доцент,
Вінницький національний технічний університет,
м. Вінниця, УКРАЇНА,
e-mail: vikira_v@mail.ru

У роботі висвітлюється авторський досвід використання інтерактивних технологій в процесі вивчення вищої математики в технічному ВНЗ. Введення інноваційних технологій припускає обов'язкове налагодження партнерської взаємодії та співробітництва учасників навчального процесу на основі суб'єкт-суб'єктних відносин, тільки за цієї умови «спрацьовують» інтерактивні методи. Демонструється приклад інтерактивного заняття з теми «Кратні інтеграли».

Ключові слова: *інтерактивні технології, вища математика, кратні інтеграли.*

Постановка проблеми. Аналіз стану викладання курсу «Вищої математики» показує, що результати навчання студентів, рівень їх розумової діяльності, пізнавальної активності, самостійності в значній мірі не відповідають вимогам часу. Проаналізувавши сучасний стан навчання, ми дійшли висновку, що цілий ряд умов, таких як мотивація, наочність, інтерес до предмету, а також формування прийомів розумової діяльності, не можуть бути ефективно реалізовані лише традиційними формами та методами навчання. Потрібне науково обґрунтоване поєднання традиційної методики з упровадженням у навчальний процес сучасних інноваційних технологій.

Аналіз актуальних досліджень. Професійну спрямованість вивчення математичних дисциплін у вищих навчальних закладах досліджували Н.В.Ванжа, Т.В.Крилова, Л.І.Нічуговська, В.І.Клочко та ін. Розробки елементів інтерактивного навчання можна знайти у працях Є.М.Ільїна, А.С.Макаренка, В.О.Сухомлинського, В.Ф.Шаталова та ін. педагогів-новаторів, які працювали, в основному, з учнями. У вищій школі впровадження в навчальний процес інтерактивних методів навчання, зокрема методів активного навчання розглядали Н.П.Анікеєва, А.А.Балаєв, А.О.Вербицький, В.А.Козаков, П.М.Щербань та ін. Сучасні розробки інтерактивних методів навчання в професійній підготовці фахівців можна знайти у працях Н.В.Борисової, В.А.Петрук, М.В.Кларина, А.М.Мартинець, Л.В.Пироженко, О.І.Пометун та ін.

Незважаючи на розробки та використання інтерактивних технологій у ВНЗ технічного профілю, упровадження їх у процесі навчання студентів фундаментальних дисциплін у технічних ВНЗ залишається фрагментарним.

Метою статті *є висвітлення досвіду впровадження інтерактивних технологій у процесі вивчення теми «Кратні інтеграли» студентами технічного ВНЗ.*

Виклад основного матеріалу. Потреба в оновленні освіти спричинила появу і поширення великої кількості нових підходів до організації навчально-виховного процесу, методів та технологій навчання та виховання. Зокрема, значної популярності останнім часом набули *інтерактивні технології* навчання.

Теоретичні й практичні аспекти використання інтерактивних технологій навчання відображено у доробках Л.О.Варзацької [1], О.І.Гулінської [2], А.М.Мартинець [5], Л.І.Новіцької [6], Н.С.Побірченко [7], О.І.Пометун та Л.В.Пироженко [8], Н.М.Лосєвої [4], Л.В.Тополі [9; 10].

Інтерактивне («inter» – взаємний, «act» – діяти) навчання – це спеціальна форма організації пізнавальної діяльності; це діалогове навчання, під час якого відбувається взаємодія вчителя та учня [3].

На сьогодні педагогічною наукою напрацьовано велику кількість інтерактивних технологій. О.І.Пометун та Л.В.Пироженко [8, с. 33] виділяють чотири групи інтерактивних технологій:

- інтерактивні технології кооперативного навчання (робота в парах, два – чотири – всі разом, робота в малих групах);
- інтерактивні технології колективно-групового навчання (мікрофон, незакінчене речення, мозковий штурм, навчаючи – учусь, ажурна пилка);
- технології ситуативного моделювання: симуляції, імітації, розігрування ситуації за ролями);
- технології опрацювання дискусійних питань (займи позицію, зміни позицію, дебати, дискусія).

Із метою формування особистості майбутнього фахівця в навчальному процесі ми пропонуємо збагачувати традиційні методи навчання такими прийомами та способами, нетрадиційними методами, які сприяли б формуванню в суб'єктів учіння мотивації навчання, майбутньої професійної діяльності та змістовних життєвих настанов, високого рівня активності, створенню умов для активного самостійного набуття студентами загальнонаукових та професійних знань, умінь та навичок.

Розглянемо для прикладу впровадження інтерактивних технологій у процесі вивчення теми «кратні інтеграли».

Кратні та криволінійні інтеграли широко застосовуються в фізиці і техніці, особливо в теорії поля. Розділ «Теорія поля» в більшості технічних ВНЗ виділений окремо як спеціальний курс вищої математики. Щоб допомогти студентам набути вмінь та навичок застосування теоретичних знань після звичайних практичних занять з кратних та криволінійних інтегралів, ми пропонуємо провести практичне заняття в формі змагання «Математичні важкоатлети».

Ігрове заняття на тему: «Математичні важкоатлети»

Мета заняття: освітня – підвищення якості знань, перевірка вмінь обчислення кратних та криволінійних інтегралів; розвивальна – розвиток уміння самостійної, організаційної роботи, навичок раціонального розв'язування задач прикладного змісту, уваги; виховна – сприяння формуванню колективних стосунків

Заняття пропонуємо проводити після вивчення теми: «Подвійні інтеграли, їх обчислення і застосування». Гра-змагання «Математичні важкоатлети» є своєрідним конкурсом з розв'язування задач різної складності. Для проведення конкурсу на дошці викладач прикріплює конверти, в кожному з яких знаходиться набір карток-завдань. Складність завдань «оцінюється» в кілограмах. Тому на кожному конверті записана «вага», задач розміщених в них. Наведемо приклади задач за складністю, що знаходяться в конвертах.

1. Представити подвійний інтеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ у вигляді повторного інтеграла із зовнішнім інтегруванням по x і внутрішнім інтегруванням по y, якщо область D задана вказаними лініями:

$D: y=\sqrt{4-x^2},\ y=\sqrt{3x}, x\geq 0$ – завдання оцінено в 30 кг;

2. На площині Oxy побудувати область інтегрування D по заданих границях інтегрування в повторному інтегралі $I=\int\limits_0^4 dx\int\limits_{\frac{3x^2}{8}}^{3\sqrt{x}} dy$. Змінити порядок інтегрування і обчислити інтеграл при заданому та зміненому порядках інтегрування – завдання оцінено в 40 *кг*;

3. Обчислити подвійний інтеграл $\iint\limits_D (x+y+3)dxdy,$ якщо область D обмежена лініями: $x+y=2,\ x=0, y=0$ – завдання оцінено в 50 *кг*;

4. Обчислити площу плоскої області D, яка обмежена лініями:

$D: y^2=4x,\ y+x=3, y\geq 0$ – завдання оцінено в 60 *кг*;

5. Знайти середнє значення функції $z=x+6y$ в трикутнику, обмеженому пря-

мими $y = x,\ y = 3x,\ x = 2-$ завдання оцінено в 70 *кг*;

6. Використовуючи полярні координати, обчислити подвійний інтеграл $\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy,$ якщо область D обмежена колом $x^2 + y^2 = 4x$ – завдання оцінено в 80 *кг*;

7. Обчислити $\iint\limits_D arctg\frac{y}{x}dxdy,$ де область D – частина кільця, що обмежена лініями

$$x^2 + y^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 9,\ y = \frac{1}{\sqrt{3}}x,\ y = \sqrt{3}x$$

– завдання оцінено в 90 *кг*;

8. Довести рівність:

$$\iint\limits_D x^2dxdy = \iint\limits_D y^2dxdy = \frac{1}{2}\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy,$$

якщо область D обмежена нерівностями $x > 0,\ y > 0,\ x^2 + y^2 < a^2-$ завдання оцінено в 100 *кг*.

Оголошується конкурс «Математичні важкоатлети». Призначаються судді змагання. По команді викладача всі студенти по-черзі вибирають по одній задачі із будь-якого конверта. Номер взятої задачі повідомляється судді. Учасники за партами приступають до розв'язування задач.

Учасник змагання, який розв'язав задачу, підходить до судді і пояснює свій розв'язок. Якщо задача розв'язана правильно, то він вважається таким, що взяв дану «вагу» і допускається до розв'язування більш складної задачі – допускається до «взяття» більшої «ваги». Якщо задача не розв'язується або суддя знайде помилку, то пропонується замінити задачу (тобто взяти іншу задачу цієї ж «ваги») – зробити другу (останню) спробу.

Змагання проводиться протягом 30–45 хвилин. Переможцем вважається той, хто «візьме» більшу вагу.

Учасник гри не має права повертатися назад. Так, якщо студент розв'яже, наприклад, задачу в «40 *кг*», а потім зразу ж візьме задачу в «90 *кг*» і після двох спроб не зможе її розв'язати, то вважається, що він взяв вагу у 40 *кг* і вибуває із змагань. Таке правило застерігає від самовпевненості в своїх силах деяких студентів, направляє їх на послідовне розв'язування задач, з більшою відповідальністю.

Змагання може бути командним. У цьому випадку перемагає команда, яка набрала більшу суму «ваги», взятих кожним учасником. Правила розв'язування задач членами команди залишаються тими самими. Для проведення змагання корисно підготувати таблицю обліку за такою формою:

Прізвища студентів	***ВАГА***															
	30кг		40кг		50кг		60кг		70кг		80кг		90кг		100кг	
	СПРОБИ															
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
	+		–	+			+				–	–				

Під час взяття картки-завдання із конверта суддя записує прізвище студента і ставить знак «–» в стовпчику цієї ваги. Якщо задача розв'язана правильно, то суддя після перевірки ставить знак «+». Така таблиця дозволяє швидко підвести підсумки змагання, сприяє чіткості його проведення.

Змагання «Математичні важкоатлети» цінне тим, що завдання тут на відміну від низки інших ігор можуть бути не тільки такими, результат яких може виражатися числом, але й задачами на доведення, задачами і питаннями, які потребують ґрунтовного пояснення.

Гру «Математичні важкоатлети» корисно використовувати як форму закріплення вивченого матеріалу, перевірку засвоєного розділу, теми. Вона може служити підсумком не тільки одного заняття, але й декількох.

Результативність: підвищення рівня засвоєння знань, умінь застосування вивченого матеріалу при розв'язуванні задач, формування навичок раціонального розв'язання завдання, розвиток творчого мислення, навичок колективної роботи.

Подібні заняття нами розроблені для спецкурсу «Теорія поля». Підгрупи розв'язують задачі паралельно різними методами, обчислюючи потік, циркуляцію безпосередньо і за формулами Остроградського та Стокса.

Висновки. Досвід використання інтерактивних технологій в процесі вивчення вищої математики дозволяє стверджувати, вони дають можливість не тільки підняти інтерес студентів до предмету, що вивчається, але й розвивати їх творчу самостійність, навчати роботі з різними джерелами знань. Такі форми проведення занять різноманітять традиційність навчання, пожвавлюють думку, дозволяють економити час, моделювати майбутню самостійну професійну діяльність а також розвивати творчий потенціал випускників ВНЗ. Проте необхідно відзначити, що дуже часте звернення до подібних форм організації навчального процесу недоцільно, оскільки нетрадиційне може швидко стати традиційним, що приведе до послаблення інтересу у студентів до предмету.

1. *Варзацька Л. Інтерактивні методи навчання: лінгводидактичні засади / Л.Варзацька // Дивослово. – 2005. – № 2. – С. 5–19.*
2. *Гулінська О. Інтерактивне навчання / О.Гулінська, Л.Ткаченко, Н.Виноградова // Сільська школа України. – 2004. – №27. – С. 15–19.*
3. *Интерактивное обучение: новые подходы // Відкритий урок. – 2002. – № 5–6. – С. 4–6.*

Лосєва Н.М. Активні методи навчання в курсі аналітичної геометрії / Н.М.Лосєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2008. – Вип. 29. – С. 44–51.

4. *Мартинець А.М. Нові пед. технології: Інтерактивне навчання / А.М.Мартинець // Відкритий урок. – 2003. – № 7–8. – С. 28–31.*

Новицька Л.І. Ігрові форми навчання в процесі формування вмінь розв'язувати прикладні задачі під час вивчення математики / Л.І.Новицька, М.В.Миронюк // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2005. – Вип. 23. – С. 82–88.

5. *Побірченко Н. Інтерактивне навчання в системі нових освітніх технологій / Н.Побірченко, Г.Коберник // Початкова школа. – 2004. – № 10. – С. 8–10.*
6. *Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: наук.-метод. посіб / О.І.Пометун, Л.В.Пироженко: за ред. О.І.Пометун. – К.: А.С.К., 2006. – 192 с.*

Тополя Л.В. Інтерактивне навчання в вищій школі з використанням комп'ютерних технологій / Л.В.Тополя // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2008. – Вип. 30. – С. 26–29.

Тополя Л.В. Про інтерактивні прийоми навчання під час академічної лекції / Л.В.Тополя // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2005. – Вип. 24. – С. 17–21.

Резюме. **Хомюк И.В. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ».** *В работе освещается авторский опыт использования интерактивных технологий в процессе изучения высшей математики в техническом вузе. Интерактивные технологии, профессиональное мастерство и опыт педагога – вот те составляющие, которые обеспечивают эффективность процесса обучения. Введение инновационных технологий предполагает обязательное налаживание партнерского взаимодействия и сотрудничества* *участников учебного процесса на основе субъект-субъектных отношений, только при этом условии «срабатывают» интерактивные методы. Демонстрируется пример интерактивного занятия по теме «Кратные интегралы».*

Ключевые слова: *интерактивные технологии, высшая математика, кратные интегралы.*

Abstract. Homiuk I. IMPLEMENTATION OF INTERACTIVE TECHNOLOGIES MASTERING THE TOPIC "MULTIPLE INTEGRAL". *The paper highlights the authors' approach to using the interactive technologies while learning the higher mathematics in technical institutions for higher education. Interactive technologies, professional skills and teachers experience are the components insuring the efficiency in training process. The introduction of innovative technologies stipulates for imperative partner cooperation between the participants of training process based on subject-object relations – the necessary conditions for interactive methods.*

The objective of the paper is to highlight the experience in introducing the interactive technologies in mastering the topic "Multiple integral" by the students of technical institutions for higher education. Multiple as well as contour integrals are widely used in engineering and physics, especially in field theory. The majority of institutions for higher education select the section "Field theory" as a special course of higher mathematics. To assist students in acquiring skills in applying theoretical knowledge after practical classes on multiple and contour integrals we suggest to conduct a practical class as a contest "Weightlifter in Mathematics". This class is expedient to conduct after the topic "Multiple integrals, their calculations and application". The contest game "Weightlifter in Mathematics" is a contest in solving tasks of different complexity. The teacher fixes the envelopes on the board, each holding the set of task cards. The difficulty of the task is "evaluated" in kilos, therefore each envelope is signed with "weight" of the tasks it contains. The contest "Weightlifter in Mathematics" is extremely helpful since, unlike in the other games, they contain tasks, the results of which may be expressed not in numbers only. These may be tasks for provement, tasks and questions, requiring substantiations. The game "Weightlifter in Mathematics" is useful for retention of the material, checking the covered section, topic. This may also be used to summarize some classes.

Key words: *interactive technologies, higher mathematics, multiple integrals.*

References

1. Varsatska L. Interative training methods: linguodidactic principles / L.Varsatska // Dyvoslovo. – 2005. – № 2. – P. 5–19.

2. Gulinska O. Interative training / O.Gulinska, L.Tkachenko, N.Vynogradova// Silska shkola Ukrainy. – 2004. – №27. – P. 15–19.

3. Interative training: new approaches// Vidkrytyi urok. – 2002. – № 5–6. – P. 4–6.

4. Loseva N.M. Active methods of training n the course of analytical geomtry / N.M.Loseva // Dydaktyka matematyky: problemy I doslidzhynnia: Mizhnarodnyo zbirnyk naukovyh robit. – Issue. 29. – Donetsk: DonNU, 2008. – P. 44–51.

5. Martynets A.M. New pedagogic technologies: Interactive learning/ A.M.Martynets // Vidkrytyi urok. – 2003. – № 7–8. – P. 28–31.

6. Novytska L.I. Game forms of training for forming skils in doing the applied tasks, mastering mathematics / L.I.Novytska, M.V.Myroniuk // Dydaktyka matematyky: problemy I doslidzennia: Mizhnarodnyi zbirnyk naykovyh robit. – Issue. 23. – Donetsk: DonNU, 2005. – P. 82–88.

7. Poribchenko N. Interactive learning in the system of latest training technologies / N.Poribchenko, G.Kobernyk //Pochatkoca shkola. – 2004. – № 10. – P. 8–10.

8. Modern class.Interactive training technilogies: nauk.-metod. posib / O.I.Pometun, L.V.Pirozhenko: za red. O.I.Pometun. – К.: А.С.К., 2006. – 192 p.

9. Topolia L.V. Interactive traininig in higher school using computer technologies / L.V.Topolia // Dydaktyka matematyky: problemy I doslidzhynnia: Mizhnarodnyo zbirnyk naukovyh robit. – Issue. 30. – Donetsk: DonNU, 2008. – C. 26–29.

10. *Topolia L.V. On interactive methods of training during the academic lecture / L.V.Topolia // Dydaktyka matematyky: problemy I doslidzhynnia: Mizhnarodnyo zbirnyk naukovyh robit. – Issue. 24. – Donetsk: DonNU, 2005. – C. 17–21.*

Стаття надійшла до редакції 31.05.2013 р.

НАУКОВІ ЗАСАДИ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

МОДЕЛЮВАННЯ СТУДЕНТАМИ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕХНОЛОГІЇ ІНТЕГРОВАНИХ УРОКІВ В УМОВАХ КОМПЕТЕНТНІСНО ОРІЄНТОВАНОЇ МЕТОДИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ

І.А. Акуленко,
доктор педагог. наук, доцент,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА,
e-mail: akulenkoira@mail.ru

У статті розглянуто методичні аспекти моделювання студентами – майбутніми вчителями математики профільної школи – елементів технології інтегрованих уроків у процесі компетентнісно орієнтованої методичної підготовки. Наведено приклади конструювання допоміжних матеріалів для проведення інтегрованого уроку з математики та іноземної мови у класі з поглибленим вивченням математики з теми «Елементи математичної логіки».

Ключові слова: *інтегровані уроки, компетентнісно орієнтована методична підготовка, майбутній учитель математики профільної школи*

Постановка проблеми. Особливу роль у профільному навчанні відіграють інтегровані уроки, оскільки з їх допомогою цілісно реалізують загальноосвітню, спеціалізувальну та професійно пропедевтичну функцію відразу кілька навчальних дисциплін. На цій основі за рахунок інтеграції цілей і змісту, методів і прийомів навчання формується цілісність знань про дійсність, про природу, про різноманітні сфери застосування знань. Тому формування досвіду студентів математичних спеціальностей в навчальному моделюванні інтегрованих уроків є важливим аспектом у компетентнісно орієнтованій методичній підготовці майбутнього вчителя математики профільної школи.

Аналіз актуальних досліджень. Проблематика інтеграції в навчанні розробляється в рамках інтегративного підходу в освіті – підходу, який «веде до інтеграції змісту освіти, тобто доцільного об’єднання його елементів у цілісність» [6, с. 356]. У науково-педагогічній літературі висвітлено філософські (В.Ільченко, В.Семиченко та ін.), психолого-педагогічні (В.Моргун та ін.), дидактичні (Ю.Мальований, С.Гончаренко, О.Вознюк, О.Дубасенюк, І.Козловська та ін.) основи інтегративного підходу в навчанні природничо-математичних дисциплін [3; 5; 6; 7; 7]. Організаційними формами навчання, що реалізують цей підхід, є інтегровані уроки, комплексні семінари, а також інтегровані навчальні дні. Метою інтегрованих уроків є: формування в учнів цілісного світогляду про навколишній світ; активізація навчально-пізнавальної діяльності школярів; підвищення якості засвоєння матеріалу; створення творчої атмосфери в навчанні; виявлення здібностей учнів та їх особливостей; формування навичок самостійної роботи школярів з додатковою довідковою літературою, таблицями міжпредметних зв’язків, опорними схемами; підвищення інтересу учнів до матеріалу, що вивчається; ефективна реалізація розвивально-виховної функції навчання.

Мета статті – *розглянути методичні аспекти моделювання студентами математичних спеціальностей – майбутніми вчителями математики профільної школи – елементів технології інтегрованих уроків.*

Виклад основного матеріалу. Ознайомлення студентів із технологією підготовки й проведення інтегрованих уроків пропонуємо здійснювати за таким планом: 1) в ході евристичної бесіди визначити особливості інтегрованих уроків з математики; 2) за попередньо представленими студентам дидактичними матеріалами сконструювати фрагменти сценарію інтегрованого уроку з математики та іноземної мови в класі фізико-математичного профілю; 3) запропонувати студентам переглянути відео інтегрованого уроку з математики та іноземної мови в класі суспільно-гуманітарного профілю; 4) запропонувати студентам самостійно виконати навчальне моделювання інтегрованого уроку з математики та інформатики в класі фізико-математичного профілю з використанням комп'ютерної підтримки під час навчання тем: «Зображення фігур в стереометрії» (10 клас), «Тіла обертання» (11 клас), «Комбінації геометричних тіл» (11 клас).

У ході евристичної бесіди викладачеві разом зі студентами доцільно встановити такі особливості інтегрованих уроків: 1) такий урок об'єднує блоки знань із різних навчальних предметів навколо однієї проблеми; 2) він спрямований на розкриття загальних закономірностей, законів, ідей, теорій, відображених у різних науках і відповідних їм навчальних предметах; 3) цей урок забезпечує формування в учнів цілісної системи уявлень про закони пізнання навколишнього світу в їх взаємозв'язку й взаємозумовленості та сприяє поглибленню й розширенню знань учнів.

Відмінність інтегрованого уроку від традиційного в тому, що: 1) предметом вивчення (аналізу) на такому уроці виступають об'єкти, інформація про зміст яких міститься в різних навчальних дисциплінах; 2) наявна широка палітра використання міжпредметних зв'язків при різнобічному розгляді об'єктів пізнання; 3) такий урок має своєрідну структуру, поєднує методи, прийоми і засоби навчання, які застосовуються у різних навчальних дисциплінах. Об'єкти засвоєння на інтегрованих уроках із математики та інших дисциплін: 1) поняття, факти, способи діяльності (математичні й із інших галузей знань і навчальних дисциплін); 2) міжпредметні зв'язки (попередні, супутні, перспективні); 3) прикладні аспекти математичних знань; 4) досвід діяльності з математичного моделювання; 5) досвід творчої діяльності; 6) досвід емоційно-ціннісного ставлення до дійсності (світу, суспільства, людини).

Інтегрований урок може будуватися в межах одного навчального предмета (внутрішньопредметна інтеграція), кількох навчальних дисциплін (міжпредметна інтеграція) або на змістовій основі інтегрованого курсу. У ході інтегрованого уроку навчання відбувається відразу з кількох дисциплін під час вивчення одного поняття, явища, факту. На уроці виділяється провідна дисципліна й допоміжні, що сприяють поглибленню, розширенню, уточненню змісту одиниць засвоєння провідної дисципліни.

Лініями інтегрування виступають мета вивчення окремих дисциплін, зміст дисциплін, методи навчання різних дисциплін. Щоб дидактично виважено поєднати компоненти, вчителю необхідно здійснити підготовчу роботу за таким етапами: 1) визначити мету й завдання проведення інтегрованого уроку, лінії інтегрування, тобто, сукупність поєднуваних компонентів, провідний і допоміжний компоненти, форму інтегрування; 2) встановити характер зв'язків між поєднуваними компонентами, зміст і послідовність розгортання навчального матеріалу, методи, прийоми й засоби його представлення учням, методи, прийоми й засоби засвоєння учнями навчального матеріалу; 3) продумати способи унаочнення навчального матеріалу, форми організації різних видів діяльності учасників інтегрованого уроку (вчителів, учнів), критерії оцінювання ефективності уроку, форми й види контролю навчальних досягнень учнів на даному уроці.

Студентів доцільно ознайомити більш детально з деякими кроками в процесі підготовки інтегрованих уроків.

Перш, ніж проводити інтегрований урок, вчителю необхідно сформулювати мотиви, що його спонукали використати саме цей тип уроку. Визначаються ці мотиви тими протиріччями, що виявлені ним у навчальному процесі, й усвідомленими потребами в їхньому розв'язанні. Це може бути, наприклад, невідповідність, між вузько предметним характером знань учнів і необхідністю їх широкого застосування. Виявивши суперечності й усвідомивши мотиви, учитель визначає цілі й завдання уроку. Їх зміст залежить від характеру суперечностей і мотивів їх усунення. Цілі інтегрованого уроку можуть бути такими: систематизація знань, їх узагальнення, виявлення причинно-наслідкових зв'язків, розширення системи понять і уявлень, навчання прийомам і способам перенесення знань з однієї предметної області в іншу, виявлення прикладних аспектів математичних знань, формування навичок математичного моделювання тощо.

Визначивши мету, вчитель добирає матеріал для його об'єднання в одному уроці, тобто визначає склад інтегрування. Це доцільно робити разом із учителем того предмета, який залучається до створення інтегрованого уроку. На цьому етапі вчителі разом відбирають навчальні теми, їхні окремі частини, що складуть змістовну основу інтеграції. Після цього вчителі аналізують попередньо відібраний матеріал і ділять його на основний і допоміжний. Основний матеріал стає провідним системоутворювальним компонентом уроку. Виділення системоутворювального компонента є обов'язковим.

Форми інтегрування залежать від мети уроку й системоутворювального компонента, тобто від того, навколо чого проводитиметься інтеграція. Форми інтегрування бувають різні: 1) предметно-образна, що використовується при відтворенні більш широкого й цілісного уявлення про предмет пізнання; 2) понятійна, коли проводиться аналіз обсягу поняття, яким послуговуються інтегровані дисципліни; 3) світоглядна, коли базою інтегрування стає методологія (закони, закономірності, принципи, методи досліджень тощо) кількох дисциплін; 4) діяльнісна, коли проводиться процедура узагальнення способів діяльності, їхнє перенесення в нові умови; 5) концептуальна, при якій учні практикуються в розробці нових ідей, пропозицій, способів розв'язування навчальних проблем.

Після цього необхідно встановити зв'язки між інтегрованими блоками знань. Вони можуть бути різними. Найчастіше зустрічаються в шкільній практиці такі: зв'язки походження, зв'язки породження, зв'язки побудови (при систематизації та узагальненні знань), зв'язки керування.

Зв'язки походження («імпорт – зв'язки») встановлюються там, де системоутворювальний компонент виступає наслідком, а причини криються в допоміжних компонентах. Учень навчається виявляти причини, залежності подій, фактів, явищ у системоутворювальному компоненті уроку. Введені з іншої дисципліни знання виконують пояснювальну функцію. Відбувається не просто поєднання знань із різних навчальних дисциплін, а тільки тих їх фрагментів, що розкривають витоки, причини або умови походження досліджуваних об'єктів у системоутворювальному компоненті. Ці зв'язки використовуються при створенні багатьох міжпредметних курсів, наприклад, «Математична культура в житті людини», «Історія математичних відкриттів», «Симетрія в природі», «Елементи фінансової математики» «Математичні основи актуарних розрахунків» тощо.

Зв'язки породження («експорт – зв'язки») дуже схожі на зв'язки походження, але мають ту специфіку, що розглядають системоутворювальну дисципліну причиною, що породжує наслідки, які досліджуються в іншому навчальному предметі. Так, якщо вчитель математики проводить інтегрований урок з хімією, то він залучає матеріал з біології. Умовно кажучи, його матеріал служить підставою для появи біологічних наслідків, розгляд яких не входить до складу знань із хімії чи математики. Інтегровані уроки з такими зв'язками вчать учнів виходити за рамки предмета й бачити наслідки своїх вузьких, предметно здійснюваних дій, вплив математичних відкриттів на життя людей і розвиток наук і виробництва.

Зв'язки керування найчастіше мають місце там, де відбувається вивчення способів розумової й практичної діяльності, що можуть бути перенесені з одного предмета в інший. Крім того, зв'язки керування виникають там, де використовується знання однієї науки для оволодіння іншою. Фактично мова йде про функції досліджуваної науки в діяльності людини.

Послідовність вивчення, викладу й опанування матеріалу інтегрованого уроку визначається типами зв'язків. Процедура інтегрування матеріалу різних уроків і різних тем йде через встановлення внутрішньопредметних, міжпредметних і міжциклових зв'язків. Детальну інформацію про міжпредметні зв'язки в умовах профільного навчання математики представлено в роботі О. Глобіна [4]

Структура інтегрованого уроку може бути різноманітною. Можна скласти один великий урок з міні-уроків, побудованих на матеріалі інших дисциплін. Можна його зробити цілісним з єдиною методичною структурою. Є варіант побудови інтегрованого уроку як серії модулів (алгоритмів, проблем, навчальних завдань), що комплексно поєднані. Інтегрований урок в силу своєї складності вимагає *сценарію*, а не простого плану або конспекту. У ньому діють кілька суб'єктів процесу пізнання, різнохарактерний матеріал, методи навчання різних дисциплін. Усе це вимагає продуманого керування процесом пізнання. Під час підготовки та проведення інтегрованого уроку можлива співпраця двох і більше вчителів. Однак такі уроки може проводити й один вчитель, який володіє матеріалом інтегрованих дисциплін.

Після визначення особливостей підготовки й проведення інтегрованих уроків доцільно запропонувати студентам сконструювати загальний сценарій проведення інтегрованого уроку з математики й іноземної мови в класі з поглибленим вивченням математики за темою «Елементи математичної логіки» та змоделювати його реалізацію. Із цією метою пропонуємо використати допоміжні матеріали іноземною мовою.

Під час конструювання зі студентами сценарію інтегрованого уроку з використанням допоміжного матеріалу викладачу доцільно наголосити, що провідним навчальним матеріалом є математичний, а супровідним – навчальний матеріал з іноземної мови. Тому додаткового дослідження потребують особливості навчання елементів математичної логіки в класах із поглибленим вивченням математики на основі програми з математики для класів фізико-математичного профілю (поглиблений рівень навчання).

Існують методичні підходи, згідно яких навчання учнів елементів математичної логіки доцільно проводити на дедуктивній основі, розпочинаючи із введення означень основних понять. Зазвичай, такі підходи методично виправдані у вищій школі. Знайомство з елементами формалізованої теорії математичної логіки в школі доцільно мотивувати розглядаючи приклади задач, розв'язування яких ґрунтується на застосуванні так званого «здорового глузду». Саме під час розв'язування таких задач учні демонструють здатність мислити послідовно, спростовувати неправильні висновки та умовиводи, добирати достатні й відповідні аргументи. Для реалізації цієї мети можуть бути використані так звані задачі «про лицарів та брехунів», задачі на встановлення відповідностей між об'єктами, «задачі на встановлення істини» (коли вимагається встановити істинність або хибність одного або декількох висловлень). Саме такі задачі у формулюванні іноземною мовою представлені студентам у допоміжному матеріалі (Objective 1, 2, 3).

Objective 1. One is in the room in which there are two doors. One door points the way to freedom, and the other – to an imminent death. Near each of the doors is one guard. One of the guards always tells the truth, the other only lies. Guarders can answer only «yes» or «no». One doesn't know where is the door to freedom and which of the guards is standing at that door. But we know that the guards know who of them is the liar and who is telling the truth. You can ask only one question and only one of the guards. Your purpose is to find out which door leads to freedom. What question should you ask?

Objective 2 («Three Friends»). Three graduate friends Igor, Ivan and Oleg went to enroll in college in different cities of Ukraine: Donetsk, Kiev and Kharkov. A graduate of the class with the advanced study of mathematics went to enroll in Donetsk, but failed. A graduate of the class of chemical profiles entered the Kharkov university. Oleg during the interview confirmed his deep knowledge of jurisprudence, which he received in the class of the corresponding profile and joined the faculty of law. Ivan refused to accept the parents' advice to study in Kharkiv. In which city did boys continue their studies?

Додатково можна запропонувати студентам використати іншу задачу, сформульовану у вигляді проблемної професійно пропедевтичної ситуації. Це завдання можна запропонувати використати під час уроку у формулюванні українською мовою.

Задача: «Слідчий експеримент». Слідчий допитав трьох підозрюваних A, B і C. На допиті A сказав, що покази B – неправдиві, *B* сказав, що покази *C* – хибні. Нарешті, *C* сказав, що і *A*, і *B* обманюють. Чи може слідчий на основі результатів допиту зробити висновок, хто із підозрюваних говорить правду?

Аналізуючи розв'язування цих задач і моделюючи процес їх розв'язування учнями, студенти роблять висновок, що на інтуїтивному рівні учні послуговувалися законами логіки, які можна у явному вигляді їм представити у такий спосіб (*table* 1). Формулювання законів можна подавати як англійською, так і українською мовами.

Table 1

If «A», then «A»	Law of identity
«A» or not «A» is true	Law of Excluded Middle
«A» and «not A» is false	Law of Non-Contradiction
If is not true that «A» and «B», then «not A» or «not B» (and vice versa) If not true that «A» or «B», then «not A» and «not B» (and vice versa)	De Morgan's Theorems
If «A» then «B», and if «B» then «C», therefore, if «A» then «C»	Hypothetical Syllogism
If «A» then «B», therefore, if not «B» then not «A» (and vice versa)	Contraposition
If «A» then «B», and «A» is true, therefore «B» is true	Modus Ponens
If «A» then «B», and «B» is not true, therefore «A» is not true	Modus Tollens

Однак не завжди інтуїтивних знань достатньо для того, щоб визначити, чи правильно проведено міркування. Наприклад, можна запропонувати учням (і студентам) визначити, чи є вірним висновок у наведеному міркуванні (Objective 3).

Objective 3. Determine if the conclusion below holds true: «If a quadrangle happens to be a rhombus, then its diagonals are mutually perpendicular. If the diagonals of a quadrangle are not mutually perpendicular, then the quadrangle cannot be a square. If a quadrilateral is a square, then it can be fitted into a circle. What does not hold true is that a given quadrangle cannot be fitted into a circle or that its diagonals are not mutually perpendicular. As a result, the quadrangle is neither a rhombus, nor a square».

Спроба учнів і студентів дати обґрунтовану відповідь на дане запитання може викликати певні утруднення. Такий методичний прийом стане у нагоді майбутнім учителям для мотивації вивчення розділу математики, апарат якого дозволяє проводити «обчислення міркувань», відволікаючись від їхнього змісту. Учням можна запропонувати самостійно відшукати історичні відомості стосовно: 1) виникнення й розвитку математичної логіки; 2) видатних математиків, які зробили значний внесок в утвердження цієї науки; 3) актуальних проблем, тенденцій та перспектив розвитку новітніх розділів математичної логіки. Формулювання цих завдань англійською мовою наведено нижче (Objective 4).

Objective 4. Try to seek some historical information related to the inception and development of mathematical logic, distinguished mathematicians, that have contributed to this field of study, and problems that are current and relevant to this field of study.

Введення поняття *висловлення* доцільно здійснювати за конкретно-індуктивною схемою в процесі виконання вправ, виділяючи його характеристичні властивості, наводячи приклади і контрприклади, виконуючи вправи на підведення під поняття та виведення наслідків із належності об'єкта до даного поняття. Введення означення функції істинності можливе, наприклад, за допомогою Objective 5 й у ході виконання вправ, які сформульовані іноземною мовою (Excersise 1, 2).

Objective 5. If proposition *A* is true, it is denoted as $\mathrm{val}(A)=1$ or $|A|=1$. And in this case it is said that *A* has the truth value 1. If proposition *A* is false then it is said that *A* has the truth value 0. In other words, on the set of all propositions a function with the target set {0, 1} is defined:

$$\mathrm{val}(A) = |A| = \begin{cases} 1, \textit{if } A \textit{ is true} \\ 0, \textit{if } A \textit{ is false.} \end{cases}$$

Excersise 1. The set of true propositions is denoted by symbol T (from English word *True*), and the set of false propositions is denoted by symbol F (from English word *False*).

1) give examples of elements of sets T and F;

2) which of the claims $T \subset F$,$F \subset T$ $T \cap F = \varnothing$ is true, or not?

Exercise 2. Determine the truth value of propositions:

1) the equality $x^2 - 2x + 1 = 0$ holds true if and only if $x = 1$;

2) the equality $\dfrac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 25} = \dfrac{x-5}{x+5}$ holds true for all $x \in R \setminus \{\pm 5\}$;

3) the equality $x^2 - 16x + 64 = -x^2 + 10x - 25$ is false for any value $x \in R$;

4) the inequality $x \geq x$ is justified for any values $x \in R$;

5) the equality

$$\frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q}\left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p}\right) = \frac{1}{q}$$

is true for all $p, q \in R \setminus \{0\}$.

Поняття предиката можливо вводити так, як це представлено у запропонованому формулюванні англійською мовою (Objective 6)

Objective 6.The concept of «predicate» we introduce on concrete inductive basis. Determine which of the sentences 1) - 7) are propositions, and justify your answer:

1)$[-5.5] = -5$; 2)$\{-6.03\} = 0.3$;

3) $\sqrt{x^2} = x$; 4) $|x| = x$;

5) $[9.05] = 9$; 6) $|ab| = |a| \cdot |b|$;

7) $a + \dfrac{1}{a} \geq 2$.

Together with leaners we define characteristic features of sentences which are not propositions. Thus, the truth value of 3 and 4 depends on the variable x. Item 6 is true for all a and b. Item 7 is true for all $a > 0$. We emphasize that if sentence has a variable, it is necessary to define the domain of this variable. Another specific feature of items 3, 4, 6 and 7 is that if a variable takes a value, then the sentence becomes a proposition.

Together with pupils we list characteristic properties of predicates: 1) expression should contain a variable; 2) the domain of the variable must be defined; 3) if a variable takes a value, then an expression becomes a proposition. Here we give examples of predicates. 1) on the set of triangles x: the square of one side of the triangle equals the sum of squares of the other two sides; 2) on the set of integers: $x \geq y$; 3) on the set of natural numbers: $2^x + 2^y = 2^z$.

After summing up, we point out that arbitrary numerical equality or inequality is the example of proposition, arbitrary equation or inequality with variables is the example of predicate.

Pupils are offered to choose predicates. If the sentence is not a predicate, it should be completed to become a predicate: $x + y$ (this is not a predicate because properties 2 and 3 are not fulfilled); $x \vdots y$ (this is not a predicate because the domain is not defined); let's say M is the set of students , «x practice sports» (predicate); let's say M is the set of students, «y come to me» (is not a predicate because it is not a proposition if y takes a value from M); let M be the set of students, «x and y are sisters» (predicate).

On the basis of given examples pupils get acquainted with single-variable and two-variable predicates. Special attention should be concentrated on the fact that if one variable of a two-variable predicate takes a value from the domain, we obtain a single-variable predicate. A proposition can be considered as a 0-variable predicate.

The following questions could be useful for the generalization of the concept of the domain: 1) let's consider number expression: $2^2 + 2^3 = 2^4$, is it an example of a proposition, support your argument; 2) give an example of single-variable, two-variable, three-variable, four-variable and six-variable predicates, which induce the given proposition when all variable of a predicate takes values from the set of natural numbers.

Поняття *рівносильних предикатів* доцільно вводити, використовуючи прийом аналогії, попередньо актуалізувавши знання учнів стосовно, наприклад, рівносильних рівнянь або нерівностей. Використати при цьому доцільно вправи: exercises 5, 6.

Exercise 5.

Among equations choose the one, which is the consequence of equation $\sqrt{x+1} = x-2$:

A) $x+1 = x-2$;

B) $x+1 = (x-2)^2$;

C) $(x+1)\sqrt{x+1} = (x-2)^2$;

D) $\sqrt{x+1} - (x-2) = 0$;

E) $\sqrt{x+1} = \sqrt{(x-2)^2}$.

Exercise 6.

Among equations choose the one, which is equivalent to the equation $\sqrt{5x-2} + x = 4$:

A) $\sqrt{5x-2} = x+4$;

B) $\sqrt{5x-2} = -x+4$;

C) $\sqrt{5x-2} = -x-4$;

D) $5x-2 = (4-x)^2$;

E) $5x-2 = (x-4)^2$.

Для майбутніх учителів варто підкреслити, що введення нових понять теми доцільно проводити, використовуючи такі прийоми, як порівняння, аналогія, узагальнення. Прийом аналогії доцільно використати і в процесі введення операцій із висловленнями. Для усвідомлення змісту логічних операцій кон'юнкції, диз'юнкції, імплікації, еквіваленції висловлень доцільно запропонувати учням таблиці з відомими їм аналогами цих логічних операцій у теорії множин і в українській мові.

У результаті обговорення студенти доходять висновку, що не всі нові поняття теми «Елементи математичної логіки» доцільно вводити за конкретно-індуктивною схемою. Викладачеві доцільно наголосити, що означення операцій із висловленнями та операцій із предикатами краще вводити за абстрактно-дедуктивною схемою. Нею ж доцільно скористатися при введенні поняття кванторів загальності та існування. Особливої уваги вимагає робота вчителя по виділенню логічної структури й формалізації запису формулювань математичних тверджень, теорем.

Студентам важливо усвідомлювати, що математична підготовка учнів у класах з поглибленим її вивченням повинна мати багатостороннє спрямування: на обов'язкове засвоєння учнями як конкретних знань курсу математики (теоретичний аспект), так і на формування умінь застосовувати їх у прикладному аспекті (моделювання реальних процесів, застосування до розв`язування прикладних задач). У навчальному процесі вчитель має спрямовувати учнів на системне застосування понять і методів математики не лише у профільних науках, а й у повсякденному житті. Прикладний аспект розділу «Елементи математичної логіки» можна реалізувати, розглянувши проблему аналізу та синтезу релейно-контактних або комбінаційних схем [0].

Після колективного обговорення особливостей навчання теми «Елементи математичної логіки» учнів у класах фізико-математичного профілю на поглибленому рівні студенти можуть сконструювати фрагмент інтегрованого уроку та змоделювати варіант його проведення. Навчальну імітацію сконструйованого фрагменту інтегрованого уроку у вигляді рольової гри студентів доцільно доповнити переглядом відео реального інтегрованого уроку з математики й іноземної мови.

Висновки. Моделювання студентами в умовах компетентнісно орієнтованої методичної підготовки елементів технології інтегрованих уроків сприяє максимізації математичного і методичного суб'єктного досвіду майбутніх фахівців.

1.Акуленко І. А. Елементи математичної логіки у поглибленому курсі математики: розробки уроків: метод. посіб. для вчителів загальноосвітніх навч. закл. / І.А.Акуленко, Ю.Ю.Лещенко. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2011. – 62 с.

2.Акуленко И.А. Роль элементов историзма в формировании математического опыта учащихся / И.А.Акуленко // Дидактика математики: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2009. – Вип. 31. – С. 100–105.

3.Вознюк О.В. Цільові орієнтири розвитку особистості у системі освіти: інтегративний підхід : монографія / О.В.Вознюк, О.А.Дубасенюк. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. – 684 с.

4.Глобін. О.І. Міжпредметні зв'язки в умовах профільного навчання математики: методичний посібник / О.І.Глобін. – К.: Педагогічна *думка, 2012. – 88 с.*

5.Гончаренко С.У. Інтегроване навчання. За і проти / С.У.Гончаренко, Ю.І.Мальований // Освіта. – 1994. – №15-16. – С.5.

6.Ільченко В.Г. Інтегративний підхід в освіті / В.Г.Ільченко // Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України; гол. ред. В.Г.Кремень. – К.: Юрінком Інтер, 2008. – С. 356.

7.Козловська І.М. Метапредметна інтеграція як засіб формування змісту професійної освіти / І.М.Козловська // Інформаційно-телекомунікаційні технології в сучасній освіті: досвід, проблеми, перспективи: зб. наук. праць. Частина 2. – Львів: ЛДУ БЖД, 2009. – С.71-73.

8.Семиченко В.А. Идеи интеграции и системности в теории и практике высшей школы / В.А.Семиченко, Е.С.Барбина. – К.-Херсон, 1996. – 278 с.

Резюме. **Акуленко И.А. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТУДЕНТАМИ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕГРИРОВАННЫХ УРОКОВ В УСЛОВИЯХ КОМПЕТЕНТНОСТНО ОРИЕНТИРОВАННОЙ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ.** *В статье рассмотрены методические аспекты моделирования студентами – будущими учителями математики профильной школы – элементов технологии интегрированных уроков в процессе компетентно ориентированной методической подготовки.*

Ключевые слова. *Интегрированные уроки, компетентно ориентирована методическая подготовка, будущий учитель математики профильной школы.*

Abstract. **Akulenko I. MODELING BY STUDENTS THE ELEMENTS OF INTEGRATED LESSONS TECHNOLOGY WHILE THE COMPETENCE ORIENTED METHODICAL PREPARATION.** *The article considers the methodological aspects of modeling elements of integrated lessons technology by future teachers of mathematics of specialized schools while their competence oriented methodical preparation. The issue of integration in teaching is developed within an integrative approach in education – an approach which leads to the integration of educational content that is appropriate union of its elements in the integrity. Organizational forms that implement this approach are integrated lessons, comprehensive workshops and integrated training days. Simulating by students the elements of integrated lessons technology in competence oriented methodical preparation enables to maximize their mathematical experience and experience in teaching technics. Special attention in the article is given to the objectives of the integrated lesson, teacher's preparation stages and variations of interdisciplinary connections' implementation. In order to achieve some result students should be supplied by special materials. Examples of support materials for the constructing of integrated lessons in mathematics and foreign language with advanced study of mathematics are proposed in the paper. These materials can be used in teaching the theme «Elements of mathematic logic» in depth math learning.*

Key words. *Integrated lessons, competency focused methodical preparation, future math teacher of profile school.*

References

1. Akulenko I.A. Elements of mathematical logic in the advanced course of mathematics: for lessons: the methodical handbook for teachers of secondary schools / I.A.Akulenko, Y.Y.Leshenko. Cherkasy, 2011. – 62 p.

2. Akulenko I.A. The role of historic elements in generating pupil's mathematical experience / I. A. Akulenko / / Didactics of mathematics. - 2009. - Vol. 31. - P. 100-105.

3. Voznyuk O.V. Targets of personal development in the system of education: an integrative approach: a monograph / O.V.Voznyuk, O.A.Dubasenyuk. – Zhytomyr, 2009. – 684 p.

4. Globin O.I. Intersubject communication in specialized education of mathematics: a handbook / O.I. Globin. – K.: Pedagogical ideas, 2012. – 88 p.

5. Goncharenko S. U. Integrated training. Pros and Cons / U. S. Goncharenko, Yu Maliovany // Education. – 1994. – № 15-16. – P. 5.

6. Il'chenko V. G. integrative approach in education / V.G.Il'chenko // Encyclopedia of Education / Acad. ped. Sciences of Ukraine, Ch. yet. V. G. Kremen. – K.: Inter Yurinkom, 2008. – P. 356.

7. Kozlovskaja I. M. Integration as a means of shaping the content of professional education / I. Kozlovsky // Information and Telecommunication Technologies in Modern Education: Experience, Problems, Prospects: Coll. Science works. Part 2. – Lviv: LSU BC, 2009. – P.71-73.

Semychenko, V. Integration and systematic ideas in high schools' theory and practice / VA Semychenko, ES Barbyna. – K. Kherson, 1996. – 278 p.

Стаття надійшла до редакції 21.11.2013 р.

ОЗНАЙОМЛЕННЯ ПЕРШОКУРСНИКІВ ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТІВ З ІСТОРІЄЮ ТА МЕТОДОЛОГІЄЮ МАТЕМАТИКИ

В.Г. Бевз,
доктор педагог. наук, професор,
Національний педуніверситет ім. М. П. Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА,
e-mail: dariya@voliacable.com

Стаття присвячена запровадженню в педагогічному університеті навчальної дисципліни за вибором університету «Математика як наука і навчальний предмет» для ознайомлення першокурсників з історією та методологією математики. Розкривається зміст і структура курсу.

Ключові слова: *педагогічний університет, математика, наука, навчальний предмет, першокурсники, історія математики, методологія математики, лекція, семінарське заняття.*

Постановка проблеми. Вивчення математичних дисциплін на першому курсі педагогічного університету викликає у студентів багато труднощів, пов'язаних з великим обсягом і складністю навчального матеріалу та переходом на нові форми навчання. Система навчання в університеті відрізняється від шкільної, бо розрахована на високий рівень свідомості та врахування особистих інтересів студентів. Першокурсники починають вивчати одразу кілька математичних дисциплін, які читають різні викладачі, послуговуючись різними методами, формами та вимогами. Ці дисципліни (лінійна алгебра, аналітична геометрія і математичний аналіз) відрізняються від шкільних алгебри і геометрії та одна від одної. Студенти намагаються пристосуватися до вивчення кожної з дисциплін окремо, не розуміючи спільності їх предмету, зв'язку з шкільним курсом математики і необхідності інтеграції отриманих у процесі їх вивчення знань для майбутньої педагогічної діяльності.

Навчальна діяльність сучасних студентів багатогранна. Набутих у школі математичних знань для більшості першокурсників не вистачає, щоб свідомо і швидко, як це передбачається сучасними навчальними планами і програмами, опанувати знаннями з вищої математики. Традиційні методи і форми навчання в школі не сприяють формуванню в учнів умінь і потреб швидко і якісно засвоювати великий обсяг навчального матеріалу, користуватися науковою і навчальною літературою, самостійно опрацьовувати окремі положення теоретичного матеріалу, розв'язувати незнайомі типи задач тощо.

Щоб допомогти першокурсникам швидше, активніше і свідоміше включитися у навчальний процес в університеті, для них пропонуються факультативні курси. Існували різні підходи до визначення тем і спрямованості таких курсів. У практиці роботи педагогічних інститутів й університетів для математичних спеціальностей вводилися такі курси: «Вступ до спеціальності», «Вступний курс математики», «Вибрані питання шкільного курсу математики» та інші – за вибором факультетів чи кафедр.

Основною метою таких факультативних курсів було:

– розкрити зміст і особливості майбутньої професійної діяльності;

– систематизувати уявлення студентів про основні математичні поняття і відношення, підвищити логічну культуру та культуру математичного мовлення;

– вирівняти математичну підготовку студентів за допомогою повторення окремих тем з шкільного курсу математики.

Аналіз актуальних досліджень. В педагогічних університетах неоднозначно трактується курс «Вступ до спеціальності». В окремих університетах в різні часи цей курс стосувався спеціальності – математики. Добре відомим був курс «Вступ до спеціальності математика», розроблений Б. В. Гнєденко наприкінці минулого століття [3]. В інших університетах, або в інші часи, на перших курсах існував предмет, що стосувався майбутнього фаху – педагогічної діяльності.

На сучасному етапі розвитку педагогічної освіти розробкою та запровадженням різних видів факультативних курсів і курсів за вибором для першокурсників, які в майбутньому стануть фахівцями з математики чи вчителями математики займаються провідні математики, методисти і педагоги (І.А.Антипова, Е.М.Бабенко, Н.А.Бушуєва, А.С.Зеленський, Є.І.Могилевський, М.В.Працьовитий, М.М.Смірнов, М.К.Хасанов, А.К.Цих, М.В.Юмашев та інші).

Особливості історії математики як міждисциплінарної науки (історичної, математичної і соціальної), можливості її використання для оновлення змісту математичної освіти і удосконалення педагогічного процесу розглядали відомі математики і методисти: І.К.Андронов, О.М.Боголюбов, О.І.Бородін, А.С.Бугай, М.І.Бурда, Н.О.Вірченко, Г.І.Глейзер, Б.В.Гнєденко, Т.Л.Годованюк, В.О.Добровольський, М.Я.Ігнатенко, А.М.Колмогоров, А.Г.Конфорович, Г.О.Михалін, Т.С.Полякова, М.І.Шкіль та інші.

Мета статті – *розкрити мету, структуру і зміст навчальної дисципліни для першокурсників педагогічних університетів «Математика як наука і навчальний предмет». Показати доцільність запровадження цього курсу для майбутніх учителів математики.*

Виклад основного матеріалу дослідження. З 2002 р. в НПУ імені М.П.Драгоманова для студентів першого курсу за нашою ініціативою і підтримкою Ради фізико-математичного факультету (нині Фізико-математичного інституту) введено курс за вибором університету «Математика як наука і навчальний предмет». Обсяг навчальної дисципліни: 1 семестр, 54 години, 1,5 кредит ECTS, залік (лекції 10 годин, семінарські заняття 8 годин).

Мета запровадження цього курсу:

– дати першокурсникам, тобто майбутнім учителям математики, пропедевтичні знання з історії розвитку і сучасного стану математичної науки, що дозволить зорієнтувати студентів на оволодіння загальними ідеями, принципами і методами науки;

– з позицій інтегративного підходу створити у студентів базу для формування цілісних уявлень про математику як науку та здатності виходити на системний рівень її пізнання у процесі вивчення університетських курсів.

Вивчення математики в університеті має сприяти становленню у студентів правильних уявлень про природу науки, її предмет і методи, джерела і стимули розвитку, місце і роль у суспільстві та в системі інших наук. Математика знаходиться у постійному розвитку – з'являються нові галузі, розширюються існуючі. Цим вона схожа на велике місто, а її складові частини – на окремі його квартали. Щоб одержати певні знання про якесь місто, бажано спочатку ознайомитись з його картою чи загальним планом, а потім детально вивчати окремі райони. Що стосується вивчення математики, то тут усе відбувається інакше. Протягом п'яти років студенти вивчають окремі математичні дисципліни, кожна з яких тією чи іншою мірою розкриває предмет, основні завдання, методи, засоби і шляхи розвитку відповідної галузі. Але вивчення математики у такий спосіб не сприяє створенню у студентів правильного погляду на математику в цілому, не дає зрозуміти її суті, побачити спільність предмету.

Майбутні вчителі математики мають добре знати не тільки арифметику, алгебру, математичний аналіз, геометрію та інші складові математичної науки, а й математику в цілому. Образно кажучи, перш ніж ознайомлювати майбутніх лісників з окремими групами дерев у лісі, їм бажано дати деякі відомості і про весь ліс. Математика є складовою частиною загальнолюдської культури, а тому загальний погляд на математику, її зміст та застосування має знати кожна освічена людина.

Досить часто студенти не усвідомлюють, для чого потрібна вища математика, не розуміють, навіщо вчителю вивчати вищу математику, якщо шкільні курси базуються на елементарній математиці. Запропонований курс допоможе першокурсникам переконатися в тому, що вища математика створює міцну базу для наукового підходу до побудови і реалізації шкільного курсу математики, забезпечує теоретичні основи розв'язування задач, а також створює умови для розвитку загальної культури вчителя.

Деякі з питань, що розглядаються на першому курсі, бажано обговорити повніше і детальніше на старших курсах, зокрема – в процесі вивчення історії математики, методики математики, на спеціальних курсах з вищої математики тощо. Там це можна зробити глибше і аргументованіше. На початку ж навчання ці питання досить розглянути в пропедевтичному плані, з метою постановки важливих проблем, розв'язання яких не є можливим без опанування новими для студентів математичними курсами.

Така навчальна дисципліна потрібна першокурсникам, щоб:

– краще забезпечити наступність у навчанні, перехід від шкільної математики до математики вищої школи;

– дати основні знання з історії та методології математики, які б створили фундамент для подальшого інтегрованого сприйняття математичних знань;

– сформувати правильний погляд на математику в цілому, а не лише на окремі складові частини;

– акцентувати увагу студентів на фундаментальних поняттях, теоріях, законах, які допомагають краще усвідомити причинно-наслідкові зв'язки;

– гуманізувати навчальний процес і гуманітаризувати зміст навчання математики;

– показати місце математики в системі інших наук, а також роль математики на сучасному етапі розвитку суспільства;

– зіставити зміст і методи математичної науки, університетського і шкільного курсів математики;

– ліквідувати прогалини у знаннях математичної мови.

Програмою передбачається на лекціях висвітлити такі питання:

- Математика як наука.
- Основні етапи розвитку математики.
- Історія елементарної математики.
- Математика як навчальний предмет у середній школі.
- Математика як навчальний предмет у вищій школі.

Дискусійним може бути питання, чи готові студенти-першокурсники сприймати методологічні знання? З цього приводу ми поділяємо позицію Л. Я. Зоріної, у дослідженнях якої показано, що для формування системних знань з основ наук необхідно у зміст освіти з основ наук включати й спеціальні методологічні знання [4]. Проте практична реалізація цієї ідеї в межах власне математичних курсів зустрічає певні труднощі: від часового дефіциту до непідготовленості та небажання викладачів. Одним із можливих виходів у даній ситуації є запропонований курс. На першій лекції, наприклад, з'ясовуються різні підходи до характеристики предмету математики. Детальніше про це у наших роботах [1] і [2].

Ознайомлення з періодами розвитку математики створює ґрунт для сприйняття курсів елементарної та вищої математики як єдиного цілого. Третій і четвертий періоди розвитку математики детально розглядаються в систематичному курсі історії математики, оскільки студенти ще не мають необхідних для цього математичних знань. Перші два періоди можна розглянути детальніше, – зупинившись на питаннях, які допоможуть кращому засвоєнню математичних дисциплін, знадобляться студентам для написання курсових робіт, а також сприятимуть активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів і розвитку їхнього творчого мислення.

Усвідомлення того факту, що елементарна математика відрізняється від вищої так само, як древні цивілізації відрізняються від цивілізацій більш пізніх епох, допомагає студентам збагнути, чому вивчення матеріалу систематизованих курсів вищої математики вимагає значних зусиль і є процесом дуже трудомістким. Знання, покладені в основу елементарної математики, і знання, які утворюють предмет вищої, людство здобуло на відстані майже двох тисячоліть. Аналогічний інтелектуальний стрибок мусять здійснити і студенти. Розуміння цього сприяє свідомій концентрації зусиль, що у результаті позначається на якості навчання.

Семінарські заняття мають таку тематику:

- Математика в системі інших наук.
- Математичні премії, їх засновники та лауреати.
- Визначні математичні задачі.
- Мова сучасної математики.

В останні роки (за наполяганням студентів) семінарські заняття проводяться з використанням мультимедіа. Студенти мають можливість супроводжувати виступ на семінарських заняттях заздалегідь підготовленою презентацією.

Висновки. Практика проведення курсу «Математика як наука і навчальний предмет» показала, що студенти з великим задоволенням відвідують лекції, опрацьовують додаткову літературу, готують і виступають з короткими повідомленнями. Все це сприяє підвищенню загальної культури першокурсників, їх адаптації до вивчення різних предметів математичного циклу і цілісного сприйняття математики.

На жаль, далеко не завжди навчальний заклад може дозволити собі організувати факультативне ознайомлення з історією математики. Але й у такому разі не варто лишати студентів можливості одержати досить потужну інтегруючу та систематизуючу підтримку, якою є історико-методичне знання. Значною мірою виконати покладені на факультатив функції може робота в гуртку з історії математики. В роботі гуртка допускається більш вільне варіювання тематики та форм роботи на заняттях. Проблеми для обговорення може висувати не лише викладач, а й студенти, адже паралельне вивчення курсів вищої математики нерідко стимулює інтерес до тих чи інших історичних фактів. У межах гуртка можуть проводитись як традиційні заняття, так і різні вікторини, конкурси, диспути, екскурсії тощо, випускатися стінгазети.

1. Бевз В.Г. Що таке математика? / В.Г.Бевз // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. збірник наукових робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2002. – Вип. 18. – С. 3–10.

2. Бевз В. Г. Історія математики / В.Г.Бевз. – Х.: Вид.гр. «Основа», 2006. – 176 с.

3. Гнеденко Б.В. Введение в специальность математика / Б.В.Гнеденко. – М.: Наука, 1991. – 240 с.

4. Зорина Л.Я. Дидактические основы формирования системности знаний старшеклассников / Л.Я.Зорина. – М.: Педагогика, 1978. – 128 с.

Резюме. **Бевз В.Г. ОЗНАКОМЛЕНИЕ ПЕРВОКУРСНИКОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ С ИСТОРИЕЙ И МЕТОДОЛОГИЕЙ МАТЕМАТИКИ.** *Статья посвящена введению в педагогическом университете учебной дисциплины по выбору университета «Математика как наука и учебный предмет» для ознакомления первокурсников с историей и методологией математики. Раскрываются содержание и структура курса.*

Ключевые слова: *педагогический университет, математика, наука, учебный предмет, первокурсники, истории математики, методология математики, лекция, семинарское занятие.*

Abstract. **Bevz V. FAMILIARIZATION FRESHMEN IN PEDAGOGICAL UNIVERSITY WITH THE HISTORY AND METHODOLOGY OF MATHEMATICS.** *Present an introduction in pedagogical University elective course «Mathematics as a science and an academic subject» to familiarize freshmen with the history and methodology of mathematics. The content and structure of the course are disclosed.* Expediency of introducing such a course for future teachers of mathematics are showed.

Future mathematics teachers have to know well not only arithmetic, algebra, mathematical analysis, geometry, and other components of mathematical science but mathematics in general. To make a long story short, before familiarize future foresters with each trees in the forest, it is desirable to give some information about the forest at all. Mathematics is an integral part of human culture. Therefore the overall view of mathematics, its content its, value and application needs to know every educated person.

The main objectives of course:

- *ensure continuity in learning,*
- *give the basic knowledge of the history and methodology of mathematics*
- *form a correct view of mathematics as a whole,*
- *ensure humanize the learning process*
- *show the place of mathematics in the other sciences*
- *show the role of mathematics in the modern society*
- *Eliminate gaps in knowledge of mathematical language and so on.*

Content and course structure in the article are disclosed. The lectures dealt with the following issues:

1. *Mathematics as science.*
2. *Milestones mathematics.*
3. *The history of elementary mathematics.*
4. *Mathematics as a subject in school.*
5. *Mathematics as a subject in high school.*

At the seminar employment have been handed down four topics (Mathematics in the other sciences. Math Prize laureates and their founders. Famous mathematical problems. Language of modern mathematics).

Key words: *pedagogical University, mathematics, science, academic subject, freshman, history of mathematics, methodology of mathematics, lecture, seminar classes.*

References

1. Bevz V. What is mathematics? // Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of scientific papers. – Issue. 18. –Donetsk: Firm Teana, 2002. – P. 3 - 10.

2. Bevz V. History of mathematics. – H.: Vyd.hr. «Basis», 2006. – 176 p.

3. Gnedenko B. Introduction to Mathematics. – Moscow: Nauka, 1991. – 240 p.

4. Zorina L. Didactic principles of formation of systematic knowledge of senior pupils. – M.: Education, 1978. – 128 p.

Стаття надійшла до редакції 28.09.2013 р.

РІВНІ МЕТОДИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ З НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

О.І.Матяш,
канд. педагог. наук, доцент,
Вінницький державний педуніверситет ім. Михайла Коцюбинського,
м. Вінниця, УКРАЇНА,
e-mail: matyash_27@mail.ru

Визначено та обґрунтовано рівні методичної компетентності вчителя математики у навчанні учнів геометрії, рівні методичної компетентності майбутніх учителів геометрії, рівні розв'язування студентами навчально-методичних задач, компетенції вчителя математики у навчанні учнів геометрії.

Ключові слова: *методична компетентність, задачі методичної діяльності, рівні професійної діяльності, компетенції.*

Постановка проблеми. Реформування системи освіти в Україні відбувається в умовах зміни методологічних підходів, розробки нових цілей і технологій професійного навчання. Теоретичною базою цьому слугують наукові дослідження провідних психологів і педагогів, а практичною – нормативні державні документи. Можна констатувати багатоаспектне теоретичне обґрунтування компетентнісного підходу в педагогічній освіті. Однак усебічний аналіз психолого-педагогічних основ формування методичної компетентності вчителя математики дозволяє стверджувати, що в науці не запропоновано цілісного підходу до з'ясування та формування його базових професійних компетентностей.

Серед базових компетентностей вчителя математики ми виокремлюємо методичну компетентність, в якій розглядаємо предметну методичну компетентність вчителя математики до навчання учнів геометрії.

Аналіз актуальних досліджень. Питаннями фахової підготовки майбутніх учителів математики у різні часи займалися відомі науковці і методисти. У вітчизняних педагогічних дослідженнях: О.М.Астряб, В.Г.Бевз, Г.П.Бевз, М.І.Жалдак, А.І.Кузьмінський, К.Ф.Лебединцев, І.Ф.Ленчук, Г.О.Михалін, В.Г.Моторіна, З.І.Слєпкань, О.В.Співаковський, О.І.Скафа, С.П.Семенець, С.А.Раков, Н.А.Тарасенкова, І.Є.Шиманський, М.І.Шкіль, В.О.Швець, Н.М.Шунда та інші. У російських педагогічних дослідженнях: М.Я.Віленкін, Б.В.Гнєденко, В.А.Гусєв, П.М.Ерднієв, В.Н.Келбакіані, П.Л.Касярум, Ю.М.Колягін, Г.Л.Луканкін, Д.М.Маєргойз, М.В.Метельський, О.Г.Мордкович, Т.С.Полякова, М.В.Потоцький, В.А.Сластєнін, Н.Л.Стефанова та інші.

Відносно широко використовується поняття «методична компетентність вчителя математики» у російських дисертаціях: О.В.Лебедєва, О.Г.Ларіонова, А.К.Маркова, Т.С.Мамонтова, Л.В.Павлова.

У вітчизняних наукових працях розкриття змісту поняття «методична компетентність вчителя математики» зустрічаємо у публікаціях А.О.Кузьмінського, Н.А.Тарасенкової, С.О.Скворцової, І.А.Акуленко.

Метою даної статті *є визначення та обґрунтування рівнів методичної компетентності майбутніх учителів математики у навчанні учнів геометрії.*

Виклад основного матеріалу. Методичні компетенції у навчанні учнів геометрії ми розглядаємо як «повноваження» вчителя математики у методичній діяльності, а методичну компетентність майбутнього вчителя математики – як відповідність таким «повноваженням», успішність у досягненні цілей фахової підготовки. Компетентність у більшості наукових досліджень визначають як ступінь оволодіння деякою діяльністю. Тоді методична компетентність вчителя математики – це певна ступінь оволодіння методичною діяльністю. Вважаємо доречним розрізняти два різні поняття: методична компетентність вчителя математики і методична компетентність майбутнього вчителя математики. Розглядатимемо відповідно рівні методичної компетентності вчителя математики і рівні методичної компетентності майбутнього вчителя математики.

Як свідчить аналіз психолого-педагогічних досліджень є різні бачення визначення рівнів методичної компетентності вчителя.

А.Л.Зубков [2] рівні розвитку методичної компетентності вчителя ставить у відповідність до етапів його професійної підготовки і тому розглядає: практико-імітуючий, комбінуючо-продуктивний, науково-творчий рівні. О.В. Лебедєва [5] у відповідності з етапами конструктивної діяльності вчителя виділяє такі рівні розвитку його методичної компетентності: теоретичне моделювання, проектування, конструювання і впровадження в практику. К.С.Семенова [10]: змістовий, квазіпрофесійний, професійно-діяльнісний рівні. Н.Д.Кучугурова [4]: введення в професію вчителя, теоретико-конструктивний та теоретико-практичний рівні. Процес формування професійно-методичної компетентності майбутнього вчителя математики Т.С.Мамонтова [7] пропонує диференціювати за рівнями: рівень розрізнених методичних знань (нульовий рівень); методична грамотність (перший рівень); методична освіченість (другий рівень); методична майстерність (третій рівень); методична культура (четвертий рівень).

Крім рівнів розвитку методичної компетентності науковці виділяють рівні прояву методичної компетентності вчителя: інтуїтивний, нормативний, активний, креативний [5,с.6]; емпіричний, конструктивний, творчий [7,с.7]; інтуїтивний, теоретичний, квазіпрофесійний (практико-імітуючий), професійно-координований, професійний, науково-методичний [3,с.92]. І.Є.Малова [8] розглядає таксономію, при якій відбувається порівняння з базовим рівнем оволодіння методичною діяльністю вчителем математики (рівнем, який забезпечує успішність навчання учнів математики), і виділяє три рівні методичної компетентності вчителя: базовий, підвищений; поглиблений. Якщо за основу таксономії взяти частоту прояву відповідних методичних умінь учителя, то І.Є.Малова виділяє три рівні методичної компетентності: 1) уміння рідко проявляються; 2) уміння часто проявляються; 3) уміння проявляються завжди. І.А.Акуленко [1] пропонує визначати рівні сформованості методичної компетентності майбутнього вчителя математики профільної школи, виходячи з рівнів сформованості її складових: аксіологічний, гносеологічний, праксеологічний, особистісний компоненти. Рівні сформованості аксіологічного компонента: стимульно-продуктивний, ситуативно-прагматичний, ситуативно-евристичний, евристичний, навчально-креативний, креативний. Рівні сформованості гносеологічного та праксelогічного компонента: репродуктивний (низький), репродуктивний (середній), реконструктивно-варіативний (достатній), творчий (високий).

Жоден із описаних вище підходів до визначення рівнів методичної компетентності вчителя, з різних причин, ми не вважаємо практично зручним для нашого дослідження формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики до навчання учнів геометрії. Пояснимо наш підхід до виокремлення рівнів методичної компетентності вчителя математики і рівнів методичної компетентності майбутнього вчителя математики.

Оскільки під методичною компетентністю вчителя математики ми розуміємо його готовність і здатність методично грамотно, творчо розв'язувати комплекс задач методичної діяльності щодо формування математичної компетентності учнів, то рівні методичної компетентності мають певним чином взаємно узгоджуватись із рівнями методичної діяльності вчителя. *Стратегічними задачами методичної діяльності* вчителя математики, що навчає учнів геометрії, ми будемо вважати педагогічні задачі, які визначаються цілями освіти і відображають кінцеві результати педагогічної діяльності. В нашому випадку, у відповідності до компонентів геометричної компетентності учнів, стратегічні задачі методичної діяльності вчителя геометрії у найбільш загальному вигляді є такими: формувати геометричну грамотність учнів; формувати способи діяльності учнів у процесі навчання геометрії; формувати особистісне позитивне ставлення учнів до геометрії та процесу її вивчення.

Тактичні задачі методичної діяльності вчителя – це конкретизація стратегічних задач в реальному педагогічному процесі, вони відповідають тому чи іншому етапу розв'язування стратегічної педагогічної задачі. Із множини тактичних задач методичної діяльності вчителя, що навчає учнів геометрії, можна виділити певну підмножину задач, які він обов'язково має навчитися розв'язувати у процесі фахової підготовки в педагогічному університеті – ці задачі ми називаємо *критеріальними задачами методичної діяльності* вчителя. Оперативні задачі методичної діяльності – це задачі поточні, найближчі, які постають перед вчителем геометрії в кожен окремо взятий момент його практичної роботи в школі.

У Листі № 1/9-484 від 31 липня 2008 року «Головам робочих груп МОН України з розроблення галузевих стандартів вищої освіти та головам науково-методичних комісій МОН України» [6] рекомендується розрізняти п'ять рівнів будь-якої професійної діяльності: стереотипний, операторський, експлуатаційний, технологічний, дослідницький. Якщо адаптувати цей підхід до розгляду рівнів методичної діяльності вчителя математики, що навчає учнів геометрії, то матимемо відповідно:

- стереотипний рівень – формальне використання вчителем засвоєних методичних рекомендацій у навчанні учнів геометрії;
- операторський рівень – здатність вчителя оперувати методичними знаннями та уміннями у процесі навчання учнів геометрії і уміння розв'язання задач методичної діяльності на середньому рівні;
- експлуатаційний рівень – здатність учителя аналізувати процес формування геометричної компетентності учнів і уміння розв'язання задач методичної діяльності на достатньому рівні;
- технологічний рівень – здатність вчителя аналізувати і прогнозувати процес навчання учнів геометрії уміння розв'язання задач методичної діяльності на високому рівні;
- дослідницький рівень – здатність вчителя проводити дослідження усіх компонентів методичної системи формування геометричної компетентності учнів і уміння розв'язання задач методичної діяльності на творчому рівні.

У запропонованому тлумаченні рівнів методичної діяльності вчителя ми оперували рівнями вчителя математики у розв'язуванні задач методичної діяльності з навчання учнів геометрії, які пропонуємо визначати за такими критеріями:

- початковий – вчитель уміє розрізняти стратегічні, тактичні і поточні задачі методичної діяльності з навчання учнів геометрії, уміє розв'язувати більшість критеріальних задач, виявляє уміння методично грамотного розв'язання окремих поточних задач методичної діяльності згідно рекомендацій опублікованих в методичній літературі;
- середній – вчитель чітко розрізняє стратегічні, тактичні і поточні задачі методичної діяльності з навчання учнів геометрії, уміє розв'язувати майже всі критеріальні задачі, виявляє уміння методично грамотного розв'язання більшості поточних задач методичної діяльності згідно методичних рекомендацій;
- достатній – вчитель чітко розрізняє стратегічні, тактичні і поточні задачі методичної діяльності з навчання учнів геометрії, уміє розв'язувати всі критеріальні задачі, виявляє уміння методично грамотного розв'язання поточних задач методичної діяльності, має методичні переконання,

впевнено обґрунтовує власну методичну позицію;

- високий – вчитель має власний стиль вибудовування системи тактичних і поточних задач для ефективного розв'язання стратегічних задач з навчання учнів геометрії, уміє методично грамотно розв'язувати всі тактичні і поточні задачі, має глибокі методичні переконання, впевнено презентує нестандартні розв'язання задач методичної діяльності;
- творчий – вчитель має власний оригінальний стиль вибудовування і творчого розв'язування системи тактичних і поточних задач для ефективного розв'язання стратегічних задач з навчання учнів геометрії, виявляє здатність презентації обґрунтованих авторських методичних рекомендацій щодо успішного розв'язування задач методичної діяльності.

Ми вважаємо, що якщо вчитель здійснює методичну діяльність на стереотипному і операторському рівнях методичної діяльності, то не варто визнавати це якимось рівнем методичної компетентності. Можна вважати, що він працює на певних рівнях методичної грамотності, але не компетентності. Експлуатаційний, технологічний та дослідницький рівні методичної діяльності можуть відповідати певним рівням методичної компетентності. Нагадаємо, по-перше, компетентність – певний ступінь оволодіння діяльністю, по-друге, компетентність – інтегрована характеристика якостей особистості. Тобто, рівні методичної компетентності вчителя математики – це три вищі ступені оволодіння методичною діяльністю, які, як рівні інтегрованих характеристик якостей вчителя математики, будемо розглядати таким чином:

- *достатній рівень методичної компетентності* – здатність вчителя аналізувати процес формування математичної компетентності учнів і готовність розв'язання задач методичної діяльності на достатньому рівні;
- *високий рівень методичної компетентності* – здатність вчителя аналізувати і прогнозувати процес навчання учнів математики і готовність розв'язання задач методичної діяльності на високому рівні;
- *творчий рівень методичної компетентності* – здатність вчителя проводити дослідження усіх компонентів методичної системи формування геометричної компетентності учнів і готовність розв'язання задач методичної діяльності на творчому рівні.

Легко помітити, що присвоєні терміни «достатній рівень методичної компетентності», «високий рівень методичної компетентності», «творчий рівень методичної компетентності» узгоджуються із відповідними рівнями розв'язування задач методичної діяльності вчителя.

Розглянемо тепер рівні методичної компетентності майбутнього вчителя математики. Методична компетентність майбутнього вчителя математики – це очікуваний результат методичної підготовки вчителя, який включає методичну грамотність, досвід методичної діяльності та методичні переконання.

Ми погоджуємось з багатьма дослідниками компетентнісного підходу в педагогічній освіті, що, зокрема через обмежені можливості практичного досвіду методичної діяльності, у процесі фахової підготовки майбутнього вчителя ми не можемо планувати досягнення найвищих рівнів методичної компетентності вчителя. Ми вважаємо, що найвищим рівнем методичної компетентності майбутнього вчителя математики може бути рівень, який відповідає достатньому рівню методичної компетентності вчителя математики (здатність вчителя аналізувати процес формування математичної компетентності учнів і готовність розв'язання задач методичної діяльності на достатньому рівні).

Нам імпонує ідея Т.С.Мамонтової [7], що цілі формування професійно-методичної компетентності майбутнього вчителя математики доцільно проектувати на мові компетенцій. Рівні сформованості професійно-методичної компетентності майбутнього вчителя можуть бути визначені рівнем розв'язуваних студентом навчально-методичних задач. О.Н.Ігна [3] чіткіше розкриває зміст поняття навчально-методична задача – це завдання, що використовується в методичній підготовці вчителя на рівні осмислення, проектування і практичної реалізації методичної діяльності з метою розвитку методичної компетентності як інтегративної основи професійного педагогічного зростання. Отже, у нашому дослідженні ми будемо використовувати термін «навчально-методична задача» у вказаному вище розумінні. Таким чином, рівні сформованості методичної компетентності *майбутнього вчителя математики* ми будемо визначати за допомогою рівнів розв'язування студентами навчально-методичних задач:

- *нульовий рівень* методичної компетентності майбутнього вчителя математики - *незадовільний рівень* розв'язування навчально-методичних задач;

- *початковий рівень* методичної компетентності майбутнього вчителя математики - *задовільний рівень* розв'язування навчально-методичних задач;

- *середній рівень* методичної компетентності майбутнього вчителя математики - *достатній рівень* розв'язування навчально-методичних задач;

- *достатній рівень* методичної компетентності майбутнього вчителя математики, який ототожнюється із *достатнім рівнем* методичної компетентності вчителя математики – *високий рівень* розв'язування навчально-методичних задач.

Розглянемо критерії визначення рівнів розв'язування студентами навчально-методичних задач. Нагадаємо, що із множини тактичних задач методичної діяльності вчителя, що навчає учнів геометрії, ми виокремлюємо підмножину типових задач і відповідні методичні уміння вчителя математики. Ці ж задачі у процесі методичної підготовки в педагогічному університеті ми розглядаємо як критеріальні (майбутній вчитель обов'язково має навчитися розв'язувати). Відповідні методичні уміння, якими обов'язково має оволодіти майбутній учитель, ми теж називаємо критеріальними. Тоді критерії визначення рівнів розв'язування студентами навчально-методичних задач:

- *незадовільний рівень* розв'язування навчально-методичних задач (невисокий теоретичний рівень методичних знань, критеріальні уміння проявляються менше як у половині випадків);

-*задовільний рівень* розв'язування навчально-методичних задач (студент оперує теоретичними знаннями з методики навчання геометрії, у моделюючій професійну діяльності (квазіпрофесійній) критеріальні уміння проявляються більш, ніж у половині випадків, але менше ніж у ¾ випадків;

-*достатній рівень* розв'язування навчально-методичних задач (студент вільно оперує теоретичними знаннями з методики навчання геометрії, у квазіпрофесійній діяльності критеріальні уміння проявляються більш, ніж у ¾ випадках, однак не у всіх випадках, невпевнено обґрунтовує власну методичну позицію);

-*високий рівень* розв'язування навчально-методичних задач (студент вільно оперує теоретичними знаннями з методики навчання геометрії, у квазіпрофесійній діяльності критеріальні уміння проявляються завжди, має методичні переконання, впевнено обґрунтовує власну методичну позицію).

Процес розв'язування навчально-методичних задач у фаховій підготовці майбутнього вчителя математики до навчання учнів геометрії має на меті формування його критеріальних умінь, тобто умінь розв'язувати критеріальні задачі методичної діяльності. Система навчально-методичних задач має конструюватися викладачами як система підготовки до розв'язування стратегічних задач методичної діяльності вчителя математики у навчанні учнів геометрії. Результатом розв'язування комплексу навчально-методичних задач має бути сформованість стратегічних умінь вчителя математики у навчанні учнів геометрії, сформованість його геометрично-методичної компетентності на достатньому рівні. Формування геометрично-методичної компетентності майбутнього вчителя математики відбувається в процесі опанування студентом системи відповідних компетенцій – системи, яка відображає комплекс заданих вимог до обсягу й рівня засвоєння методичних знань, умінь, ціннісних орієнтацій та досвіду виконання різних видів методичної діяльності у формуванні геометричної компетентності учнів.

Серед спеціально-професійних компетенцій вчителя математики основної школи та старшої школи виокремлюємо компетенції з навчання учнів геометрії:

- здатність формувати і розвивати геометричні уявлення учнів 5-6 класів на рівні пропедевтики систематичного курсу геометрії;
- здатність формувати і розвивати геометричні знання та уміння учнів про геометричні фігури та їх властивості;
- здатність формувати і розвивати математичну компетентність учнів щодо доведення геометричних тверджень;
- здатність формувати і розвивати математичну компетентність учнів щодо геометричних побудов;
- здатність формувати і розвивати математичну компетентність учнів щодо вимірювань і обчислень геометричних величин;
- здатність формувати і розвивати математичну компетентність учнів старшої школи щодо зображення геометричних фігур при паралельному проектуванні;
- здатність формувати і розвивати математичну компетентність учнів щодо різних методів розв'язування планіметричних та стереометричних задач;
- здатність формувати і розвивати цілісні, системні знання та уміння учнів із геометрії;
- здатність формувати і розвивати геометричні знання та уміння учнів старшої школи у відповідності до мети їхньої профільної підготовки;
- здатність формувати і розвивати геометричну компетентність учнів в класах поглибленого навчання математики;
- здатність формувати і розвивати способи діяльності учнів основної та старшої школи щодо успішного застосування знань та умінь з геометрії для розв'язування практичних та прикладних задач;
- здатність формувати і розвивати позитивне особистісне ставлення учнів основної та старшої школи до геометрії та процесу її вивчення.
- здатність формувати і розвивати способи діяльності студентів щодо успішного застосування знань та умінь з геометрії для розв'язування практичних та прикладних задач.

Отже, вказані спеціально-професійні компетенції вчителя математики у навчанні учнів геометрії ми розглядаємо як завдання формування його геометрично-методичної компетентності. Геометрично-методична компетентність майбутнього вчителя математики може бути сформована в педагогічному університеті на початковому, середньому або достатньому рівнях. Високий і творчий рівні геометрично-методичної компетентності вчителя математики можуть сформуватися лише в процесі активної професійної діяльності, в умовах ґрунтовної самоосвітньої діяльності, творчого пошуку. Творчий рівень геометрично-методичної компетентності вчителя математики ми вважаємо одним із рівнів його геометрично-методичної культури.

Висновки. Основна ідея підвищення якості підготовки майбутнього вчителя математики до навчання учнів геометрії ґрунтується на ідеї випереджального формування методичної компетентності у процесі фахової підготовки майбутніх учителів у педагогічному університеті, шляхом зміщення акцентів з накопичення нормативно визначених методичних знань, умінь та навичок, на формування в майбутнього вчителя готовності і здатності методично грамотно, творчо розв'язувати комплекс задач методичної діяльності щодо формування геометричної компетентності учнів, готовності і здатності обґрунтовувати власні методичні переконання, готовності і здатності до самоосвіти та самовдосконалення.

1. Акуленко І.А. Компетентнісно орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект): монографія / І.А.Акуленко. – Черкаси: видавець Чабаненко Ю. – 2013. – 460 с.

2. Зубков А.Л. Развитие методической компетентности учителей в условиях модернизации общего образования [Текст]: автореф. дис. ….канд. пед. наук/ А.Л.Зубков.-Екатеринбург. 2007. – 23 с.

3. Игна О.Н. Структура и содержание методической компетентности учителя иностранного язика / О.Н.Игна // Ярославский педагогический весник. – №1. – 2010. – С. 90-93.

4. Кучугурова Н.Д. Профессионально-методическая подготовка учителя информатики начальной школы / Н.Г.Кучугурова // Информационные технологии в образовании (ИТО-РОИ-2008). – Режим доступа:http:// www.ito.ru/sp/SP-0-2008_4.

5. Лебедева О.В. Развитие методической компетентности учителя как средство повышения эффективности учебного процесса в общеобразовательной школе [Текст]: автореф. дис. ….канд. пед. наук /О.В.Лебедева. – Нижний Новгород. 2007. – 24 с.

6. ЛИСТ від 31.07.2008 р. №1/9-484 «Головам робочих груп МОН України з розроблення галузевих стандартів вищої освіти та головам науково-методичних комісій МОН України» http://elib.crimea.edu/zakon/ list484.pdf

7. Мамонтова Т.С. Формирование профессионально-методической компетентности будущего учителя математики в педвузе средствами курса «Теория и методика обучения математике» [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Татьяна Сергеевна Мамонтова. – Омск. –2009. – 23 с.

8. Малова И.Е. Сущность и уровни методической компетентности учителя математики [Электронный ресурс]/ И.Е.Малова// Ярославский педагогический весник – 2006. – №4. – Режим доступа: http://vestnik.yspu.org/releases/uchenue_praktikam/33_5/

9. Сясина Т.В. Формирование методической компетентности будущего учителя: На примере подготовки будущего учителя математики [Текст]: автореф. дис. ….канд. пед. наук / Т.В.Сясина. – Комсомольск-на Амуре, 2005. – 21 с.

10.Семенова Е.С. Формирование профессиональной компетентности будущих учителей иностранного языка на основе контекстного похода [Текст]: автореф. дис. ….канд. пед. наук / Е.С.Семенова. – Йошкар-Ола, 2007. – 25 с.

Резюме. **Матяш О.И. УРОВНИ МЕТОДИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ ПО ОБУЧЕНИЮ ГЕОМЕТРИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ**. *Определены и обоснованы уровни методической компетентности учителя математики в обучении учащихся геометрии, уровни методической компетентности будущих учителей геометрии, уровни решения студентами учебно-методических задач, компетенции учителя математики в обучении учащихся геометрии.*

Ключевые слова: *методическая компетентность, задачи методической деятельности, уровни профессиональной деятельности, компетенции.*

Abstract. **Matyash O. LEVELS OF METHODOLOGICAL COMPETENCE OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS IN GEOMETRY TEACHING.** *The article identified and justified levels of methodological competence of mathematics teacher in teaching students of geometry, levels of methodological competence of future geometry teachers, levels of solving educational and methodological problems by students, competencies of mathematics teacher in teaching students of geometry. Methodological competence of mathematics teacher is considered as some degree of acquirement of methodological activities. The author distinguishes two different concepts: methodological competence of mathematics teacher and methodological competence of future mathematics teacher. Methodological competence of mathematics teacher is understood as his readiness and ability to solve methodically competently, creatively problems complex of methodological activities relating to forming of students mathematical competence. Methodological competence of future mathematics teacher is understood as expected result of methodological teacher training that includes methodological competent, experience of methodological activities and methodological persuasions. The levels of methodological competence of future mathematics teachers in teaching geometry students reciprocally agreed with the levels of corresponding methodological activities of teacher. The author considers that higher degrees of acquirement of methodological activities by teacher are sufficient level, high level and creative level which are levels of integrated characteristics of teacher professional qualities. Impossibility of achievement the highest levels of teacher methodological competence is associated with limited opportunities of practical experience of methodological activities in the process of professional training of future teacher.*

The article justified that the highest level of methodological competence of future mathematics teacher can be a level that corresponds to a sufficient level of methodological competence of mathematics teacher.

Key words: *methodological competence, problem methodical activity level of professional activity, competence.*

References

1. Akulenko I.A. Competently oriented methodological training of future mathematics teacher of specialized schools (theoretical aspect): monograph / I.A. Akulenko. Cherkasy: publisher is Chabanenko Y. –2013. – 460 p.

2. Zubkov A.L. Development of teacher methodological competence in conditions of general education modernization [Text]: dissertation abstract of Ph. D. / A.L. Zubkov. – Ekaterinbur, 2007. – 23 p.

3. Igna O.N. Structure and content of methodological competence of foreign language teacher [Text] / O.N. Igna // Yaroslavl pedagogical bulletin, № 1, 2010, P. 90-93.

4. Kuchugurova N.D. Professional and methodological training of informatics teacher of primary school [Electronic resource] / N.D. Kuchugurova // Information technology in education (ITO-ROU-2008). – Access mode: http://www.ito.ru/sp/SP-0-2008_4.

5. Lebedeva O.V. Development of teacher methodological competence as a means of increasing the efficiency of learning process in general school [Text]: dissertation abstract of Ph. D. / O.V. Lebedeva. – Nizhny Novgorod. – 2007. – 24 p.

6. Letter dated 07.31.2008 № 1/9-484 "To chairmen of working groups of MES of Ukraine to development of further education standards by branches and to chairmen of scientific and methodological commitees of MES of Ukraine" [Electronic resource]. – Access mode: http://elib.crimea.edu/zakon/ list484.pdf

7. Mamontova T.S. Forming the professional and methodological competence of future mathematics teacher in a pedagogical university by means of course "Theory and methods of mathematics teaching" [Text]: dissertation abstract of Ph. D. / T.S. Mamontova. –Omsk. –2009. – 23 p.

8. Malova I.E. Essence and levels of methodological competence of mathematics teacher [Electronic resource] / I.E. Malova // Yaroslavl pedagogical bulletin. – 2006. – № 4. – Access mode: http://vestnik.yspu.org/releases/uchenue_praktikam/33_5/

9. Syasina T.V. Forming of the methodological competence of future teacher: On the example of training of future mathematics teacher [Text]: dissertation abstract of Ph. D. / T.V. Syasina. – Komsomolsk-on-Amur. – 2005. – 21 p.

10. Semenova E.S. Forming of the professional competence of future foreign language teachers on the base of contextual approach [Text]: dissertation abstract of Ph. D. / E.S.Semenova. – Yoshkar-Ola. – 2007. – 25 p.

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 07.04.2013р.

ФОРМУВАННЯ ДОСВІДУ ПРОФЕСІЙНО ОРІЄНТОВАНОЇ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ У МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМІ ВИЩОЇ ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

О.І.Скафа,
доктор педагог. наук, професор,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА,
e-mail: e.skafa@ukr.net

Розглядається сутність професійно орієнтованої евристичної діяльності, досвід якої має бути сформований у студента, майбутнього вчителя математики. В роботі пропонуються три етапи організації такої діяльності студентів-математиків під час навчання в університеті.

Ключові слова: *майбутній вчитель математики, евристична діяльність, компетентності, система евристичного навчання у вищій школі.*

Постановка проблеми. Сучасний етап розвитку системи освіти України характеризується оновленням нормативного забезпечення у вигляді ієрархічно підпорядкованої системи документів: Національна рамка кваліфікацій, Державні освітні та галузеві стандарти, навчальні програми. Відповідно до Національної рамки кваліфікацій результатом освіти є компетентності. Це означає, що результатом навчання в школі, наприклад математики, вбачається сформованість в учня готовності і здатності розвивати і застосовувати набуті знання й уміння з математики в різноманітних життєвих і професійних ситуаціях, у нових, можливо нестандартних, умовах. Такий підхід узгоджується з розробленою нами системою евристичного навчання математики [14], метою якої є надання учням можливості створювати знання, продукувати освітню продукцію з математики у вигляді вміння будувати означення понять і використовувати їх, висловлювати судження й будувати умовиводи, розв’язувати різного виду математичні задачі, а також сприяти процесу зміни особистісних якостей учня, які розвиваються в навчальному процесі.

Якість упровадження цієї системи буде залежати насамперед від учителя, який повинен організовувати евристичну діяльність учнів та управляти нею. Тому в системі підготовки майбутнього вчителя має бути місце як оволодінню студентами особистісного досвіду евристичної діяльності так і формуванню уміння працювати у системі евристичного навчання математики.

Ми погоджуємося з тезою Є.О.Лодатка [8] про те, що на здобуття високої кваліфікації отримує шанс у майбутньому той студент вищого навчального закладу, який у процесі навчання опановує не тільки спеціальні знання і професійні компетентності, а й раціональні прийоми мислення, технологію самостійного пошуку, долучаючись до «навчання впродовж життя» і демонструючи спроможність формувати власний світогляд на рівні інтелектуального, ціннісного, емоційно-вольового й праксеологічного компонентів. І це дійсно відповідає ідеям, пов’язаним з формуванням евристичних прийомів та досвіду професійно орієнтованої евристичної діяльності.

Аналіз актуальних досліджень. Вагомий внесок у вивчення евристичної діяльності, у розроблення, дослідження, класифікацію та систематизацію евристичних прийомів зробили В.І.Анрєєв, Г.Д.Балк, Н.І.Зільберберг, Ю.М.Колягін, Ю.М.Кулюткін, Л.Ларсон, Т.М.Міракова, В.Б.Мілушев, В.М.Осинська, Ю.О.Палант, Дж.Пойа, В.Н.Пушкін, Г.І.Саранцев, Є.Є.Семенов, О.І.Скафа, В.М.Соколов, А.В.Хуторський та ін. Дидактичний аспект евристики студіювали В.Г.Бевз, М.І.Бурда, К.В.Власенко, І.В.Гончарова, І.А.Горчакова, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкова, Л.М.Фрідман та ін. Праці вчених оптимізували розроблення методів, організаційних форм евристичного навчання, технологій формування в школярів евристичних прийомів розумової діяльності та евристичних умінь.

Незважаючи на поглиблений інтерес до порушеної теми, у науковій літературі бракує конкретних напрацювань, пов’язаних із формуванням досвіду професійно орієнтованої евристичної діяльності майбутнього вчителя. Окремі аспекти питання з’ясовано в дослідженнях, що стосуються вдосконалення професійної підготовки майбутніх учителів математики (С.У.Гончаренко, С.В.Іванова, В.М.Монахов, О.Г.Мордкович, В.Г.Моторіна, Г.О.Михалін, О.В.Співаковський, О.П.Томащук та ін.); творчості в діяльності вчителя (І.А.Зязюн, В.А.Кан-Калик, М.Д.Нікандров, М.О.Лазарєв, О.Є.Остапчук, М.М.Поташник, С.О.Сисоєва, О.С.Чашечникова та ін.); підготовки майбутніх учителів до творчої діяльності, формування творчої особистості вчителя, його креативності (В.В.Іванова, М.А.Костенко, О.М.Полякова, Н.В.Устинова, І.Ю.Шахіна та ін.); формування методичної компетентності майбутніх учителів математики (І.А.Акуленко, В.Г.Бевз, А.Л.Воєвода, О.Л.Зубкова, А.І.Кузьмінський, Т.І.Ковтунова, О.В.Лебедєва, І.Є. Малова, Т.С.Мамонтова, М.Г.Макарченко, О.І.Матяш, В.Г.Моторіна, І.О.Новик, С.П.Семенець, О.І.Скафа, С.О.Скворцова, Н.А.Тарасенкова, В.О.Швець та ін.).

Розглядаючи різні аспекти професійної підготовки майбутнього вчителя (*в педагогіці під цим поняттям розуміють єдність цілей, змісту, методів та засобів професійного навчання та виховання студентів педагогічних спеціальностей)*, в останні десятиліття, зазначає О.І.Матяш [9], у наукових дослідженнях шляхів і засобів підвищення рівня і якості професійної підготовки вчителя обґрунтовується теза, що така підготовка не відповідає швидко змінюваним сучасним вимогам середньої освіти. Це ще раз підтверджує доцільність розгляду проблеми, на якій ми зосереджуємо увагу. Тобто актуальність проблеми дослідження зумовлена існуючими суперечностями між:

- вимогами, що зростають, до змісту та рівня методичної підготовки майбутніх вчителів математики і недостатнього їх забезпечення на етапі вищої професійної освіти;
- запитами суспільства у вчителях математики, здатних організовувати евристичну діяльність школярів та управляти нею, і недостатньою підготовкою випускників педагогічних спеціальностей до цього виду діяльності;
- необхідністю формування у майбутніх учителів математики досвіду евристичної діяльності та системою підготовки студентів-математиків у вищій школі, що склалася традиційно.

Виявлені суперечності й визначили необхідність розробки реального шляху формування досвіду професійно орієнтованої евристичної діяльності майбутніх учителів математики.

Мета статті – *на основі студіювання психолого-педагогічних досліджень та аналізу особистісного досвіду роботи зі студентами-математиками висвітити основні напрями формування досвіду професійно орієнтованої евристичної діяльності майбутнього вчителя математики.*

Виклад основного матеріалу. Під час навчання у вищому закладі освіти в процесі професійно-педагогічної підготовки майбутні вчителі мають опанувати особливості організації професійно орієнтованої евристичної діяльності. Цьому сприяє вивчення нормативних математичних і методичних дисциплін, спеціальних курсів, написання курсових та дипломної робіт, проходження педагогічної практики.

Сутність професійно орієнтованої евристичної діяльності

Під ***професійно орієнтованою еврис-***

***тичною діяльністю студентів** розуміємо особливий вид їх навчальної діяльності, спрямованої на створення нової стратегії або системи дій у процесі опанування математичних фундаментальних курсів та розв'язання методичних завдань, у наслідок чого студенти активно розвивають свої евристичні вміння, опановують методичні знання та особистісні якості майбутнього фахівця, здатного працювати в системі евристичного навчання математики.*

Для того щоб зрозуміти, що являє собою діяльність, під час якої відбувається розвиток не тільки навчальних, а й евристичних умінь та формуються особистісні якості майбутнього вчителя математики, необхідно проаналізувати психологічну концепцію навчальної діяльності та виокремити ті її складові, що характеризують саме професійно орієнтовану евристичну діяльність.

Діяльність, за А.М. Леонтьєвим [7], – це такий процес активності людини, який характеризується тим, що те, на що направлений даний процес в цілому (його предмет), завжди збігається з тим об'єктивним, що спонукає суб'єкта до даної діяльності, тобто мотивом.

Діяльність здійснюється в формі дії або сукупності дій. Дія з визначеною метою здійснюється різними способами залежно від тих умов, в яких ця дія здійснюється. Ці способи називаються операціями. Операції – це перетворені дії, які стали способами здійснення інших, більш складних дій.

Під навчальною діяльністю психологи розуміють діяльність студентів, яка направлена на набування теоретичних знань про предмет вивчення та загальних прийомів розв'язання пов'язаних з ним завдань, і тому – на розвиток студентів та формування їх особистості. Г. С. Костюк [6], розглядаючи процес учіння, зазначав, що пасивного учіння бути не може. А вчитися – це означає проявляти активність, спрямовану на засвоювання певних знань, на вироблення вмінь і навичок. У вдосконалюванні учіння важливе значення має його активізація. Навчальну діяльність слід розглядати, як єдність операційної, мотиваційної й змістової характеристик активності студента, а також як систему процесів розв'язування різноманітних завдань. Ці сторони діяльності взаємопов'язані та взаємозалежні, але, як зауважує Г.С.Костюк, кожна з них потребує спеціальної уваги в педагогічному керівництві навчальною діяльністю. Центральною проблемою при цьому є питання співвідношення між змістовими й операційними характеристиками навчальної діяльності, зокрема, між знаннями та способами дій, які формуються в процесі навчання. Навчальна діяльність, на думку В.В.Давидова [4], є цілеспрямованою, ставить метою освоєння узагальнених способів дії і має такі компоненти: 1) навчальну задачу (надану або самостійно поставлену); 2) навчальні дії (способи та прийоми діяльності); 3) дії контролю (самоконтролю) процесу засвоєння; 4) оцінювання (само оцінювання) процесу засвоєння.

Тобто, навчальна діяльність студентів є специфічним видом діяльності і має певні особливості. Вона являє собою і мету і продукт навчання. Діапазон навчальних цілей є досить широким – від формування у студента вмінь здійснювати професійну діяльність в цілому до засвоєння ним конкретної теми чи питання навчальної програми. Перші є віддаленими, другі – найближчими навчальними цілями [10]. Успіх у досягненні віддалених цілей визначається тим, наскільки сформульовані найближчі цілі, наскільки ефективно організованим є процес їх досягнення.

Важливою особливістю навчальної діяльності є те, що вона здійснюється у межах діяльності викладача і виступає як об'єкт управління. У зв'язку з цим В.Я.Блінов [2] зазначає, що навчальна діяльність виникає на основі єдності діяльності викладання та навчання, а суть її виражається у взаємодії між діяльностями викладання та навчання і не зводиться до жодної з них, взятих окремо. Діяльність викладача прямо або посередньо направлена на організацію діяльності студентів. Як зазначає О.Г.Євсеєва [5], *саме управління навчальною діяльністю, а не передача знань, є механізмом навчання.*

На думку Н.Ф.Тализіної [18], знати – це

завжди виконувати якусь діяльність або дії, пов'язані з певними знаннями. Знання – поняття відносне. Якість засвоєння знань визначається різноманітністю і характером видів діяльності, в яких знання можуть функціонувати.

Таким чином, замість двох проблем – передавати знання і формувати уміння щодо їх застосування – перед навчанням тепер стоїть одна: сформувати такі види діяльності, які від початку включають в себе задану систему знань і забезпечують їх застосування в заздалегідь передбачених межах.

Специфіка діяльності викладача полягає в тому, що він організує, а отже, намагається створити оптимальні, або близькі до оптимальних, дидактичні умови для збільшення ефективності процесу навчання. Діяльність студентів спрямована на розв'язання поставлених перед ними завдань, причому, як зазначає Л.І.Нічуговська [11], в навчальній діяльності важливим є не результат, а сам процес, оскільки саме у процесі розв'язання будь-яких завдань відбувається формування способу дій. Тому в дидактичному аспекті навчальна діяльність, як зазначає В.І.Андреєв [1], – *це діяльність студентів, яку організує викладач з метою збільшення ефективності процесу навчання, спрямована на розв'язання навчальних завдань різного класу, в результаті якої вони набувають знання, уміння, навички і розвивають свої особистісні якості.*

Найбільш оптимальною діяльністю, в якій розвиваються особистісні якості, продуктивні способи мислення, уміння досягати мети та отримувати результат, є евристична діяльність. Як зазначає В.Н.Пушкін [13], ядром евристики, її основою є психологія творчого мислення. Тому при формуванні творчої особистості майбутнього фахівця необхідним є включення студентів у евристичну діяльність. Така діяльність включає в себе як логічні, так і нелогічні, наприклад, інтуїтивні засоби. Перші носять алгоритмічний характер, інші мають індивідуальну психологічну основу. Алгоритмізація та інтуїція – дві складові евристичної діяльності, загальний результат якої може мати різні спрямованості. У психологічному аспекті, як відмічає В.Н.Пушкін [13], *евристичну діяльність* треба розглядати як *такий різновид людського мислення, який створює нову систему дій або відкриває невідомі раніше закономірності оточуючих людину об'єктів.*

Розглядаючи дидактичний аспект евристичної діяльності, В.М.Соколов [16] дає означення навчальної евристичної діяльності як діяльності, в процесі якої цілеспрямовано розвиваються здібності: 1) розуміти шляхи та методи продуктивної навчально-пізнавальної діяльності, творчо копіювати їх та навчатися при цьому на власному і запозиченому досвіді; 2) впорядковувати навчальну інформацію в міжпредметні комплекси та оперувати нею під час евристичного пошуку; 3) адаптуватися до різних видів навчальної діяльності, що змінюються, та передбачати її результати; 4) планувати та прогнозувати інтелектуальну діяльність на основі евристичних та логічних операцій і стратегій; 5) формувати та приймати рішення з організації складних видів навчальної діяльності на основі правдоподібних міркувань, евристичних операцій та стратегій з їх наступною логічною перевіркою.

Тобто у студентів, майбутніх учителів математики, важливо формувати досвід навчальної евристичної діяльності. З одного боку, для того, щоб розвиватися творчо як особистість, з іншого, щоб уміти керувати такою діяльністю школярів у майбутньому.

У вищій педагогічній школі здійснюється професійна підготовка майбутніх фахівців, головною метою якої, як зазначає С.О.Скворцова [17], є формування готовності майбутніх педагогів до професійної діяльності, що виявляється в оволодінні ними знаннями із загальнопедагогічних та спеціальних (фахових) дисциплін, практичних умінь і навичок, розвитку особистісних професійних якостей, розкритті творчого потенціалу особистості, оволодінні методикою роботи з новими технологіями навчання. Тобто *готовність студента до професійної діяльності на сучасному етапі розвитку освіти є формування в нього* *професійної компетентності.*

Поняття «професійна компетентність учителя» вченими розглядається як здатність учителя виконувати професійні функції, або як сформованість професійних якостей педагога. С.О.Скворцова та Я.С.Гаєвець визначають її як: властивість особистості, що виявляється у здатності до педагогічної діяльності, а саме до організації навчально-виховного процесу на рівні сучасних вимог; єдність теоретичної і практичної готовності педагога (предметно-теоретичної, психолого-педагогічної та дидактико-методичної) до здійснення педагогічної діяльності; спроможність результативно діяти, ефективно розв'язувати стандартні та проблемні ситуації, що виникають у процесі навчання [17].

Як ми відмічали раніше сучасними вимогами до навчально-виховного процесу з математики у середній школі може бути упровадження методичної системи евристичного навчання, тому професійна компетентність учителя обов'язково повинна бути пов'язана з формуванням у нього досвіду професійної евристичної діяльності. Але професійною діяльністю вчителя математики, на нашу думку, не можливо оволодіти студентам під час навчання у ВНЗ, необхідним чинником повинна бути і педагогічна практика вже молодого вчителя. Тому *у процесі навчання у вищій школі ми зосереджуємо увагу на формуванні досвіду не професійної діяльності, а тільки професійно орієнтованої, заснованої на принципі професійної спрямованості навчання.* Цей принцип має особливе значення. Мова повинна йти про введення у зміст навчання професійно значущого матеріалу на основі аналізу змісту загально фундаментальних та спеціальних дисциплін за умови зберігання логічної цілісності навчального предмета, введення у зміст навчання професійно значущих умінь або видів діяльності [15].

За таких умов викладач погоджує на всіх етапах навчальні та професійні цілі (свої та студентів) опанування діяльністю, тобто набуття відповідних умінь у навчально-професійному партнерстві. Націливши студентів на результат діяльності, який досягається спільно, викладач може не боятися йти на конфліктні ситуації, коли студенти обирають, до якого роду дій вони приєднаються, будуть вони разом з викладачем шукати способи розв'язання проблеми чи займуть позицію об'єкта керування, будуть вони діяти як партнери чи індивідуально. Це сприяє набуванню студентами власного досвіду у формуванні евристичних умінь, а також досвіду професійно орієнтованої евристичної діяльності.

Організація професійно орієнтованої евристичної діяльності студентів, майбутніх учителів математиків

Перший етап організації професійно орієнтованої евристичної діяльності може бути схарактеризований рівнем сформованості прийомів евристичної діяльності у майбутнього вчителя математики, які він опановує під час розв'язування евристичних задач. Роботу у цьому напряму доцільно організовувати під час вивчення як математичних фундаментальних курсів, так і дисциплін, на яких здійснюється глибоке освоєння елементарної математики. Наприклад, під час розв'язування завдань у курсі «Практикум із розв'язання математичних задач» (ПРЗ), розглядаючи тему «Вектори і координати на площині», студентам пропонується система завдань з евристичними підказками на взаємне розташування прямих на площині:

1. Як розташовані прямі $|x| = 5$ і $|y| = 1$ у одній системі координат? Узагальніть висновок на випадок $|x| = p$ *і* $|y| = m$.

Евристична підказка: *намалюйте картинку.*

2. Пряма a задається рівнянням $y = 4x + 1$. Які з даних прямих пересікають пряму a? $y = 4x + 5$; $y = 3x + 1$; $8x - 2y + 2 = 0$.

Евристична підказка: *сформулюйте еквівалентне завдання.*

3. Визначте вигляд чотирикутника, сторони якого лежать на прямих, заданих рівняннями: $y = x + 1$; $y = 3$; $y = 1 - x$; $y = x + 3$.

Евристична підказка: *сформулюйте еквівалентне завдання. Шукайте зв'язок між кутовими коефіцієнтами.*

4. Пряма, що містить сторону AB паралелограма *АВСД,* має рівняння $x - 2y + 4 = 0$, Д(-2; -3). Яке рівняння має пряма *СД*?

Евристична підказка: *модифікуйте (змінюйте, перетворіть з появою нових властивостей). Шукайте зв'язок між кутовими коефіцієнтами паралельних прямих.*

5. Яким рівнянням задається пряма, що містить середню лінію трапеції, якщо прямі, що містять основи трапеції, задані рівняннями

$-3x + y - 1 = 0$ і $3x - y - 3 = 0$?

Евристична підказка: *переформулюйте завдання. Шукайте зв'язок між кутовими коефіцієнтами.*

Під час розв'язання подібних завдань акцентується увага студентів на застосуванні певних евристичних прийомів, формуючи в них відповідні евристичні вміння.

Формування таких умінь під час вивчення як ПРЗ, так і фундаментальних математичних курсів, означатиме формування досвіду евристичної діяльності на "професійному рівні" (з точки зору створення нової системи професійно важливих дій).

Під ***евристичними уміннями*** *розуміємо уміння здійснювати цілеспрямований пошук розв'язування нестандартної задачі шляхом використання евристичних прийомів* (найчастіше до таких задач відносимо професійно орієнтовані завдання для майбутнього вчителя математики).

Нами виділяються три основні рівні сформованості евристичних умінь: низький, середній і високий.

Низький – студенти здійснюють близьке перенесення евристик (дії за зразком), при цьому потребують значної допомоги з боку викладача; діяльність такого роду мало їх цікавить. *Середній* – студенти здійснюють перенесення евристик у схожій ситуації, при цьому потребують незначної допомоги з боку викладача, відчувають інтерес до такого роду діяльності, але цей інтерес є нестійким. *Високий* – студенти здійснюють подальше перенесення евристик, переважно самостійно; відчувають стійкий інтерес до такого роду діяльності.

На другому етапі організації професійно орієнтованої евристичної діяльності майбутнього вчителя математики вводиться професійна складова під час опанування студентами методичних курсів. Найважливішим тут є курс методики навчання математики (МНМ), на якому проходить ознайомлення студентів з методикою формування основних евристичних прийомів. У процесі навчання методики математики в студентів мають формуватися евристичні вміння: уміння використовувати евристики в ході розв'язування математичних і методичних задач; уміння розмежовувати в системі задач евристичну задачу, формулювати евристичні підказки різного рівня інформативності в математичних задачах; уміння проектувати уроки з евристичною складовою та ін.

Головним засобом формування евристичних умінь методичного характеру виступають методичні задачі. Пропонуємо в курс МНМ вводити евристично орієнтовані методичні задачі. Ю.Г.Тимко [20] з урахуванням специфіки евристичної діяльності, з одного боку, і специфіки методичної діяльності майбутнього вчителя математики, з іншого, розглядає на практичних заняттях з МНМ евристично орієнтовані *методичні задачі двох типів*. *Перший тип* спрямований на формування в майбутнього вчителя математики загальних і спеціальних евристичних прийомів. Такі методичні задачі об'єднано в окремі блоки (для кожного евристичного прийому наведено перелік задач, пошук розв'язання яких відбувається за допомогою цього прийому). Один прийом може наскрізною лінією проходити водночас через кілька тем практичних занять із МНМ. *Другий тип* прогнозує формування вмінь організовувати евристичну діяльність учнів. Такі задачі не становлять окремих блоків, вони включені до загальної системи задач, при цьому безпосередньо не зазначено, що спосіб їх розв'язування пов'язаний з організацією евристичної діяльності учнів.

Третій етап організації професійно орієнтованої евристичної діяльності студентів характеризується формуванням професійної готовності майбутнього вчителя до роботи в методичній системі евристичного навчання математики. Вона передбачає:

- вільне володіння теоретичними і практичними основами процесу формування прийомів евристичної діяльності учнів, уміння організовувати й управляти такою діяльністю;
- уміння зацікавити школяра евристичною діяльністю і мотивувати її;
- здійснення своєчасної індивідуальної допомоги школярам, які зазнають труднощі у використанні евристик;
- включення школярів у творчу діяльність, пов'язану з розширенням можливостей виконувати евристичну діяльність, через розв'язування системи евристичних і творчих завдань, а також використання інформаційно-комунікаційних технологій;
- здійснення допомоги учням щодо усвідомлення індивідуально досягнутих результатів (організація рефлексії).

Із метою формування професійної готовності студентів пропонуємо впровадити в систему підготовки майбутніх учителів такі спеціальні курси, як «Евристичні факультативи» [3], «Технології евристичного навчання математики» [14], «Евристичне навчання математики» [14], «Методи розв'язання евристичних задач», «Позакласна робота у системі евристичного навчання математики» [12] та ін.

Крім того, формування професійної готовності майбутнього вчителя до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики відбувається в системі спеціальних курсів комп'ютерного спрямування. О.В.Тутовою [19] пропонується спеціальний курс «Інформаційно-комунікаційні технології в евристичному навчанні математики», який містить три розділи: «Прикладне програмне забезпечення евристичного навчання математики», «Комп'ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики» та «Інформаційно-комунікаційні технології в процесі діяльності». Розгляд зразків використання різноманітних евристичних прийомів, створення евристичних ситуацій у навчанні математики дозволяє не тільки формувати власну евристичну діяльність майбутніх учителів, але й підготовити їх до організації евристичної діяльності учнів. Аналіз доцільності впровадження ІКТ у цей процес дозволяє формувати складові професійної готовності майбутніх учителів до використання ІКТ в евристичному навчанні математики.

У результаті такої підготовки нами виділяються основні професійні уміння, які мають бути сформовані у майбутнього вчителя:

- розрізняти прийоми евристичної діяльності, види евристик;
- розв'язувати евристичні завдання з використанням різного виду евристик;
- складати системи завдань з використанням загальних та спеціальних евристик;
- будувати евристико-дидактичні конструкції;
- вичленяти евристичні уміння, задаючи цілі навчання обраної теми шкільного курсу математики;
- використовувати евристики при формуванні математичних понять;
- використовувати у навчанні доведенням різних теорем шкільного курсу математики системи евристик і складати евристичні орієнтири до методів доведення теорем;
- застосовувати спеціальні евристичні методи для організації і управління евристичною діяльністю учнів;
- проектувати творчі уроки (з використанням евристичних засобів навчання й інформаційно-комунікаційних технологій);
- конструювати технології евристичного навчання математики;
- організовувати евристичні факультативи;
- здійснювати контроль і корекцію результатів евристичного навчання школярів та ін.

Ці уміння формуються в результаті вивчення теоретичних питань курсів, які розглядаються, організації самостійної роботи студентів, обговорення основних тем на семінарах, а також у результаті практичної діяльності студентів у період проходження ними педагогічних практик.

Висновки. Таким чином, формування у майбутнього вчителя математики досвіду професійно орієнтованої евристичної діяльності є важливою проблемою сучасної методичної науки. Організація такої діяльності та управління нею повинні бути неперервними на протязі усіх років навчання студентів у вищій педагогічній школі. Особливості організації професійно орієнтованої евристичної діяльності студентів-математиків під час навчання в університеті уможливлюють включення наступних заходів:

- формування евристичних умінь студентів у процесі розв'язування задач елементарної математики у курсі «Практикум із розв'язання задач» (ПРЗ);
- формування евристичних прийомів під час вивчення фундаментальних математичних дисциплін;
- ознайомлення з методикою формування деяких евристичних прийомів у школярів у курсі «Методика навчання математики»;
- формування професійної готовності майбутнього вчителя до управління навчально-пізнавальною евристичною діяльністю школярів на факультативних заняттях у спеціальному курсі «Евристичні факультативи»;
- участь у розробці технологій евристичного навчання математики у спеціальному курсі «Технології евристичного навчання математики»;
- формування професійної готовності майбутнього вчителя до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики в системі спеціальних курсів комп'ютерного спрямування;
- вивчення теоретичних основ евристики та методичної системи евристичного навчання математики у спеціальному курсі для магістрантів «Евристичне навчання математики».

1. Андреев В.И. Педагогика творческого саморазвития. Инновационный курс. Кн. 2 / В.И.Андреев. – Казань: Изд-во КГУ, 1998. – 317 с.

2. Блинов В.Я. Эффективность обучения / В.Я.Блинов. – М. : Педагогика, 1976. – 192 с.

3. Гончарова І.В. Методика формування евристичних умінь учнів основної школи на факультативних заняттях з математики: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / І.В.Гончарова. – Черкаси, 2009. – 20 с.

4. Давыдов В.В. Предметная деятельность и онтогенез познания / В.В.Давыдов, В.П.Зинченко // Вопросы психологии. – 1998. – № 5. – С. 11–29.

5. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти: монографія / О.Г.Євсеєва; науковий редактор проф. О.І. Скафа. – Донецьк : Вид-во ДонНТУ, 2011. – 449 с.

6. Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості / Г.С.Костюк. – К.: Рад. шк., 1989. – 608 с.

7. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность / А.Н.Леонтьев. – М.: Политиздат, 1977. – 304 с.

8. Лодатко Є.О. Математична культура вчителя початкових класів: монографія / Є.О.Лодатко; за заг. ред. проф. С.Т.Золотухіної. – Рівне; Слов'янськ: Маторін Б. І., 2011. – 324 с.

9. Матяш О.І. Теоретико-методичні засади формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики до навчання учнів геометрії: монографія / О.І.Матяш; наук. ред. проф. О.І.Скафа. – Вінниця : ФОП Легкун В.М., 2013. – 450 с.

10. Машбиц Е.И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е.И.Машбиц. – К.: Вища шк., 1987. – 224 с. Нічуговська Л.І. Психолого-педагогічні передумови активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів ВНЗ / Л.І.Нічуговська // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2006. – Вип. 26. – С. 9–13.

11. Прач В.С. Евристичне навчання математики: подорож у світ евристики: факульт. курс для учнів гуманіт. напряму / В.С.Прач, О.І.Скафа. – Донецьк: Ноулідж, 2012. – 275 с.

12. Пушкин В.Н. Эвристика – наука о творческом мышлении / В.Н.Пушкин. – М.: Политиздат, 1967. – 207 с.

13. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология: монография / Е.И.Скафа. – Донецк: Изд-во Дон-

НУ, 2004. – 439 с.

14. *Скафа О.І. Наукові засади методичного забезпечення кредитно-модульної системи навчання у вищій школі: монографія / О.І.Скафа, Н.М.Лосєва, О.В.Мазнєв. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009. – 379 с.*

15. *Соколов В.Н. Педагогическая эвристика: Введение в теорию и методику эвристической деятельности: уч. пособие для студ. высших учеб. заведений / В.Н.Соколов. – М.: Аспект Пресс, 1995. – 204 с.*

16. *Скворцова С.О. Підготовка майбутніх учителів початкових класів до навчання молодших школярів розв'язувати сюжетні математичні задачі: монографія / С.О.Скворцова, Я.С.Гаєвець. – Х.: Ранок – НТ, 2013. – 332 с.*

17. *Талызина Н.Ф. Педагогическая психология / Н.Ф. Талызина. – М.: Издат. центр «Академия», 1999. – 288 с.*

18. *Тутова О.В. Методична система формування професійної готовності майбутнього вчителя до використання інформаційно-комунікаційних технологій в евристичному навчанні математики: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / О.В.Тутова. – К., 2010. – 22 с.*

19. *Тымко Ю.Г. Методическая система формирования профессионально ориентированной эвристической деятельности будущего учителя математики: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Юлия Григорьевна Тымко. – Донецк, 2012. – 244 с.*

Резюме. **Скафа Е.И. ФОРМИРОВАНИЕ ОПЫТА ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННОЙ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ У БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМЕ ВЫСШЕГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.** *Рассматривается сущность профессионально ориентированной эвристической деятельности, опыт которой должен быть сформирован у студента, будущего учителя математики. В работе предлагаются три этапа организации этой деятельности у студентов-математиков во время обучения в университете. Первый этап характеризуется уровнем сформированности личностных приемов эвристической деятельности, второй – введением профессиональной составляющей при изучении методических курсов, третий – формированием профессиональной готовности к работе в системе эвристического обучения математике в школе.*

Ключевые слова: *будущий учитель математики, эвристическая деятельность, компетентности, система эвристического обучения в высшей школе.*

Abstract. **Skafa O. FORMATION OF EXPERIENCE OF CAREER-ORIENTED HEURISTIC ACTIVITY OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS FOR THE HIGHER PEDAGOGICAL EDUCATION.** *Article deals with professionally oriented heuristic activity, experience which would be teacher of mathematics develop. This activity is considered as a special kind of learning activities of students – mathematicians, aimed at creating a new strategy or action system in the process of mastering the fundamental mathematical disciplines and solving mathematical problems. As a result of this activity causing students actively develop their heuristic skills, master the methodological knowledge and personal qualities of the future teacher capable of operating in a system of heuristic teaching of mathematics. This paper proposes a three-stage organization of mathematics students while activity when they are at university. The first stage is characterized by a particular level of forming personal approvals of heuristic activity. They are mastered by students of doing heuristic tasks while studying general fundamental disciplines. In the process of solving such tasks the students' attention is focused on the use of general and special heuristic techniques. The process is a company with thus there is the formation of heuristic skills. The second stage introduces a professional component while the study of teaching courses. The main subject is methods of teaching mathematics in which students are introduced to the procedure of forming the basic heuristic methods with the help of considering two types of methodological problems. The third stage is characterized by the formation of professional readiness of students to work in the system of heuristic teaching mathematics at school.*

Key words: *future teacher of mathematics, heuristic activity, competence, heuristic learning in higher education.*

References

1. Andreev V. Pedagogy creative self. Innovative course. Book 2 / V. Andreev. – Kazan: KSU, 1998. – 317 p.

2. Blinov V. Efficiency of training / V. Blinov. – Moscow: pedagogy, 1976. – 192 p.

3. Goncharova I. Methods of forming heuristic skills of primary school students in elective courses in mathematics: Author. Thesis. for obtaining sciences. degree candidate. ped. sciences: 13.00.02 "Theory and Methods of Teaching (Mathematics)" / I. Goncharov. – Cherkasy, 2009. – 20 p.

4. Davydov V. Substantive activities and ontogeny of cognition / V.V Davydov, V. Zinchenko / / Questions of psychology. – 1998. – № 5. – P. 11–29.

5. Evseeva O. Theoretical and methodological foundations active approach to teaching mathematics students in higher technical educational institutions: monograph / O. Evseeva, science editor prof. O Skafa. – Donetsk: Donetsk National Technical University Publishing House, 2011. – 449 p.

6. Kostyuk G. Eeducational process and mental development of the individual / G.Kostyuk. – K.: Soviet School, 1989. – 608 p.

7. Leontiev. Activities. Consciousness. Personality / Leontiev. – M. Political publishing, 1977. – 304 p.

8. Lodatko E. Mathematical culture primary school teacher: monograph / Lodatko E., ed. prof. S.Zolotukhin. – Exactly, Slavic: Matorin B., 2011. – 324 p.

9. Matyash O. Theoretical and methodological basis for the formation of methodical competence of future mathematics teacher to student learning geometry: monograph / O.Matyash; science. eds. prof. O.Skafa. – Vinnitsa: FOP Lehkun V., 2013. – 450 p.

10. Mashbyts E. Psychological bases management uchebnoy deyatelnostyu / E.Mashbyts. – K.: High School., 1987. – 224 p.

11. Nichuhovska L. Psychological and educational prerequisites for activating teaching and learning of university students / L.Nichuhovska / / Didactics of the mathematics: problems and investigation: International collection scientific works. – Donetsk, 2006. – Issue 26. – P. 9–13.

12. Prach V. Heuristic learning of mathematics: a journey into the world of heuristics: Optional. course for students humanit. direction / V.Prach, O.Skafa. – Donetsk: Noulidzh, 2012. – 275 p.

13. Pushkin V. Heuristics – the science of creative thinking / V.Pushkin. – M. Political publishing,1967. – 207 p.

14. Skafa O. Heuristic teaching to mathematics: theory, methodology, technology. Monograph / O.Skafa. – Donetsk: DonNU, 2004. – 440 p.

15. Skafa O. Scientific basis methodical provision of credit-module system in higher education: a monograph / O. Skafa, N. Loseva, A. Maznyev. – Donetsk: Donetsk National University Publishing House, 2009. – 379 p.

16. Sokolov V. Pedagogical heuristics: Introduction to the theory and methodology of heuristic activity: Textbook for university students / Sokolov V. – M.: Aspect Press, 1995. – 204 p.

17. Skvortsova S. Preparation of primary school teachers for teaching younger pupils to solve mathematical problems story: monograph / S. Skvortsova, J. Hayevets. – H.: Morning – HT 2013. – 332 p.

18. Talyzina Educational psychology / N.Talyzina. – M: Publishing Center "Academy", 1999. – 288 p.

19. Tutova O. Methodical system of formation of professional readiness of teachers to use ICT in teaching mathematics heuristic: Author. dis. on scientific sciences. Ph.D. degree. ped. sciences 13.00.02 "Theory and Methods of Teaching (Mathematics)" / O.Tutova. – K., 2010. – 22 p.

20. Tymko J. Methodical system of professionally-oriented heuristic activity future mathematics teacher: dis. candidate. ped. sciences: 13.00.02 / J.Tymko. – Donetsk, 2012. – 244 p.

Стаття надійшла до редакції 30.10.2013 р.

ПРОЕКТУВАЛЬНО-МОДЕЛЮВАЛЬНА СКЛАДОВА МЕТОДИЧНОЇ КОМПЕТЕНОСТІ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

С.О. Скворцова,
доктор педагог. наук, професор,
ДЗ «ПНПУ імені К.Д. Ушинського»,
м. Одеса, УКРАЇНА,
e-mail: skvo08@i.ua

У структурі методичної компетентності вчителя проектувально-моделювальна складова посідає найвищий щабель, підґрунтя якого утворюють нормативна, варіативна, частково-методична, контрольно-оцінювальна і технологічна складові, оскільки всі вони реалізуються під час створення проекту уроку у вигляді його конспекту. Визначено компетенції, що являють внутрішній резерв проектувально-моделювальної складової методичної компетентності вчителя.

Ключові слова: *професійна компетентність вчителя, методична компетентність вчителя, проектувально-моделювальна складова, вчитель математики.*

Постановка проблеми. З метою узгодження українських освітніх стандартів з європейськими аналогами у 2011 році затверджено Національну рамку кваліфкацій, в якій результатами освіти визнано компетентності. Отже, метою підготовки майбутніх учителів у педагогічному ВНЗ є формування в них професійної компетентності.

У структурі професійної компетеності вчителя в професійно-діяльнісному компоненті вчені виділяють методичну компетеність (І.Акуленко, Н.Глузман, О.Зубков, Н.Кузьміна, А.Кузьминський, І.Малова, Н.Тарасенкова, В.Шаган та ін.). Аналіз трактуваня цієї дефініції свідчить про те, що науковці розглядають її як здатність педагога до виконання професійних функцій, до ефективного розв’язування методичних задач, що виникають в процесі навчання учнів предмету, яка ґрунтується на теоретичній і практичній готовності, що базується на системі спеціальних наукових, педагогічних, психологічних і методичних знань, умінь їх застосування та досвіді діяльності. Виходячи з цього, в нашому дослідженні під *методичною компетентністю* майбутніх учителів розуміємо властивість особистості, що виявляється в здатності ефективно розв’язувати стандартні та проблемні методичні задачі, яка ґрунтується на теоретичній і практичній готовності до проведення занять за різними навчальними комплектами. *Методичні компетенції* розглядаємо як основу, внутрішній резерв методичної компетентності, що виявляються у наявності предметно-наукових, дидактико-методичних та психологічних знань з окремих розділів та тем курсу, окремих етапів навчання, умінь розв’язування методичних задач, наявності досвіду діяльності із навчання предмету та емоційно-ціннісного ставлення до цього процесу.

Методична компетеність вчителя – системне особистісне утворення. В структурі методичної компетентності вчителя виділяємо нормативну, варіативну, частково-методичну, контрольно-оцінювальну, проектувально-моделювальну та технологічну складові [3].

Метою статті *є введення у науковий обіг поняття «проектувально-моделювальна складова методичної компетентності вчителя», презентація авторського трактування цього поняття.*

Виклад основного матеріалу дослідження. Для ефективного виконання професійних функцій щодо навчання, розвитку й виховання учнів на уроках, вчитель має належним чином бути підготовленим до кожного уроку. Під час підготовчої роботи до уроку вчитель, виходячи з теми уроку, визначає питання, на яких ґрунтується вивчення нових знань та способів дії, що є змістовим наповненням етапу актуалізації;

вибирає доцільні методики подання нового матеріалу, за потреби складає систему навчальних завдань, засобом яких створюється і розв'язується проблемна ситуація, а також відбувається закріплення вивченого матеріалу, формування вмінь та навичок; вибирає ефективні форми, методи, засоби й прийоми організації навчально-пізнавальної діяльності учнів, враховуючи їхні вікові та індивідуальні особливості, що впливають на засвоєння змісту навчання математики.

Результатом підготовчої роботи є проект уроку у вигляді його конспекту. Залежно від стажу роботи й досвіду вчителя, цей конспект може бути або докладним або схематичним. Очевидно, що молоді вчителі мають готувати проекти уроків, в яких розгорнуто прописано і методику роботи на окремих етапах уроку, і методику роботи над певними завданнями із визначенням форм організації діяльності учнів на уроці, засобів навчання. Таким чином, вже в стінах педагогічного ВНЗ треба спеціально готувати майбутніх учителів до створення розгорнених проектів уроків з чітко визначеним змістовим наповненням у вигляді системи навчальних завдань та методикою роботи над ними, із чітко виписаними ролями, які виконують учитель та учні на кожному з етапів уроку: з позиції вчителя - дії вчителя, питання, які він ставить, інструкції до виконання завдань тощо; та з позиції учнів – дії учнів, форми роботи, засоби, якими вони користуються тощо.

Отже, актуальною постає проблема формування проектувально-моделювальної складової методичної компетентності вчителя. Під *проектувально-моделювальною складовою методичної компетентності вчителя* розуміємо здатність вчителя до проектування процесу навчання предмету протягом навчального року, до проектування уроків, за різними навчально-методичними комплектами, відповідно до сучасних вимог, здатність до моделювання діяльності вчителя та діяльності учнів на кожному з етапів уроку, спрямованої на досягнення освітніх результатів.

Кожний вчитель на початку навчального року складає проект процесу навчання протягом навчального року у вигляді календарно-тематичного планування, в якому відповідно до тем, визначених програмою для певного класу, подано перелік тем уроків та дати їх проведення.

Існують варіанти календарно-тематичного планування, в яких крім зазначених обов'язкових елементів, до кожного уроку подано ще й державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів, конкретизовані очікуваними результатами – навчальними цілями (М.М.Барна, О.В.Волощенко, О.П.Козак, Львівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти). За таким календарно-тематичним плануванням вчитель проектує від уроку до уроку «просування» учнів по щаблях опанування компетенцій, базис яких становлять знання, вміння й навчики. І це є цілком виправданим, з огляду на те, що серія уроків підпорядкована одній меті, яка полягає у формуванні певного математичного поняття, вміння або навички, на тому рівні, якій визначений навчальною програмою. Як свідчать психолого-дидактичні дослідження (І.Я.Грудьонов, З.І.Слепкань, Л.М.Фрідман, та ін.), формування математичних понять, вмінь та навичок є тривалим процесом, який не можна здійснювати ущільнено. Для підвищення ефективності процесу формування понять, вмінь та навичок доцільним є «розтягнення» його у часі. Отже, досягти мету формування певного поняття, вміння або навички на одному уроці не можливо. Виходячи з цього, у календарно-тематичному плануванні доцільно прописувати динаміку його опанування учнями протягом серії уроків. За такою формою календарно-тематичного планування проявляється рівень засвоєння компонентів змісту на певному уроці, що є основою формулювання дидактичної задачі уроку.

Треба зазначити, що новий Державний стандарт повної загальної середньої освіти та навчальні програми з математики створені на компетеністних засадах. У загальній частині Державного стандарту чітко визначено тлумачення понять:

- компетентнісний підхід — спрямованість навчально-виховного процесу на досягнення результатів, якими є ієрархічно підпорядковані ключова, загальнопредметна і предметна (галузева) компетентності;
- компетентність — набута у процесі навчання інтегрована здатність учня, що

складається із знань, умінь, досвіду, цінностей і ставлення, що можуть цілісно реалізовуватися на практиці;

- компетенція — суспільно визнаний рівень знань, умінь, навичок, ставлень у певній сфері діяльності людини;
- предметна (галузева) компетентність — набутий учнями у процесі навчання досвід специфічної для певного предмета діяльності, пов'язаної із засвоєнням, розумінням і застосуванням нових знань;
- предметна компетенція — сукупність знань, умінь та характерних рис у межах змісту конкретного предмета, необхідних для виконання учнями певних дій з метою розв'язання навчальних проблем, задач, ситуацій [2].

Таким чином, освітніми результатами є компетенції. У календарно-тематичному плануванні із поданням державних вимог до рівня загальноосвітньої підготовки учнів, конкретизованих очікуваними результатами, вчитель чітко визначає рівень опанування компентенцій на кожному уроці. У такий спосіб можна прослідкувати динаміку «просування» учнів по щаблях засвоєння компетенції до того рівня, який передбачений навчальною програмою.

Виходячи із таксономії освітніх цілей Б.Блума, загальновизнаними є чотири рівня засвоєння компетенцій:

І рівень – «знання»: передбачає запам'ятовування й відновлення вивченого матеріалу;

ІІ рівень – «розуміння» – перетворення й інтерпретація матеріалу;

ІІІ рівень – «застосування» – використання вивченого в конкретних умовах і нових ситуаціях;

IV рівень – «аналіз, синтез, оцінювання» – уміння розбивати матеріал на складові для виявлення його структури, комбінувати елементи для створення нового, оцінювати значення того чи іншого матеріалу, висловлювати судження щодо його цінності [4].

Для формулювання конкретних навчальних результатів відповідно до кожного рівня засвоєння компетенцій використовуються дієслова:

І рівень: розрізняє, називає, відновлює, визначає, формулює (правило, закон, теорему тощо), перераховує (етапи процесу), пригадує назву, відтворює структуру, позначає (елементи);

ІІ рівень: переструктуровує (у скороченому вигляді), переформульовує, переказує своїми словами, наводить приклади, перетворює (таблицю в графік, словесний матеріал у математичні вирази), розрізняє (суттєве і несуттєве), пояснює (виконання дії), розташовує (у певному порядку), тлумачить (значення термінів).

ІІІ рівень: демонструє вміння (правильне застосування методу чи процедури), розв'язує, застосовує (закони, властивості, аксіоми, теореми тощо до конкретних практичних ситуацій), будує (за зразком), використовує умовні позначення для математичних записів, використовує поняття й принципи у нових ситуаціях.

IV рівень: порівнює, протиставляє, розбиває, виділяє частини цілого, виявляє взаємозв'язки між ними, визначає принципи організації цілого, помічає помилки у логіці міркування, розрізняє факти і наслідки, схематизує зв'язки між фактами і наслідками, оцінює вагомість даних; складає план розв'язування задачі, узагальнює, реконструює, робить висновки з конкретної інформації, досліджує, стисло характеризує, доводить, описує; висловлює судження, оцінює відповідність висновків даним, підсумовує, співставляє, протиставляє, критикує, аргументує, перевіряє (обґрунтованість доведення, підводить підсумки), обґрунтовує власну відповідь (думку, твердження) [4].

Проект процесу навчання, у вигляді календарно-тематичного планування із державними вимогами до рівня загальноосвітньої підготовки учнів, конкретизованими очікуваними результатами, дає можливість вчителю чітко сформулювати дадактичну задачу для кожного уроку, спрямовану на досягнення загальної мети.

У процесі проектування уроку створюється система взаємозв'язків окремих елементів, з яких складається урок, розробляється проект та оформлюється у вигляді конспекту уроку. Системоутворювальним компонентом уроку є його мета; рівень її реалізації визначається у завданнях уроку. Традиційно у дидактичному завданні прописується зміст навчання, етапи його опанування, у розвивальному – визначається який вплив здійснює зміст уроку на розвиток пізнавальних процесів учнів, а на їх особистість – у виховному завданні.

Згідно іншого підходу у завданнях уроку конкретизують освітні результати уроку у вигляді переліку предметних математичних компетенцій із визначенням рівня їх засвоєння учнями на даному уроці, а також ключових компетентностей, що актуалізуються і продовжують формуватися протягом уроку.

Серед ключових комптентностей, що виділені 12-ма країнами-учасницями міжнародного проекту «Визначення та добір ключових компетентностей», відомого під назвою «DeSeCo» («Definition and Selection of Competencies»), започаткованого Організацією економічного співробітництва та розвитку, слід виділити ті, що формуються у процесі навчання математики – це обчислювальна та комунікативна компетентності. Щодо ключової компетентності навчання упродовж всього життя, то доцільно конкретизувати її як вміння вчитися.

М.Барною, О.Волощенко і О.Козак було розроблено авторську технологію написання конспекту уроку, яка передбачає послідовні етапи роботи вчителя: 1) вибір теми уроку у відповідності до навчальної програми та календарно-тематичного планування; 2) формулювання ключових компетентностей (загально-пізнавальних навчальних цілей); 3) формулювання предметних компетеностей (очікуваних результатів, конкретизованих цілей), виражених через конкретні дії учня до кожного рівня навчальних досягнень; 4) складання плану уроку, вираженого через педагогічну взаємодію з учнями, з обовязковим передбаченням запитань-завдань, які забезпечують досягнення предметних компетентностей.

Автори наголошують, що навчальні цілі треба формулювати через дії учнів, таким чином, щоб: вчитель або експерт міг однозначно їх оцінити, сконструювати такий дидактичний процес, який гарантував би їх досягнення впродовж заданого часу [1, с. 4-5].

Отже, дидактична задача уроку може бути сформульована з двох точок зору: з позиції вчителя (зміст навчання та етапи його опрацювання) та з позиції учня (на якому рівні він має засвоїти ці компоненти змісту). Поки що ці дві точки зору на формулювання дидактичної задачі уроку співіснують окремо, але на наш погляд, доцільно їх об'єднати, і навчати майбутніх учителів конструюванню дидактичного завдання уроку: виходячи із результатів, які мають бути досягнуто, формулювати компоненти змісту навчання та етапи їх опрацювання.

Підсумовуючи зазначимо, що підставою для проектування мети та завдань уроку мають бути очікувані результати навчання учнів у вигляді певного рівня засвоєння компетенцій. Треба вчити майбутніх учителів, користуючись навчальною програмою, формулювати мету для серії уроків, визначати рівень опанування учнями предметної компетенції на кожному з них і на підставі цього визначати компоненти змісту, які становлять базис компетенцій, та етапи їх опрацювання на кожному з уроків. Технологія роботи вчителя із формулювання завдань уроку має бути такою: 1) виписати предметних математичних компетенцій та рівень їх засвоєння на даному уроці; 2) визначити знання, вміння й навички, що становлять базис цих компетенцій та відповідно до рівня опанування компетенції зазначити етап їх опрацювання; 3) сформулювати дидактичну задачу уроку; 4) визначити, які ключові компетентності актуалізуються та набувають подальшого розвитку засобом поданого навчального змісту; 5) з'ясувати, який вплив на розвиток пізнавальних процесів здійснює зміст уроку; 6) сформулювати розвивальне завдання; 7) продумати вплив змісту навчальних завдань, форм роботи на уроці на розвиток позитивних рис особистості, пізнавального інтересу до вивчення математики; 8) сформулювати виховне завдання.

У ході уроку традиційно прописується зміст, форми й методи діяльності вчителя та діяльності учня на певних етапах уроку. При проектуванні уроків основою для моделювання діяльності вчителя та діяльності учнів має бути зміст компетенції та рівень її опанування школярами на уроці. Отже, доцільно, виходячи із дидактичного завдання, базованого на очікуваних результатах – компетенціях, добирати систему навчальних завдань, розробляти методику роботи над ними, добирати відповідні засоби навчання, ефективні форми роботи учнів з цим навчальним змістом.

Система навчальних завдань з опанування певного питання програми подана у підручнику та у дидактичних матеріалах до уроків. Оскільки, на сучасному етапі розвитку математичної освіти чинними є кілька підручників для певного класу, то майбутні вчителі мають усвідомлювати переваги і недоліки кожного з них з тим, щоб у майбутній професійній діяльності вибирати той, який є найбільш ефективним з точки зору досягнення освітніх результатів.

Наступним кроком є моделювання діяльності вчителя та учнів під час розв'язування системи навчальних завдань, основою якого є знання методики навчання окремих питань курсу математики та уміння розв'язувати методичні задачі. Для підвищення результативності у проекті уроку бажано реалізувати сучасні навчальні технології, інноваційні підходи до вивчення окремих питань програми, передовий педагогічний досвід. Треба вчити майбутніх учителів математики використовувати у власній професійній діяльності найкращі зразки роботи, найефективніші методичні підходи, навчальні технології, які спрямовані на реалізацію компетентнісного підходу.

На кожному уроці вчитель має здійснювати коректне й об'єктивне оцінювання навчальних досягнень учнів, чи то стосується поточного оцінювання, чи тематичного, чи моніторингу успішності навчання учнів. Цей аспект, так само, має знайти відображення у проекті уроку у вигляді, наприклад, інструктування перед самостійною роботою із чіткими, однозначними критеріями оцінювання.

Отже, проектувально-моделювальна складова методичної компетентності базується на частково-методичній, нормативній, варіативній, контрольно-оцінювальній та технологічній складових; набуття майбутніми вчителями здатності до проектування уроків математики неможливе без наявності в них зазначених якостей. Оскільки без готовності вчителя користуватися нормативними документами, здатності реалізовувати цілі і завдання навчання математики (нормативна); без готовності до навчання школярів окремих тем програми з математики для певного року навчання, до реалізації здобутих знань та вмінь під час реальних уроків математики (частково-методична), без готовності вчителя працювати за будь-яким навчально-методичним комплектом, здатності обирати найбільш ефективний навчально-методичний комплект щодо досягнення цілей і завдань навчання математики, визначеними Держстандартом і навчальною програмою з математики (варіативна), без готовності до реалізації критеріїв оцінювання навчальних досягнень учнів з певних видів роботи на уроці математики та спроможності адекватно оцінювати навчальні досягнення учнів з окремих тем курсу математики, готовності здійснювати моніторинг якості математичної підготовки школярів (контрольно-оцінювальна); без готовності до впровадження сучасних навчальних технологій до навчання школярів окремих тем курсу математики, до впровадження інноваційних підходів і використання передового педагогічного досвіду (технологічна), стає неможливим якісне проектування уроку.

Таким чином, проектувально-моделювальна складова у структурі методичної компетентності вчителя посідає найвищий щабель, підґрунтя якого утворюють нормативна, варіативна, частково-методична, контрольно-оцінювальна і технологічна складові, оскільки всі вони реалізуються під час створення проекту уроку у вигляді його конспекту.

Внутрішнім резервом проектувально-моделювальної складової методичної компетентності є відповідні компетенції, базис яких становлять знання структури тематично-календарного планування та уміння його складати; знання типів і можливих структур уроків математики, прийомів організації діяльності учнів, керування нею та уміння їх застосовувати під час проектування уроків; знання специфіки методів, форм і засобів навчання математики та уміння підбирати необхідні засоби, методи, форми навчання предмету; уміння створювати проекти уроків з окремих тем курсу математики за різними навчально-методичними комплектами та досвід такої діяльності.

Висновки. Виходячи із реалій сучасного етапу розвитку професійно-педагогічної освіти, доцільно ввести у науковий обіг поняття проектувально-моделювальної складової методичної компетентності вчителя.

Постає питання про підготовку вчителя до створення проектів уроків на засадах компетентнісного підходу, спрямованого на досягнення освітніх результатів – компетенцій. Зміст методичної підготовки майбутніх учителів математики у педагогічних ВНЗ потребує оновлення шляхом включення питань щодо проектування уроків математики, моделювання діяльності вчителя та учнів, виходячи із освітніх результатів – компетенцій та рівня їх опанування на певному етапі навчання.

1. Барна М.М. Навчання, орієнтоване на результат. 31 урок у початковій школі: [методичний посібник] / М.М.Барна, О.В.Волощенко, О.П.Козак. – Тернопіль : Астон, 2010. – 200 с.

2. Державний стандарт повної загальної середньої освіти. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.mon.gov.ua/ua/activity/ education/56/692/state_standards/. – Назва з екрану.

3. Скворцова С.О. Підготовка майбутніх учителів початкових класів до навчання молодших школярів розв'язувати сюжетні математичні задачі»: [монографія] / С.О.Скворцова, Я.С. Гаєвець. – Х.: Ранок – НТ, 2013. – 332 с.

4. Bloom B.S. Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals: Handbook I, cognitive domain. – New York: Longman. – 1956.

Резюме. Скворцова С.А. ПРОЕКТИВНО-МОДЕЛИРУЮЩАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ МЕТОДИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ. *Определено содержание понятия «проективно-моделирующая» составляющая методической компетентности учителя. Установлено, что в структуре методической компетентности учителя проективно-моделирующая составляющая занимает высшую ступень, в основе которой лежит нормативная, вариативная, частично-методическая, контрольно-оценочная и технологическая составляющие.*

Ключевые слова: *профессиональная компетентность учителя, методическая компетентность учителя, проективно-моделирующая составляющая, учитель математики.*

Abstract. **Skvortsova S. A PROJECTING AND MODELLING COMPONENT OF A MATHEMATICS TEACHER'S METHODICAL COMPETENCY.** *The paper defines the content of a concept "projecting and modelling component of a teacher's methodical competency" as the ability of a teacher to project the subject learning process during the school year; to project lessons on various teaching kits according to modern standards; to model teachers' and pupils' activity at each stage of the lesson aimed at achieving the educational outcomes. It is proved that the projecting and modelling component occupies the highest level in the structure of a teacher's methodical competency. A normative, variation, partly methodical, control, evaluation and technological components form the bases of the given level, as all of them are implemented while creating a project of a lesson in the form of its abstract. The competences that form an internal reserve of a projecting and modelling component of a teacher's methodical competency are defined. The bases of these competences are the knowledge of a structure of thematic and scheduling planning and the skills to create this plan; knowledge of the types and possible structures of a Mathematics lesson, knowledge of methods of organizing pupils' activity, of managing it and the ability to apply this knowledge while projecting lessons; knowledge of specific methods, forms and means of teaching Mathematics and the ability to choose the necessary means, methods and forms of subject teaching; the ability to create the projects of the lessons according to selected topics of Mathematics' course on various teaching kits and experience in doing it.*

Key words: *teacher's professional competency, teacher's methodical competency, projecting and modelling component, Mathematics teacher.*

References

1. Barna M.M. A goal-oriented teaching. 31 lesson in the primary school: [a methodical manual] / M.M.Barna, O.V.Voloschenko, O.P.Kozak. – Ternopil: Aston, 2010. – 200 p.

2. State standard of a complete secondary education. – [Electronic resource]. – Access mode: http://www.mon.gov.ua/ua/activity/education/56/692/ state_standards/. – The name on the screen.

3. Skvortsova S.O. Training of future primary school teachers to teaching younger schoolchildren to solve plot mathematical problems: [monograph] / S.O.Skvortsova, Y.S. Gaevets. – H.: Ranok – NT, 2013. – 332 p.

4. Bloom B.S. Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals: Handbook I, cognitive domain. – New York: Longman. – 1956.

Стаття надійшла до редакції 28.05.2013 р.

FORMATION METHODICAL COMPETENCE OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS IN THE CONTEXT OF CURRENT EDUCATIONAL PARADIGM

(Формування методичної компетентності майбутніх учителів математики в контексті сучасної освітньої парадигми)

V.Tatochenko,
Candidate of Pedagogical Sciences, assistant professor,
Kherson State University,
Kherson, UKRAINE,
e-mail: kuleshbest@rambler.ru

Стаття присвячена актуальним проблемам формування методичної компетентності майбутніх вчителів математики як доповнення освітніх інноваційних напрямів реалізації сучасних цілей освіти.

Ключові слова: *формування, методична компетентність, освітні інноваційні напрями, сучасні цілі освіти.*

Problem statement. The current stage of development of education in Ukraine is characterized by the fact that existing social and educational guidance in Higher Education lead to the formation of new, more stringent requirements for advanced professional competence factors to improve their training. In terms of reforming the education space on Ukraine is drawing attention to the Laws of Ukraine "On Education", "On Higher Education", "National Doctrine for Development of Education in Ukraine in XXI century. "Declaration on the European space for higher education, the Bologna agreement.

The future higher education systems are increasingly used new approaches to the educational process, including competency approach course that complements a number of innovative educational trends, the use of which helps teachers and students work together harmoniously for the implementation of modern educational programs.

The development of the global society, a change of paradigm places new demands on modern education, including providing organic integration of education and science, testing and selection of effective and innovative teaching technologies, combining the efforts of all actors of the educational system for the formation of methodical competence of future teachers of mathematics. In this context, the formation of methodical competence of mathematics teachers is regarded as one of the prerequisites for achieving the overall goal of training.

Despite the diversity of research that is dedicated to the formation of various aspects of methodological competence of mathematics teachers, many problems remain unresolved and unaddressed. In addition , there are contradictions between: backgrounds of modern mathematics teacher and current demands of the labor market , the possibility is high enough creativity to put into practice the modern requirements of professional conduct and quality basic mathematical knowledge, lack of development of scientific and pedagogical, psychological basis for the formation of methodical competence of mathematics teachers and the need for the formation of its students; insufficient use of innovative learning technologies and the growing needs of students quality education, the existing paradigm of education and skills and preferences of the students. Unfortunately, the current concept of mathematical education is based on the principle of building long- developed curriculum and very few take into account the preferences of students desire to study a specific list of professional disciplines.

Analysis of the conditions that affect the efficiency of formation of methodical competence in the professional not performed in all possible ways.

The relevance and social significance of the problem of formation of methodical competence of future teachers of mathematics led to the choice of the research topic.

Research object is process of methodical training of future teachers of mathematics in high school.

Purpose of the study is methods of forming methodological competence of mathematics teachers in teaching professional disciplines.

The aim is to theoretically justify, develop and experimentally verify the effectiveness of situational teaching methods of professional disciplines in the process of methodical competence of future teachers of mathematics.

Hypotheses of the study: the process of formation of methodical competence of mathematics teachers is effective if the consideration to provide your students with a range of professional disciplines to build individual learning paths, used in the educational process of situational teaching methodology. To test the hypothesis planned pedagogical experiment that will allow to investigate the actual state of progress of future mathematics teachers , to determine student preferences by ranking disciplines, implement a pilot performance audit of the implementation of situational teaching method in the formation of methodical competence of future teachers of mathematics.

Aims and hypothesis of the study can determine the following main research objectives:

1. Analysis of theoretical, methodological and organizational foundations of methodical competence of students in psychological and pedagogical, methodological literature, pedagogical practice.

2. Find out and prove scientifically the nature and meaning of methodical competence of future teachers of mathematics.

3. Determine how correlated the success of the training of future teachers of mathematics and their preferences professional disciplines.

4. Develop diagnostics formation methodological competence.

5. Develop a model of methodical competence of mathematics teachers based on situational teaching methods and a methodical support this model.

6. Prove scientifically and experimentally verify the effectiveness of the proposed method of forming methodological competence of mathematics teachers.

In the current scientific literature does not have a single view of the definition of methodological competence of mathematics teachers? Under it we realize an integrated property that includes a number of interpenetrating components – content – technological, functional and active, personal, based on the maximum level of expertise , the availability of well developed ability to generalizations, strategic thinking and a high level of perception of information modeling, decision- professional decisions, the ability to quickly update their personal abilities and possibilities for the effective performance of professional duties of teachers of mathematics. Articles competence – a personal education that is systemic in nature and is based on theoretical and practical readiness to teach, testifies to the ability to successfully resolve substantive, educational and instructional tasks can successfully organize and implement a training subject.

Methodological focus of future mathematics teachers identifies major subjects that have priority in the classroom. You must define all disciplines that are part of professional and practical training as well as other areas of the discipline that form the basic methodological competence.

In our view it is situational methods of teaching professional disciplines serving a factor that affects the efficiency of formation of methodical competence of mathematics teachers. This method of teaching is based on the tasks situations. Situational task – a learning task focused on the description of the real situation, which had or may occur in practice. The many activities of the student in solving this problem actively promote diverse qualities of future teacher of mathematics.

Technology of task approach to the study of professional disciplines is one of the varieties of the active learning approach. It involves the transformation of the content of the discipline in the system of educational problems methodological orientation. It provides opportunities for students to gain experience in analyzing and solving professional situations, the process of learning brings professional disciplines to professional activity, increases their motivation to learn. Given the basic requirements to educational problems, their use in the educational process is based on the following principles:

- Should be created not one single problem is a situation as a set of tasks, the selection of which should be aimed at acquiring common ways action;
- Problem in creating system should try to ensure they achieve not only near educational purposes, but also remote;
- Educational task is to ensure assimilation of actions that are necessary for the successful implementation of educational and professional activities;
- Training task must be created so that the appropriate means and ways of working , learning is planned during solving , acted as direct products of teaching and learning of students.

Methodological competence is an important indicator of the quality of education for future teachers of mathematics. It suggests that teachers of mathematics in their practical work have to perform various activities. Teaching activities of teachers will be understood as a set of separate activities, which include the following: analyze a variety of literature, including programs, textbooks, teaching aids and kits, and other learning tools, and on this basis, taking into account age students opportunities to select the required material and from construct the substantive content of the lesson, or any other type of classes with students to plan their work and learn to plan teaching and learning activities of students , to organize different types of students, to help them implement and manage, to some extent, to evaluate its operations and activities of students, teaching them evaluation and self-esteem.

Of course, the listed activities do not cover all the activities that can meet the teacher in his practice. All activities can not be predicted because the multifaceted practice of any taxonomy. However, certain activities like acquiring basic profession, one has to learn, thus forming the basic skills and self-esteem, and then deal with the continuation and improvement of their education and professional skills.

Landmark on the main types of teachers of mathematics is crucial when forming methodological competence. Another factor that influences the initial rate of formation of methodical competence will highlight the basic unit of the educational process – a lesson. Basically the lesson the teacher creates all aspects of teaching and learning of the student, as his teacher, activities should focus around the class. One of the main indicators of formation of methodical competence of the future teacher of mathematics is rather well developed analytical and synthetic activity that involves awareness and adoption of broad and narrow purposes of study, education and development of students in the study of mathematics. This activity includes logical and mathematical analysis and logical analysis of didactic teaching material textbooks and manuals, books of problems, methodical analysis of the mathematical, psychological and educational literature, the literature on the history of mathematics, methodical analysis of various learning tools. An important activity of the teacher is a planning and a design.

Students are the future mathematics teachers should continuously learn more and work on different forms of control of the students. The exact formulation of questions, the answers mates comment , review their work , drawing up plans for the responses, analysis of responses according to a plan – all of this creates the ability to properly assess the work of others. Formation of self-assessment is carried out by analyzing the errors in their work on the basis of a sample solution, a counter-example, prescriptions and more.

Articles competence based on certain professional knowledge: knowledge about different aspects of the issue of goal of teaching mathematics, knowledge of methods of learning material goals, knowledge of the specific educational, mathematical and methodological problems and methods of formulation and production, knowledge of actions and their corresponding operations for solving certain classes of mathematics, learning and teaching tasks, knowledge of teaching, ways to implement them in the study of various issues in accordance with the purposes and methods of teaching, knowledge of methods of teaching and learning of pupils and manage these activities, knowledge about different forms of control techniques and evaluation of students and the formation of self-esteem in students. To methodical action moved into the skills of a professional nature, it is necessary to solve the long-term educational and methodological problems. In the process of solving their acquired teaching skills. For their formation requires a system of theoretical and practical training. It provided a cycle of methodological disciplines.

For the mathematical problem solving of the direct product will receive a mathematical fact: the numbers, expressions, equations, roots of equations, properties of mathematical concepts, the ratio used in algebra, geometry, mathematical analysis.

When solving educational problems are a direct product of an educational fact. Educational fact we understand how knowledge, but at the level of generalization when it largely serves as the method (reception) training or educational knowledge. By learning the facts also include generalized types of mathematical problems, general and specific ways of solving generalized search techniques prove mathematical statements and solve math problems and more. The main feature educational facts are their orientation to the general abilities to learn independently. Learning problem is solved either by synthesis of certain kinds of theoretical knowledge, definitions, theorems, algorithms, methods, or by summarizing solving sets of mathematical problems.

In the formulation of educational problems is essential to the existence of specific instructions, disclosure-oriented educational activities aimed at forming and development of the student's ability to analyze the structure definitions, perform mathematical proof of statements to solve certain classes of mathematical problems. Without guidance setting educational problems did not contribute anything to the practice of teaching, as will be no different from the formulation of learning objectives. Educational problems should be the basis of the organization of the students in the classroom as well as in ancillary works.

If learning task clearly articulated, then immediately predicted result of solving – the level synthesis method.

To form the generalized knowledge to the level of the method requires some organization of teaching material. It is necessary to plan the general and specific training activities that allow to form generalized knowledge. Formation of generalized knowledge is complete when the student is able to evaluate the results.

When solving educational problems and organizing activities for their solving is necessary to comply with the following requirements: precisely predict learning outcomes , plan the course material to achieve the learning outcomes, select appropriate learning activities and to evaluate the resulting not only math , but also learning the facts.

The direct product of solving methodological tasks will receive teaching facts: the isolation of the primary and secondary educational material typology math problems, study material organized in a system in accordance with this goal, the selection of learning tools and techniques to achieve the goal and more. Each of their teaching tasks require adequate to her teaching and learning activities. An essential characteristic of solving methodological problems is the complexity of different content operations. In the process of solving problems in teaching future teachers of mathematics are formed and develop teaching skills.

The first level of teaching skills formation is reduced to the fulfillment of awareness of a guidance or teaching and learning activities to understanding its operating structure, finding ways to perform. This level is characterized by the following methodological skills:

1. The ability to perform logical-mathematical analysis of definitions of mathematical concepts, mathematical statements, rules, algorithms.

2. The ability to perform logical and didactic analysis of specific, meaningful completed section of the textbook teaching material (manual).

3. The ability to organize a search for solving mathematical problems, prove mathematical statements.

4. The ability to adopt problem for teaching concepts, mathematical proof of the allegations forming rules or construction algorithm.

5. The ability to make simple visual aids and educational materials for computer and so on.

6. Ability to work with a guide, tables and other related materials and teach students.

7. Ability chosen literature to study a particular issue (theorem problem point manual) and make the appropriate filing.

8. Ability to prepare questions for the survey system , to make independent work in order to verify certain mathematical or academic skills of students pass a quiz to test specific knowledge and skills of students.

9. The ability to evaluate written work and analyze the results.

10. The ability to locate the material on the board, draw the solution of the problem, proving a mathematical statement of the value of expression and so on.

The second level teaching skills formation characterizes the transfer of some already existing teaching skills and their systems to the new facilities. This process is carried out by using general guidelines and heuristic schemes. They are:

1. The ability to determine the purpose of studying specific educational material.

2. Skill – based goal to isolate the main course material, ideas, and themes, classify problems and more.

3. Ability to motivate the study of specific educational material.

4. The ability to clearly choose a training problem and adopt appropriate to her actions.

5. Ability to organize and manage the activities of students it when solving educational problems.

6. Ability based on logical and didactic analysis of the topic up schedule subject.

7. Ability chosen material for the lesson, write an outline or a detailed lesson plan.

8. The ability to analyze a lesson from the standpoint of its purpose and appropriate teaching materials.

9. Ability to analyze student answer, give her a commented assessment.

10. The ability to characterize articles, tutorials and more.

The third level teaching skills formation synthesizes all previously formed and implemented the ability for any educational material. He is determined not only knowledge of the goal, but the motives and means of the choice of activities.

Articles competence involves certain methodological skills, and the ability to successfully apply these skills in the professional activities and personal qualities of the teacher.

This problem is multifaceted. Analysis of psycho-pedagogical and methodological literature, the study of domestic and international experience, our experimental studies will allow to identify the main aspects of the chosen problem solving: methodological, psychological, educational, scientific and methodical.

Резюме. **Таточенко В.И. ФОРМИРОВАНИЕ МЕТОДИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В КОНТЕКСТЕ СОВРЕМЕННОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПАРАДИГМЫ.** *Статья посвящена актуальным проблемам формирования* *методической компетентности будущих учителей математики, как дополнение образовательных инновационных направлений реализации современных целей обучения.*

Ключевые слова: *формирование, методическая компетентность, образовательные инновационные направления, современные цели обучения.*

Abstract. **Tatochenko V. *F*ORMATION METHODICAL COMPETENCE OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS IN THE CONTEXT OF CURRENT EDUCATIONAL PARADIGM.** *This article is devoted to topical problems of formation of methodical competence of mathematics teachers to supplement educational innovation directions of contemporary educational purposes.*

Key words: *formation, methodical competence, innovative educational trends, current goals of education.*

References

1. Winter I.A. Key competence as effectively – targeted competency – based approach to education. Author's version / I.A. Winter. – M.: Research Center of Problems quality of training, 2004. – 20 p.

2. Kuzminsky A. I. Scientific basics methodological preparing future Math teachers: monograph / A.I.Kuzminsky, N.A.Tarasenkova, I.A.Akulenko. – Cherkasy: CNU by Bohdan Khmelnytsky, 2009. – 320 p.

3. The national doctrine development education of Ukraine in XXI century // Osvita Ukrainy. – 2001. – № 29. – P. 4-6 // LIGA – law: [E resource]. – Mode of access: http://search. liga-zakon.ua/l_doc2.nsf/link1/ U347_02.html.

4. Skibitskiy E.G. Vocational training technique: studies. Benefit / E.G. Skibitskiy, I.E. Tolstova, V.G. Scheufele. – Novosibirsk : NGAU 2008. – 166 p.

5. Hutorskoy A.V. Key technology of designing and subject-specific competences / A.V.Hutorskoy // Internet Journal "Eidos" [electronic resource]. – Mode of access: http://www.eidos.ru/journal /2005/ 1212.htm.

6. Chernoff J.K. Technology implementation of the competency hike in education and in industrial activity: monograph / Y.K. Chernov, O.I. Antipov. – Samara: SSC RAS, 2009. – 286 p.

7. Skvortsov S.O. The preparing future teachers of primary school to study children of primary school to solve the plot mathematical tasks / S.O.Skvortsov, J.S.Gaevets. – Kharkiv" Ranok – HT", 2013. – 332 p.

8. Laboratory and practical work on teaching mathematics: Textbook. Student manual sci. spec. ped. In-tov / E.I.Lyaschenko, K.V.Zobkova, T.F.Kirichenko and others, ed. E.I.Lyaschenko. – M.: Education, 1988. – 223 p.

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 27.10.2013р.

МЕТОДИЧНА НАУКА – ВЧИТЕЛЮ МАТЕМАТИКИ

КЛАСИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНИХ ОЗНАЧЕНЬ

О.В. Амброзяк,
аспірант,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА,
e-mail: Olga27_1989@ukr.net

У статті проаналізовано підходи науковців до процесу визначення понять та виділення видів означень. Узгоджено термінологію та взаємозв'язок між поняттями «визначення» та «означення». Авторська класифікація математичних понять направлена на поглиблене засвоєння вчителями видів означень і повинна допомогти їм навчити учнів конструювати різні означення одного й того ж поняття з усвідомленням їх рівнозначності.

Ключові слова: *поняття, означення, класифікація видів означень, методика навчання математики.*

Постановка проблеми. Людина сприймає навколишній світ за допомогою органів чуття, а отримані дані опрацьовує за допомогою мислення. Зрозуміло, що для цього використовуються не самі об'єкти, що спостерігаються, а їх ідеалізовані психологічні утворення, що є абстрактними одиницями, які існують в уявленнях, специфічні форми мислення, а саме поняття. Оскільки процес утворення та оперування поняттями неможливий без їх матеріалізації, тобто словесного представлення та іменування, особливого значення набувають означення понять. Як відомо, в них (означеннях) розкриваються істотні властивості та основні відмінності, що дають змогу працювати у напрямку поглиблення знань. За цих умов актуальним стає визначення ролі означень та процесу їх формулювання у ході загального формування понять, що вивчаються в школі.

Аналіз актуальних досліджень. У науковій літературі можна знайти підтвердження постійного інтересу до формування різних понять шкільного курсу та відповідно їх означень. Зокрема цими питаннями займалися Г.П.Бевз, Г.В.Воробйов, Г.І.Глейзер, Д.П.Горський, Я.І.Грудьонов, В.Є.Жебкін, В.К.Матищук, Н.А.Менчинська, В.В.Нікітін, К.А.Рупасов, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкова, Л.М.Фрідман, А.Я.Хінчин, Г.Штейнгауз та інші.

Однак у дослідженнях перелічених науковців немає єдиного підходу до системи означень та єдиної класифікації видів означень. Більше того, дослідники у своїх роботах використовують різні терміни: визначення та означення.

Мета статті – *проаналізувати підходи науковців до процесу визначення понять, різних видів означень та запропонувати власну класифікацію означень понять, що вивчаються в шкільному курсі математики.*

Виклад основного матеріалу. Вивчаючи дослідження науковців у рамках роботи над темою «Організація евристичної діяльності учнів основної та старшої школи у процесі формування геометричних понять», нами будо розглянуто основні чотири підходи до означення понять, запропоновані Д.П.Горським [3]. Але перш ніж говорити про створення класифікації видів означень узгодимо термінологію.

Як зазначає Н.А.Тарасенкова [7], *визначенням поняття* називається процес виділення істотних властивостей об'єкта (предмета) та їх відокремлення від неістотних властивостей. Мета зазначеного процесу полягає у тому, щоб відповісти на питання, чим саме є даний об'єкт (предмет), що відображається у понятті. Таким чином, для того, щоб здійснити визначення поняття потрібно навести у стверджувальній формі його істотні властивості.

На нашу думку, розглядаючи процес формування поняття, також доцільно розрізняти визначення та означення поняття. Ми дотримуємося думки Н.А.Тарасенкової [7], згідно якої визначення поняття є процесом віднаходження та фіксування істотних властивостей об'єктів, а означення поняття є не чим іншим як результатом зазначеного процесу, що виражаються у деякій словесній конструкції. Наприклад, процес визначення прямокутника передбачає побудову цієї геометричної фігури, виділення її істотних властивостей.

Визначення прямокутника: «1) геометрична фігура – паралелограм; 2) наявність чотирьох прямих кутів».

Означення прямокутника: «Паралелограм, у якого всі кути прямі, називається прямокутником».

Таким чином, у своєму дослідженні стосовно процесу використовуватимемо термін «визначення», а до словесного вираження – «дефініція» або «означення».

Стосовно ролі означень при вивченні наукових понять, зокрема математики, ми погоджуємося з думками З.І.Слєпкань [6] та Н.О.Менчинської [5] з приводу того, що роль і місце означень при формуванні понять залежить від:

- самого поняття, що вводиться (наприклад, означення степеня з нульовим показником безпосередньо сприяє розвитку пам'яті учнів, а означення ромба розвиває вміння аналізувати, виділяти головне, співвідносити об'єкти);
- логічної структури означення (наприклад, означення коефіцієнта одночлена сприяє розвитку пам'яті і сприймається учнями цілісно, а означення вписаного кута сприяє розвитку вміння виділяти структурні складові означення, виділяти головне, привчає учнів до необхідності аналізу та перевірки всіх істотних ознак);
- вікових особливостей школярів, їх готовності до розуміння означень (наприклад, означення циліндра модифікується від тіла, утвореного внаслідок обертання прямокутника до тіла, утвореного з двох кругів, які не лежать в одній площині і суміщаються паралельним перенесенням та всіх відрізків, що сполучають відповідні точки цих кругів. Така трансформація пояснюється психологічною готовністю учнів усвідомлювати поняття нескінченної кількості відрізків, які утворюють щільну бічну поверхню).

Якщо розглядати педагогічну роль означень, слід зазначити, що, навчаючи дітей давати правильні означення, вчителі привчають їх в усьому шукати істотні властивості, важливі ознаки. Цим самим така діяльність сприяє глибокому розумінню речей, фактів та явищ, що вивчаються.

Побудова означень, зокрема означень через рід та видову ознаку, привчає школярів правильно віднаходити положення речей, об'єктів, понять в системі інших, що дозволяє ознайомитися з класифікацією як методом наукового пізнання.

Необхідно відзначити ще одну особливість математичних означень: їх побудова та формулювання є одним із дієвих засобів привчити учнів ясно, лаконічно і точно висловлювати свої думки словами.

Звичайно, як ми вже зазначали, означення є словесною формою представлення думки, тому саме означення не є ефективним, але робота з його формулювання розкриває наведені вище функції.

Для того, щоб усвідомити специфіку щодо побудови означень математичних понять розглянемо їх класифікацію. Існує багато видів дефініцій, більшість з яких використовується у шкільному курсі геометрії. Відсутність єдиної класифікації означень ми пояснюємо варіативністю та розмаїтістю критерію поділу. Спробуємо навести різні класифікації означень.

<u>У залежності від того, що означається,</u> знаковий вираз (термін, символ) чи об'єкт, що позначається цим виразом, означення поділяються на номінальні та

реальні (рис. 1).

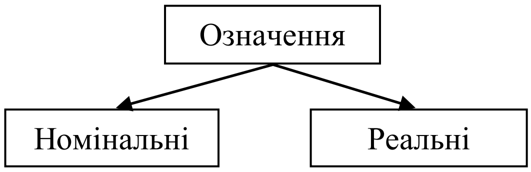


Рис. 1. Класифікація означень
за об’єктом, що означається

Номінальні означення визначають терміни, символи або вирази, які застосовуються для побудови моделі реального світу. Цей вид означень використовується для скорочення виразів із раніше введених термінів або символів, або для уточнення значення вже відомого терміна або символу. Вважається, що вони є засобом збагачення мови науки і уточнення семантики її висловлень.

Реальні означення визначають об’єкт, що позначається цим виразом.

Взаємозв’язок між номінальними і реальними означеннями досить тісний, оскільки номінальне означення легко може стати реальним і навпаки.

<u>*За способом пояснення*</u> означення поділяються на остенсивні, конструктивні та вербальні.

Остенсивні означення – це пояснення значення слів шляхом безпосередньої демонстрації означуваного предмету. Остенсія – це пряма вказівка на означуване явище або предмет, тому остенсивні означення пов’язують слова з речами та предметами. У шкільній практиці такі означення даються на прикладах, тому найчастіше використовується при вивченні математики у початковій школі. Наприклад, демонструючи геометричну фігуру вчитель дає їй назву (це квадрат, прямокутник, коло).

Серед остенсивних означень Н.Я.Віленкін [2] виділяє *контекстуальні означення*, у яких введення нового поняття зводиться до перечислення його контекстів. Контекст ставить поняття у зв’язок з іншими поняттями і тим самим опосередковано розкриває його зміст. Наприклад, означення дії множення у другому класі «Додавання однакових доданків називається множенням» та означення кола «Лінія, яка є межею круга, називається колом».

Прикладом *неконтекстуальних* остенсивних означень є означення видів ліній 1 класі, коли назва фігур прив’язується до зорового образу (ілюстрації, яка представлена у підручнику чи на дошці) (рис. 2).

Рис. 2. Види ліній: прямі,криві та ламані
для формування неконтекстуального остенсивного означення в 1 класі

Д.П.Горський [3] у своїй праці вводить поняття *конструктивних означень* як означень, у яких виокремлення означуваного об’єкта здійснюється через вказування його походження або способу утворення, виникнення, побудови.

Окремим випадком конструктивних означень є так звані *рекурентні (рекурсивні) означення,* у яких вказуються деякі базисні елементи означуваної множини і правила, що дають змогу отримувати нові елементи з вже наявних. Такі означення найчастіше зустрічаються в алгебрі. Зокрема яскравим прикладом рекурентного означення є арифметична прогресія: "Арифметичною прогресією називають послідовність, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому члену, до якого додано одне й те саме число."

Нерекурсивні означення найчастіше зустрічаються в геометрії. Наприклад, «Трикутником називається фігура, яка складається з трьох точок, що не лежать на одній прямій та трьох відрізків, що попарно їх сполучають» або «Конусом називається геометричне тіло, утворене внаслідок обертання прямокутного трикутника навколо прямої, що містить один із його катетів».

Вербальні означення – це дефініція значення невідомих виразів через вирази, значення яких відомі.

Серед вербальних означень можна виокремити такі види:

1) *Явні означення понять*, що пов'язують два поняття – означуване та означальне. При цьому означальне поняття містить терміни, які в свою чергу потребують означення, а заміна цих термінів їх означеннями призводить до отримання більш широкого формулювання означення даного поняття. До цього класу відносять означення через найближчий рід та видові ознаки та явні означення через аксіоми.

Означення через найближчий рід та видові ознаки є одним із найбільш поширених у шкільному курсі математики. Цей вид означень застосовують для введення означень понять, які знаходяться у родо-видових відношеннях. Одне поняття задається через інше з ширшим об'ємом. Цей процес є скінченним, оскільки в результаті приходимо до понять, які вже не можна визначити через ширші поняття. Ці поняття називаються первинними. Особливість цього виду означень полягає у тому, що вибір найближчого роду та характеристичної властивості не визначається однозначно.

Формулюючи таке означення, потрібно включити в нього перш за все вказівку на рід, після чого перелічити ті ознаки, які відносять це поняття до певного виду, вказати всі необхідні видові відмінності.

Загальна схема такого означення має вигляд: поняття A це таке поняття B, що володіє властивістю m. У цій схемі A – означуване поняття; B – найближче родове поняття до означуваного; m – властивість, яка вказує на те, що A є окремим видом зазначеного роду B. Наприклад, розглянемо означення ромба, поданого у підручнику з геометрії для 8 класу М.І.Бурди, Н.А.Тарасенкової: «Паралелограм, у якого всі сторони рівні, називається ромбом» [1, 37]. У цьому означенні (A) ромб – означуване поняття; (B) паралелограм – найближче родове поняття; (m) рівність всіх сторін паралелограма – характеристична властивість.

Явні означення через аксіоми використовуються дуже рідко, зокрема в алгебрі та у вищій математиці. Такі означення приймаються в межах науки без доведення і не потребують зведення до більш простих понять, оскільки саме вони означають першопочаткові поняття теорії. Яскравим прикладом є означення натуральних чисел через аксіоми Пеано: 1) одиниця не слідує за жодним натуральним числом, тобто не має попереднього; 2) кожне натуральне число слідує не більше як за одним натуральним числом; 3) аксіома індукції; 4) число, наступне за натуральним також є натуральним; аксіоми 5-7 описують правила арифметичних дій. Числа, що задовольняють аксіомам Пеано називаються натуральними.

2) *дескриптивні* означення об'єктів, позначення виразів. Це вид означень, що застосовується або для введення нових індивідуальних об'єктів і їх назв, або для виділення об'єктів із числа існуючих за допомогою властивостей, що характеризують відношення об'єкту до вже відомих об'єктів. Тобто, таке означення задає один і тільки один об'єкт, причому його існування не є наперед заданим і потребує перевірки. Прикладом такого означення є означення числа π як математичної константи, що визначається у Евклідовій геометрії як відношення довжини кола до його діаметра та приблизно дорівнює 3,14.

3) *означення введення підпорядкованих змінних* містять у собі три види означень: через абстракцію, через перелік та означення-домовленості.

Означення через абстракцію дає змогу означити математичні поняття як сімейство класів еквівалентності за деяким відношенням еквівалентності. Наприклад, під вектором можна розуміти клас еквівалентних напрямлених відрізків. При означеннях через абстракцію попередньо розглядають різноманітні об'єкти, що входять до означуваного поняття, а лише потім вводять нове поняття. Щоб працювати з такими класами виділяють по одному найпростішому представнику з кожного класу та використовують їх. При цьому операції повинні бути визначені так, щоб вони не залежали від вибору представників. Такі означення найчастіше використовуються у тих випадках, коли дефініції іншого виду неможливі або складно реалізуються.

Означення через перелік полягають у об'єднанні обсягів означальних понять у обсяг означуваного поняття (наприклад, цілі числа це натуральні, їм протилежні і число нуль).

Означення-домовленості присвоюють поняттю певний обсяг. Наприклад, факторіал нуля, степінь з нульовим показником, степінь з від'ємним показником та інші.

Таким чином, підсумовуючи вище сказане, отримуємо класифікаційну схему, представлену на рис. 3.

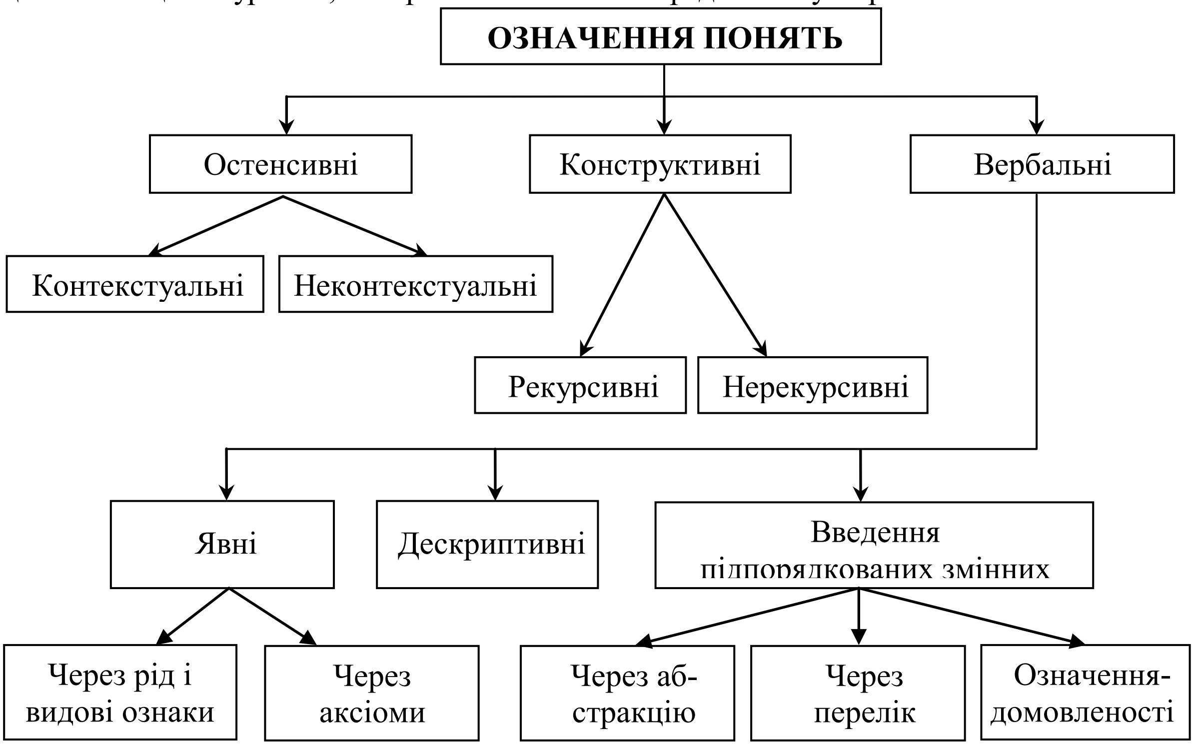


Рис. 3. Класифікація означень понять за способом пояснення

<u>За формою пред'явлення</u> розрізняють словесні, словесно-символічні та символічні означення (рис. 4).

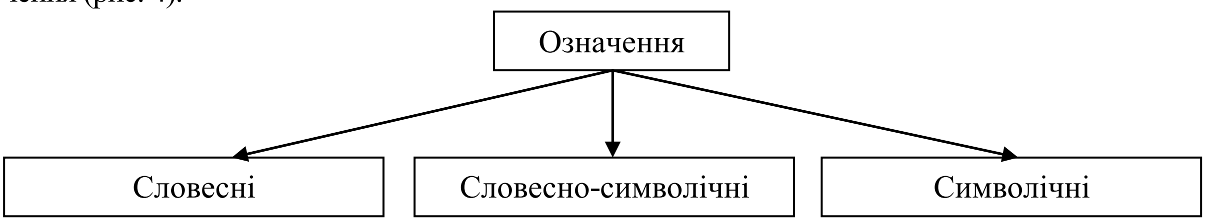


Рис. 4 Класифікація означень за формою пред'явлення

До словесних означень відносять означення через найближчий рід і видові ознаки, конструктивні, означення через абстракції та означення-домовленості (рис. 5).

За характером ствердження означення поділяються на заперечні та звичайні (рис. 6).

Заперечне означення містять відомості не про те, що міститься в понятті, а про те, чого в ньому немає. Тобто, означення називається заперечним, якщо в ньому перелічуються ознаки, які не належать змісту означуваного поняття і нічого не сказано про ті ознаки, які повинні належати змісту означуваного поняття. Цей вид означень вказує на ознаки, які не належать поняттю. Саме тому таке означення може нічого не визначити.

Оскільки означення понять полягає у фіксації його істотних ознак, то в залежності від кількості цих ознак означення можуть бути перевизначеними (занадто широкими, надлишкові), звичайними, недовизначеними (занадто вузькі, недостатні, неточні) (рис. 7).

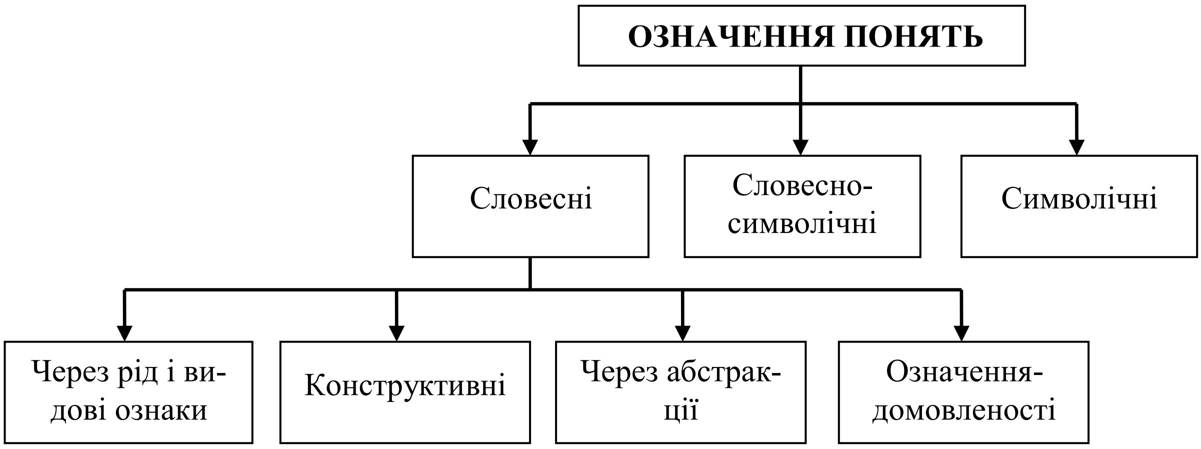


Рис. 5. Класифікація словесних означень

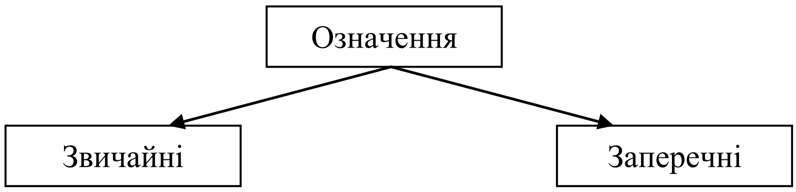


Рис. 6. Класифікація означень за характером ствердження

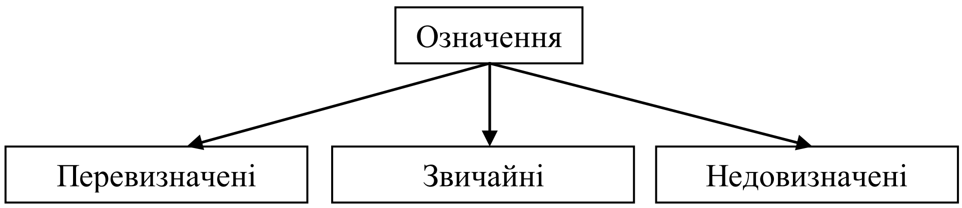


Рис. 7. Класифікація означень за кількістю істотних ознак

Як зазначає В.К.Матищук [3], *занадто широкими (перевизначеними)* є такі означення, які містять зайві істотні ознаки, а означення, в яких міститься недостатня кількість істотних ознак є *занадто вузькими (недовизначеними)*.

На нашу думку така класифікація не є правильною, оскільки в означенні має міститися така кількість істотних ознак, щоб вони усі разом були необхідними і достатніми умовами для однозначного співвіднесення об'єктів до певного поняття. Тому, якщо у твердженні, яке претендує на роль означення, не вистачає, або навпаки, вказано забагато істотних ознак, то таке твердження не може бути строгим означенням.

У залежності від природи зв'язків, в яких перебувають властивості, задіяні в формулюванні, означення поділяють на кон'юнктивні та диз'юнктивні (рис. 8).

Рис. 8. Класифікація означень за природою зв'язків

У *кон'юнктивних означеннях* всі істотні властивості, які задіяні в означенні пов'язані сполучником «і», або перелічуються комою. Для однозначного віднесення поняття необхідно, щоб всі істотні властивості одночасно належали його змісту.

У *диз'юнктивних означеннях* істотні властивості, які задіяні в означенні пов'язані логічною операцією «диз'юнкція», тобто сполучником «або». Тому для однозначного встановлення поняття достатньо, щоб в зміст входила хоча б одна істотна ознака.

Яким би не було означення поняття, кожне з них має певну будову, що складається з двох частин: означуваного поняття, зміст якого розкривається та означального (означальних) понять за допомогою якого (яких) розкривається зміст означуваного поняття.

<u>У залежності від дотримання вимог</u> до означення їх можна поділити на коректні та некоректні (рис. 9).

Рис. 9. Класифікація означень за дотриманням правил формулювання

У своєму дослідженні В.К.Матищук [4] говорить про використання поруч із науковими означеннями у шкільному курсі математики більш доступні формулювання, які не повністю, або навіть зовсім не зводять означуване поняття до раніше встановлених. Автор розглядає *педагогічні означення* як такі, що зводять поняття, що розглядається, до інших понять, які у свою чергу добре відомі учням з досвіду, що про їх зміст і обсяг спеціально не потрібно говорити. При цьому слід пам'ятати, що будь-яке означення, наукове чи педагогічне, повинно правильно відображати наукові концепції, які прийняті на даний момент у науці. Лише за цієї умови допустимою і правомірною з точки зору вікових особливостей школярів є подібна заміна.

Ми не вважаємо доцільним включати педагогічні означення до класифікації, оскільки їх використання скоріше є виключенням та обумовлене педагогічною позицією вчителя.

Висновки. Таким чином, ми спробували створити власну класифікацію математичних означень, яка, на нашу думку, може бути застосована до означень будь-яких інших наук. Слід зазначити, що знання цієї класифікації має допомогти вчителям навчити учнів конструювати означення понять та усвідомлювати їх рівнозначність. Вважаємо, що методика формулювання кожного виду означень та специфіки роботи з ними обов'язково потребує подальшого дослідження та розробки.

1.Бурда М.І. Геометрія : підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М.І.Бурда, Н.А.Тарасенкова. – К.: «Зодіак-ЕКО», 2008. – 240 с.

2.Виленкин Н.Я. Определения в школьном курсе математики и методика работы над ними / Н.Я.Виленкин, С.К.Абайдулин, Р.К.Таварткиладзе // Математика в школе. – 1984. – № 4-5. – С. 43-47.

3.Горский Д.П. О видах определений и их значений в науке / Д.П.Горский. – М.: Наука, 1964 – 158 с.

4.Матыщук В.К. Определения в преподавании математики / В.К.Матищук // Математика в школе. – 1947. – № 3. – С. 14-25.

5.Менчинская Н.А. Психология усвоения понятий (основные проблемы и методы исследования) / Н.А.Менчинская // Известия АПН РСФСР. – 1950. – Вып. 28. – С. 3-17.

6.Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З.І.Слєпкань. – Тернопіль: Підручн. та посіб., 2004. – 240 с.

7.Тарасенкова Н.А. Поняття як об'єкти засвоєння / Н.А.Тарасенкова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2001. – Вип. 16. – С. 69-80.

Резюме. **Амброзяк О.В. КЛАССИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ.** *В статье проанализировано подходы исследователей к процессу определения понятий и выделения видов определений. Согласовано терминологию и взаимосвязь между понятиями процесса определения и самим определением. Авторская классификация определений математических понятий направлена на углубленное усвоение учителями видов определений и должна помочь научить учеников конструировать различные определения одного и того же понятия с осознанием их равнозначности.*

Ключевые понятия: *понятия, определения, классификация видов определений, методика обучения математике.*

Abstract. **Ambrozyak O. CLASSIFICATION OF MATHEMATICAL DEFINITIONS.** *This article analyzes the various approaches in psychology, pedagogy and methodology of teaching mathematics to the process of definitions of concepts and different approaches to their definitions. The author shows an example of the effect the contents of the concept, the logical structure of the definition and age characteristics of student on the role and place of the definitions in the formation of mathematical concepts. Agreed terminology and the relationship between the concepts of the process of identifying and defining. It is characterized by the features of definitions of mathematical concepts for the formation of the students thought operations and methods of heuristic activity. Author developed classification of definitions of mathematical concepts on the basis of understanding the specifics of their the construction. The main criteria for the implementation of the classification adopted are: 1) determined by the nature of the object; 2) a method of explanation; 3) the form of presentation; 4) the nature of the approval; 5) the number of essential features; 6) the nature of the logical links; 7) compliance with the rules of formulating definitions. Author's classification of mathematical concepts aimed at the depth assimilation types definitions of teachers and to help them teach students to construct different definitions of the same concept with the knowledge of their equivalence. The developed classifications of types of definitions can be used not only to mathematical concepts, but also to the concepts of other sciences.*

Key words: *the concept, definitions, classification of definitions, methodology of teaching mathematics.*

References

1. *Burda M. I. and N. A. Tarasenkova. 2008. Geometry for 8th form. – Kiev: «Zodiak-EKO». – 240 p.*
2. *Vilenkin N., Abaydulin S. K., Tavartkiladze R. K. Definitions in school courses of mathematics and methods of work on them. Mathematics in School. 1984, vol.4-5. PP. 43-47.*
3. *Gorskiy D. P. On the types of definitions and them values in science. – Moscov: Nauka, 1964. – 158 p.*
4. *Matyschuk V. K. The definitions in the teaching of mathematics. Mathematics in School. 1947, vol.3. PP. 14-25.*
5. *Menchinskaya N. A. Psychology of learning of concepts (the basic problems and research methods). Izvestiya APN RSFSR. 1950, vol.28. PP.3-17.*
6. *Slepkan', N. A. Psycho-pedagogical and methodological foundations of developmental education of mathematics. – Ternopol': Pidruchnyki ta posibnyki, 2004. – 240 p.*
7. *Tarasenkova, N. A. The concepts as objects of learning. Didactics of mathematics: Problems and Investigations. 2001, vol.16. PP.69-80.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 05.07.2013 р.

ОСОБЛИВОСТІ ЗМІСТУ ПІДРУЧНИКІВ З МАТЕМАТИКИ У СТАРШІЙ ШКОЛІ

М.І.Бурда,
доктор педагог. наук, професор,
дійсний член Національної Академії педагогічних наук,
Національна академія педагогічних наук України,
м. Київ, УКРАЇНА,
e-mail: mibur@mail.ru

Розглядається проблема якості підручників з математики для профільної старшої школи. Пропонуються загальні науково-методичні вимоги до відбору навчального матеріалу. Обґрунтовано, що виділені вимоги забезпечують особистісну орієнтацію змісту підручників.

Ключові слова: *зміст, підручник з математики, вимоги, рівні навчання.*

Постановка проблеми. Відбір змісту підручників з математики для старшої школи набув особливого значення у зв'язку із запровадженням профільного навчання. Таке навчання дає змогу за рахунок змін у цілях, змісті, структурі та організаційних формах освітнього процесу досягти основної мети – більш повно врахувати інтереси, нахили і здібності учнів та створити педагогічні умови для навчання старшокласників відповідно до їх професійного самовизначення. Це вимагає дотримання нових вимог до відбору змісту підручників з математики. Вони мають враховувати особливості навчальної діяльності учнів на різних рівнях змісту (стандарту, академічного, профільного); посилювати практично-діяльнісну і творчу складові у змісті освіти; забезпечувати його інтеграцію та оптимальне поєднання неперервної і дискретної математики, науковість і прикладну спрямованість, пріоритет розвивальної функції навчання.

Аналіз актуальних досліджень. Проблема відбору змісту математичної освіти в старшій школі і відображення його в підручниках досліджувалася відомими вченими, методистами і вчителями математики (В.Г.Бевз, Т.В.Колесник, Ю.І.Мальований, Є.П.Нелін, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкова, Т.М.Хмара, В.О.Швець, М.І.Шкіль, М.С.Якір та інші). Особливості змісту і операційного складу навчальної діяльності учнів, зокрема з математики, розглядалися в роботах Я.І.Грудьонова, В.В.Давидова, М.Я.Ігнатенка, Г.С.Костюка, Т.В.Крилової, О.І.Скафи, А.А.Столяра, Л.М.Фрідмана, О.С.Чашечникової та інших. Розробленню методів і засобів навчання математики присвячені дослідження О.І.Буковської, Д.В.Васильєвої, О.П.Вашуленко, Г.М.Гливи, Н.Д. Мацько, О.С.Неліної, Ю.Л.Сморжевського та інших.

Мета статті – *розкрити наукові і методичні вимоги до відбору змісту підручників з математики у профільній старшій школі для різних рівнів навчання (стандарту, академічного, профільного).*

Виклад основного матеріалу дослідження. *Основою нової філософії шкільної математичної освіти має бути відповідність змісту суспільно-економічним запитам держави.* Відбираючи зміст важливо враховувати значення математичної освіти для життєдіяльності особистості та цілі, які ставить суспільство перед навчанням математики. Цілі освіти виступають як один із засобів конструювання змісту. Основне тут передбачити технологічні, економічні, соціально-культурні і духовні тенденції розвитку суспільства, оскільки вони впливають на спрямованість змісту, на співвідношення гуманітарного і природничо-математичного циклу дисциплін у навчальному плані школи. У змісті доцільно також відобразити основні види діяльності людини, структуру і особливості цієї діяльності. Необхідний аналіз основних сфер суспільного життя (матеріального виробництва, духовного і культурного простору, управління, соціально-політичного і сімейно-побутового життя), в основі яких лежать відповідні види діяльності. Вони педагогічно переосмислюються з урахуванням психологічних і навчальних можливостей учнів, групуються і відображаються в змісті освіти: в знаннях про види діяльності, в уміннях і навичках їх реалізації, в досвіді емоційно-ціннісного ставлення до діяльності, до системи цінностей суспільства.

Проблема, яка потребує вирішення, пов'язана з відображенням компонентів математичної науки в шкільних підручниках і психолого-дидактичним його обґрунтуванням. Потрібні дослідження таких питань: відображення математики як діяльності в змісті шкільної освіти (через методологічні знання, методи та способи діяльності, що відповідають логіці пізнання в математиці); врахування тенденцій розвитку математики (генералізації знань, посилення функції теорії в науці, інтеграції і диференціації науки). Переосмисленню традиційного змісту шкільної математики спонукають також зміни в галузях техніки, виробництва, комунікацій, які ставлять нові вимоги до математичної підготовки професійних кадрів. Не можна не враховувати й те, що дедалі зростає роль формально-логічного апарату математики, математичного моделювання, статистико-ймовірнісних методів в економіці, явищах виробничо-технічного характеру, управлінні високоякісними і високоточними технологічними процесами.

Підручник з математики має забезпечувати знання, достатні для продовження освіти або кваліфікованої праці. Ця вимога передбачає спрямування методичного апарату підручника на реалізацію основних функцій математичної освіти: власне математична освіта; освіта за допомогою математики; спеціалізуюча – як елемент професійної підготовки. Традиційно домінувала перша функція. Проте нова соціально-економічна ситуація потребує перегляду значимості цих функцій. Більшу увагу, особливо при вивченні математики на рівні стандарту, треба приділяти другій функції (освіта за допомогою математики), яка полягає у спрямуванні змісту предмета на вироблення якостей мислення, необхідних для адаптації і повноцінного функціонування людини в суспільстві, на засвоєння математичного апарату як засобу постановки і розв'язання проблем реальної дійсності. З цією метою у нормативних документах (державному стандарті, програмах) фіксуються також деталізовані рівні математичного розвитку, яких учні мають досягти на кожному ступені навчання.

Особистісна орієнтація змісту підручника передбачає врахування при його відборі структури і рівнів навчальної математичної діяльності учнів. Зміст навчання і тип мислення взаємообумовлені: рівень змісту (стандарту, академічний, профільний) проектує певний тип мислення (переважно емпіричний чи теоретичний) і, навпаки, останній враховується при відборі змісту. Мислення учня реалізується в його навчальній діяльності, яка включає взаємозв'язані компоненти: 1) мотиваційний (інтереси, потреби, мотиви); 2) змістовий (формально-логічні і оперативні знання); 3) процесуально-операційний (методи, способи і орієнтири діяльності); 4) прогностичний (прийняття рішення, складання програми діяльності, передбачення результату). Залежно від змісту компонентів у навчальній діяльності переважають емпіричні (чуттєво-предметні) або теоретичні (раціональні) узагальнення.

Навчальна діяльність, де домінують емпіричні узагальнення, включає таку послідовність дій: а) аналіз одиничного – предметних моделей або уявлень про них; б) з'ясування особливого – порівняння і виділення спільних ознак, їх узагальнення; в) формулювання загального у вигляді гіпотези; г) доведення або спростування гіпотези; д) усвідомлення відповідного способу діяльності. Така навчальна діяльність враховується під час відбору змісту математики на рівнях стандарту або академічному.

Навчальна діяльність, де переважають теоретичні узагальнення, характеризується: засвоєнням системи узагальнених знань і способів діяльності; відшуканням у математичних фактах істотних зв'язків і відношень шляхом аналітико-синтетичної, рефлексивної діяльності; вираження зв'язків і відношень у вигляді загальних ідей, принципів, понять. Послідовність дій і операцій: а) аналіз одиничного – виділення істотного відношення, необхідного для існування певного математичного факту; б) з’ясування особливих форм існування істотного відношення і їх моделювання; оцінювання специфічності і відмінності особливих форм; в) встановлення єдності істотного відношення і його особливих форм; конструювання способу діяльності. Така навчальна діяльність – результат вивчення математики на профільному рівні. Наприклад, аналіз властивостей об’ємів геометричних тіл (одиничного) дає змогу знайти особливе – розбиття даних тіл паралельними площинами на n тіл, а потім дійти до загального принципу знаходження об’ємів: обчислити границю суми n об’ємів тіл розбиття (визначений інтеграл). Надалі цей принцип застосовується в різних конкретних випадках. Таким чином, специфіка одиничного у навчальній діяльності залежить від рівня вивчення математики. На рівнях стандарту або академічному це може бути приклад з довкілля, модель, малюнок, а на профільному рівні – зв’язки, відношення, властивості, які необхідні для існування певних математичних об’єктів (у наведеному прикладі - властивості об’ємів).

Відбираючи зміст підручника важливо враховувати не лише специфіку одиничного, особливого і загального, але і види зв’язку між ними. Загальне може охоплювати лише свої особливі форми. Так, виходячи із загального поняття «переміщення», дістанемо окремі його види (симетрію, поворот, паралельне перенесення) і відповідні способи діяльності. Але загальне може не лише охоплювати свої особливі форми, але і виступати особливою формою. Так, загальне поняття «рівність фігур» має свої особливі прояви (рівність відрізків, кутів, тіл тощо) і виступає особливим видом поняття «подібність фігур».

Навчальні тексти підручників мають відповідати двом етапам пізнання: від одиничного, через особливе, – до загального і від нього, через логічне обґрунтування, – до практики. Звичайно, співвідношення між окремим і загальним, індуктивним і дедуктивним, емпіричним і теоретичним різне залежно від рівня навчання і особливостей навчальної діяльності учнів. Але обидва етапи мають бути притаманними у навчальній діяльності, оскільки впливають на розвиток творчості учня, його активність, ініціативу, привчають проводити невеликі дослідження, самостійно відкривати нові математичні факти. У зв’язку з цим, навчальний матеріал, що вивчається на рівнях стандарту або академічному, в більшій мірі ніж на профільному рівні, має спиратися на наочність і інтуїцію учнів, на їх життєвий досвід, що робить його доступним. Вивчення математичних фактів, як правило, розпочинається з аналізу учнем його емпіричного досвіду (відповідних прикладів, моделей чи малюнків, які мають виконувати не лише ілюстративну, але і евристичну роль). Це дає змогу з’ясувати істотні ознаки понять, властивості математичних об’єктів і на основі цього самостійно сформулювати відповідні твердження. На цих рівнях вивчення математики систематично використовуються конструктивні означення, які дають змогу учневі усвідомити процес створення (побудови) відповідних математичних об’єктів. Але у змісті математики, що вивчається на профільному рівні, поняття здебільшого означаються через рід (посилання на більш загальне поняття) і видову відмінність (виділення ознак, що відрізняють нове поняття від інших), сприймання яких вимагає складнішої розумової діяльності. Тобто курси математики повинні мати не лише різну інформаційну ємність та діагностико-прогностичну спрямованість, але і різнитися способами упорядкування матеріалу, ступенем узагальненості знань, співвідношенням між теоретичними і емпіричними знаннями.

Поєднання неперервної і дискретної математики – важлива риса сучасних її курсів. Розвиток комп’ютеризації, інформаційних мереж, автоматизованих інформаційних систем висуває специфічні вимоги до стилю мислення людини, а отже, і до змісту шкільної математики. Одна з них пов’язана з необхідністю включення до шкільного курсу елементів дискретної математики (комбінаторика, елементи математичної логіки в їх прикладному аспекті, системи числення, елементи теорії графів тощо). Введення елементів дискретної математики дасть змогу, з одного боку, більш результативно опановувати інформатику, а з другого, - посилити прикладну спрямованість курсів шляхом розширення меж застосування математичних методів у природничих і гуманітарних дисциплінах. Одна з основних тут наукових проблем полягає в тому, що в природничих і гуманітарних дисциплінах застосовуються різні за своєю природою математичні моделі. Різні також і способи побудови та дослідження цих моделей. У природничих дисциплінах провідну роль відіграють кількісні моделі, як результат кількісного вираження реальних процесів. Для їх дослідження використовуються в основному початки математичного аналізу, елементи теорії ймовірностей і математичної статистики. Тоді як у гуманітарних курсах переважають структурні моделі, побудова і дослідження яких потребує залучення, насамперед, елементів дискретної математики. Ці особливості необхідно враховувати відбираючи зміст математики для природничих і гуманітарних профілей.

Зміст підручників має забезпечувати діяльнісний підхід до навчання математики – засвоєння не лише готових знань, а й способів цього засвоєння, способів міркувань, які застосовуються в математиці, створення методичних ситуацій, які стимулюють самостійні відкриття учнями нових фактів. У підручнику доцільно вміщувати поради щодо того, як діяти у тій чи іншій навчальній ситуації, сформульовані у вигляді правил або вказівок. Останні спрямовані на розпізнавання математичних залежностей, на застосування понять, теорем або способів розв'язування задач і сприяють виробленню як окремих, так і узагальнених умінь. Наприклад. Якщо потрібно встановити паралельність двох прямих у просторі, то перевірте: 1) чи знайдеться пряма, паралельна кожній з даних прямих; 2) чи будуть дані прямі лініями перетину двох паралельних площин третьою площиною; 3) чи знайдеться площина, перпендикулярна до кожної з даних прямих.

Добір змісту профільного рівня повинен передбачати також самостійне складання учнями евристик, що включає: 1) виділення групи задач, встановлення оператора задач і тих знань, на базі яких їх можна розв'язати; 2) осмислення способу розв'язання групи задач на кількох задачах–моделях (розв'язання яких включає операції, притаманні даному способу діяльності), виділення потрібних операцій та роздільне їх закріплення і узагальнення; 3) визначення раціональної послідовності виконання операцій та складання на їх основі способу діяльності – евристичної схеми; 4) встановлення повноти і меж застосування способу діяльності, його відповідності програмним вимогам.

Тобто навчальний матеріал, незалежно від рівня вивчення математики і особливостей навчальної діяльності, включає діяльнісний компонент – де і як його застосовувати.

Зміст підручників має бути спрямований на творчий розвиток учня. На профільному рівні вивчення математики розвивальний ефект відбувається здебільшого на основі вироблення вмінь доводити твердження і розв'язувати задачі, застосовувати методи математики, розуміння аксіоматичної її побудови, суті абстрактних математичних конструкцій. Але на академічному рівні, особливо на рівні стандарту, потрібно більше враховувати значення математики в діяльності людини сьогодні і в історичному контексті (на її основі започатковувалися і розвивалися інші науки), доцільно поряд з питаннями, пов'язаними з логічною побудовою курсів, якомога ширше використовувати образно-чуттєвий, естетичний, художньо-графічний, емоційно-ціннісний потенціал математики. Зміст має відображати досвід творчої діяльності, відповідні ціннісні орієнтації (фрагменти історії математики, математичних теорій і методів, долі вчених, які творили науку, зробили визначні відкриття і ін.). Розвивальну функцію навчання реалізує також персоніфікований виклад матеріалу, тобто подання, де це можливо, математичних фактів з погляду їх історичного становлення і розвитку.

Зміст математики повинен розкривати гносеологічне її значення. Один із шляхів – ознайомлення учнів як з поняттям математичної моделі, так і з методом математичного моделювання, вироблення уявлень про роль цього методу в науковому пізнанні та практиці, формування вмінь свідомо будувати простіші математичні моделі. Вивчаючи математику, школярі мають усвідомити, що процес її застосування до розв'язування будь-яких прикладних задач розчленовується на такі етапи: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної у задачі, до математичної моделі цієї ситуації і від неї – до чітко сформульованої математичної задачі); 2) розв'язування задач у межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язання задачі та застосування його до вихідної ситуації.

Зміст шкільної математики, як правило, не виходить за межі математичної моделі, тобто увага приділяється, в основному, лише другому етапові – розв'язанню проблем вже сформульованих математичною мовою. Це стосується і задачного матеріалу, який у більшості випадків розвиває чисто технічні навички. Тоді як зміст навчального матеріалу повинен забезпечувати оволодіння учнями математичною культурою такого рівня, коли освоюються всі три виділені етапи застосування математики до розв'язування задач, які виникають у людській практиці. Це завдання найбільш повно реалізується при розв'язуванні задач на оптимізацію. Питання прийняття оптимальних рішень людині доводиться розглядати на різних рівнях – від побутового до проблем управління, транспорту, ефективного використання природних багатств, тобто необхідність розв'язувати оптимізаційні проблеми різної складності так чи інакше постає перед кожним членом суспільства.

Таким чином, при визначенні напрямів удосконалення шкільної математичної освіти пошук шляхів і засобів озброєння учнів уміннями будувати математичні моделі, зокрема оптимізаційні, стає актуальним завданням. У зв'язку з цим підручники з математики повинні містити оптимізаційні задачі різних рівнів складності та основні способи їх розв'язання.

Зміст навчального матеріалу підручника має забезпечувати не екстенсивне, а інтенсивне навчання і самонавчання учнів, перенесення акцентів із збільшення обсягу інформації, призначеної для засвоєння учнями, на вироблення вмінь її використовувати для досягнення певних цілей, тобто на інтелектуальний розвиток учня. Знати математику – це вміти її застосовувати (розв'язувати задачі, користуватися математичною мовою, доводити твердження, критично аналізувати свої міркування). З огляду на це навчальний матеріал повинен містити загальні схеми розв'язування задач, загальні підходи до моделювання прикладних ситуацій, відомості про суть задач, їх склад і структуру, алгоритми і евристики, якими визначається процес переходу від вихідних даних до шуканого результату, а також завдання на самостійні пошуки алгоритмів і евристик.

Інтеграція змісту – важлива вимога до шкільних підручників з математики. Доцільні ґрунтовні дослідження спрямовані на створення інтегрованого курсу математики, що вивчається на рівні стандарту, без поділу його на алгебру з початками аналізу і геометрію. Йдеться не про механічне об'єднання алгебраїчного і геометричного матеріалу, а про якісне. Інтеграція змісту досягається введенням узагальнюючих понять сучасної математики. Це, насамперед, елементи теорії множин і математичної логіки, координатно-векторні поняття, бінарні відношення, що дають змогу з єдиних наукових позицій трактувати основні алгебраїчні і геометричні поняття. У змісті математики академічного і профільного рівнів мають бути посилені зв'язки між алгеброю і геометрією. Йдеться про взаємопроникнення геометричних методів і образів у алгебру і навпаки; про геометричну інтерпретацію алгебраїчних залежностей і аналітичне тлумачення геометричних фактів. Дійовим інтеграційним чинником є метод координат, застосування якого дає змогу розглядати фігури і числа як взаємозв'язані моделі знань і встановлювати попарну відповідність між базисними поняттями геометрії (точка, вектор, лінія, перетин ліній, поверхня тощо) і алгебри (число, набір чисел (координат), рівняння, система рівнянь тощо).

Висновки. Мета і завдання профільного навчання старшокласників, особливості його організації висувають додаткові вимоги до відбору змісту підручників з математики. Підручники, залежно від рівнів навчання математики (стандарту, академічного, профільного), різняться інформаційною і інтелектуальною ємність, діагностико-прогностичною спрямованістю та соціальною ефективністю, а також способами упорядкування матеріалу, ступенем узагальнення знань, співвідношеннями між теоретичними і емпіричними знаннями.

Відбираючи зміст математики потрібно враховувати особливості навчальної діяльності учнів на різних його рівнях; посилювати практично-діяльнісну і творчу складові змісту освіти; забезпечувати пріоритет розвивальної функції навчання, відповідність навчальних текстів етапам пізнання, інтеграцію та оптимальне поєднання неперервної і дискретної математики, науковість змісту і прикладну спрямованість.

1. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения / В.В.Давыдов. – М.: Педагогіка, 1986. – 240 с.

2. Концепція профільного навчання в старшій школі (наказ МОН України від 21.10.2013 р. №1456).

3. Локшина О.І. Зміст шкільної освіти в країнах Європейського Союзу: монографія / О.І.Локшина. – К.: Богданова А.М., 2009 – 404 с.

4. Профільне навчання: Теорія і практика : Зб. наук. праць за матеріалами методолог. семінару НАПН України. К.: Пед. преса, 2006. – 200 с.

Резюме. Бурда М.И. ОСОБЕННОСТИ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ В СТАРШЕЙ ШКОЛЕ. *Рассматривается проблема качества учебников по математике для профильной старшей школы. Предлагаются общие научно-методические требования к отбору учебного материала. Обосновывается, что выделенные требования обеспечивают личностную ориентацию содержания учебников.*

Ключевые слова: *содержание, учебник по математике, требования, уровни обучения.*

Abstract. **Burda M. SENIOR SCHOOL MATHEMATICS TEXTBOOKS CONTENTS PECULIARITIES.** *The problem of mathematics textbooks quality for profile senior school is examined. The following general scientific and methodological requirements for selecting the textbooks content are proposed: realizing the mathematics education basic functions (properly mathematics education, education through mathematics, specializing – as a part of training); taking into account the structure and levels of learning mathematical activity (level of content designs some type of thinking фand vice versa the latter is taken into account in the selection of content); correspondence of training texts with education stages; providing pupils' intensive training and leaning (transfer of emphasizes from increasing the information amount that pupils should learn to developing the skills to use it for achieving certain purposes); providing the active learning approach and creative development (learning not only the ready knowledge, but also the ways of learning, ways of reasoning used in mathematics, creating teaching situations that encourage pupils' independent discoveries of new facts); combining the continuous and discrete mathematics; disclosing the mathematics content epistemological value; integration of content (it is achieved by introducing the modern mathematics generalized concepts – elements of set theory and mathematical logic, coordinate and vector concepts, binary ratio, which allows to interpret the main algebraic and geometric concepts from single scientific positions). It is grounded that compliance with the mentioned requirements provides personal orientation of mathematics textbooks content.*

Key words: *content, mathematics textbook, requirements, education levels.*

References

1. Davydov V.V. Problemy rozvyvalnoho navchannia [Problems of Developmental Training]. – Moscow: Pedahohika, 1986. – 240 p.

2. Kontseptsiia profilnoho navchannia v starshii shkoli [Conception of Profile Training in the Senior School] (Ministry of Education and Science of Ukraine Order No. 1456 of 21 October 2013).

3. Lokshyna O.I. Zmist shkilnoi osvity v krainakh Yevropeiskoho Soiuzu [Content of Secondary Education in the EU Countries]: Monograph. – Kyiv: Bohdanova A.M., 2009 – 404 p.

4. Profilne navchannia: Teoriia i praktyka: Zb. nauk. prats za materialamy metodoloh. seminaru NAPN Ukrainy [Profile Training: Theory and Practice: Collection of Papers on the NAPS of Ukraine Methodological Seminar Materials]. Kyiv: Ped. presa, 2006. – 200 p.

Стаття надійшла до редакції 28.10.2013 р.

ІСТОРИКО-КУЛЬТУРНИЙ МАТЕМАТИЧНИЙ КВЕСТ: «ЗОЛОТА ПІДКОВА ЧЕРКАЩИНИ»: СТРУКТУРА ТА ЗМІСТ ПОСІБНИКА ДЛЯ ПОЗАУРОЧНОЇ РОБОТИ

І.О. Василенко,
аспірант,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА,
e-mail: vasilenko.irina@mail.ru

У статті висвітлено дотримання основних вимог до написання посібника для позаурочної роботи з математики, які розраховані на додаткову самостійну роботу з ними учня.

Ключові слова: *навчання математики, посібник для учнів, визначні місця Черкащини.*

Постановка проблеми. Позаурочна робота з математики, спрямована на формування пізнавального інтересу учнів, вимагає відповідного навчально-методичного забезпечення. Проблема розробки теорії посібника для позаурочної роботи з математики є актуальною, хоча публікацій з її розробки у науково-методичних джерелах явно недостатньо. Ця проблема тісно пов'язана із проблематикою теорії підручника, що розроблена і проаналізована багатьма науковцями.

Аналіз досліджень і публікацій. Теорія підручника представлена у роботах В.П.Беспалька [1], Д.Д.Зуєва [4], В.В.Краєвського [5], І.Я.Лернера [6] та ін. О.І.Мельниковим [7] окреслено основні вимоги до написання посібника для позаурочної роботи, у разі якщо цей посібник розрахований на додаткову самостійну роботу учня.

Метою даної статті *є розгляд способів реалізації основних вимог до написання навчально-методичного посібника для позаурочної роботи, що спрямований на формування пізнавального інтересу до математики учнів основної школи, які планують у подальшому обрати суспільно-гуманітарний напрям навчання.*

Виклад основного матеріалу. Як указує О.І.Мельников [7], основні вимоги до написання посібника для позаурочної роботи з математики, є такими: 1) посібник повинен бути розвиваючим, багаторівневим, цікавим, доступним; 2) робота з посібником повинна слугувати вихованню культури в учнів; 3) посібник повинен мати прикладну спрямованість.

При написанні навчально-методичного посібника для вчителів математики та учнів класів суспільно-гуманітарного напрямку для позаурочної роботи «Історико-культурний математичний квест: «Золота підкова Черкащини»» [2] ми намагалися реалізувати ці вимоги.

1. *Оскільки посібник повинен бути розвиваючим* [10], тобто не просто повідомляти певні відомості, а й сприяти розвитку математичного та логічного мислення учнів, ненав'язливо знайомити їх із загальними, новими методами пізнання і прийомами розумової діяльності: аналізом, синтезом, порівнянням, узагальненням, декомпозицією і т. д., тому в посібнику ми наводимо деякі способи розв'язування задач. У наведених зразках розв'язування задач відображено ключові моменти розв'язання, показано, як обійти труднощі, що виникають під час розв'язування, яким математичним інструментарієм доцільно користуватися у ході розв'язування задачі, як правильно це розв'язання записати. На нашу думку, доцільно організовувати роботу учнів із задачами найкраще так: учень самостійно розв'язує задачу, й у разі потреби користується різнорівневими підказками (Л.П.Черкаська [9]).

Наприклад.

Станція. Тема. Елементи комбінаторики.

У маєток Енгельгардтів дуже часто приходили гості. Одного разу до них завітало 10 гостей, кожен з яких залишив пару чобіт. Усі пари чобіт мають різні розміри. Гості почали по одному залишати маєток, одягаючи будь-яку пару чобіт, яка підходила їм (тобто кожен гість міг узути пару чобіт, розміром не меншу, ніж його розмір). В якийсь момент виявилося, що жоден із гостей, які залишилися, не може знайти собі пару чобіт. Яке максимальне число гостей могло залишитися?

Порада. Проаналізуйте умову задачі, пронумеруйте гостей і їх пари чобіт.

Підказка. Якщо лишилося більше п'яти гостей, то гість, який має найменший розмір чобіт, серед гостей, які лишилися, може одягнути найбільший розмір із тих, які лишилися.

Консультація. Пронумеруємо гостей і їх пари чобіт числами від 1 до 10 в порядку зростання розміру чобіт. Припустимо, що залишилося 6 гостей (і відповідно 6 пар чобіт). Тоді найменший номер гостя, який лишився не більше 5, а найбільший номер чобіт, які лишилися, не менше 6, тому гість з найменшим номером зможе взути чоботи з найбільшим номером. Протиріччя. З іншого боку, якщо послідовно залишали маєток гості з номерами 1, 2, 3, 4, 5, і взували відповідно чобітки з номерами 10, 9, 8, 7, 6, то жоден із п'яти гостей, які лишилися, не зможе взути жодну пару чобіт.

Відповідь. 5.

2. П*осібник повинен бути багаторівневим.* Система різнорівневих задач у нашому посібнику [2] сформована так, що в одне завдання (маршрутна карта) об'єднано різні задачі з різних тем і різного рівня складності. Представлена маршрутна карта кількома станціями. Учень має змогу залежно від рівня своєї математичної підготовки обрати індивідуальну навчальну траєкторію, обравши завдання відповідно наявному рівню своїх навчальних досягнень.

Наприклад, **маршрутна карта** на об'єкті «Місто Корсунь-Шевченківський»: 1. Палац Станіслава Понятовського та секрет його сейфа (див. станцію 1). 2. Корсунь-Шевченківська битва, музей Корсунь-Шевченківської битви (див. станцію 2). 3. Корсунський замок та рік його побудови (див. станції 3-6, відповіді запишіть по порядку).

Станція 1. Тема. Елементи комбінаторики.

У палаці Станіслава Понятовського був знайдений сейф. До нього знайшовся ключ, але щоб ним скористатися, потрібно було знати секрет замка. Двері цього сейфа відчинялися лише тоді, коли п'ять кругів з алфавітом (36 літер) встановлювалися на певне слово. Оскільки ніхто не знав цього слова, то було вирішено перепробувати всі комбінації букв у кругах. На складання однієї комбінації з букв у кругах потрібно 3 секунди. Чи можна надіятися, що сейф буде відчинений за 10 днів?

Станція 2. Тема. Розв'язування задач за допомогою складання рівнянь.

Відомо, що в ході Корсунь-Шевченківської битви радянська та німецька армії разом налічували близько 72000 тисяч солдат. Також відомо, що чисельність німецької армії перебільшувала радянську на 12000 тисяч солдат. Втрати радянської армії складали 1300 солдат, а німецької 9000 убитих і 3000 полонених. Яка була чисельність радянських і німецьких військ перед боєм?

Відповідь. 30000 осіб – чисельність радянських військ перед боєм, 42000 осіб – чисельність німецьких військ перед боєм.

Станція 3. Тема. Перетворення раціональних виразів.

Першу цифру року побудови Стефаном Баторієм Корсунського замку ви отримаєте, коли спростите вираз:

$$\left(\frac{a+6}{a^2-4}-\frac{2}{a^2+2a}\right):\frac{a+2}{a^2-2a}.$$

Відповідь. 1.

Станція 4. Тема. Теорема Вієта.

Другу цифру року побудови Стефаном Баторієм Корсунського замку ви отримаєте, якщо не розв'язуючи квадратного рівняння, знайдете модуль значення виразу $2x_1x_2-x_1-x_2$. Відомо, що x_1 *і* x_2 – корені рівняння.

Відповідь. 5.

Станція 5. Тема. Розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною.

Третю цифру року побудови Стефаном Баторієм Корсунського замку ви отримаєте, коли знайдете найбільший цілий розв'язок нерівності: $x-\frac{x-1}{2}-\frac{x+3}{4}<2.$

Відповідь. 8.

Станція 6. Тема. Розв’язування рівнянь.

Четверту цифру року побудови Стефаном Баторієм Корсунського замку ви отримаєте, розв’язавши рівняння: $x + x^3 = 0$.

Відповідь. 0.

Відповідь. Корсунський замок було побудовано у 1580 році Стефаном Баторієм.

3. *Посібник повинен бути доступним для самостійної навчальної діяльності учня.* Важкий для розуміння виклад матеріалу призводить до швидкої втрати інтересу. Уникнути цього можна за допомогою наступних заходів. Чим докладніше буде викладено матеріал, тим краще для учня. Доступність повинна поєднуватися з простотою і ясністю викладу. Не слід побоюватися повторення дій, прийомів, формул, переходів. Принцип, обґрунтований М.І.Сєченовим [8] говорить про те, що в процесі «розумової еволюції» у людини формуються розумові об’єкти тільки з повторювальних взаємодій двох мінливих факторів: зовнішніх впливів і підґрунтя, на яку вони падають з повторюваних зовнішніх впливів і реакції з боку нервовопсихічної організації.

Цей принцип покладено в основу розробленого нами посібника [2]. Тому задачі, представлені в посібнику, відповідають зоні актуального і швидкого розвитку учнів. Задачі було сформульовано простою, доступною для учнів мовою, дотримуючись принципів як доступності, так і концентризму.

У кожному розділі нашого посібника [2] є однотипні задачі, теми неодноразово повторюються у межах усіх розділів (табл. 1).

Таблиця 1

Теми шкільного курсу математики у розділах навчально-методичного посібника

Теми ШКМ	*Розділи посібника*
Подільність чисел, розв’язування задач за допомогою складання рівнянь	«Село Козацьке», «Покровський Красногірський монастир», «Селище Буки. Буцький каньйон»
Відсоткові розрахунки, обчислення, арифметична прогресія	«Місто Черкаси», «Місто Умань. Софіївський парк», «Чигиринщина туристична»
Перетин множин	«Село Мошни», «Село Межиріч»
Розв’язування системи нерівностей, розв’язування раціональних рівнянь	«Місто Тальне», «Батьківщина Тараса Шевченка»
Розв’язування нерівностей та систем з однією змінною, елементи комбінаторики	«Корсунь-Шевченківський край», «Скарби, знайдені на території Черкащини»

Наведемо приклади задач із різних розділів навчально-методичного посібника.

Розділ 3. «Село Козацьке». Станція 1. Тема. Подільність чисел.

Визначте число, яке відповідає року, коли вийшла перша збірка творів І.А.Крилова у такий спосіб: сума першої і третьої цифри цього числа дорівнює найменшому натуральному числу; сума другої і четвертої цифри є простим числом, яке є сьомим у послідовності простих чисел. Додатково врахуйте, що збірка вийшла на початку XIX сторіччя.

Відповідь. 1809 рік.

Розділ 3. «Село Козацьке». Станція 2. Тема. Подільність чисел.

Скільки існує натуральних чисел, менших за 100, які: а) діляться на 3, але не діляться на 2; б) діляться або на 3, або на 2? Запишіть відповідь задачі 1а, за нею – збільшену на 3 відповідь задачі 1б. Це число і буде роком народження байкаря І.А.Крилова.

Відповідь. 1769 рік.

Розділ 9. «Покровський Красногірський монастир». Станція 3. Тема. Подільність чисел.

До входу в монастир веде певна кількість сходинок. Добуток цифр цього тризначного числа дорівнює кількості десятків. Остання цифра є третім членом у послідовності натуральних чисел. Перша цифра менша другої у два рази. Яка кількість сходинок веде до монастиря?

Відповідь. 243.

4. *Посібник повинен бути цікавим.* Існує думка, що «шкільна математика досить захоплююча сама по собі і їй не так вже й потрібні додаткові зовнішні «заманювання» [3]. Ми не зовсім погоджуємося з дум-

кою автора. Навіть ті учні, які стверджують, що для них математика не цікава, з азартом долучалися до розв'язування логічних або математичних задач, які представлені у формі «захоплюючої головоломки». Тому в посібнику ми запропонували завдання на кмітливість, задачі з участю історико-культурних персонажів і т.д.

Наведемо приклад задач (станцій) з розділу «Село Легедзино».

Станція 1. Тема. Математична логіка.

На розкопках працювало 3 археологи. Вони були вдягнені в чорний, червоний і синій костюми. Черевики у них були тих же кольорів, але тільки у першого археолога кольори костюма і черевиків співпадали. При цьому у другого археолога ні костюм, ні черевики не були синього кольору, а третій археолог був у червоних черевиках. Визначіть колір костюма і черевиків кожного з археологів.

Станція 2. Тема. Математична логіка.

У селі Легедзино щорічно проводиться фестиваль «Трипільська культура». На святковому параді поставили в шеренгу учнів 7 класу і вручили їм 37 прапорців. У всіх, хто стояв праворуч від Маші, було 14 прапорців, справа від Яші – 32, справа від Віри – 20, а справа від Максима – 8. Скільки прапорців у Даші?

5. *Робота з посібником повинна слугувати вихованню культури учнів,* тому на сучасному етапі розвитку освіти важливо сприяти вихованню такого різнобічно та гармонійно розвиненого, національно свідомого, високоосвіченого, життєво компетентного учня, який буде здатним до саморозвитку та самовдосконалення, спроможним до виявлення національної гідності, до самореалізації в соціумі як громадянин, сім'янин, професіонал, носій культури.

Вихованню патріотичних якостей учнів, що виявляються в любові до свого народу, повазі до українських звичаїв і обрядів, культури й мистецтва сприяє залучення до змісту завдань історико-культурних відомостей щодо історії та культурі рідного краю.

Наведемо приклади задач (станцій) з розділів «Чигиринщина туристична» (станція 1), «Покровський Красногірський монастир» (станція 2).

Станція 1. Тема. Арифметична прогресія.

Скільки років найстарішому дубу Холодного Яру, якщо відомо, що це число дорівнює сумі перших 100 непарних натуральних чисел, поділеній на найменше двоцифрове число?

Відповідь. Найстарішому дубу Холодного Яру більше 1000 років.

Станція 2. Тема. Розв'язування рівнянь.

Відомо, що для того, щоб виконати кольорове зображення стола для ***Красногірського монастиря*** (у формі рівнобедреної трапеції), художнику знадобилося 200 *мл* фарби (відомо, що 1 літри фарби вистачає для фарбування 2 $м^2$ поверхні). Один бік зображення стола в 2 рази менший за протилежний, а відстань між ними у 3 рази більша за менший бік. Знайдіть обидва боки стола.

Висновки. Якщо дотримуватися основних вимог до написання посібника для позаурочної роботи з математики (посібник повинен бути розвиваючим, багаторівневим, цікавим, доступним, робота з посібником повинна слугувати вихованню культури в учнів і мати прикладну спрямованість), то реалізується завдання підвищення пізнавального інтересу учнів до математики.

1. Беспалько В.П. Теория ученика: Дидактический аспект / В.П.Беспалько. – М.: Педагогика, 1988. – 160 с .

2. Василенко І.О. Матеріали історико-культурного математичного квесту: «Золота підкова Черкащини»: навч.-метод. посіб. / І.О.Василенко, І.Б.Ярова. – Черкаси: Видавець ПП Чабаненко Ю.А., 2013. – 132 с.

3. Зайкин М.И. Провоцирующие задачи / М.И.Зайкин, В.А.Колосова // Математика в школе, 1997. – № 6. – С. 32-36.

4. Зуев Д.Д. Школьный учебник / Д.Д.Зуев. – М.: Педагогика, 1983. – 240 с.

5. Краевский В. В. Проблемы научного обоснования обучения : методологический анализ / В. В. Краевский. – М. : Педагогика, 1977. – 264 с.

6. Лернер И.Я. Процесс обучения и его закономерности / И.Я.Лернер. – М.: Знание, 1980. – 96 с.

7. Мельников А.И. О требованиях к пособиям для внеурочной работы по математике / А.И.Мельников // Математика в школе. – 2012. – № 6. – С. 39-42.

8. Сеченов И.М. Избранные произведения: в 3 т. / И.М.Сеченов. – М., 1952. – Т. 1: Физиология и психология. – 772 с.

9. Черкаська Л.П. Контроль і корекція навчальних досягнень учнів 7-9 класів при вивченні рівнянь, нерівностей та їх систем С.М. / Л.П.Черкаська. – Полтава, 2001. – 75 с.
Шумигай С.М. Історія математики на уроках алгебри в основній школі / С.М.Шумигай // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2011. – Вип. 35. – С. 142–147.

Резюме. **Василенко И.А. ИСТОРИКО-КУЛЬТУРНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КВЕСТ: «ЗОЛОТАЯ ПОДКОВА ЧЕРКАЩИНЫ»: СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПОСОБИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.** *В статье освещены соблюдения основных требований к написанию пособия для внеурочной работы по математике, которые рассчитаны на дополнительную самостоятельную работу с ними ученика.*

Ключевые слова: *обучение математике, пособие для учащихся, достопримечательности Черкащины.*

Abstract. **Vasilenko I. HISTORICAL AND CULTURAL MATHEMATICAL QUEST: «GOLDEN HORSESHOE OF CHERKASY REGION»: THE STRUCTURE AND CONTENT OF A MANUAL FOR INDEPENDENT WORK.** *The article deals with the basic requirements forwriting a manual for extracurricular work in mathematics, that cater to more independent work of students.*

1. Since the manual should be developmental, that is, not just to report certain information, but also promote the development of mathematical and logical thinking of students, gently introducing them to the general, new methods of learning and techniques of mental activity, so we present some ways of solving problems in the manual. 2. The manual must be multileveled. The system of multi-level tasks in the manual is generated in such a way so that different tasks for different subjects and different levels of complexity are combined in a single task (a route map). The route map is represented by multiple stations. The student is able, depending on his/her level of mathematical preparation to choose individual learning path by choosing the task according to the level of his/her academic achievements. 3. The manual should be clear for students' independent learning activities. 4. The manual should be interesting. That's why in the manual the quick wit tasks, tasks-jokes, tasks involving historical and cultural characters etc. are suggested. 5. Using the manual should serve students' cultural education.

If you follow the basic requirements for writing a manual for overtime work in mathematics, then the task of increasing the students' cognitive interest in mathematics is realized.

Key words: *teaching mathematics, manual for students, landmarks of Cherkassy region.*

References

1. Bespalko V.P. Theory of Student: Didactic aspect / V.P.Bespalko. – Moscow: Pedagogics, 1988. –160 p.
2. Vasilenko I.O. Historical and Cultural Materials of Mathematical Quest: «Golden Horseshoe of Cherkassy Region»: Manual / I.O.Vasilenko, I.V.Yarova. – Cherkasy: Publisher PP Chabanenko Y. A, 2013. – 132 p.
3. Zaykyn M.I. Provocative Tasks / M.I.Zaykyn, V.A. Kolosova // Mathematics at School, 1997. – №6. – P. 32-36.
4. Zuyev D. D. School textbook / D.D.Zuyev. – Moscow: Pedagogigs, 1983. – 240 p.
5. Kraevskyy V.V. Problems of Scientific Substantiation of Learning: methodological analysis / V.V.Kraevskyy. – Moscow: Pedagogy, 1977. – 264 p.
6. Lerner I. J. The process of Learning and its Regularity / I.J.Lerner. – M.: Znanie, 1980. – 96 p.
7. Melnikov A.I. About Requirements for the Manuals for overtime work on mathematics / A.I.Melnikov / / Maths at School. – 2012. – № 6. – P. 39-42.
8. Sechenov I.M. Selected Works: in 3 volumes / I. M. Sechenov. – M., 1952. – Vol.1: Physiology and psychology. – 772 p.
9. Cherkaska L.P. Control and Correction of Students' Achievements of 7 -9 Forms during the Teaching the Equations, Inequalities and Systems / L. P. Cherkaska. – Poltava, 2001. – 75 p.
10. Shumyhay S. M. History of mathematics on the algebra lessons in secondary school / S.M.Shumyhay // Didactics of mathematics: Problems and Investigations: int. Collected Science works. – Issue 35. – Donetsk: Donetsk National University Publishing House, 2011. – P. 142-147.

Стаття представлена професором Н.А.Тарасенковою.
Надійшла до редакції 15.06.2013 р.

ФОРМУВАННЯ ДОСВІДУ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ НА ГУРТКОВИХ ЗАНЯТТЯХ З МАТЕМАТИКИ

І.В. Гончарова,
канд. педагог. наук, доцент,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА,
e-mail: i-v-goncharova@mail.ru

Розглянуто методичні вимоги до формування досвіду евристичної діяльності учнів основної школи на заняттях математичного гуртка. Головна вимога до постановки цілей на гурткових заняттях з математики – формування евристичних умінь у процесі організації евристичної діяльності. Зміст розширюється і поглиблюється шляхом включення до нього спеціальних евристичних задач, пошук розв’язання яких пов’язаний із використанням певного переліку евристик. Традиційні методи, форми та засоби навчання доповнюються спеціальними методами, формами та засобами евристичного навчання математики.

Ключові слова: *евристичні прийоми, евристична діяльність, евристичні уміння, математичний гурток.*

Постановка проблеми. У наш час увага до проблеми розвитку особистості учня та його творчих здібностей посилюється у багатьох країнах світу. Випускники середніх шкіл повинні не лише освоювати матеріал шкільних програм, але й вміти творчо застосовувати його, знаходити розв’язання будь-якої проблеми, а це можливо лише в результаті педагогічної діяльності, що створює умови для творчого розвитку учнів. У зв'язку із цим ще у школі в учнів необхідно формувати і розвивати прийоми евристичної діяльності. Тому проблема розвитку учнів в умовах організації евристичного навчання математиці є однією з найбільш актуальних.

Обкреслена проблема вивчалася в різних аспектах, але сьогодні відсутня чітко розроблена методична система, необхідні засоби по управлінню евристичною діяльністю учнів у позакласній роботі з математики, зокрема на гурткових заняттях. Усе це дозволяє віднести проблему формування досвіду евристичної діяльності учнів основної школи на заняттях математичного гуртка до важливих.

Аналіз актуальних досліджень. Формуванню евристичних прийомів у навчанні математики приділяли увагу такі науковці, як В.І.Андрєєв, А.К.Артемов, Г.Д.Балк, К.В.Власенко, І.А.Горчакова, Ю.М.Колягін, Ю.М.Кулюткін, Л.Ларсон, Т.С.Максимова, Т.М.Міракова, В.М.Осинська, Ю.О.Палант, Дж.Пойа, Є.Є.Семенов, О.І.Скафа, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкова, Л.М.Фрідман та інші. Питання, пов’язані із формуванням евристичних прийомів на факультативних заняттях розглядалися автором.

Більшість досліджень присвячена переважно формуванню прийомів евристичної діяльності на уроках та факультативних заняттях з математики. Водночас залишається поза увагою науковців проблема формування досвіду евристичної діяльності учнів основної школи на гурткових заняттях, які мають не гірші можливості в реалізації означеної проблеми.

Мета статті – *розглянути методичні вимоги до цілей, змісту, методів, організаційних форм і засобів навчання з метою формування досвіду евристичної діяльності учнів основної школи на гурткових заняттях з математики.*

Виклад основного матеріалу. Будь-яка методична система включає завдання цілей, відбір змісту, методи і прийоми навчання, організаційні форми і засоби навчання.

Цілі навчання – один із головних компонентів методичної системи. Головною метою гурткових занять з математики є поглиблення і розширення знань, розвиток математичних здібностей, виховання і розвиток ініціативи й творчості, розширення світогляду учнів, розвиток математичного мислення, формування активного пізнавального інтересу до предмету [1].

«Метою при навчанні математики, – писав відомий російський математик Л.Д.Кудрявцев, – є ... розвиток математичної інтуїції... Для правильної постановки задачі, для оцінки і виділення істотних даних для вибору способу її розв'язання необхідно володіти ще математичною інтуїцією, фантазією і почуттям гармонії, що дозволяє передбачати потрібний результат, перш ніж його буде отримано. У результаті придбаних у процесі навчання математики знань й інтуїції в учнів з'являється те, що називається математичною культурою» [7].

На нашу думку, для формування досвіду евристичної діяльності учнів неабияку роль відіграє математична інтуїція. Тому цілі математичного гуртка ми доповнюємо розвитком інтуїції учнів до такого ступеня, щоб вона перетворилася в кероване знаряддя дослідження. Говорячи словами В.О.Гусєва «математичної інтуїції треба вчити, інтуїція складає важливий компонент цілісного розвитку не тільки математики, але і людини взагалі» [6].

Для евристичного навчання математики, за словами О.І.Скафи [8], характерне висунення цілей через навчальну діяльність учнів і частково через внутрішні процеси інтелектуального розвитку учня. Оскільки навчально-пізнавальній евристичній діяльності, як і навчальній діяльності, властиве виконання певних дій, тому трансформація цілей у дії дозволяє здійснити діагностику і управління процесом оволодіння учнями знаннями та вміннями.

Знання неможливі без дій, тому доцільно, щоб цілі фіксували не лише знання, необхідні для опанування змісту, але й описували евристичні вміння, які повинні набути учні у процесі вивчення конкретної математичної теми [9]. Тому разом із навчальними вміннями у процесі вивчення тем математичного гуртка ми виділяємо й евристичні вміння. Це допоможе вчителеві усвідомити, які евристичні прийоми найдоцільніше застосовувати при вивченні певної теми.

Для прикладу наведемо евристичні уміння до теми «Як рахувати, щоб не рахувати», де розглядається принцип Діріхле: аналізувати умову задачі; робити вибір «кліток» і «кроликів»; використовувати аналогію для розпізнання задачі, що розв'язується з використанням принципу Діріхле; узагальнювати метод міркування для застосування узагальненого принципу Діріхле; інтерпретувати результат задачі, що розв'язується за допомогою принципу Діріхлею.

Таким чином, методичні вимоги до постановки цілей на математичному гуртку полягають у розвитку математичної інтуїції та формуванні прийомів евристичної діяльності, за допомогою яких здійснюється формування евристичних умінь.

Указані цілі організації евристичного навчання математики на гуртках складають основу для відбору його змісту.

Одним із завдань удосконалення методичних систем навчання математики, на думку М.І.Бурди [2], повинна стати розробка змісту математичної освіти, приведення її у відповідність до вимог особи і суспільства. Розв'язання цього завдання необхідно здійснювати, виходячи, перш за все, з цілей навчання і принципів гуманізації, гуманітаризації, індивідуалізації і диференціації навчання.

Заняття гуртка повинні бути корисні й цікаві для учнів, тому зазначимо наступні вимоги щодо добору змісту гурткових занять.

На заняттях гуртка краще використовувати задачі не громіздкі, які не потребують великих викладень, але побудовані на цікавій ідеї. Якщо розглядаються задачі, які коли-небудь були запропоновані на конкурсі або на олімпіаді, то це потрібно відмітити: увага й цікавість учнів до такої задачі зростає. Суттєвий і порядок, у якому пропонуються задачі.

При відборі змісту слід враховувати принцип навчання на високому рівні складності (пропонувати учням те, що лежить в зоні їх найближчого розвитку).

Бажано, щоб на кожну евристичну задачу у вчителя було одне або кілька додаткових питань або схожих задач (задач-

«двійників»), які він може запропонувати учням, які розв'язали задачу раніше інших. Такі питання можуть носити характер додаткового дослідження.

Дуже жваво сприймаються на заняттях гуртка «задачі на виявлення помилки». Мова йде не тільки про софізми, але й про помилки, що роблять самі учні. Не потрібно поспішати виправляти кожне помилкове твердження учня – краще спочатку поставити це твердження на обговорення усього гуртка.

Для того щоб складні теми стали для учнів більш доступними й більш цікавими, їх потрібно трохи підготувати до них. Це досягається, по-перше, продуманою послідовністю у виборі тем. По-друге, на заняттях гуртка й у завданнях додому бажано пропонувати задачі, що підготують учнів до майбутньої теми.

Зміст має бути зовні привабливим, цікавим, захоплюючим, щоб в учнів не зникало бажання відвідувати заняття гуртка. Може трапитися, що задачі, підібрані вчителем для даного заняття гуртка, виявляться важкими або недостатньо цікавими для учнів. Тому учителю завжди потрібно мати перевірений, безсумнівно цікавий і доступний матеріал, який він може використати у випадку гострої потреби. Тим самим він зуміє послабити враження від поганої доповіді або невдалих задач. Це можуть бути цікаві задачі, фокуси, ігри, прийоми швидкого рахунку, невеликі повідомлення тощо.

Відношення учнів до предмета, бажання його вивчати складається в учнів рано, у молодшому шкільному віці, при цьому все починається з цікавості, і цю якість необхідно розвивати або формувати якомога раніше. Розвивати це почуття можна за допомогою як «цікавих задач» (задач із цікавими формулюваннями), так і цікавих методів їх розв'язання. Також будуть корисними в цьому відношенні евристичні задачі – кращий спосіб миттєво збудити увагу і пізнавальний інтерес, наблизити можливість відкриття. Тому вчителю важливо вчити учнів дивуватися й захоплюватися.

Прикладом задачі з «цікавим розв'язанням» може служити задача про автобус: «На рис. 1 зображено автобус, яких рухається трасою Київ – Харків. Визначте, куди їде автобус: до Харкова чи до Києва».

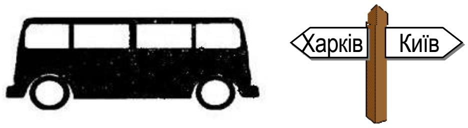


Рис.1

Для розвитку математичної інтуїції, на наш погляд, будуть корисні задачі з несформульованим запитанням, із неповними і надлишковими даними, на застосування контрприкладів тощо.

Підбираючи зміст навчального матеріалу, необхідно враховувати принцип розвивальної функції навчання, який вимагає реалізації діяльнісного підходу і сприяє інтенсифікації навчального процесу. Він направлений не лише на використання готових знань, але й на створення педагогічних ситуацій, що стимулюють самостійне відкриття учнями математичних фактів [2].

Зміст повинен відповідати своєму прямому призначенню – формуванню досвіду евристичної діяльності: у процесі опанування змісту математичного гуртка учні повинні опановувати відповідні прийоми евристичної діяльності.

Систематичне розв'язування задач на застосування евристик – «прийомів, які дозволяють розв'язувати задачі «наведенням» на можливі їх розв'язання та шляхом скорочення варіантів перебору таких розв'язань» [10] – сприяє закріпленню вмінь користуватися поки що обмеженим колом евристичних прийомів і буде виступати певним підґрунтям для цілеспрямованої роботи учнів із різноманіттям евристичних прийомів у подальшому на евристичних факультативах.

Наприклад, учнів 5-6 класів на гурткових заняттях з математики доцільно ознайомити з такими евристичними прийомами: *аналогія, введення допоміжної змінної, використання контрприкладу, доведення «від противного», інверсія, класифікація, перебір, порівняння, розбиття «цілого на частини», узагальнення*. Вчитель може пропонувати задачі на застосування цих прийомів, не називаючи їх, наприклад порівняти (зіставити або протиставити), зробити висновок за аналогією, узагальнити, провести класифікацію тощо.

Названим евристичним прийомам відповідають певні серії задач. Так для оволодіння навичками перебору учням можна запропонувати серію задач під назвою «анаграми», де потрібно розшифрувати кожну запис шляхом перестановки в ній букв таким чином, щоб отримати певне слово, що має смисл (учню потрібно здійснити перестановку букв слова). Наприклад, розв'язати анаграму ДВАКАТР значить, знайти слово, яке складається з даних букв, – це КВАДРАТ. Більш цікаві випадки, коли анаграма може бути розв'язана кількома способами. Розв'язання анаграм вимагає досить тренованої мовної пам'яті, вміння оперативно виконувати перестановку букв у слові.

У пізнавальному відношенні не може бути нормальним те, що процес виникнення математичної задачі цілком відданий іншій особі, що не навчається, зауважує П.М.Ерднієв [11]. Між тим процес складання задачі у психологічному відношенні багатий своєрідними, синтетичними ходами думки, принципово недоступними розуму, що пізнає, якщо тільки навчальна робота обмежується розв'язанням чужих задач; тією ж мірою процес виконання готового завдання, узятий в ізоляції від попереднього етапу, носить переважно аналітичну спрямованість, тому що він структурно протипоставлений етапу складання задачі. Звідси зрозуміло, чому так важливо ознайомити учня з обома процесами в їх діалектично суперечливих якостях і у взаємозв'язках. Розв'язання і складання задачі – взаємодоповнюючі методи роботи над нею [11]. Складання задач за рисунками, таблицям, символьним записам є ефективним засобом розвитку мовних здібностей учнів. Вони вносять певне розмаїття у роботу з типовими вправами, захоплюють учнів оригінальністю постановки й розв'язання, можливістю вільно мислити і давати неоднозначні відповіді.

Тому більш великий розвивальний ефект під час розв'язування будь-яких задач можна одержати, якщо пропонувати учням не тільки розв'язувати задачі, запропоновані вчителем, алей й самим складати задачі та пропонувати розв'язувати їх своїм товаришам.

Наприклад, для оволодіння учнями прийомом узагальнення підійде серія задач під назвою «виключення зайвого». У задачах цієї серії вказано чотири (можна й більше) об'єкти: слова, вирази або фігури, з яких три в якійсь мірі схожі один з одним (мають якусь загальну ознаку, властивість), і тільки один з них відрізняється від усіх інших. Головна вимога таких задач – виявити зайвий об'єкт.

Задача 1. Подумайте, що поєднує надруковані заголовними буквами слова, і відзначте в нижньому ряді слово, що до них підходить. Сформулюйте загальну ознаку.

ЧОТИРИ, ВІСІМНАДЦЯТЬ, СТО	
А. П'ять	Б. Вісім
В.Тридцять сім	Г. Одинадцять

Відповідь: Б. Загальна ознака – всі числа парні.

Задача 2. На рис. 2 зображено чотири фігури. Три з них об'єднані якоюсь загальною властивістю, четверта до них не підходить. Визначте цю загальну властивість, вкажіть «зайву» фігуру. Відповідь обґрунтуйте.

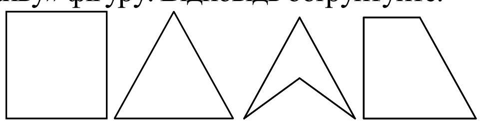


Рис. 2

Можна запропонувати евристичні підказки: скористайтеся симетрією; розгляньте кілька варіантів розв'язання задачі.

Певні зусилля вчителів повинні бути направлені на те, щоб учні міцно засвоювали спеціальну термінологію. Тому, на нашу думку зміст гуртків також варто доповнити завданнями на запам'ятовування непрямим шляхом термінології, пов'язаної з використанням на гурткових заняттях евристик. Беручи до уваги виділені нами евристичні прийоми для учнів 5-6 класів, до словникового запасу учнів мають увійти наступні поняття: *алгоритм, аналогія, гіпотеза, доведення «від противного», допоміжна змінна, еврика, евристика, евристична задача, здогадка, інверсія, інсайт (осяяння), інтуїція, класифікація, контрприклад, перебір, перестановка, план розв'язання, порівняння, прийом, проблема, раціональне розв'язання,* *спосіб, схема розв'язання, узагальнення.*

Для цього на гурткових заняттях варто використовувати кросворди, чайнворди, криптограми, ребуси. Важливою особливістю цього прийому є не тільки їх розв'язання, а особливо їх складання самими учнями. Наприклад, на рис. 3-4 представлено придумані учням ребуси до таких понять як евристика та перестановка.

Рис. 3

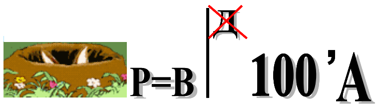


Рис. 4

Розв'язування кросвордів, ребусів тощо це – своєрідна «гімнастика розуму». Ігри такого роду корисні в будь-якому віці. Вони розвивають і тренують пам'ять, загострюють догадливість, формують настирливість, здатність логічно думати, аналізувати, порівнювати.

Однією з важливих передумов успішного формування в учнів евристичних умінь [5] є дивергентне мислення, яке припускає, що на одне й теж питання може бути безліч однаково правильних і рівноправних відповідей (на відміну від конвергентного мислення, що орієнтує на однозначне розв'язання, що знімає проблему як таку). У зв'язку з цим зміст математичних гуртків варто доповнити відритими завданнями. Вони принципово відрізняються від традиційних питань, тестів, задач і вправ, що мають «правильні» відповіді, з якими порівнюється отриманий учнем результат. Відкритті завдання припускають лише можливі напрямки відповіді, задаючи його структуру чи деякі елементи. Одержуваний же учнем результат завжди унікальний і відбиває ступінь його творчого самовираження, а не вірно вгадана або отримана відповідь.

Наведемо приклади відкритих завдань креативного типу, які можуть бути запропоновані гуртківцям.

1. Скласти казку, задачу, риму, вірш, сюжет, пісню. Їх можна присвятити певній темі гуртка або одному з евристичних прийомів (з метою запам'ятовування термінології).

2. Скласти кросворд, гру, прикмету, своє завдання для інших учнів, збірник своїх задач.

3. Придумати образ – рисунковий, руховий, словесний, музичний. Перевести елемент із мови одного предмета на іншій: «оживити» число, евристику, визначити їх колір, намалювати їх.

Задача 3. Дайте характеристику евристичним прийомам за допомогою кольорів.

аналогія	інверсія	класифікація	перебір

Задача 4. Намалюйте асоціації евристикам, які було запропоновано в задачі 3.

Задача 5. Зробіть модель, журнал, математичну фігуру, геометричний сад.

Отже, для формування досвіду евристичної діяльності учнів на гурткових заняттях з математики зміст потрібно розширити і поглибити шляхом включення до нього спеціальних евристичних задач, пошук розв'язання яких пов'язаний із використанням певного переліку евристик. Їх використання сприяє формуванню евристичних прийомів, що, у свою чергу, сприяє формуванню евристичних умінь. Включення у зміст задач на використання всіляких евристик дозволяє закласти основи глибокого розуміння досліджуваного матеріалу, що, безумовно, сприятиме розвитку інтелекту і творчої активності учнів.

Цілі і завдання математичного гуртка відображуються, зокрема, у відборі відповідних методів і прийомів навчання.

Ми вважаємо за доцільне на заняттях математичного гуртка використовувати інтерактивні [3], зокрема спеціальні методи евристичного навчання. Серед останніх відмітимо: метод уживання, метод евристичних питань, метод гіпотез, метод помилок, метод «Якщо б…», «мозковий штурм», методи взаємонавчання, методи самоорганізації навчання.

Так, метод евристичних питань на занятті евристичного гуртка учитель використовує під час підведення учнів до формулювання певного евристичного прийому. Завдяки методу гіпотез учні вчаться більш повно та чітко формулювати варіанти своїх відповідей на запитання, спираючись на логічне мислення та інтуїцію.

За думкою М.Б.Балка [1] особливу увагу потрібно приділити тим формам гурткових занять, які дають можливість переважній більшості учнів виявити свою ініціативу, самостійність і розраховані на активну творчу роботу усіх членів гуртка.

До основних форм гуртковоі роботи відносять комбіноване тематичне заняття (займає 60-70% часу всього заняття), десятихвилинка (невелике повідомлення або розповідь учителя або учня, триває воно 8-15 хвилин). Існують й інші форми гурткової роботи: моделювання; обговорення математичних книг і статей; повідомлення учнями про результат, отриманий ним, про задачі, які він сам вигадав і розв’язав, тощо [1].

З метою формування досвіду евристичної діяльності учнів розглянуті форми роботи математичного гуртка ми пропонуємо доповнити евристичним зануренням та тренінгом особистісних якостей. На нашу думку, використання таких форм допоможе визвати зацікавленість учнів до занять, сприяє розвитку творчих здібностей кожного учня.

У процесі організації й управління евристичною діяльністю учнів на заняттях математичного гуртка, на наш погляд, доцільно використовувати наступні засоби евристичного навчання математики: створений нами електронний журнал [4]; індивідуальні освітні програми учнів; особистісно орієнтований журнал, структура якого складається не з навчальних предметів, а з імен учнів; рефлексивні щоденники, які дають учням можливість виражати свої реакції на нові думки та емоції; картки самоконтролю; картки для здійснення рефлексії; коробка із пропозиціями учнів.

Особливими засобами навчання, за допомогою яких коректується освітній процес і визначається досягнення поставлених цілей, є контроль і корекція результатів навчання.

Висновки. Таким чином, правильна організація навчального процесу на гурткових заняттях з математики відповідає основній меті навчання математики – створенню учнями особистого досвіду у вивченні математики і здобуття основного продукту діяльності у вигляді придбаних прийомів евристичної діяльності, що сприяє формуванню творчої особистості учня на певному етапі його розвитку.

1. *Балк М.Б. Математика после уроков. Пособие для учителей / М.Б.Балк, Г.Д.Балк. – М.: Просвещение, 1971. – 463 с.*

2. *Бурда М.І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти / М.І.Бурда // Педагогіка і психологія. – 1996. – №1. – С. 40-45.*

3. *Гончарова І.В. Активізація роботи математичного гуртка евристичного спрямування за допомогою інтерактивних методів навчання / І.В.Гончарова, О.С.Бірюкова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2011. – Вип. 35. – С. 159–164.*

4. *Гончарова И.В. Изучаем эвристики вместе с любознательными Диддлами: Приключенческий электронный журнал [Электронный ресурс]: электронный учебник / И.В.Гончарова, Е.С.Чудопал. – Донецк, [2012]. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).*

5. *Гончарова.І.В. Психолого-педагогічні передумови формування евристичних умінь учнів основної школи на факультативних заняттях з математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2007. – Вип. 27. – С. 79–84.*

6. *Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике / В.А.Гусев. – М.: ООО «Издательство «Вербум-М», ООО «Издательский центр «Академия», 2003. – 432с.*

7. *Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и ее изучении / Л.Д.Кудрявцев. – М.: Наука, 1977.*

8. *Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е.И.Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 440 с.*

9. *Скафа О.І. Концепція формування прийомів евристичної діяльності учнів у процесі навчання математики / О.І.Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2004. – Вип. 22. – С. 69–75.*

10. *Хуторской А.В. Развитие одаренности школьников: Методика продуктивного обучения:*

пособие для учителя / А.В.Хуторской. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2000. – 320 с.

11. Эрдниев П.М. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике: кн. для учителя / П.М.Эрдниев, Б.П.Эрдниев. – М.: Просвещение, 1986. – 255с.

***Резюме.* Гончарова И.В. ФОРМИРОВАНИЕ ОПЫТА ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ НА КРУЖКОВЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ.** *Рассмотрены методические требования к формированию опыта эвристической деятельности учащихся основной школы на занятиях математического кружка. Формирование приемов эвристической деятельности, с помощью которых осуществляется формирование эвристических умений, – главное требование к постановке целей на математическом кружке. Содержание расширяется и углубляется путем включения в него специальных эвристических задач, поиск решения которых связан с использованием определенных эвристик. Традиционные методы, формы и средства обучения дополняются специальными методами, формами и средствами эвристической обучения математике.*

Ключевые слова: *эвристические приемы, эвристическая деятельность, эвристические умения, математический кружок.*

***Abstract.* Goncharova I. FORMING OF EXPERIENCE OF HEURISTIC ACTIVITY PUPILS' ON CLUBS FROM MATHEMATICS.** *Methodical requirements to forming of experience of heuristic activity to pupils' of secondary school on lessons of heuristic club of mathematics are considered. Methodical requirements to* formulation *of aims on a heuristic club from mathematics consist in forming of receptions of heuristic activity, by means of which forming of heuristic abilities, adequate to abilities forming of which sets the whole studies of themes of club comes true. The table of contents on employments of club of mathematics in heuristic studies broadens and deepens by including to him of the special heuristic tasks, the search of decision of which is constrained with the use of certain list of heuristics. Picking up maintenance of educational material, it is necessary to take into account principle of developing function of studies, which requires realization of activity approach to teaching and assists intensification of educational process. He is sent not only to the use of the prepared knowledge but also on creation of pedagogical situations which stimulate the independent opening the pupils of mathematical facts. The basic methodical requirement to the methods of studies on employments of heuristic club is the use of interactive methods of studies, including special methods of heuristic studies. The traditional forms of work of mathematical club are complemented by heuristic immersion and training of personality* capabilities. *Traditional facilities of studies are complemented by the special facilities of heuristic studies of mathematics.*

Key words: *heuristic techniques, heuristic activity, heuristic abilities, club of mathematics.*

References

1. Balk M. Mathematics after lessons. Manual for the teachers / M.Balk, G.Balk. – M.: Inlightening, 1971. – 463 p.

2. Burda M. Principles of selection of maintenance of school mathematical education / M. Burda // Pedagogics and psychology. – 1996. – №1. – P. 40-45.

3. Goncharova I. Activation of work of mathematical group of heuristic aspiration by means of interactive methods of studies / I.Goncharova, H.Biryukova // Didactics of the mathematics: problems and investigation : International collection scientific works. – Donetsk, 2011. – Issue. 35. – P. 159–164.

4. Goncharova I. We study heuristics together with curious Diddls: The adventure electronic magazine [Electronic resource]: Electronic textbook / I.Goncharova, H.Chudopal. – Donetsk, [2012]. – 1 electron. the opt. drive (CD - ROM).

5. Goncharova I. Psychological and pedagogical premises of development the heuristic scills of pupils secondary school on the mathematical's facultatives // Didactics of the mathematics: problems and investigation: International collection scientific works. – Donetsk, 2007. – Issue. 27. – P. 79–84.

6. Gusev V. Psychological and pedagogical bases of teaching to mathematics / V.Gusev. – M.: Academy, 2003. – 432 p.

7. Kudrayvzev L. Ideas about modern mathematics and her study / L.Kudrayvzev. – M.: Science, 1977.

8. Skafa O. Heuristic teaching to mathematics: theory, methodology, technology. Monograph / O.Skafa. – Donetsk: DonNU, 2004. – 440 p.

9. Skafa O. Conception of forming of receptions of heuristic activity of students in the process of studies of mathematics / O.Skafa // Didactics of the mathematics: problems and investigation: International collection scientific works. – Donetsk, 2004. – Issue. 22. – P. 69–75/

10. Hutorskoy A. Development of gift of schoolboys: Methodology of the productive teaching: manual for teacher / A.Hutorskoy. – M.: Vlados, 2000. – 320 p.

11. Erdniev P. Enlargement of didactic units in teaching to mathematics: book for a teacher / P.Erdniev, B.Erdniev. – M.: Inlightening, 1986. – 255 p.

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 26.10.2013 р.

ТЕХНОЛОГИЯ СОЗДАНИЯ ВАРИАНТОВ ДЛЯ ЕДИНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

Й.Николов,
канд. педагог. наук, доцент,
ШУ „Епископ Константин Преславский“,
г.Шумен, БОЛГАРИЯ,
e-mail: j.nikolov@fmi.shu-bg.net

Дане дослідження здійснюється за підтримки фонду Наукових досліджень ШУ "Єпископа Константина Преславського". У роботі описано технологію створення варіантів завдань для Державного іспиту з математики після закінчення 12 класу та досвід роботи з ними. Описано таксономію Блума, на основі якої здійснюється оцінювання та самооцінювання школярів. Пропонуються якості, яким повинен задовольняти експерт, створюючи варіанти для Державного іспита.

Ключові слова: *Державний іспит, математика, технологія створення варіантів завдань для державного іспиту.*

Постановка проблемы. Государственные образовательные требования по содержанию данной культурно-образовательной области и образовательным этапам отдельных предметов являются стандартами, согласно которым созданы действующие на данном этапе учебные программы. Они конкретизируют содержание обучения, которое должны усвоить школьники в данном классе [9].

Ученые и педагоги разрабатывают множество проектов, направленных на введение новых более мотивирующих подходов, которые бы вернули интерес к математике и естественным наукам. Внешняя оценка нужна исследователям, но она должна быть критериальной [2]. К сожалению, у нас все еще нет единого стандарта оценивания, как внутреннего, так и внешнего, на основе которого можно было бы оценить степень усвоения данного учебного материала. Теперь, если максимально возможный бал на едином государственном экзамене по математике равен 100 баллам, то сначала специалисты Министерства образования и науки (МОН) проверяют, какой максимальный балл получили 5% самых слабых абитуриентов. Если например 5% самых неуспешных учеников получили максимальный балл 15, то тогда специалисты решают, что все, кто получил 16 баллов, получают отметку 3, а все, кто получил 100 баллов – оценку 6. Тем самым получают линейную формулу: $y = \frac{1}{28}(x + 68)$, где y – отметка, а x – сумма баллов.

Такой способ внешнего оценивания можно назвать скорее политическим, потому что, если оценивать критериально, то следует за 51 балл поставить отметку - 3, а за 100 – оценку 6.

Хотя эта формула успешности из год в год меняется, знания поступающих в ВУЗ снижаются.

Анализ актуальных исследований. Таксономии играют важную роль в теории обучения. Они ценны, потому что позволяют:

- правильно определить и упорядочить цели и задачи обучения;
- планировать деятельность в процессе обучения;
- распознавать познавательные структуры в обучении;
- формулировать проблемы и ставить задачи;

- выбирать оценочные инструменты, адекватные заранее сформулированным целям;
- в зависимости от результатов обучения и трудностей, испытываемых обучаемым, корректировать процесс обучения [10].

В 1956 г. выходит первая часть книги „Таксономия“ Бенджамина Блума, содержащая описание целей через познавательную (когнитивную) область. Эта система целей получает широкую международную известность. Она используется для планирования обучения и оценки его результатов, является надежным инструментом для экспериментальной проверки нового учебного материала.

В Болгарском образовании специальное место занимает таксономия Блума, связанная с познавательной областью, потому что она становится фундаментом для создания стандартов, включенных в учебную программу. Согласно таксономии Блума в познавательной сфере действуют шесть основных уровней, упорядоченных по принципу „от простого к сложному“. Эти уровни можно рассматривать как различные степени трудности – чтобы усвоить данный (например второй) уровень, надо сначала овладеть предыдущим уровнем (первым). Этот подход дает возможность измерения знаний, умений и навыков школьника. Они представлены как стандарты в учебной программе по каждому учебному предмету.

Цель работы – *на основе таксономии Блума представить возможные варианты разработки экзаменационных заданий по математике для Государственного экзамена в Болгарии.*

Изложение основного материала. Таксономия Блума используется для классификации целей в процессе обучения. Блум рассматривает шесть познавательных уровней:

Знание (Репродукция). Школьник запоминает и воспроизводит специфические факты (примеры, термины, определения) или, проще говоря, припоминает необходимою информацию.

Понимание. Школьник осуществляет перевод задачи на язык математики, упорядочивает информацию и экстраполирует знания в знакомой ситуации (на основе уже знакомых терминов); связывая факты, выдвигает гипотезы; формулирует выводы, обобщения; пользуется понятиями и обобщениями в различных контекстах, с помощью разных символов; конкретизирует понятия; частично пользуется идеями или теориями.

Приложение. Школьник пользуется изученными понятиями и обобщениями в новых практических или незнакомых ситуациях, решает конкретные проблемы; при встрече с проблемой правильно применяет необходимые знания; выявляет принципы, которые необходимо применить; демонстрирует подходящие умения для решения проблем; целостно использует идеи или теории.

Анализ. Школьник в состоянии расчленить объект, ситуацию, процесс на их составляющие части; находит неявный смысл и связи, зависимости, делает выводы, умозаключения, прогнозы, гипотезы; представляет возможные результаты гипотез.

Синтез. Школьник собирает составные части для создания целостного; создает новую структуру или модель; предлагает способы для проверки гипотез; использует свое воображение, творчество; делает субъективное открытие на основе собственного плана действий.

Оценка. Школьник делает оценки на валидность, точность, объективность, логику; устанавливает критерии для оценки и оценивает (гипотезу по отношению к вероятным результатам, валидность суждения на основе результатов эксперимента и др.)

На основе этих познавательных уровней Блума осуществляется оценивание и самооценивание школьника. Направление иерархии познания начинается с первого уровня и идет к последнему уровню. Первые три уровня являются фундаментальными для усвоения умений для следующих трех уровней – анализ, синтез и оценка и поэтому составляет образовательный минимум, хотя это не означает, что в школе должны создавать учебные ситуации и оценивать только первые три уровня [6].

Какими качествами должен обладать эксперт, создающий варианты для государственного экзамена. На мой взгляд он должен:

- быть специалистом по методике математики;
- иметь более 20 лет опыта работы со школьниками по математике;
- иметь опыт составления и создания задач для олимпиад, конкурсов и викторин по математике;
- должен быть автором учебников и пособий по математике для школьников и студентов – будущих учителей математики;
- обладать сильной математической интуицией;
- любить эксперимент;
- быть человеком высокой морали и обладать чувством справедливости и др.

В Болгарии после 2004 г. было сделано несколько попыток ввести внешнее оценивание в форме Единого государственного экзамена по математике. Сначала попробовали ввести два уровня экзамена – первый для тех, кого обучали обязательному уровню требований и второй – уровень профильной подготовки. С 2008 г. удалось ввести экзамен только на первом уровне, и при этом он не обязателен. Обязательным для всех является только экзамен по болгарскому языку и литературе. Второй обязательный экзамен абитуриент может выбрать сам – они обычно выбирают географию или историю [2].

Технология создания вариантов состоит в следующем: нескольким экспертам (не более 10 человек) дают задание составить фиксированное число задач, отвечающих определенным требованиям. Эксперт заполняет карточку (Пример 1).

Пример 1.

Карта тестовой задачи

выборочный ответ (ВО) или свободный ответ (СО) или письменное решение (ПР) для государственного экзамена

Задача No:	0	2	0	2	0	0	5

Предмет: Математика

Учебное содержание: Алгебра
Тема: Действительные числа

Компетентности для оценивания: знания свойств действительных чисел и умения производить действия над ними

Вид задачи (отметьте Х)	**ВО**	Х		**СО**		**ПР**	

Задача:
Выражение $\sqrt{2}-\sqrt[3]{3}$ по знаку является: А) положительным; Б) отрицательным; В) неотрицательным; Г) ноль.

Для задачи с выборочным ответом	
Количество баллов за задачу:	**2**
Предполагаемое время решения:	3 мин

Задача № 0202005 означает следующее: первые две цифры 02 – это индекс эксперта (Й.Николов); вторые две 02 – индекс предмета (математика); последние три – 005 – порядковый номер (это пятая задача по списку). Примеры с 1 по 5 – это примеры составленных нами задачи с ВО, СО или ПР. В рамках статьи невозможно привести примеры всех составленных нами задач, но это и не является целью данной работы. Основная часть технологии создания вариантов экзамена состоит именно в скрупулёзной работе по составлению задач и оцениванию их возможностей измерить знания и умения абитуриентов по конкретной теме или разделу школьной математики.

Пример 2.

Карта тестовой задачи

выборочный ответ(ВО) или свободный ответ (СО) или письменное решение (ПР) для государственного экзамена

Задача No:	0	2	0	2	0	1	0

Предмет: Математика

Учебное содержание: Алгебра
Тема: Действительные числа

Компетентности для оценивания: знания свойств действительных чисел и умения производить тождественные преобразования над ними

Вид задачи (отметьте X)	**ВО**			**СО**	X	**ПР**	

Задача:

Вычислите значение выражения: $\sqrt{(x+1)^2-(x-1)^2}$, при $x=0{,}01$.

Для задачи со свободным ответом	
Количество баллов за задачу:	**3**
Предполагаемое время решения:	10 мин
Правильный ответ:	0,2

Пример 3.

Карта тестовой задачи
выборочный ответ(ВО) или свободный ответ
(СО) или письменное решение (ПР)
для государственного экзамена

Задача No:	0	2	0	2	0	1	7

Предмет: Математика

Учебное содержание: Алгебра
Тема: Дробно-рациональные выражения

Компетентности для оценивания: знания и умения решения дробно-рациональных неравенств

Вид задачи (отметьте X)	**ВО**			**СО**		**ПР**	X

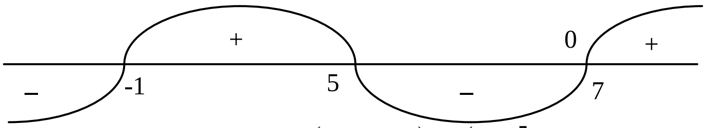
Задача:

Решите неравенство: $\frac{(x-3)^2}{x^2-4x-5}\geq 1$.

Для задачи с письменным решением

Критерии оценивания:
Первый способ:

1. Решил квадратное уравнение $x^2-4x-5=0$ и получил $x_1=5$, $x_2=-1$. (2 б.)
2. Нашел область определения: $x \neq 5$ и $x \neq -1$ (1 б.)
3. Составил эквивалентное неравенство $\dfrac{(x-3)^2}{x^2-4x-5}-1 \geq 0$ (1 б.)
4. Преобразовал и получил $\dfrac{-2x+14}{x^2-4x-5} \geq 0$ (1 б.)
5. Написал в виде $\dfrac{x-7}{(x-5)(x+1)} \leq 0$ (4 б.)
6. Нарисовал змиевидную линию (5 б.)



7. Записал ответ: $x \in (-\infty, -1) \cup (5, 7]$ (1 б.)

Всего: 15 б.

Пример 4.

Карта тестовой задачи

выборочный ответ(ВО) или свободный ответ
(СО) или письменное решение (ПР)
для государственного экзамена

Задача No:	0	2	0	2	0	5	1

Предмет: Математика

Учебное содержание: Алгебра

Тема: Комбинаторика, вероятности и статистика

Компетентности для оценивания: знания элементов стохастики и умения использовать их при решении задач.

Вид задачи (отметьте Х)	**ВО**			**СО**		**ПР**	Х	

Задача:

Пусть O – центр правильного многоугольника $A_1A_2\ldots A_n$. Внутри каждого треугольника с вершинами в точке O и двух соседних вершинах многоугольника вписана окружность. Найти значение n, для которого вероятность того, что две наугад выбранные окружности коснулись между собой была бы равна $\dfrac{1}{2}$.

Для задачи с письменным решением

Критерии оценивания:

1. Сделал чертеж и сообразил, что количество общих точек равно количеству сторон n (5 б.)
2. Установил количество благоприятных случаев для касания двух окружностей n

	(5 б.)
3. Вычислил количество всех возможних случаев C_n^2	(2 б.)
4. Вычислил вероятность $\frac{n}{C_n^2}=\frac{2}{n-1}$	(2 б.)
5. Решил уравнение $\frac{2}{n-1}=\frac{1}{2}$ и получил ответ $n=5$	(1 б.)
	Всего: 15 б.

Пример 5.

Карта тестовой задачи
выборочный ответ(ВО) или свободный ответ
(СО) или письменное решение (ПР)
для государственного экзамена

Задача No:	0	2	0	2	0	7	9

Предмет: Математика

Учебное содержание: Геометрия
Тема: Четырехугольник, параллелограмм, трапеция

Компетентности для оценивания: знания и умения для решения четырехугольника и трапеции

Вид задачи (отметьте Х)	**ВО**			**СО**		**ПР**	Х	

Задача:
Точка H - основание перпендикуляра, проведенного из вершины A трапеции к ее бедру BC (H - внутренная точка для BC). В четырехугольник AHCD можно вписать окружность и $\angle BAD=\angle ADC=90°$. Площадь ΔABC равна площади четырехугольника $AHCD$. Найти $\angle ABC$.

Для задачи с письменным решением

Критерии оценивания:

1. Сделал чертеж и из свойств описанного четырехугольника получил $CH=CD$, $AD=AH$ (5 б.)
2. Доказал, что $S_{ABH}=S_{ACH}$ и нашел, что $CH=BH$ и $AC=AB$ (5 б.)
3. Построил перпендикуляр CC_1, доказал, что $AH=AD=CC_1$ и получил, что $AB=BC$ (4 б.)
4. Доказал, что ΔABC равносторонный и $\angle ABC=60°$ (1 б.)

Всего: 15 б.

Каждый эксперт составил в общей сложности 79 задач, в том числе задачи с ВО, СО или ПР по основным разделам обязательной подготовки по математике: действительные числа; дробно-рациональные выражения; уравнения, неравенства, квадратичная функция; степени и логарифмы; тригонометрические функции; числовые последовательности; комбинаторика, вероятность и статистика; подобие треугольников, теорема Фалеса, свойство внутренней биссектрисы угла; прямоугольный треугольник; произвольный треугольник; четырехугольник, параллелограмм, трапеция. Из всех составленных задач, компьютер (хотя я думаю, что это – сверхсекретная комиссия из трех экспертов) подбирает 20 задач с ВО, 5 – с СО и 3 – с ПР. Потом экзамен проходит по регионам, а работы проверяют в Софии, соответственно первые 20 задач – электронным путем, а каждую из остальных 8 задач проверяют по два человека.

Вся эта технология создания вариантов для государственного экзамена по математике, хотя и излишне таинственная (неизвестно кто составляет и создает сами тесты и их окончательный вид), к сожалению по своим результатам, на мой взгляд, все еще не в состоянии превзойти старую, хорошо отработанную систему экзамена по математике – четыре задачи с двумя подусловиями, которая по своей сути была критериальной, а не политической (иногда говорят – стандартизированной) [7].

Даже если бы эксперты, создававшие варианты для экзамена, были бы отличными специалистами и отвечали всем вышеуказанным требованиям, у общества есть чувство несправедливости. Несмотря на все субъективные ошибки при создании вариантов, есть одна особенно серьезная ошибка. Это то, что выпускники естественно-математических школ, которые изучали математику 8 и более часов в неделю, сдают один и тот же экзамен, что и школьники, которые изучали математику 2 часа в неделю. Я думаю, что данная процедура проведения экзамена неправильна, и нам всем пора задумается над этим вопросом.

1. Глиновецкий, Н.П. Исторический очерк Николаевской Военной Академии Генерального штаба. СПб, 1882, 366с.

2. Иванов, Й.Н. Проблемы внешнего контроля обучения математике в Болгарии //Евристичне навчання математики, матеріали конференції, ДонНУ, 1-3 жовтня 2009, м .Донецьк, с.326-327.

3. Иванов, Й.Н., Н.Хр.Тончева. Стандарты внутреннего оценивания по математике в 12 классе //Проблеми та перспективи фаховоі підготовки вчителя математики, матеріали конференції, ВДПУ, 26-27 квитня, 2012, м.Вінниця, с.28-30.

4. Куланин, Е.Д., В.П.Норин, С.Н.Федин, Ю.А.Шевченко. 3000 конкурсных задач по математике, Айрис-пресс, Москва, 2005, 624 с.

5. Николов, Й. Об обучении составителей тестовых задач //Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики, тези доповідей, НПУ імені М.П.Драгоманова, 11-13 травня 2011, м.Київ, с.72-73.

6. Николов, Й. В.Забрански. Въпрешно оценяване по стереометрия в 12 клас //МАТТЕХ 2012, Сборник научни трудове, том 1, УИ „Епископ Константин Преславски“, 2012, Шумен, с.273-279.

7. Чошанов, М.А. Математика – Росийский бренд. Как его сохранить? //Математика в школе, 4 (2013), с.3-8; 5 (2013), с.3-9.

8. Шашкина, М.Б. О критериях оценивания части с ЕГЭ //Математика в школе, 2(2013), с.50-55.

9. www.minedu.government.bg/top_menu /general/doi; 19.09.2013

10. www.tuj.asenevtsi.com/El09/El31.htm; 19.09.2013.

Резюме. **Николов Й. Технология создания вариантов для единого государственного экзамена по математике.** *Данное исследование осуществляется при поддержке фонда Научных исследований ШУ "Епископа Константина Преславского". В статье описывается технология создания и опыт работы автора по составлению задач для Единого государственного экзамена по математике* *после окончания 12 класса. Описана таксономия Блума, на основании которой осуществляется оценивание и самооценивание школьника. Предлагаются качества, которым должен удовлетворять эксперт, создающий варианты для государственного экзамена в Болгарии.*

Ключевые слова: *Единый государственный экзамен, математика, технология создания вариантов заданий для Единого государственного экзамена.*

Abstract. **Nikolov J. TECHNOLOGY TO CREATE OPTIONS FOR THE MATRICULATION EXAMS IN MATHEMATICS. CREATION TECHNOLOGY OF THE UNIFIED STATE MATH EXAM VARIANTS.** *This article describes the experience of the author's work in drafting tasks and creating options for the matriculation exams in mathematics after completing the 12th grade.*

This research is supported by the Research Foundation of ShU "Episkopa Konstantina Preslavskogo."

The creation technology and author's work experience of tasks' compilation and the Unified State math exam variant creation after finishing of grade 12 is presented in the article.

The cognitive levels of Bloom, which are the basis of student' self-assessment and evaluation, and qualities, which an expert creating Unified State math exam variants must satisfy were described in this paper.

The creating technology of Unified State math exam variants was described and tasks examples with selective or free answer or written decision was also given in the article. Competence problem estimated, the number of the task points, approximate time for solution, the correct answer and the criteria for their evaluation (for problems with a written solution) were given to each case.

The author thinks that despite all subjective errors that can occur during the exam tasks variants creation, there is one particularly serious mistake. It consists in the fact that graduates of nature-mathematical schools take the same exam as the students were trained in non-mathematical classes.

Key words: *exams, mathematics, options, technology to create, Unified State Exam, mathematics, creation technology.*

References

1. *Глиновецкий, Н.П. Исторический очерк Николаевской Военной Академии Генерального штаба. СПб, 1882, 366с.*
2. *Иванов, Й.Н. Проблемы внешнего контроля обучения математике в Болгарии //Евристичне навчання математики, матеріали конференції, ДонНУ, 1-3 жовтня 2009, м .Донецьк, с.326-327.*
3. *Иванов, Й.Н., Н.Хр.Тончева. Стандарты внутреннего оценивания по математике в 12 классе //Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики, матеріали конференції, ВДПУ, 26-27 квитня, 2012, м.Вінниця, с.28-30.*
4. *Куланин, Е.Д., В.П.Норин, С.Н.Федин, Ю.А.Шевченко. 3000 конкурсных задач по математике, Айрис-пресс, Москва, 2005, 624 с.*
5. *Николов, Й. Об обучении составителей тестовых задач //Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики, тези доповідей, НПУ імені М.П.Драгоманова, 11-13 травня 2011, м.Киів, с.72-73.*
6. *Николов, Й. В.Забрански. Въпрешно оценяване по стереометрия в 12 клас //МАТТЕХ 2012, Сборник научни трудове, том 1, УИ „Епископ Константин Преславски“, 2012, Шумен, с.273-279.*
7. *Чошанов, М.А. Математика – Российский бренд. Как его сохранить? //Математика в школе, 4 (2013), с.3-8; 5 (2013), с.3-9.*
8. *Шашкина, М.Б. О критериях оценивания части с ЕГЭ //Математика в школе, 2(2013), с.50-55.*
9. *www.minedu.government.bg/top_menu/general/doi; 19.09.2013*
10. *www.tuj.asenevtsi.com/El09/El31.htm; 19.09.2013.*

Стаття надійшла до редакції 28.05.2013 р.

ОСОБЛИВОСТІ ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ З МАТЕМАТИКИ ЯК ЕЛЕМЕНТА СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ НАВЧАННЯ. АНАЛІЗ ЗАВДАНЬ З АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ

Я.П. Кривко
канд. педагог. наук,
ЛНУ ім. Т. Шевченка, КЗ «ЛОМАНУМ»,
м. Луганськ, УКРАЇНА,
e-mail: yakrivko@yandex.ru

Проаналізовано структура та зміст зовнішнього незалежного оцінювання з математики з 2006 по 2012 роки включно. Розглянуто специфічні для ЗНО типи задач. Виокремлено основні тенденції зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

Ключові слова: *зовнішнє незалежне оцінювання, якість навчання, контроль навчальних досягнень, математика, алгебра, геометрія, тестування, тестові завдання.*

Постановка проблеми. Зовнішнє незалежне тестування на сьогоднішній день є домінуючою формою оцінювання навчальних досягнень абітурієнтів під час проведення вступної кампанії. Воно є важливим елементом системи управління якістю навчання школярів в Україні. Аналізуючи ситуацію навколо ЗНО, ми можемо констатувати, що, по-перше, тестування взагалі є найбільш поширеною формою контролю навчальних досягнень у сучасній школі; по-друге, над створенням тестів з математики працюють провідні фахівці в галузі математичної освіти; по-третє, підготовка до ЗНО змушує вчителів оновлювати зміст освіти та форми контролю. Тобто наявність ЗНО не тільки спонукає учнів готуватися до тестів, але й стимулює вчителів оновлювати підходи до викладання математики. Але на цьому шляху виникає багато труднощів, пов'язаних, з перш за все, з необхідністю самостійно аналізувати вчителем питання ЗНО для подальшого пошуку аналогічних завдань, які можна було б використовувати на уроках математики.

Аналіз актуальних досліджень. До проблеми тестування та ЗНО з математики зверталися у своїх роботах І. Підласий [1], В. Панський [2], Л. Яременко [3], Г. Білянін [4] та інші. Але більшість з них присвячена окремим питанням тестування з математики, найчастіше в них відсутній тематичний аналіз за усі роки існування ЗНО.

Мета статті – *узагальнення питань ЗНО з математики та виокремлення питань, які пов'язані з контролем та оцінюванням навчальних досягнень учнів з алгебри та геометрії.*

Виклад основного матеріалу. Нами було проаналізовано варіанти завдань ЗНО з 2006 по 2012 рік. На основі цього аналізу було виявлено, що протягом цих років кількість завдань невпинно зменшується (з 38 у 2006 році до 32 у 2012 році). Це відбулось, перш за все, за рахунок вилучення завдань третього рівня, у яких передбачалася наявність розгорнутої письмової відповіді. Якщо порівняти зовнішнє незалежне оцінювання та російській єдиний державний іспит з математики, то виявляється, що, на відміну від ЗНО, він складається з 20 завдань, чотирнадцять з яких – тестові завдання, а шість завдань потребують письмового обґрунтування (а не тільки скороченої відповіді у вигляді десятинного дробу як у тестах ЗНО). Це опосередковано свідчить про спрощення ЗНО з математики, недостатній рівень його якості. Особливо це стосується завдань з геометрії, серед яких взагалі не залишилось завдань на доведення. Тим самим ми ускладнюємо собі шлях до досягнення важивої мети навчання геометрії: «…навчити учнів логічно міркувати, аргументувати свої твердження, доводити. Дуже небагато з тих хто закінчують школу будуть математиками, тим більше геометрами. Будуть і такі, які в їх практичній діяльності жодного разу не скористаються теоремою Піфагора. Проте навряд чи знайдеться хоча б один, якому не доведеться міркувати, аналізувати, доводити»[5;149]. Ми більше не перевіряємо вміння логічно мислити, робити висновки майбутніх математиків, фізиків, логістів, економістів та інших майбутніх фахівців різноманітних галузей, у яких математика є профілюючим предметом при вступі до вишу. При цьому є тенденція зростання кількості саме завдань закритого типу (у 2006 та 2007 році це 52% від усіх завдань, а у 2011 році цей показник склав 71%) (таблиця 1). Позитивним фактором, на нашу думку, є те, що з 2010 року з'являється новий тип тестування: завдання, які передбачають встановлення відповідності (3-4 завдання), допомагають урізноманітнити питання до абітурієнта, частково виявити рівень розвитку логічного мислення та ступінь засвоєння навчального матеріалу. Найчастіше це завдання на знання формул, елементарних перетворень графіків функцій та інші.

Таблиця 1

Типи завдань ЗНО з математики
у період з 2006 до 2012 року включно

Рік	Закритий тип	%	Завдана на відповідні від	%	Завдання без вибору відповіді			
					Без наявності розв'язку	%	Наявність розв'язку	%
2006	20	52,6	-		16	42,1	2	5,26
2007	20	52,6	-		15	39,5	3	7,89
2008	25	69,5	-		8	22,2	3	8,34
2009	20	60,6	-		13	39,4	-	-
2010	25	69,5	3	8,3	8	22,2	-	-
2011	25	71,5	3	8,6	7	20,0	-	-
2012	20	62,5	4	12,5	8	25,0	-	-

Проведена нами класифікація завдань за темами дає змогу проаналізувати основні тенденції тестування з математики. По-перше, ми виявили теми, кількість завдань з яких була мінімальною, але вони обов'язково присутні у ЗНО, а саме: відсотки, числові послідовності, первісна та інтеграл (рис. 1). Найменша увага приділялась графікам функцій та дослідженню функції за допомогою похідної, визначенню та знаходженню похідної та первісної, тобто саме тим темам, які школярі вивчають безпосередньо перед тестуванням в 11 класі та краще всього пам'ятають.

Ми бачимо, що найбільша кількість завдань відноситься до теми «Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їхні системи» – майже п'ята частина завдань ЗНО з математики з 2006 року до 2012 року стосується цієї теми. Однак, якщо дослідити за роками, можна зробити висновок, що існує тенденція зменшення кількості завдань з рівняннями та нерівностями (рис. 2).

З іншого боку, зростає кількість завдань, пов'язаних з розв'язанням задач за темою «Раціональні та ірраціональні числа, їх порівняння та дії над ними» (рис. 3).

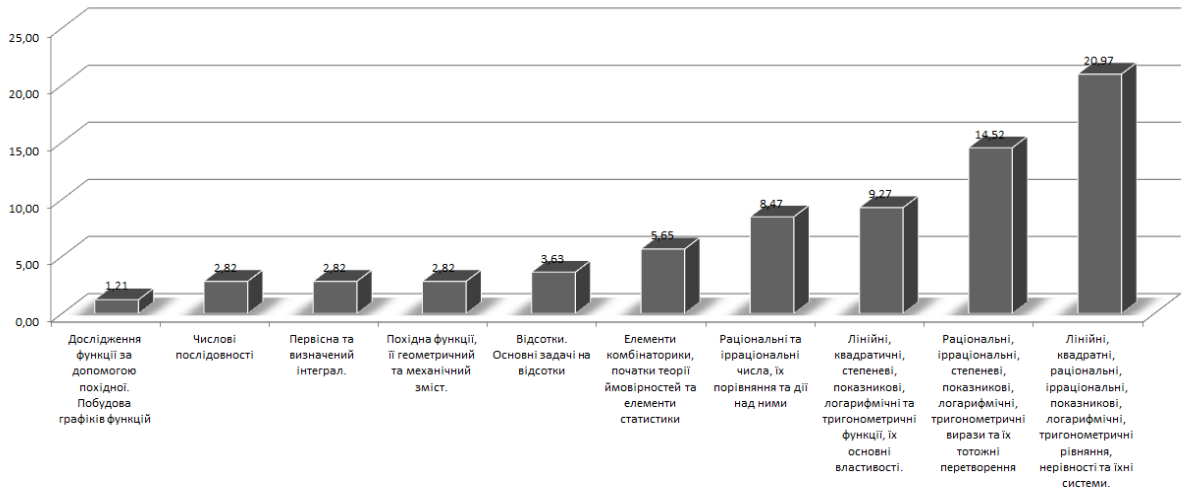


Рис. 1. Відсотковий розподіл завдань ЗНО з математики (2006 – 2012 рр.)
за основними темами (алгебра)

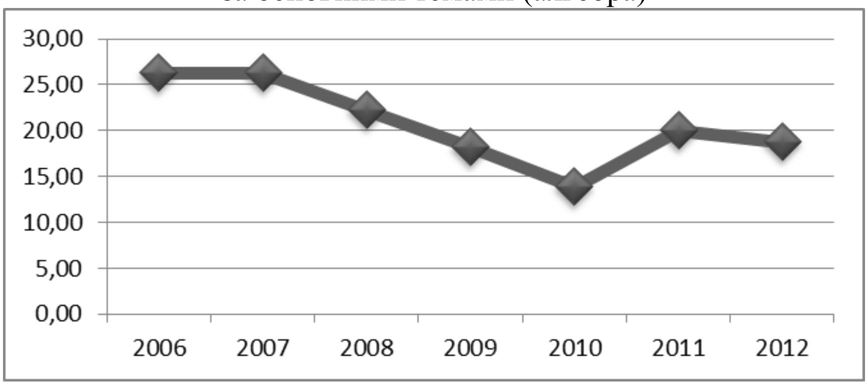


Рис. 2. Відсоткова кількість завдань ЗНО з математики (2006 – 2012 рр.)
за темою «Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їхні системи»

Рис. 3. Відсоткова кількість завдань ЗНО з математики (2006 – 2012 рр.)
за темою «Раціональні та ірраціональні числа, їх порівняння та дії над ними»

Так у 2006 році таких завдань було 5,26%, а у 2012 році їх кількість зросла на 7,24% та склала 12,50%. Це є цілком обґрунтованим, тому що за програмою рівня «стандарт» велика частина часу відводиться саме на вивчення теми «Раціональні та ірраціональні числа, їх порівняння та дії над ними» – це понад 24%. Також вагому різницю між програмою та ЗНО можна побачити під час аналізу теми «Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їхні системи»: за програмою 6 %, а на ЗНО завдання з цієї теми складають понад 20 %.

Треба зауважити, що завдання ЗНО можуть об’єднувати декілька тем одночасно. Однак ті теми, які більш докладно вивчають у школі, на завданнях ЗНО використовується в меншій кількості, але вони все одно тісно переплітаються з іншими, потрібними для розв'язання більшості задач.

Це стосується і задач геометричного змісту. Взагалі протягом 2006 – 2012 років на завдання з предмету „Геометрія" відводилося близько 30 % від всієї кількості завдань, що неодмінно впливало на загальний результат ЗНО. При цьому співвідношення між стереометричними та планіметричними задачами мало тенденцію до рівноваги (рис. 3).

Слід зазначити, що питома вага питань з планіметрії складала від 8,33% у 2008 році до 19,44% у 2010 році, зі стереометрії цей показник варіювався від 7,89% у 2007 році до 22,86% в 2011 році, тобто це значна частина питань всього матеріалу тестування. Це добре співвідноситься з тим фактом, що предмет „Геометрія" займає близько 35 % від загальної кількості часу рівня „стандарт". Примітно, що завданням без вибору правильної відповіді становлять задачі зі стереометрії, однак більшість задач з геометрії – це «технічні» задачі на пряме застосування формул (формули площ, об'ємів), що відповідає середньому рівню навчальних досягнень учнів.

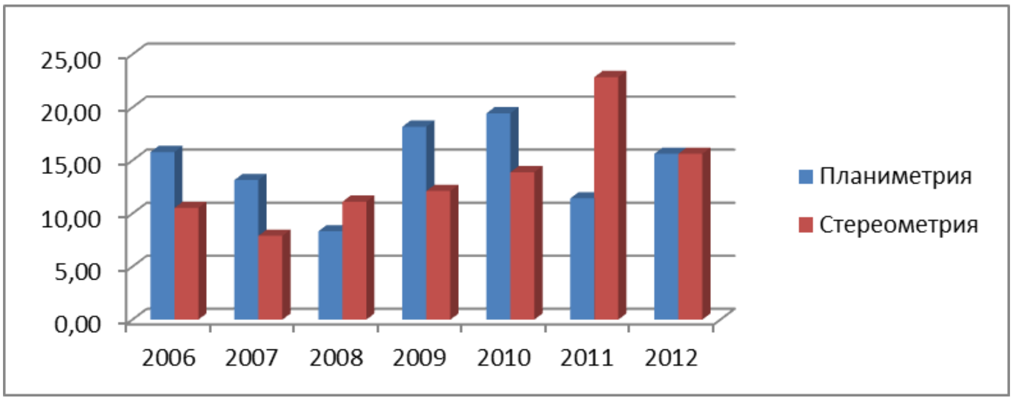


Рис. 4. Відсоткове співвідношення завдань ЗНО з математики (2006 – 2012 рр.) з геометрії (планіметрія та стереометрія).

Аналізуючи завдання ЗНО з математики, ми можемо також виокремити наступні особливості тестових завдань, на які повинен звернути увагу вчитель при підготовці абітурієнта до ЗНО. По-перше, є велика кількість задач змішаного типу, які потребують знань з різних тем, по-друге, розв'язання задач потребує постійного звертання до основних найпростіших математичних понять та тверджень. По-третє, вчитель повинен звертати увагу учнів на те, що для того, щоб отримати відповідь, яку запропоновано у тесті, результат потрібно перетворювати під відповідь. Крім цього, специфічним для ЗНО при розв'язку рівнянь та нерівностей є пошук не стільки «класичної» відповіді, скільки результатів їх подальшого опрацювання. Наприклад, пошук не коренів рівняння, а їх добутку або інтервалу, до якого вони належать, максимального (мінімального) значення, кількості цілих чисел інтервалу та ін. Це може викликати складнощі у пошуку відповіді та створити ситуацію, при якій ми не можемо однозначно оцінювати вміння учня саме розв'язувати те чи інше рівняння у зв'язку з неможливістю перевірки кожного етапу розв'язку. У шкільному курсі математики завданням на знаходження інтервалу, у який потрапляє вірна відповідь, теж не приділяється значна увага. Потрібно також акцентувати увагу на великій кількості різноманітних завдань з модулем та задач на використання властивостей функцій. Особливо слід звернути увагу на нерівності, у яких постійна величина задана у вигляді логарифму числа або тригонометричної функції від постійної величини.

Висновки. Підсумовуючи результати аналізу ЗНО з математики з 2006 до 2012 року, ми можемо, по-перше, рекомендувати вчителю при підготовці учнів самостійно аналізувати кожне нове тестування та використовувати схожі задачі протягом навчального року на уроках математики. По-друге, вимагати від учня досягнення засвоєння основних понять та співвідношень, не поспішати переходити до ускладнення матеріалу, тобто потрібно зосередитися на основних факторах (можливо, на рівні впізнавання). По-третє, для того, щоб відчути себе на місці абітурієнта, оцінити самому складнощі тестування: ми рекомендуємо хоча б декілька разів вчителю спробувати себе в он-лайновому тестуванні. Можна порекомендувати розв'язування завдань ЗНО з математики попередніх років, тестові завдання, що з'явилися в останні роки на книжковому ринку, зокрема, це підручники під редакцією О.Старової [6], Є.Неліна [7], О.Максименко, О.Тарасенко [8], А.Капіносова [9] та ін.

Таким чином, тестування на сьогоднішній день є своєрідним «законодавцем мод» у контролі та оцінюванні навчальних досягнень учнів з математики, воно є стимулятором, каталізатором освіти. Тобто й учні, й вчителі повинні до нього готуватися. Завдяки тестуванню у абітурієнтів формується прагматичний, алгоритмічний підхід до курсу математики. Тому треба замислиться про перехід математичної підготовки від домінування принципу науковоподібності у викладанні алгебри та геометрії до принципу доступності, що дозволить спрямувати навчальний процес на оволодіння простими стандартними навичками, що прийнято у сучасній школі.

1. *Підласий І. Як проводити тестування досягнень і розвитку / І.Підласий // Математика в школах України, 2012. – № 13-15. – С. 30.*
2. *Панський В. Числа і вирази. За крок до ЗНО / В.Панський Математика в школах України, 2012 – № 10. – С. 22.*
3. *Яременко Л. Тести на уроках математики — крок до ЗНО / Л.Яременко // Математика в школах України, 2011. – № 7. – С. 2.*
4. *Білянін Г. Використання тестів при педагогічному оцінюванні під час вивчення курсу математики в коледжах / Г.Білянін // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2007. – Вип. 28. – С. 125–133.*
5. *Погорелов А. Геометрия в 7-9 классах: (Метод. рекомендации к преподаванию курса геометрии по учеб. пособию А.В.Погорелова): Пособие для учителя / А.Погорелов – М.: Просвещение, 1990. – 334 с.*
6. *Старова О. Математика. Тренувальний зошит / О. Старова. - Х.: Вид. група «Основа», 2008. — 128 с.*
7. *Нелін Є. Математика. Експрес-підготовка. ЗНО – 2012 / Є. Нелін. – К.: Літера ЛТД, 2012. – 240 с.*
8. *Збірник тренувальних завдань з математики для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / О.Максименко, О.Тарасенко та ін. – Харків: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2007. – 96 с.*
9. *Математика: Посібник для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / А. Капіносов, Г. Білоусова та ін. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2010. – 400 с.*

Резюме. **Кривко Я.П. ОСОБЕННОСТИ ВНЕШНЕГО НЕЗАВИСИМОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК ЭЛЕМЕНТА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ОБУЧЕНИЯ. АНАЛИЗ ЗАДАНИЙ ПО АЛГЕБРЕ И ГЕОМЕТРИИ.** *В статье проанализирована структура и содержание внешнего независимого оценивания по математике с 2006 по 2012 года включительно. Рассмотрены специфические для ВНО типы задач. Выделены основные тенденции внешнего независимого оценивания по математике.*

Ключевые слова: *внешнее независимое оценивание, качество обучения, контроль учебных достижений, математика, алгебра, геометрия, тестирование, тестовые задания.*

Abstract. **Kryvko Ya. PECULIARITIES OF EXTERNAL INDEPENDENT ASSESSMENT IN MATHEMATICS AS AN ELEMENT OF SYSTEM OF QUALITY CONTROL. ANALYSIS OF TESTS IN ALGEBRA AND GEOMETRY.** *Today, the external independent assessment (EIA) is the leading form of assessment of the academic achievements of university entrants during the organization of the entrance campaign. It is an important element of the system of quality control of pupils' studying in Ukraine. Therefore, the aim of the article is to generalize the questions of EIA in mathematics and to discriminate the questions connected with the control and assessment of the academic achievements of pupils in Geometry. We have analyzed the EIA tests used from 2006 through 2012. Based on this analysis, it has been discovered that during those years the number of tasks was continually decreasing. A positive factor is that a new type of testing has appeared since 2010, namely the tasks which presuppose the establishment of correspondence (3-4 tasks) and which help to vary the questions to the university entrant and to partially detect the level of his logical thinking and the degree of understanding of the material learnt. Thus, at the present moment testing is a kind of "a trend-setter" in the process of control and assessment of academic achievements of pupils in Mathematics; it serves a stimulator and catalyst of education. It means that both pupils and teachers have to be ready for it. Due to testing, a pragmatic and algorithmic approach to the process of learning of the course in Mathematics is formed at the university entrants. That is why it is necessary to start thinking about the transformation of mathematical training from the domination of the principle of academese in teaching Algebra and Geometry to the principle of realizability which will allow directing the academic process to mastering simple and standard skills used in the modern secondary school.*

Key words*: external independent assessment, quality of education, control of academic achievements, Mathematics, Algebra, Geometry, testing, testing tasks.*

References

1. Pidlasyi I. How to organize testing of achievements and development / I. Pidlasyi // Mathematics in schools of Ukraine, 2012. – No. 13-15. – P. 30.

2. Panskyi V. Numbers and expressions. A step before EIA / V. Panskyi // Mathematics in schools of Ukraine, 2012. – No. 10. – P. 22.

3. Yaremenko L. Tests at the lessons of mathematics – a step to EIA / L. Yaremenko // Mathematics in schools of Ukraine, 2011. – No. 7. – P. 2.

4. Bilianin G. The use of tests in pedagogical assessment during the course of learning of mathematics in colleges / G. Bilianin // Didactics of mathematics: problems and research: international collection of scientific works. – Ed. 28. – Donetsk: Publishing house of DonNU, 2007. – P. 125-133.

5. Pogorelov A. Geometry in 7-9 forms: (Methodguides to teaching the course of Geometry based on the textbook by A.V. Pogorelov): Teacher's manual / A. Pogorelov. – Moscow: Prosveshcheniye, 1990. – 334 pp.

6. Starova O. Mathematics. Training exercise-book / O. Starova. – Kharkiv: Publishing house group "Osnova", 2008. – 128 pp.

7. Nelin Ye. Mathematics. Express training. EIA – 2012 / Ye. Nelin. – Kyiv: Litera ltd., 2012. – 240 pp.

8. A collection of training tasks in mathematics for preparation for external independent assessment / O. Maskimenko, O. Tarasenko et al. – Kharkiv: TORSING PLUS, 2007. – 96 pp.

9. Mathematics: A manual for preparation for external independent assessment / A. Kapinosov, G. Bilousova et al. – Ternopil: Pidruchnyky I posibnyky, 2010. – 400 pp.

Стаття представлена професором О.Г. Кучерявим.
Надійшла до редакції 05.02.2013 р.

ПРИХОВАНИЙ КОНСТРУКТИВІЗМ ПІДРУЧНИКА «ГЕОМЕТРІЯ»

І.Г. Ленчук,
доктор педагог. наук, професор,
Житомирський державний університет ім. Івана Франка,
м. Житомир, УКРАЇНА,
e-mail: lench456@gmail.com

Обґрунтовується нагальна потреба навчання геометрії на основі конструктивного підходу. Конструктивно-генетичний метод «підсилює» геометричний зміст пропозицій. Продемонстровано прикладами наявність у підручниках прихованих проявів конструктивізму. Наголошується на варіативності можливих методів розв'язання геометричних задач.

Ключові слова: *конструктивізм, наочне представлення, діяльнісна візуалізація, графічний (графоаналітичний) методи.*

Постановка проблеми. Щоразу, спілкуючись з учителями й оцінюючи якість підготовки учнів із першопредмету, пригадуються напутні слова, сказані немовби вчора (1982 р.) відомим українським геометром, автором одного з найбільш примітних, класичних підручників для ЗОШ «Геометрія» [3] академіком О.В.Погорєловим: «*Ця книга є лише стислим конспектом. Учитель математики зобов'язаний читати її між рядками*»[1].

Насправді ми вимушені констатувати, що в основу викладання (й учіння) евклідової геометрії традиційно покладено формально-логічний підхід. Учитель «не помічає» **конструктивної** складової підручника. Як наслідок, середньостатистичний випускник ЗОНЗ слабо розуміє структуру дисципліни, не у змозі чітко класифікувати фігури, плутає поняттями і фактами, не вміє належним чином користуватися ними в пошуках розв'язків задач середнього ступеня складності на обчислення. Мова не йде про задачі на доведення і, тим паче, на побудову. Матеріал, викладений у підручнику, не засвоюється свідомо і в повному об'ємі. З іншого боку, в університетах елементарній геометрії теж не приділяється достатня увага, хоч вона за своєю природою є категоріально-понятійною і змістовою основою всіх предметів геометричного циклу. Виникають запитання: «Чому студент-математик, навчаючись, не у змозі грамотно осилити початки диво-науки? Чи не є це свідоцтвом *кризових* тенденцій на освітянській ниві вчителя?».

Аналіз актуальних досліджень. Геометрії належить особливе місце серед природничо-математичних наук, вона вирізняється своєю *винятковою естетичною привабливістю, візуально підкресленою красою*. **Найпершу з наук** древні вважали **неперевершеною школою мудрості.** Належне опанування дисципліни «Геометрія» розвиває і шліфує мислення. У XVII столітті Б.Паскаль із цього приводу писав: «Серед рівних розумом – при однакових інших умовах – *має перевагу той, хто знає геометрію*» [2, С. 115]. Йому вторує Ф.Прокопович: «А якщо хтось ґрунтовніше бажає пізнати *переваги, які має* геометрія, нехай знає, що *жодна з наук про полегшення й покращення людського життя без неї не змогла б виникнути, ні вдосконалюватись*. І відомо з досвіду, що народи, які опанували цю науку, в будь-якому мистецтві переважають інші, бо й інші народи також мають засоби, але не досконалі й не прикрашені, тоді як у тих народів, які знають геометрію, *навіть найпростіші речі мають якусь особливу красу*» [2, С. 105]. Ще більш вражає, що не байдужим до ди-

[1] Цитата записана з пам'яті автора статті.

во-науки був великий російський поет О.С.Пушкін: «*Натхнення потрібне в* поезії, *як і в* геометрії» [5, С. 19]. Теза, гідна генія. А для шанувальників геометрії – утішне порівняння! Свідченням цього є також більш ранній історичний факт. Біля входу до Академії, заснованої старогрецьким геометром і філософом Платоном, було викарбовано напис: «Не заходь незнаючий геометрію».

Яскраво, красномовно ідеалізував геометрію акад. О.Д.Александров – учитель О.В.Погорєлова: «Особливість елементарної геометрії серед інших складових математики полягає в тому, що вона *об'єднує в собі сурову* **логіку** *з* **наочним уявленням,** *логічний аналіз – із цілісним синтетичним сприйняттям предмета*. Можна сказати, що за суттю своєю *геометрія і є не що інше, як* органічне поєднання *суворої логіки з наочним уявленням*: наочне уявлення *пронизане і організоване* суворою логікою, і логіка, *пробуджена* наочним уявленням. Там, де немає однієї з цих сторін, немає і справжньої геометрії» [1, С. 282-283].

Відомий математик констатував *нерозривне переплетіння* в геометрії *логіки речей з їх* наочним *уявленням*. Тут одне без іншого не животворне. До того ж, як свідчить досвід, *лише методи* умоглядного **конструктивізму** у змозі ефективно представити такі тісні зв'язки. Без професійного навчання курсу «Конструктивна геометрія», *головним діючим* **об'єктом** *якого* ***геометрична фігура***, *а головним* **засобом** *навчання –* ***візуальний рисунок*** (зображення, модель), неможливо викликати справжній, живий інтерес до науки і досягти **системного** засвоєння суб'єктами навчання такого потужного, самобутнього, специфічного **методу пізнання світу, яким є «Геометрія»**. *Опанування цього методу – одна з найбільш важливих цілей освіти*! *І, перш за все, для майбутнього педагога-математика*.

Конструктивізм *математичний* – це **напрям** у математиці і побудовані на його основі математичні теорії. За його канонами, основним методом побудови математичних теорій є **конструктивно-генетичний метод**. Згідно з цим методом, любий математичний об'єкт і твердження про нього мають бути результатом **діяльності** мислення з побудови більш складних конструкцій із більш простих, за певними, простими і легко контрольованими правилами (алгоритмами), які дозволяють за допомогою скінченого числа кроків, скінченого числа операцій за скінченний час однозначно одержати результуючу конструкцію.

Коли ж, зокрема, йдеться про **конструктивізм** ***геометричний***, то тут маються на увазі **побудови**, **конструювання**, що в перекладі з латині цілком відповідає суті терміну «*construktivus*».

Методика навчання математики, як відомо, є педагогічною наукою про **цілі**, **зміст**, **методи**, **форми** і **засоби** передачі учням математичних знань, про виховання дисципліною у процесі навчання. Ми пропонуємо обрати ***геометричний конструктивізм*** стрижневим **методом** професійного *опанування науки «Геометрія»*, яка історично є одним із найдревніших пам'ятників, «*… феноменом загальнолюдської культури*» [6, С. 73].

Формулювання цілей статті. *З огляду на зміст, структуру, функції та особливості евклідової геометрії, в контексті її природного конструктивізму, на переконливих прикладах з'ясувати істинний потенціал підручника для розвитку наочно-образного й логічного мислення студентів, подати зразки геометризації, унаочнення теоретичних фактів і задач, вирізнити графічні та графоаналітичні методи їх закономірних реалізацій.*

Виклад основного матеріалу. Ми певні, не потрібно у ВПНЗ марно повторювати ШКГ. Це нецікаво і згубно, оскільки знайомство студентів с елементарним курсом уже відбулося. Треба **діяльнісно візуалізувати** ще не усталені знання шляхом їх структурування, залучення фактів до **системного** вирішення різнохарактерних пропозицій і, в такому руслі, ґрунтовно, ефективно переосмислити та засвоїти дивовисципліну на рівні вчителя професіонала. Поряд із цим, прискіпливий аналіз підручника на предмет його конструктивізму буде вельми корисним.

Приклад 1 (з області «теорія»).

Змістовною складовою третього пункту § 1 підручника для ЗОШ, із назвою «**Перетин *прямої із площиною***», є *лише теорема про належність прямої площині*. Після її короткого, але строгого доведення зроблено такий висновок: «Із теореми 1.2 випливає, що площина і пряма, яка не лежить на ній, *або не перетинаються, або перетинаються* в одній точці» ([3, с.5], рис. 5). В учня, який звик міркувати, виникають принципово важливі запитання: «Чи відповідає назва пункту його змісту?»; «Чому вербально і на рисунку не реалізована суть піднятого питання?»; «Як побудувати точку перетину прямої із площиною?». Напевно, професіонально підготовлений, грамотний педагог зумів би дати на них відповідь, із честю подолати прикру **недоговореність** у книжковому викладенні.

Як з'ясувалося, перша основна позиційна задача на інциденції (ОПЗ-1) розв'язується дуже просто, якщо в уявленнях і на наочному рисунку-схемі (моделі, див., наприклад, [7]) уміло скористатися одним із найперших відношень у геометрії («належності» точок, прямих і площин) та послатися до загальногеометричного методу посередників. Уявимо собі пряму *m* і площину $\boldsymbol{\Sigma}$ (рис. 1) загально розташованими одна відносно іншої в евклідовому просторі.

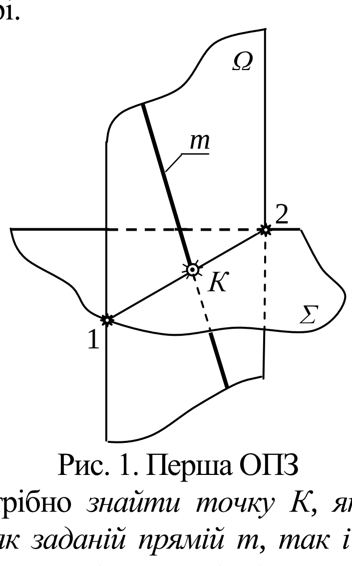


Рис. 1. Перша ОПЗ

Потрібно *знайти точку К, яка належить як заданій прямій т, так і заданій площині* $\boldsymbol{\Sigma}$. У цій ситуації відразу ж постає природне запитання: «Коли точка належить площині?». На нього, як відомо, є чітка, однозначна відповідь: «Тоді, коли вона належить деякій прямій (скажімо, (1–2)) заданої площини». Але шукана точка *К* належить також і прямій *т*, тому *т* і (1–2) перетинаються виключно в точці *К*. Далі констатуємо факт, що прямі *т* і (1–2) у власному перетині визначають деяку (єдину) площину $\boldsymbol{\Omega}$.

Звичайні, майже інтуїтивно наведені міркування лежать на поверхні й вони, як з'ясувалося, обґрунтовують невідворотну з'яву деякої площини-посередника $\boldsymbol{\Omega}$. Можна гіпотетично припустити, що в динаміці умоглядних алгоритмічних дій їй відведена не остання роль.

Дійсно, щоб побудувати у площині $\boldsymbol{\Sigma}$ пряму (1–2), якій гарантовано належить точка *К* заданої прямої *т*, потрібно, перш за все, ввести в розгляд саме цю площину $\boldsymbol{\Omega}$, яка містить пряму *т*, і тільки потім визначитися із прямою (1–2) як інциденцією двох площин $\boldsymbol{\Sigma}$ і $\boldsymbol{\Omega}$. На останок, у перетині прямих *т* и (1–2), зафіксуємо шукану точку *К*. Як бачимо, для прямої *т* і площини $\boldsymbol{\Sigma}$ алгоритм побудови їх спільної точки *К* однозначно описується трьома конкретними, чітко уявлюваними процедурами: **1)** *через дану пряму* ***т*** *проведемо* деяку допоміжну площину $\boldsymbol{\Omega}$; **2)** *побудуємо пряму* **(1–2)** перетину *даної площини* $\boldsymbol{\Sigma}$ *і площини-посередника* $\boldsymbol{\Omega}$; **3)** *знайдемо точку* ***К*** *перетину прямих* ***т*** і **(1–2).**

З методологічної точки зору важливо, що природна реальність і строга послідовність цих кроків безсумнівні, очевидні для тих, хто вчиться, оскільки алгоритм операцій у представленнях індукується і обґрунтовується базовими геометричними поняттями та всім відомими твердженнями, на диво простими і несуперечливими розмірковуваннями.

Заради вичерпного розуміння суті описаного методу особливо важливо бачити, що задача на відшукання точки *К* перетину прямої *т* і площини $\boldsymbol{\Sigma}$ включає в себе другу основну позиційну задачу (ОПЗ-2) – на побудову прямої (1–2) перетину двох площин

Σ і ***Ω***. З іншого боку, задача на відшукання спільної прямої двох площин, у решті решт, зводиться до задачі на перетин прямої і площини. Частково, в одній із даних площин можна вибрати дві різні прямі й знайти їх точки перетину із другою площиною. Таким чином, *обидві позиційні задачі тісно внутрішньо переплетені, споріднені між собою.* Більше того, *кожна з них розв'язується через іншу.* Таке обопільне включення вказує не лише на спорідненість, але і на суперечливість алгоритмів розв'язання цих задач.

На перший погляд здавалося б, що це – безвихідь, глухий кут. Усе ж, як ми зараз з'ясуємо, ситуація може залишатися підконтрольною суб'єкту навчання. Справа в тому, що теоретично через пряму *m* проходить пучок площин із віссю *m*. Тому на проекційному кресленні у вказаному пучку площину ***Ω*** потрібно **вибирати** не як завгодно, а ***осмислено, зважено, вдало*!** Так, щоб процес відшукання точок 1 і 2 прямої (1–2) був якомога простішим, зарання запрограмованим у зримих уявленнях, майже очевидним у побудовах. На практиці, в цій реальній ситуації саме у виборі площини ***Ω*** проявляється рівень кваліфікації виконавця конструктивних дій. Тільки вдалий її вибір розриває замкнене коло і ліквідовує суперечливість. До речі, ***вдало обраною*** в більшості випадків вважають площину-посередник ***Ω частинного розташування* – *проекціювальну*** або ж ***рівня***. В кожному випадку «вдала» проекціювальна площина-посередник просто задається на проекційному кресленні і, дякуючи збиральній властивості її слід-проекції, забезпечує ефективний шлях до візуального представлення розв'язуваної задачі.

Для вичерпної поінформованості зауважимо, що ОПЗ-2 теж не обов'язково розв'язувати «в лоб», безпосередньо через ОПЗ-1. Задачу можна геометрично узагальнити, словесно перефразувати, звівши в конструктивній реалізації до упорядкованого розв'язання двох однотипних пропозицій на перетин площини загального розташування із площиною частинного розташування, щоразу осмислено, вдало ввівши останню за дотепним вибором суб'єкта навчання. Уявимо собі дві різні площини ***Σ*** і ***Λ*** загального розташування, пряму *KL* перетину яких потрібно побудувати (рис. 2): **1)** *перетнемо* задані площини третьою, вдало вибраною площиною $\boldsymbol{\Omega_1}$**; 2)** *знайдемо* прямі (1–2) і (3–4) перетину площини-посередника $\boldsymbol{\Omega_1}$ із кожною з даних площин ***Σ*** і ***Λ*; 3)** *зафіксуємо точку* ***К*** перетину побудованих прямих (1–2) і (3–4). Очевидно, що саме ця точка й буде однією з шуканих. Аналогічно, скориставшись *допоміжною площиною* $\boldsymbol{\Omega_2}$ (з відомих причин $\boldsymbol{\Omega_2}$ зручно обирати паралельною $\boldsymbol{\Omega_1}$), знаходимо ще одну потрібну точку *L*, яка з точкою *К* *визначить спільну пряму* ***KL*** заданих площин ***Σ*** і ***Λ***.

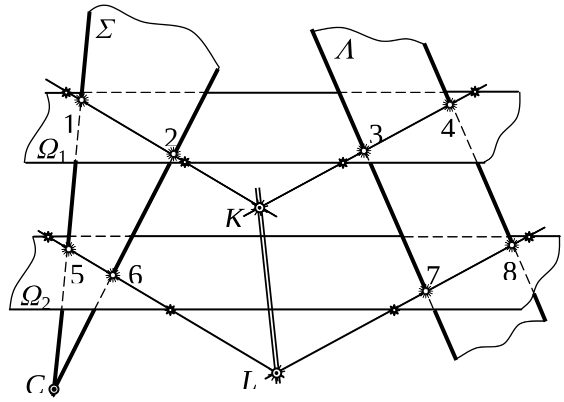


Рис. 2. Друга ОПЗ

Не секрет, що обраний шлях до результату в ОПЗ-2 в жодному разі не виключає складовою з її внутрішнього змісту ОПЗ-1 – точка 1, приміром, є спільною точкою прямої *AC* і площини $\boldsymbol{\Omega_1}$. Проте остання, в якості допоміжного об'єкта, свідомо представлена в запропонованому алгоритмі дій спрощено. Адже площини $\boldsymbol{\Omega_1}$ і $\boldsymbol{\Omega_2}$ вибираються власноруч виконавцем побудови і займають частинне розташування. Саме цей факт гарантує успіх, виключаючи закладену теорією безвихідність у випадку з ОПЗ-2.

Приклад 2 (з області «практика»).

Задача. *Ребро куба рівне а. Найдіть відстань від вершини куба до його діагоналі, яка з'єднує дві інші вершини* ([3], §5, № 36).

Так сформульовану задачу вважати стереометричною можна тільки умовно, оскільки вона відразу ж зводиться до планіметричної. Для цього достатньо вершину

A_1 і діагональ AC_1 куба віднести до прямокутного трикутника AA_1C_1 (рис. 3, $\angle A_1 = 90°$), з вимірами: $AA_1 = a$, $A_1C_1 = a\sqrt{2}$, $AC_1 = a\sqrt{3}$. Залишилося скористатися відомими формулами, щоб знайти відстань A_1O як висоту, проведену з вершини прямого кута A_1 на гіпотенузу AC_1: $A_1O = a\sqrt{\frac{2}{3}}$. Й це все. Де *стереометрія*, її поняття, факти ..., *використані* в роботі? Зараз, на жаль, вони не затребувані!

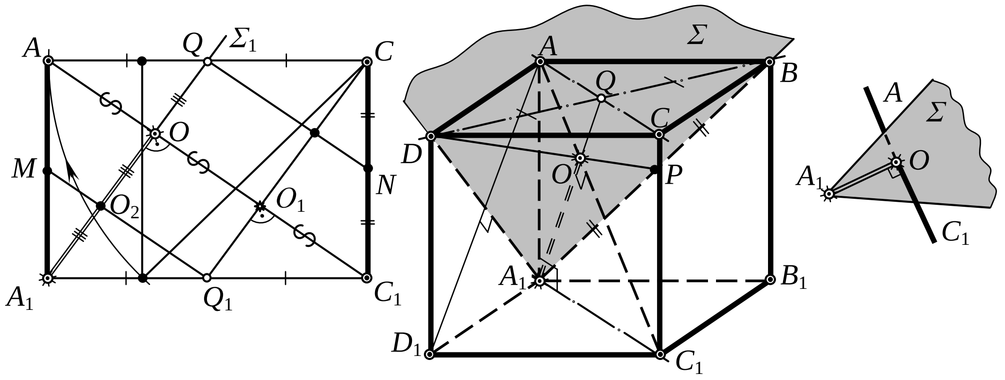


Рис. 3. Графічне моделювання методів розв'язання задачі

Задача, що має характер вправи, не є творчо-розвивальною, в ній *відсутня новизна* **дій**. В 11-му класі таку умову потрібно «**геометрично підсилити**», а саме: «*Ребро куба рівне а.* ***Опустіть*** *перпендикуляр із вершини куба на його діагональ, яка з'єднує дві інші вершини.* ***Знайдіть*** *довжину цього перпендикуляра графічно та обчислювально*».

Більш потужне формулювання умови первинно передбачає певні суто *стереометричні перетворення*, які в уявленнях і конструктивних діях пов'язують шуканий відрізок A_1O з елементами куба, а вже потім – формально-логічне і графічне обчислення його довжини з оцінкою точності закономірних, строго виважених рисункових операцій.

1-*й спосіб розв'язання*. Акцентуємо увагу на ***загальногеометричній*** **схемі** пошуку шляху розв'язання задачі у просторі: **1**) через точку A_1 проведемо геометричне місце прямих (площину), перпендикулярних прямій AC_1; **2**) знайдемо точку O перетину проведеної площини із заданою прямою; **3**) з'єднаємо точки A_1 і O відрізком шуканого перпендикуляра.

На зображенні площину $\boldsymbol{\Sigma}$ $(A_1DB) \perp AC_1$ просто побудувати, звернувшись до узагальненої теореми *про три перпендикуляри* і двічі скориставшись в уявленнях (і на рисунку) ***внутрішнім*** *ортогональним проекціюванням*. Дійсно, AC_1 проекціюється на ліву грань куба AA_1D_1D за напрямом $B \to A$ в діагональ AD_1 цієї грані. Але $DA_1 \perp AD_1$, що безсумнівно. Таким чином, пряма DA_1 перпендикулярна прямій AD_1 – проекції похилої AC_1. Тому вона перпендикулярна також самій похилій: $DA_1 \perp AC_1$. Аналогічно обґрунтовується факт перпендикулярності прямих AC_1 і BA_1 (тут ***внутрішнє*** проекціювання матиме напрям $C \to B$).

Точка O перетину діагоналі AC_1 із площиною $\boldsymbol{\Sigma}$ (A_1DB) будується за класичним алгоритмом дій (ОПЗ-1). В якості площини-посередника зручно обрати площину діагонального перерізу куба $\boldsymbol{\Lambda}(AA_1C_1C)$, оскільки $\boldsymbol{\Sigma}$ і $\boldsymbol{\Lambda}$ уже мають одну спільну точку A_1; другу спільну точку Q знаходимо дякуючи площині-посереднику $\boldsymbol{\Omega}(ABCD)$, яка задана верхньою гранню тіла (ОПЗ-2):

1) $\boldsymbol{\Sigma}(A_1DB) \cap \boldsymbol{\Omega}(ABCD) = DB$;

2) $\boldsymbol{\Lambda}(AA_1C_1C) \cap \boldsymbol{\Omega}(ABCD) = AC$;

3) $AC \cap DB = Q$;

4) A_1Q;

5) $O = A_1Q \cap AC_1$.

2-*й спосіб розв'язання.* З іншого боку, треба «бачити розумом», що багатогранники ADA_1B и C_1DA_1B (кожний окремо) представляють собою правильні трикутні піраміди зі спільною основою DA_1B. Тому вони співвісні, а їх висоти, проведені з вершин A і C_1, розташовуються в різних півпросторах відносно площини основи і належать одній прямій (діагоналі куба, $AO + OC_1 = AC_1$). Ця діагональ перпендикулярна площині основи (DA_1B) і, природно, проходить через точку перетину медіан рівностороннього трикутника DA_1B: $O = A_1Q \cap DP$. Звертаємо увагу на той факт, що в цьому випадку задача коректно і строго розв'язується виключно в уявленнях, а її кінцівка в побудовах – елементарна! Однак про існування площини Σ (A_1DB) $\perp$ AC_1 варто пам'ятати завжди.

3-*й спосіб розв'язання.* Провівши у прямокутнику AA_1C_1C (на винесеному кресленні діагонального перерізу куба) $CQ_1 \| QA_1$, $QN \| AC_1$ і $Q_1M \| AC_1$, будемо мати: $AQ = QC = A_1Q_1 = Q_1C_1$. Звідси, за теоремою Фалеса, $A_1O_2 = O_2O = OQ$. Тому точка O не лише належить медіані A_1Q рівностороннього трикутника A_1DB, але ще й ділить її у відношенні 2:1, рахуючи від вершини A_1. Це ще один варіант доведення того, що основою высоти правильної трикунної піраміди AA_1DB є точка O, а $AC_1 \perp \Sigma(A_1DB)$. До речі, з цих самих міркувань випливає: $AO = OO_1 = O_1C_1$, тобто точки O і O_1 розділяють діагональ AC_1 на три рівні частини, що на практиці, як факт геометрії куба, варто особливої уваги.

4-*й спосіб розв'язання.* На винесеному кресленні точка O розділяє відрізок A_1Q у тому ж відношенні, в якому однойменна точка ділить його однойменний відрізок на зображенні куба. Таким чином, маючи винесене креслення діагонального перерізу куба, можна успішно вирішити питання побудови перпендикуляра, опущеного з його вершини A_1 на діагональ AC_1.

5-*й спосіб розв'язання.* У правильному трикутнику AA_1C_1 точка O, як основа перпендикуляра, опущеного з вершини A_1 прямого кута на гіпотенузу AC_1, просто розраховується, адже:

$$\frac{AA_1^{\,2}}{A_1C_1^{\,2}} = \frac{AO}{OC_1} \Rightarrow \frac{AO}{OC_1} = \frac{1}{2}.$$

Завершення **графоаналітичних** випробувань на зображенні очевидне.

Відрізок A_1O – шуканий. Обчислювальний етап задачі тривіальний: $A_1O = \frac{2}{3}A_1Q = \frac{2}{3}a\sqrt{\frac{3}{2}} = a\sqrt{\frac{2}{3}}$, що чітко продемонстровано рисунком 3. Окрім того, якщо на цьому рисунку відрізок AA_1 обрати оригінальним ребром куба (рухом «покласти» ребро на площину зображень; нехай, напр., *а = … мм*), то на винесеному кресленні можна ретельно заміряти справжню відстань A_1O й ***оцінити точність графічних операцій***. Це додасть віри до диво-науки «Геометрія», переконає учня в її істинності та життєвій придатності.

Неважко побачити, що проста в розумінні формальних виражень задача, переформульована з наголосом на її геометричну сутність, набуває вищого ступеня якості, розв'язується унаочнено у просторі та на проекційному кресленні **п'ятьма** різними способами.

Висновки. Системне, глибоко усвідомлене, помірковане вкраплювання елементів конструктивізму в освітянський процес у сфері науки «Геометрія» стає дійовим фактором індивідуалізації навчання та інтелектуального розвитку студентів, а *вміння шукати і знаходити методологічно несхожі варіанти* розв'язання різнохарактерних пропозицій в обчислювальних, **графічних і графоаналітичних** реалізаціях є ознакою мислячої особистості, проявом творчості у професійному опануванні першопредмета.

До того ж, **уявлення** суб'єкта навчання індукують наочно-образні та логічні **дії**, частково, для виконання операцій внутрішнього проекціювання в умовах, коли особисто ним вибираються напрям і площина проекцій. Доречні поняття і факти стереометрії ***необхідно «вилучаються» із розуму*** *того хто вчиться* й відразу ж **залучаються** до ефективного пошуку *результату.* Зримо візуалізовані схеми просторової діяльності, **естетичні** смаки і **технологічні** навички зображувальних операцій осмислено, акуратно реалізовуються в якісних, поетапно виконуваних бінарних площинних **моделях**, ізоморфних оригінальним об'єктам.

Психологи вважають, що світ у зримих образах, на відміну від світу в формально-символічних, вербальних поняттях, репродукується у свідомості людини багатообразно, у всіх можливих зв'язках і відношеннях. Виключно в образах світ, що оточує нас, сприймається в своєму реальному розмаїтті, динаміці (русі), видимих і, як в науці, в гіпотетично сформульованих, а потім строго обгрунтованих й усвідомлених **змінах**, ***котрі індукують інтелектуальні відкриття, прогрес*** – виявлення нових, ще невідомих зв'язків і відношень. Як з'ясувалося, конструктивний підхід у навчанні дисципліни «Геометрія», не виключаючи формально-аналітичних виражень і обчислень, єдино правильний, істинно ефективний у розвитку динамічних стереотипів мислення майбутніх учителів. *Наочно-образне та логічне мислення в рівній мірі є компонентами просторового мислення,* роз'єднувати їх зле, оскільки штучно створений дефіцит представлень, навичок уявлюваної розумової діяльності, демонстрації наочних операцій із фігурами на проекційних кресленнях робить неможливим розвиток логіки мислення студента (учня) засобами всюдисущої геометрії.

Теорія і практика евклідової геометрії в багатьох її проявах містить зовнішньо «невидимі», приховані прояви конструктивізму. Майбутній учитель зобов'язаний сформувати вміння їх розпізнавати, вирізняти в підручниках і, при нагоді, в розвивальних цілях **створювати штучно, навмисно**, оскільки виключно **метод системної алгоритмізації** операцій, **діяльнісної візуалізації** геометричних істин вельми ефективний в особистісному творчому розвитку, оволодінні суб'єктом навчання ще не до кінця пізнаними закономірностями і фактами.

1. Александров А.Д. Основания геометрии / А.Д.Александров. – М.: Наука, 1987. – 288 с.

2. Зенкевич И.Г. Не интегралом единым / И.Г.Зенкевич. – Тула: Приокское изво, 1971. – 136 с.

3. Погорєлов О.В. Геометрія: Стереометрія: підручник для 10-11 кл. серед. шк. – 4-те вид. – / О.В.Погорєлов. – К.: Освіта, 1998. – 128 с.

4. Прокопович Т. Філософія в Києво-Могилянській академії / Т.Прокопович // Філософська думка. – 1970. – №5. – С. 98-110.

5. Сенкевич А.К. Математика. Воспитание через предмет: В помощь учителю математики / А.К.Сенкевич. – Куйбышев, 1965. – 47 с.

6. Шарыгин И.Ф. Нужна ли школе XXI века Геометрия? / И.Ф.Шарыгин. // Математика в школе. – №4. – 2004. – С. 72-79.

7. Швець В.О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2009. – Вип. 32. – С. 16–23.

***Резюме.* Ленчук И.Г. СКРЫТЫЙ КОНСТРУКТИВИЗМ УЧЕБНИКА «ГЕОМЕТРИЯ».** *Обосновывается настоятельная необходимость обучения геометрии на основании конструктивного подхода. Конструктивно-генетический метод «усиливает» геометрический смысл предложений. Продемонстрировано примерами наличие в учебниках скрытых проявлений конструктивизма. Ставится ударение на вариативности возможных методов*

решения геометрических задач.

Ключевые слова: *конструктивизм, наглядное представление, деятельная визуализация, графический* (*графоаналитический*) *методы*.

***Abstract.* Lenchuk I. HIDDEN CONSTRUCTIVISM TEXTBOOK «GEOMETRY».** *The author emphasizes the importance of understanding geometric concepts, reasoning and sense reasoning, skilled use of technologies already cognized theory to solve it adequate theoretical and practical (applied) problems. The future teacher must realize that the geometry should be admired. Geometry requires the strict logic and illustrates a thorough rethinking of representations and actions. So we are justified the need for engagement constructive genetic method for efficient learning of geometry, because it significantly "enhances" its geometric interpretation.*

No other reception of mastering the discipline, its forms and methods of solving varied and multilevel tasks other than constructive, the basis of which is strongly motivated, turn-based graphical visualization of imaginary operations towards the result is not effective. The teacher who uses a constructive approach to teaching geometry, teaches put forward hypothesis, analyze the claim isolate knowledge that needed to study, build a logical framework reasoning and conclusions, are designed to implement the rules, guidelines actions geometric modeling situations (with variations).

We encourage interest in geometry as a science that promote learning motivation, development of visual-spatial imagery and logical thinking of students' in-depth knowledge and skills fundamental course that will be used by them in various spheres of life and future careers. Author demonstrates the presence of hidden (interlinear) manifestations of constructivism in the textbooks.

Key words**:** *constructivism, visual representation, active visualization, graphics* (*semi graphical*) *methods.*

References

1. Aleksandrov A.D. Foundations of Geometry / A.D. Alexandrov. – M.: Nauka, 1987. – 288 p.

2. Zenkevich I.G. Not a single integral / I.G. Zenkevich. – Tula: Priokskoe iz-vo, 1971. – 136 p.

3. Pogorelov O.V. Geometry: stereometry: Textbook for class 10-11 secondary school - 4th edition - / O.V. Pogorelov. – K.: OsvIta, 1998. – 128 p.

4. Prokopovych T. Philosophy at the Kyiv Mohyla Academy / T. Prokopovych // Philosophical Thought. – 1970. – №5. – P. 98 – 110.

5. Sienkiewicz A.K. Mathematics. Parenting through the object: To help the mathematics teacher / A.K. Sienkiewicz. – Kuybyishev, 1965. – 47 p.

6. Sharygin I.F. Do school XXI century geometry? / I.F. Sharygin. // Mathematics at school. – №4. – 2004. – P. 72 – 79.

7. Shvets V.A. Mathematical modeling semantic Line School of Mathematics // Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. – Issue. 32. – Donetsk: Firma TEAN, 2009. P. 16 – 23.

Стаття надійшла до редакції 18.03.2013 р.

ЭКСПЕРИМЕНТ В ОБУЧЕНИИ

Н.Х.Павлова,
доцент, Шуменский Университет
им.Епископа Константина Преславского, БОЛГАРИЯ

Дане дослідження здійснюється за підтримки фонду Наукових досліджень ШУ "Єпископа Константина Преславського". У статті наведено приклади експериментів на уроках інформаційних технологій згідно семіфазной моделі сценарію. Подану модель можна використовувати не тільки в навчанні інформаційним технологіям, але й в інших галузях освіти, таких як математика, інформатика та природничі науки. Основна мета даної роботи показати, що експеримент під час заняття може бути легким і швидким засобом, який призводить до ефективного навчання та сприяє розвитку можливостей самонавчання.

Ключові слова: *експеримент, навчання, активні методи.*

Постановка проблемы. Каждому поколению нужны специфические подходы в обучении. Современные школьники не желают заучивать определения и проводить сложные подсчеты. Они оправдываются тем, что всегда могут найти то, что им нужно в Интернете, а считать не надо так как есть множество программ, которые делают это быстрее, и не делают досадных ошибок. Учителям все сложнее удерживать внимание школьников и делать так, чтобы им самим хотелось учиться и запоминать факты, законы и т. д. Тут на помощь приходит старый подход – использование эксперимента во время занятий. Ощущение нового знания, наблюдение результатов и активное участие в опыте всегда было интересно школьникам. Конечно начало дали естественные науки. Проведение опытов во время уроков биологии, химии, физики всегда приносит положительные эмоции, а выводы полученные на этих занятиях, учащиеся запоминают надолго, без необходимости заучивать непонятные термины и определения.

Развитие новых технологий дает возможность использовать эксперименты и в других областях, таких как математика, информатика, информационные технологии, изобразительное искусство и т.д. Использование подходящего программного обеспечения помогает осуществлять симуляции, которые недоступны финансово для государственных школ среднего уровня. Однако в данной статье речь не об этом – тут мы покажем совсем простые примеры проведения эксперимента на уроках информационных технологий. В представленных примерах существует прямая связь с математикой. Експерименты дают школьникам яркий пример взаимосвязи математики и технологий.

Информатика наука молодая, но очень быстро развивающаяся. Это ставит людей перед нелегкой задачей учиться всю жизнь. Например, только бухгалтер освоил программное обеспечение, с которым ему приходится работать - сразу появляется новая версия, с новыми функциями и интерфейсом. Зачастую обучение не предлагается, и человек экспериментируя сам обучается работать с нововведениями. Именно этот факт наталкивает нас на идею, что обучение технологиям следует направить на проведение экспериментов, результаты которых приведут к выводам, как именно работает программа. Этот подход выбирают и школьники, когда им приходится самим осваивать новый продукт. Они не любят читать долгие инструкции. Им легче посмотреть демонстрации программного обеспечения и самим начать пробовать его использовать.

Анализ актуальных исследований. Чтобы использовать эксперимент во время занятий в школе, учителю следует иметь заранее подготовленный сценарий, так как не все дети имеют одинаковое желание, талант и способности справится со всеми этапами эксперимента. Существует множество теорий о том, какие этапы должны быть в одном эксперименте.

Проведение эксперимента во время занятий не всегда легкая задача. Согласно проведенному опросу [3] в 2011-2012 году среди учителей Европы, многие из них боятся использовать эксперимент, из-за недостаточного технического оборудования, нехватки времени, сложности и т. д. В зависимости от учебного предмета есть особая специфика проведения обучения в духе эксперимента. Удачные примеры в области естественных наук можно найти в [1, 7, 8, 9, 10]. В области математики разработано много качественных материалов с помощью продукта GeoGebra [8]. В данной работе будем использовать модель, апробированную в проекте Pathway [2]. В проекте приняли участие тысячи учителей в основном из Европы. Более подробное описание проекта и использованной в нем теории на русском языке можно найти на [5].

Возможность использовать активные методы становится популярной особенно в последние годы, когда уровень информационных технологий и техническое оборудование в школах вышли на более высокий уровень. Примеры организации проектов, исследований и экспериментов встречаются во многих учебниках, например в [6].

Цель статьи – *показать, что применение эксперимента во время уроков является доступным, интересным и эффективным методом обучения.*

Изложение основного материала. Согласно [4] исследовательский сценарий проходит семь основных фаз. Сценарий может быть фрагментом урока, самостоятельным уроком или длиться на продолжении нескольких уроков. В обучении информационным технологиям обычно речь идет о фрагментах урока. В зависимости от степени самостоятельности и творчества школьников есть разница в виде мероприятий по отдельным фазам. В результате обучения с использованием данного подхода, школьники постепенно привыкают находить самостоятельно ответы на поставленные вопросы, а не ждать готовую информацию от учителя. Учитель со своей стороны превращается скорее в „помощника“, который помогает „исследователям“ достигнуть цели. Роль ментора, который дает готовое знание, уходит на задний план.

На Рис. **1** показана последовательность образовательных мероприятий для осуществления типового открытого учебного сценария. Если учитель выберет сценарий с более слабым творческим участием школьников, то разница в мероприятиях будет в глаголе, описывающем действие, например: поставить рассмотреть. Таким образом учитель может дать в готовом виде „часть эксперимента“.

Пример „Типы данных“ в Microsoft Excel

Изучения Microsoft Excel редко доставляет удовольствие школьникам. Во время изучения данной программы, согласно учебной программе действующей в Болгарии, школьники не имеют опыта работы с типами данных в программировании. Во время обучения осуществляется связь с математикой (тема „Работа с данными“).

Опыт показывает, что если задать данные сразу с помощью примеров, обучаемые быстро забывают некоторые из них и допускают ошибки, например:

- пишут вручную знак валюты;
- пишут вручную полную дату;
- не умеют составлять собственный тип;
- имеют проблемы, когда в настройках „десятичная запятая“, обозначена точкой.

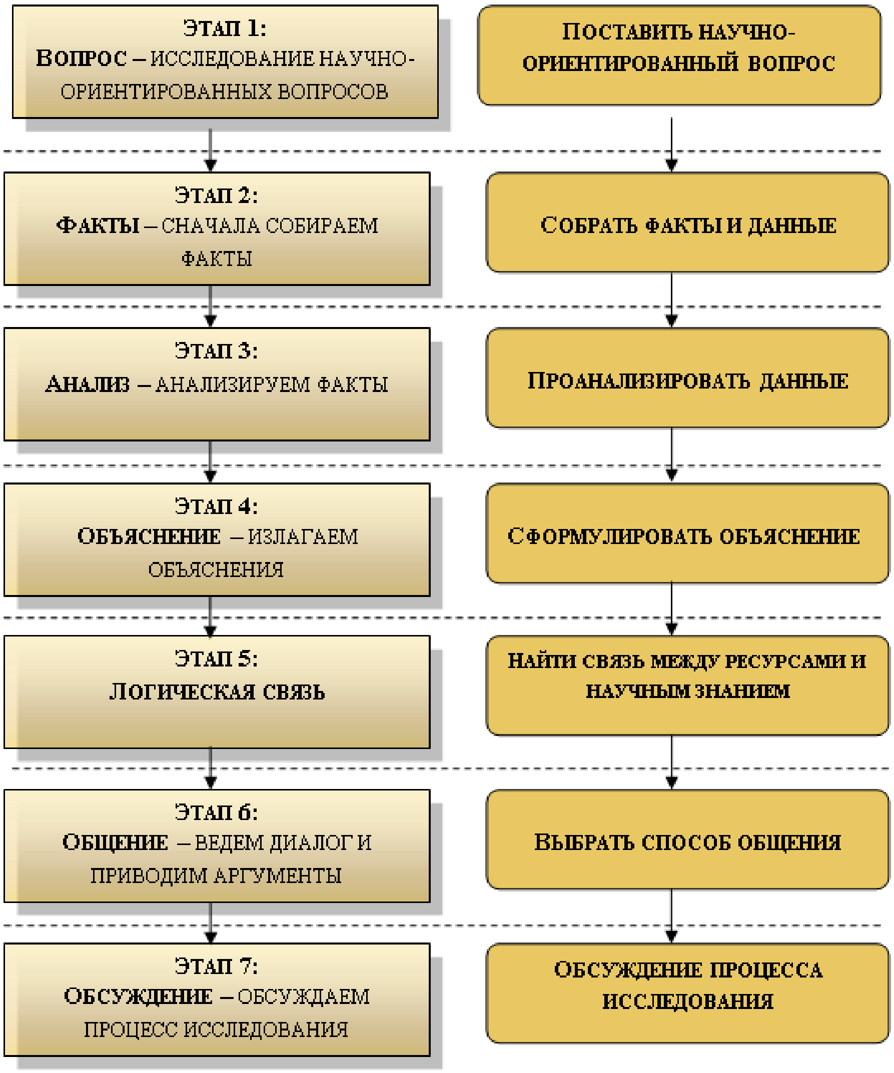


Рис. 1. Последовательность мероприятий для типового открытого учебного сценария

Это далеко не все ошибки, но они представляют проблему, на решение которой направлено обучение с помощью эксперимента.

По фазам эксперимента (Рис. **1**) в данном примере следуют мероприятия:

I. Задаем вопросы:

– Можно ли записать все данные в таблицу как текст? Сможем ли мы осуществлять подсчеты, создавать диаграммы с помощью текста?

– Когда мы записываем данные, как система понимает, что там написано (число, символ, процент, валюта, дата и т.д.)

II. Ставим задачу написать в столбец „слова“: мама; 1 октября; 5 штук; 1/2/99; 3,14; 3.14; 10765.456; 10765,456; 500 рублей; 100 $; 123456789123456789.

Комментируем, как именно выглядит результат. Примерный вариант показан на Рис. **2**. Конечно, возможны вариации в зависимости от индивидуальной настройки системы.

	A
1	мама
2	1 октября
3	5 штук
4	1.2.1999
5	3,14
6	март.14
7	10765.456
8	10765,456
9	500 рублей
10	100 $
11	1,23457E+17

Рис. 2. Примерный результат эксперимента

III. Анализируем, почему так получилось.

IV. Формулируем гипотезы.

V. Записываем свои данные, чтобы проверить выдвинутую гипотезу.

VI. Обсуждаем результат и получаем окончательный вывод.

VII. Комментируем, какие еще особые случаи данных нам могут понадобиться. Как можно проверить, правильно ли мы их записали.

Данный пример возможно модифицировать согласно поставленным целям. Результаты апробации показывают, что этот эксперимент возбуждает интерес даже тех школьников, которые не проявляют интерес к информационным технологиям. Сначала они считают, что программа не работает, или что они допустили ошибку. Когда учитель сообщает, что все правильно, они сами начинают искать ответ, почему так случилось, сравнивать свои результаты с результатами своих одноклассников и думать, почему некоторые данные выравниваются влево, а другие вправо. Конечно после этого эксперимента тоже встречаются ошибки, но обучаемые быстро вспоминают данный опыт и в большинстве случаев справляются сами.

Пример „Нумерация объектов и ссылки“ в Microsoft Word

Возможно рассмотрение различных аспектов, но это пример о нумерации рисунка и установлении ссылок. Этапы следующие:

I. Задаем вопросы:

– Почему в учебниках важно, чтобы иллюстрации были пронумерованы?

– Что случится, если будем сами вручную нумеровать рисунки? Что случится, если в этом случае мы решим добавить, но не на последнее место новую фигуру? Что случится с ссылками?

II. Ставим задачу:

– вставить два рисунка в текст и пронумеровать их;

– установить ссылки к рисункам в тексте;

– вставить новый рисунок между двумя старыми, упомянуть рисунок в тексте.

III. Анализируем, что случилось с нумерацией рисунков – Рис. 3. Анализируем, что случилось со ссылками. Комментируем, почему так получилось.

IV. Формулируем гипотезы.

V. Добавляем еще рисунки и наблюдаем нумерацию и ссылки, чтобы проверить выдвинутую гипотезу.

VI. Обсуждаем результат и получаем окончательный вывод.

VII. Комментируем, какие еще случаи сходные данному можно ожидать.

Проведение данного эксперимента важно, так как школьники не понимают важность возможности автоматической нумерации и организации ссылок в документах с большим числом рисунков, таблиц и т.д.

Как правило, дети считают, что вполне достаточно все сделать вручную, ведь когда документ отпечатан, все равно никто не поймет, как это сделано. С помощью эксперимента и примера в виде энциклопедии с огромным числом рисунков, дети понимают, что ссылка – это легко и очень полезно.

Выводы. Из представленных примеров становится ясно, что эксперимент имеет свое место на уроках не только естественных наук и математике, но и во время преподавания информационных технологий. Данный подход является не только эффективным и эмоциональным, но и готовит школьников к долгому пути самообучения, который их ждет на всем продолжении жизни.

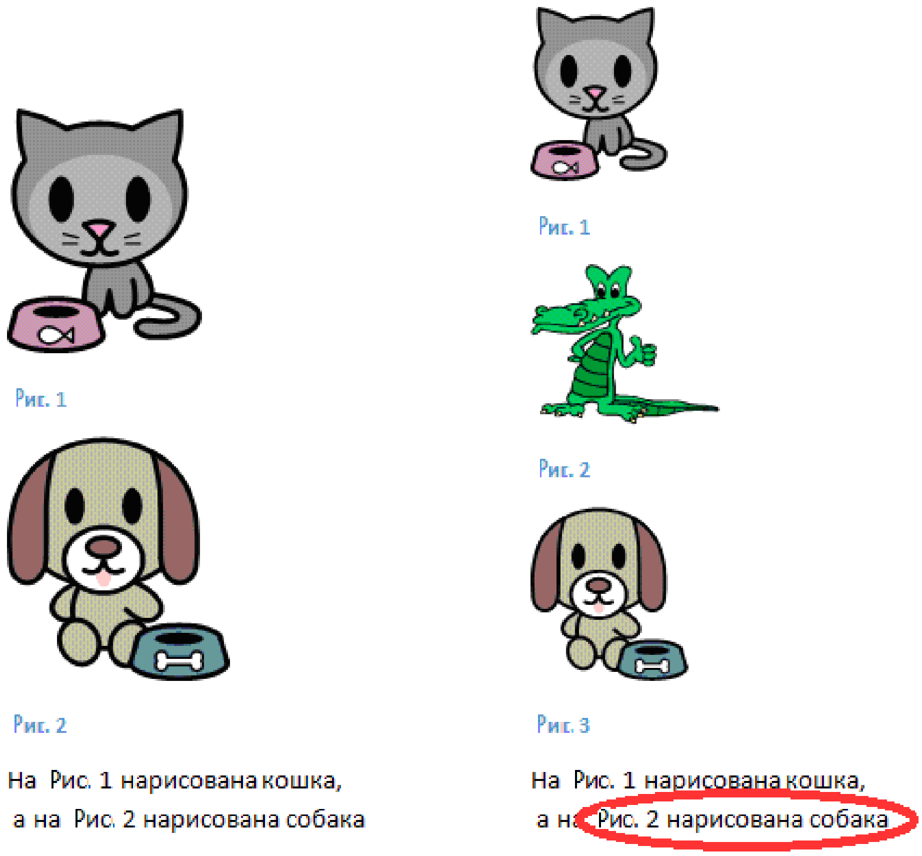


Рис. 3. Пример до и после добавления нового рисунка

1. *Best Practices of Inquiry-Based Science Education Methods and Activities, Editors:Bogner, F., Boudalis, K., Sotiriou, S.,, EPINOIA S.A., Pallini Attikis, Greece, 2012, ISBN: 978-960-473-324-8*

2. *Bogner, F. , Sotiriou, S., Project Proposal: The Pathway to Inquiry Based Science Teaching, (2010), (PATHWAY- SIS-CT-2010-266624)*

3. *Pavlova, N., Marchev, D., Borisov, B., Kyurkchieva, D., Radeva, V., Neumann, S., Needs Analysis Report. European State of the Art Report, 2013, ISBN: 978-954-577-658-8*

4. *Sofoklis, S., Xanthoudaki, M., Calcagnini, S., Zervas, P, Demetrios, D., The Pathway to Inquiry Based Science Teaching - D4.3 Teachers Guidelines, 2012*

5. *Гроздев, С., Павлова, Н., Марчев Д., Исследовательский подход в обучении по проекту Pathway, Информационные ресурсы в образовании, Материалы Международной научно-практической конференции, г. Нижневартовск, 17-19 апреля 2013 года, с. 27 - 31. ISBN 978-5-89988-996-7, Издательство НВГУ, Нижневартовск, 2013*

6. *Момчева, Г., Колева, Е., Информационни технологии за 9 клас, Просвета, София, 2012.*

7. *http://www.cosmosportal.eu/*

8. *http://www.geogebratube.org*

9. *http://www.osrportal.eu/*

10. *http://www.pathway-project.eu/*

Резюме. **Павлова Н. Х. ЭКСПЕРИМЕНТ В ОБУЧЕНИИ.** *В статье приведены примеры экспериментов на уроках информационных технологий согласно семифазной модели сценария. Представленную модель можно использовать не только в обучении информационным технологиям, но и в других областях образования, таких как математика, информатика и естественные науки. Основная цель данной работы - показать, что эксперимент во время занятия может быть легким и быстрым средством, которое приводит к эффективному обучению и способствует развитию возможностей самообучения.*

Ключевые слова: *эксперимент, обучение, активные методы*

Abstract. **Pavlova N. EXPERIMENT IN TEACHING.** *This investigation is supported by the Research Foundation of ShU "Episkopa Konstantina Preslavskogo." Simple examples of the experiment in the information technologies classes were given in the article. The model tested in the project Pathway, which was attended by thousands of teachers mainly from Europe was used in this paper. The purpose of this paper is to show that the application of the experiment during lessons is affordable, fun and effective learning method.*

Phases of the experiment such as asking questions, formulating hypotheses, analysis and discussion of the results, hypothesis testing and formulation of conclusions were shown by the example in this work.

The article proved, that if this approach will be used in teaching, students are gradually getting used to find answers to asked questions themself, rather than wait for ready information from the teacher. Teacher in his turn happens to be rather "assistant" which helps "researchers" to achieve the goal. Mentor, which gives ready knowledge, recedes into the background.

It is clear from the examples presented in the article that the experiment takes its place in the schoolwork not only during the teaching the natural sciences and mathematics, but also during the teaching of information technology. This approach is not only effective and emotional, but also prepares students for the long self-learning way that await them all their life.

Key words: *experiment, training, active methods.*

References

1. *Best Practices of Inquiry-Based Science Education Methods and Activities, Editors:Bogner, F., Boudalis, K., Sotiriou, S.,, EPINOIA S.A., Pallini Attikis, Greece, 2012, ISBN: 978-960-473-324-8*
2. *Bogner, F. , Sotiriou, S., Project Proposal: The Pathway to Inquiry Based Science Teaching, (2010), (PATHWAY- SIS-CT-2010-266624)*
3. *Pavlova, N., Marchev, D., Borisov, B., Kyurkchieva, D., Radeva, V., Neumann, S., Needs Analysis Report. European State of the Art Report, 2013, ISBN: 978-954-577-658-8*
4. *Sofoklis, S., Xanthoudaki, M., Calcagnini, S., Zervas, P, Demetrios, D., The Pathway to Inquiry Based Science Teaching - D4.3 Teachers Guidelines, 2012*
5. *Гроздев, С., Павлова, Н., Марчев Д., Исследовательский подход в обучении по проекту Pathway, Информационные ресурсы в образовании, Материалы Международной научно-практической конференции, г. Нижневартовск, 17-19 апреля 2013 года, с. 27 - 31. ISBN 978-5-89988-996-7, Издательство НВГУ, Нижневартовск, 2013*
6. *Момчева, Г., Колева, Е., Информационни технологии за 9 клас, Просвета, София, 2012*
7. *http://www.cosmosportal.eu/*
8. *http://www.geogebratube.org*
9. *http://www.osrportal.eu/*
10. *http://www.pathway-project.eu/*

Стаття представлена професором В.Мілушевим.
Надійшла до редакції 28.05.2013 р.

ON MEASUREMENT OF EFFECTIVENESS IN TEACHING MATHEMATICS
(Об измерении эффективности преподавания математики)

Dr. Igor Ya. Subbotin, Professor,
Department of Mathematics, College of Letters and Sciences,
National University, Los Angeles, USA,
e-mail: isubboti@nu.edu
Dr. Hassan Badkoobehi, Professor,
Department of Applied Engineering
School of Engineering and Technology,
Technology and Health Sciences Center, San Diego, USA,
e-mail: hbadkoob@nu.edu

У статті продовжується дослідження застосування нечіткої логіки до педагогічних вимірювань у викладанні математики.

Ключові слова: *навчання математики***,** *нечітка логіка, педагогічні вимірювання.*

There are some important concepts in the theoretical ground of the learning process allowing us to develop useful applications to everyday teaching. A Vygotsky concept of the Zone of Proximate Development (ZPD) is one of fundamentals here. L. Vygotsky [VL, p. 86] defines the ZPD as “the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers". Vygotsky argued that providing the appropriate assistance (scaffolding) gives the student enough of a "boost" to achieve the task. Once the student, with the help of scaffolding masters the task, the scaffolding can be removed and the student will be able to complete the task again on his/her own. In the learning process it is important to recognize and assess a student's intellectuality capacity. “The concept of scaffolding is a process, wherein an instructor provides only the needed support by providing tasks that will enable a learner to build on prior knowledge, and once the stage of zone of proximal development has been reached, the guidance is gradually removed” (http://projects.coe.uga.edu/epltt/index.php?title=Vygotsky%27s_constructivism#Vygotsky.27s_Theories). "The zone of proximal development defines those functions that have not yet matured but are in the process of maturation, functions that will mature tomorrow but are currently in an embryonic state. These functions could be termed the "buds" or "flowers" of development rather than the "fruits" of development" ([VL, p.86]). How to formally measure this ZPD application effectiveness? We try to formalize these ideas and make its applications measurable using the following concept developed by J. Voss in [VJ]. He argued that learning, as a specific case of knowledge transfer, consists of successive problem-solving activities, in which the input information is represented of existing knowledge with the solution occurring when the input is appropriately represented. This process implements the following states: a) representation of the input data, b) interpretation of this data, c) generalization of the new knowledge, and d) categorization of this knowledge. The states a and b could be combined in one state of interpretation the new knowledge. M. Voskogloy in the article [VM] has developed an appealing Fuzzy Logic applications based on the Voss’s theory. Created by L.A. Zadeh ([Z1], [Z2]), Fuzzy Logic has been proven to be extremely productive in many applications (see, for example, [KF], [W], [BE]). There are also some interesting attempts to implement Fuzzy Logic ideas in the field of education ([VM], [EO], [PS], [SBB], [SBB1], [SMB]).

We consider in details the approach suggested in [VM], and will employ it for determining relative probabilities of the overall states in the iterative instructional model.

In [VM] the following construction has been developed. Let A_i , $i=1,2,3$, be the states of interpretation, generalization, and categorization respectively, and a,b,c,d,e - the linguistic variables of negligible, low, intermediate, high, and complete acquisition of knowledge respectively of each of the A_i. M. Voskoglou considers the set $U = \{a,b,c,d,e\}$ and represents the A_i's as Fuzzy sets in U. He denotes by n_{ia}, n_{ib}, n_{ic}, n_{id}, n_{ie} the numbers of the students that have achieved negligible, low, intermediate, high, and complete acquisition of the state A_i respectively and defines a membership function m_{A_i} by $m_{A_i}(x)=\dfrac{n_{ix}}{n}$ for each $x \in U$ and, therefore, one can write $A_i = \{(x, \dfrac{n_{ix}}{n}):x\in U\}$, where $\sum\limits_{x\in U} m_{A_i}(x)=1, i=1,2,3.$ A Fuzzy relation can be considered here as a Fuzzy set of triples, each one of which possess a degree of membership belonging [0, 1]. Consider farther the Fuzzy relation

$$R=\{(s, m_R(s): s=(x,y,z)\in U^3\}$$

where the membership function defined by

$$m_R(s)=m_{A_1}(x)\ m_{R_2}(y) m_{R_3}(z), \text{ for all } s = = (x,y,z)\in U^3.$$

This Fuzzy relation R represents all the possible profiles of student's behavior during the learning process. Further, M.Voskoglou develops the procedure of comparing few groups of students based on his ideas and supplies the article with examples showing straightforwardness of its applications. Instead of different groups of students we can consider the same class of students on different steps of learning process. M.Voskoglou in [VM] described the application of the developed procedure in the following way. Let us consider a group G of n students during the process of learning in the classroom, $n \in N$, $n \geq 2$. Obviously, from the point of view of the teacher, there exists an uncertainty about the degree of acquisition of each state of the process from his/her students, a fact which gave us the hint to introduce the Fuzzy sets theory in order to achieve a mathematical representation of the process of learning in the classroom. For this, let us denote by A_i, $i=1, 2, 3$, the state of interpretation, generalization and categorization respectively, and by a, b, c, d, e the linguistic labels of negligible, low, intermediate, high and complete acquisition respectively of each of the A_i's. Consider the set $U = \{a,b,c,d,e\}$, then we are going to represent the A_is as Fuzzy sets in U. In fact, if n_{ia}, n_{ib}, n_{ic}, n_{id} and n_{ie} denote the numbers of the students that have achieved negligible, low, intermediate, high and complete acquisition of the state A_i respectively, $i=1, 2, 3$, we can define the membership function mA_i by $mA_i(x)=n_{ix}/n$, for each x in U and therefore we can write $A_i=\{(x,n_{ix}/n): x \in U\}$. It becomes clear then that $\sum mA_i(x)=1$, $x \in U$, $i=l,2,3$ .At this point notice that a Fuzzy relationship, like the classical ones, can be considered as a Fuzzy set of tuples each one of which possesses a degree of membership included between 0 and 1. Consider now the Fuzzy relation $R=\{(s, m_r(s)):s=(x, y, z) \in U^3\}$, where the membership function mR is defined by $mR(s)=mA_l(x)mA_2(y)mA_3(z)$, for all $s=(x,c,z)$ in U^3. This definition satisfies the axioms of aggregation operations in Fuzzy sets and further we have that $\sum mR(s)=1$. The Fuzzy relation R represents all the possible profiles (overall states) of the behavior of a student during the learning process. In the next, and in order to simplify our notation, we shall write m_s instead of mR(s). Assume now that one wants to study the behavior of k groups of students during the learning process of the same subject, or the behavior of the same group of students during the learning process of k different subjects, $k \in N$, $k \geq 2$. In this case it becomes necessary to introduce the Fuzzy variables $A_i(t)$, where $i=1, 2, 3$ and $t=1,2, ... k$. Then the pseudofrequency $f\ (s)$ of the overall state $s(t)$ is k given by the sum $\sum m_s(t)$, while the probability of $s(t)$ is $t=l$ given by $p(s)=f(s)/\sum f(s)$, where $\sum f(s)$ denotes the sum of all pseudofrequences. But, since $\sum m_s=1$, it becomes clear that $\sum f(s)=k$ and therefore $p(s)=f(s)/k$. Finally the possibility of $s(t)$ is given by $r(s)=f(s)/max\ f(s)$, where $max\ f(s)$ denotes the maximal pseudofrequency. The possibility of $s(t)$ measures the degree of evidence of combined results, i.e. in other words one may say that $r(s)$ gives the "relative probability" of $s(t)$ with respect to the other overall states.

In the current article we accommodate the M.Voskogloy's ideas toward the measurement of efficiency of scaffolding in teaching upper division mathematics courses.

The authors of the current article teach upper division online mathematics classes for prospective mathematics school teachers and engineering students at the National University, California, USA. One of the most difficult classes here is linear algebra. The most abstract and therefore the most difficult topics in this course is the chapter dedicated to the general concept and properties of a vector space. Studying this material, students should read the corresponding book chapter, solve a significant amount of problems, answer for the board discussion questions, participate in a live format virtual synchronized classroom sessions, and take tests. Taking into account the following G. Polya's [PG] important remark: "For an effective learning the learner discovers alone the biggest possible, under the circumstances, part of the new information", we try to provide scaffolding in the most efficient way supporting the students' independent and group work. We want to offer this help at the appropriate point when this scaffolding works most efficiently. In the current article, the authors, based on the collected experimental data determined this appropriate point and the most possible profile of performance. During the instruction process, we effectively used the Iterative Instructional Model (IIM) as an efficient tool which is based on extended spirally organized iterations of the learning material, activities and skills in the learning process. One of the main goals of the learning process is long-term retention and knowledge transfer. In contrast to the traditional consecutive translation along with the material, with polishing of all details before reaching the next step, the iterative approach suggests a holistic approach exploring all sides of a problem. This is some kind of analogy of the well-known in mathematics iteration process. Recall that the iteration is the repeated application of a mathematics procedure, where each step is applied to the output of the preceding. The physiological effectiveness of the iterative approach based on our memory properties. Our brain codes the learned information and stores it coded. To retrieve this information, the brain needs to decode it. The speed and efficiency of decoding (retrieving) depend on an amount of ways (connections) of the information decoding. The right way of learning requires creating and developing as many ways of decoding as possible. We can reach this goal by practicing, active discussions, and other activities using all possible kinds of memory (visual, motor, audio, and so on), employing the holistic approach, and raising vertical and horizontal connections between main parts of the material. A very important component here is the developing of strong connections with the already learned material.

Based on the implemented Iterative Instructional Model (IIM) (see for example [SB, SMB]), we can consider here the following tree important states of the knowledge acquisition process.

State A1. First iteration (no or very little scaffolding): Developing of main basic knowledge, first look at the "road map" of the topic (corresponds to Voss's stages of representation and interpretation of the input data). At this step, the students read and try to understand main definitions such as the concepts of the vector space axioms, an abelian group, a field, a vector space over a field, a dimension of a space, and so on. All of these concepts are quite abstract; they require very serious efforts from the beginners in order to understand it and, what is more important, to "feel" them. Actually the later is the main goal of the entire process of learning acquisition (and we hope to reach it at the state 3). At the beginning, the students try to understand these concepts and to learn by hart these definitions. They do it mostly independently, having some very brief instructor interactive support (emails, lecture materials, internet sources, book reading). It worth nothing to understand that at this stage, the students just obtain a very superficial and formal understanding of the material. The teacher's help here is restricted and minimal. However, using the student forum option, the students can get some help from their peers. The group work at this stage is highly recommended.

State A2. Second iteration (actual scaffolding): Developing of general main knowledge, considering "a main infrastructure map" of the topic (corresponds to Voss's stage of generalization of the new knowledge). At this step, the student should operate with the terms from the paragraph above, formally manipulate with them, to learn their relationships. Solving well constructed and organized in target set of simple exercises operating with the main concepts and clarifying their general relations is extremely helpful at this stage. Again, the groups work and paired assignments are great tools at this stage. The instructor help in solving and explaining problems is welcome here.

Sate A3. Third iteration (major teacher centered help), " a detail map": Developing of completed detail knowledge in the topic (corresponds to Voss's stage of categorization of the new knowledge). The best tools here are the discussion and the summarizing lecture in which the instructor provides detail information and demonstrate proofs of the main results. For this state we successfully use well known direct explicit instruction. Explicit Direct Instruction, usually shortened to EDI, is a strategic collection of instructional practices combined together to help teachers design and deliver well-crafted lessons that explicitly teach content, especially grade-level content, to all students. EDI is based on teacher-centered, direct instruction philosophy.

At each state, the students knowledge acquisition were observed and labeled correspondingly to above described ideas from [VM]: *c* stands for the "below satisfactory" , *b* for "satisfactory", and *a* for "above satisfactory" level of acquisition. Of, course at each state the criteria of labeling were adapted accordingly to students' real progress at predecessor states.

Now we compare our two classes' performances.

At one of our classes, we observed that 4, 9, and 5 students achieved below unsatisfactory, satisfactory, and above satisfactory respectively ($n_{1c}=4$, $n_{ib}=18$, $n_{ia}=5$) at the first state.

Thus $A_{11}=\{(c, 4/18), (b, 9/18), (a, 5/18)\}$.

At the next state we found that

$A_{12}=\{(c, 3/18), (b, 11/18), (a, 4/18)\}$.

At the final state we found that

$A_{13}=\{(c, 4/18), (b, 13/18), (a, 1/18)\}$.

Another class data set gave us the following results

$A_{21}=\{(c, 3/12), (b,7/12), (a, 2/12)\}$.

$A_{22}=\{(c, 2/12), (b, 8/12), (a, 2/12)\}$.

$A_{23}=\{(c, 1/12), (b, 10/12), (a, 1/12)\}$.

Looking at the *Ai*s for both sets, we can see that *the higher the state iteration, the enhanced degree of acquisition of knowledge we achieve*.

From the table below it turns out that *the profile s=(b,b,b) has the highest pseudofrequency for the two groups of data sets of our experiment*

$m_s(1)=mA_1(b)mA_2(b)mA_3(b)$ $=\mathbf{0.220678}$, $m_s(2)=\mathbf{0.324073}$,

and therefore $f(s)=\mathbf{0.54475}$.

Thus it had also the highest probability of occurrence $p(s)=\mathbf{0.272375}$, or ***27%***, while its possibility is almost **1**.

In [SBB] and [SBB1], another approach complementing in some sense the M. Voskogloy's method has been introduced. This model allows compare the performances of two sets of students. In Fuzzy Logic there is a commonly used approach in measurement of performance with the pair of numbers (x_c, y_c) as the coordinates of the center of mass of a correspondently represented of the data two dimensional figure *F*, which we can calculate using the following well-known formulas:

$$(1) \qquad x_c=\frac{\iint_F xdxdy}{\iint_F dxdy},\; y_c=\frac{\iint_F ydxdy}{\iint_F dxdy}.$$

Table

Probabilities and possibilities of profiles

Tuples	Data Set I			Data Set2							
A1A2A3	*A11*	*A12*	*A13*	*A21*	*A22*	*A23*	*ms(1)*	*ms(2)*	*f(s)*	*p(s)*	*r(s)*
aaa	*0.27778*	*0.22222*	*0.05556*	*0.16667*	*0.16667*	*0.08333*	*0.00343*	*0.002315*	*0.005744*	*0.002872*	*0.010544*
aab	*0.27778*	*0.22222*	*0.72222*	*0.16667*	*0.16667*	*0.83333*	*0.044581*	*0.023149*	*0.06773*	*0.033865*	*0.124332*
aac	*0.27778*	*0.22222*	*0.22222*	*0.16667*	*0.16667*	*0.08333*	*0.013717*	*0.002315*	*0.016032*	*0.008016*	*0.02943*
aba	*0.27778*	*0.61111*	*0.05556*	*0.16667*	*0.66667*	*0.08333*	*0.009432*	*0.009259*	*0.018691*	*0.009345*	*0.034311*
abb	*0.27778*	*0.61111*	*0.72222*	*0.16667*	*0.66667*	*0.83333*	*0.1226*	*0.092595*	*0.215194*	*0.107597*	*0.395032*
abc	*0.27778*	*0.61111*	*0.22222*	*0.16667*	*0.66667*	*0.08333*	*0.037723*	*0.009259*	*0.046982*	*0.023491*	*0.086245*
aca	*0.27778*	*0.16667*	*0.05556*	*0.16667*	*0.16667*	*0.08333*	*0.002572*	*0.002315*	*0.004887*	*0.002444*	*0.008971*
acb	*0.27778*	*0.16667*	*0.72222*	*0.16667*	*0.16667*	*0.83333*	*0.033437*	*0.023149*	*0.056586*	*0.028293*	*0.103875*
acc	*0.27778*	*0.16667*	*0.22222*	*0.16667*	*0.16667*	*0.08333*	*0.010288*	*0.002315*	*0.012603*	*0.006302*	*0.023135*
baa	*0.5*	*0.22222*	*0.05556*	*0.58333*	*0.16667*	*0.08333*	*0.006173*	*0.008102*	*0.014275*	*0.007137*	*0.026205*
bab	*0.5*	*0.22222*	*0.72222*	*0.58333*	*0.16667*	*0.83333*	*0.080246*	*0.081019*	*0.161265*	*0.080633*	*0.296035*
bac	*0.5*	*0.22222*	*0.22222*	*0.58333*	*0.16667*	*0.08333*	*0.024691*	*0.008102*	*0.032793*	*0.016396*	*0.060198*
bba	*0.5*	*0.61111*	*0.05556*	*0.58333*	*0.66667*	*0.08333*	*0.016977*	*0.032406*	*0.049383*	*0.024691*	*0.090653*
bbb	***0.5***	***0.61111***	***0.72222***	***0.58333***	***0.66667***	***0.83333***	***0.220678***	***0.324073***	***0.54475***	***0.272375***	***1***
bbc	*0.5*	*0.61111*	*0.22222*	*0.58333*	*0.66667*	*0.08333*	*0.0679*	*0.032406*	*0.100307*	*0.050153*	*0.184134*
bca	*0.5*	*0.16667*	*0.05556*	*0.58333*	*0.16667*	*0.08333*	*0.00463*	*0.008102*	*0.012732*	*0.006366*	*0.023372*
bcb	*0.5*	*0.16667*	*0.72222*	*0.58333*	*0.16667*	*0.83333*	*0.060186*	*0.081019*	*0.141206*	*0.070603*	*0.259212*
bcc	*0.5*	*0.16667*	*0.22222*	*0.58333*	*0.16667*	*0.08333*	*0.018519*	*0.008102*	*0.02662*	*0.01331*	*0.048866*
caa	*0.22222*	*0.22222*	*0.05556*	*0.25*	*0.16667*	*0.08333*	*0.002744*	*0.003472*	*0.006216*	*0.003108*	*0.011411*
cab	*0.22222*	*0.22222*	*0.72222*	*0.25*	*0.16667*	*0.83333*	*0.035664*	*0.034723*	*0.070387*	*0.035194*	*0.12921*
cac	*0.22222*	*0.22222*	*0.22222*	*0.25*	*0.16667*	*0.08333*	*0.010974*	*0.003472*	*0.014446*	*0.007223*	*0.026519*
cba	*0.22222*	*0.61111*	*0.05556*	*0.25*	*0.66667*	*0.08333*	*0.007545*	*0.013888*	*0.021433*	*0.010717*	*0.039345*
cbb	*0.22222*	*0.61111*	*0.72222*	*0.25*	*0.66667*	*0.83333*	*0.098078*	*0.138889*	*0.236967*	*0.118484*	*0.435001*
cbc	*0.22222*	*0.61111*	*0.22222*	*0.25*	*0.66667*	*0.08333*	*0.030178*	*0.013888*	*0.044066*	*0.022033*	*0.080892*
cca	*0.22222*	*0.16667*	*0.05556*	*0.25*	*0.16667*	*0.08333*	*0.002058*	*0.003472*	*0.00553*	*0.002765*	*0.010151*
ccb	*0.22222*	*0.16667*	*0.72222*	*0.25*	*0.16667*	*0.83333*	*0.026749*	*0.034723*	*0.061472*	*0.030736*	*0.112844*
ccc	*0.22222*	*0.16667*	*0.22222*	*0.25*	*0.16667*	*0.08333*	*0.00823*	*0.003472*	*0.011703*	*0.005851*	*0.021483*

In the diagram 1 ***c*** stands for the "below satisfactory" (y_1), ***b***" for "satisfactory" (y_2), and ***a*** for "above satisfactory" (y_3) level of knowledge acquisition for each states A1, A2, A3.

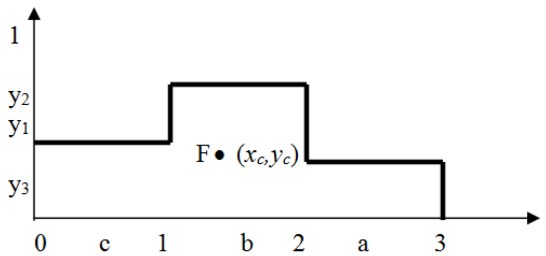


diagram 1

In this case, formulas (1) can be easily transformed to the following simple formulas [SBB]:

(2)

$$x_c = \frac{1}{2}\left(\frac{y_1 + 3y_2 + 5y_3}{y_1 + y_2 + y_3}\right), y_c = \frac{1}{2}\left(\frac{y_1^{\,2} + y_2^{\,2} + y_3^{\,2}}{y_1 + y_2 + y_3}\right).$$

It is easy to see that formulas (2) can be generalized for the case when our figure consists not only from three rectangles, but from *n* rectangles In this case we will come to the following formulas [SBB]:

$$(3)\quad x_c = \frac{1}{2}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(2i-1)y_i}{\sum_{i=1}^{n} y_i}\right), y_c = \frac{1}{2}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^{\,2}}{\sum_{i=1}^{n} y_i}\right).$$

Base on our data above, we can obtain the following tables for each corresponding state.

Ratio of the class students reached the following stage of knowledge acquisition at the State I of independent student work (State A1)	Set I	Set II
c	*0.22*	*0.25*
b	*0.5*	*0.58*
a	*0.28*	*0.17*

Obviously in this case $Y_1 + Y_2 + Y_3 = y_1 + y_2 + y_3 = 1$. Hence, formulas (2) will look like this:

(4)

$$x_c = \frac{1}{2}\left(y_1 + 3y_2 + 5y_3\right), y_c = \frac{1}{2}\left(y_1^{\,2} + y_2^{\,2} + y_3^{\,2}\right).$$

In this case, for the Set 1 we have

$x_{c1} = 0.5(0.22+ 3\cdot 0.5 + 5.0.28) = 1.56;$

$y_{c1} = 0.5(0.22^2 + 0.5^2 + 0.28^2) = 0.41.$

For the set II we have

$x_{c2} = 0.5(0.25 + 3\cdot 0.58 + 5\cdot 0.17) = 1.42;$

$y_{c1} = 0.5(0.25^2 + 0.58^2 + 0.17^2) = 0.36$

By the following rule developed in [SBB1]

Among two or more classes the class with the biggest x_c performs better;

(5) If two or more classes have the same $x_c \geq 1.5$, then the class with the higher y_c performs better. If two or more classes have the same $x_c \leq 1.5$, then the class with the lower y_c performs better;

we conclude that the Set I shows better performance rate at the State I.

Consider now the State II.

Ratio of the class students reached the following stage of knowledge acquisition at the State II of scaffolding (State A2)	Set I	Set II
c	*0.17*	*0.17*
b	*0.61*	*0.67*
a	*0.22*	*0.17*

In this case, for the Set 1 we have

$x_{c1} = 0.5(0.17+ 3\cdot 0.61 + 5\cdot 0.22) = 2.05;$

$y_{c1} = 0.5(0.17^2 + 0.61^2 + 0.22^2) = 0.23.$

For the set II we have

$x_{c2} = 0.5(0.17 + 3\cdot 0.67 + 5\cdot 0.17) = 1.52;$

$y_{c1} = 0.5(0.17^2 + 0.67^2 + 0.17^2) = 0.28.$

Base on the rule (5) we conclude that the Set I demonstrates better performance rate at the State II.

Consider now the State III of major instructional help.

Ratio of the class students reached the following stage of knowledge acquisition at the State III (State A3)	Set I	Set II
c	*0.22*	*0.08*
b	*0.72*	*0.83*
a	*0.06*	*0.08*

In this case, for the Set 1 we have

$x_{c1} = 0.5(0.22 + 3\cdot 0.72 + 5\cdot 0.06) = 1.34;$

$y_{c1} = 0.5(0.22^2 + 0.72^2 + 0.06^2) = 0.31.$

For the Set II we have

$x_{c2} = 0.5(0.08 + 3\cdot 0.83 + 5\cdot.0.08) = 1.49;$

$y_{c1} = 0.5(0.08^2 + 0.83^2 + 0.08^2) = 0.41.$

Base on the rule (5) we conclude that the Set II shows better performance rate as the State III.

Analyzing the data at all three states we can conclude that the performance of both sets vary depending of the state. Thus, the first set demonstrated better performance at the states of no or light scaffolding. However, it performs relatively worse at the state of major instructional help. The same tendency, but with low level of variance shows the Set II. At the first state of independent work, the numbers showing the performance of each sets are quite close; the similar picture we observe at the final state of major instructional help (actually this state is the state of direct explicit instructions). However, we monitor a significant difference in the performance of these sets at the Stage II of scaffolding: for the first group of students this scaffolding showed to be much more efficient that for the second group. In any case, it is interesting to admit, that the scaffolding is an efficient tool at the stage of building the “infrastructure map”, at the stage where main connections between recently learned concepts are establishing. Group work and moderate help offered by the instructor at this state create the best environment for relatively rapid progress in knowledge acquisition. This fact is a good illustration of the effectiveness of Vygotsky’s ZPD concept application.

[BE] BINAGHI E. A Fuzzy Logic Inference Model for a Rule-based System in Medical Diagnosis. Expert Systems, 7, No. 3(1990), 134-141.

[EO] ESPIN E. A. - OLIVERAS C. M. L., Introduction to the use of the Fuzzy Logic in the assessment of mathematics teachers' Proceedings lst Mediterranean Conf. Math., 107-113, Cyprus,1997.

[HH] HALPERN, D. & HAKEL, M. Applying the science of learning to the university and beyond: Teaching for long-term retention and transfer. Presentation at 80th WASC Annual Meeting, San Jose, April 14-16, 2004

[HC] The Harper Collins Dictionary of Mathematics. By E. J. Borowski, J. M. Borwein. New York: Harper Resource, 1991.

[K] KOMERATH, N. Design-Centered Introduction: Experience with Iterative Learning. Proceedings of the 2001 American Society for Engineering Education Annual Conference & Exposition. http://www.adl.gatech.edu/archives/adlp01062501.pdf

[KF] KLIR G. J. - FOLGER T. A., Fuzzy sets: Uncertainty and Information, Prentice - Hall Int., London, 1988.

[OT] OPPERMAN, R. & THOMAS, C. Learning and Problem Solving as an Iterative Process: Learners' Living Repository: LEAR. http://ui4all.ics.forth.gr/UI4ALL-95/oppermann.pdf Retrieved 04/04/04

[PS] PERDIKARIS S., Mathematizing the van Hiele levels: a Fuzzy set approach, Int. J. Math. Educ. Sci. Technol., 27(1996), 41-47.

[PG] POLYA G., On learning, teaching and learning teaching American Math. Monthly, 70 (1963), 605-619.

[SB]. SUBBOTIN, I., BILOTSKII, N., Fuzzy Logic application to assessment of results of iterative learning. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations, 2012. v.37. p.89-93.

[SBB] SUBBOTIN I., BADKOOBEHI H., BILOTSKII, N.: Application of Fuzzy Logic to learning assessment. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations: 22(2004), 38-41.

[SBB 1] SUBBOTIN I., BADKOOBEHI H., BILOTSKII, N.: Fuzzy Logic and learning assessment. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations, 22 (2005), 112-118

[SMB] SUBBOTIN I., MOSSAVAR-RAHMANI, F., BILOTSKII, N.N. Fuzzy Logic and iterative assessment. DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations. Issue # 25 (2006), 221-227.

[T] "Learning in Neural Networks" (all text and figures) © 2004 Dan Taylor, Logical Genetics, retrieved from http://www.Logicalgenetics. com/nns/learning.html).

[VM] VOSKOGLOU M.G., The process of learning mathematics: a Fuzzy set approach, Heuristics and Didactics of Exact Sciences, 10 (199), 9 – 13.

[VJ] VOSS J. F., Learning and transfer in subject-matter learning: A problem solving model, Int. J. Educ. Research,11(1987), 607-622

[VL] VYGOTSKY, L. S., Thought and Language. Newly revised and edited by Alex Kozulin. Cambridge, MA: The MIT Press (1986).

[Z1] ZADEH, L. A. Fuzzy sets. Information and Control, 8(1965), 338-353.

[Z2] ZADEH, L. A. Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision processes. IEEE Trans. Systems, Man and Cybernatics, SMC-3, (1973), 28-44.

Резюме. **Субботин И.Я., Бадкубехи Хасан. ОБ ИЗМЕРЕНИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ.** *В статье продолжается обсуждение применений нечеткой логики к измерению эффективности преподавания математики.*

Ключевые слова: *обучение математике, нечеткая логика, педагогические измерения.*

Abstract. **Subbotin I., Badkoobehi H. ON MEASUREMENT OF EFFECTIVENESS IN TEACHING MATHEMATICS**. *The article discusses some Fuzzy Logic applications to formalizing of a Vygotsky's concept of the Zone of Proximate Development and measurement of its effectiveness in teaching of upper division mathematics courses.*

Key words: *Learning and Transfer, Zone of Proximate Development, Mathematical modeling, Fuzzy sets, Uncertainty, Scaffolding*

Стаття надійшла до редакції 04.05.2013 р.

СВІТОГЛЯДНА СПРЯМОВАНІСТЬ УРОКІВ МАТЕМАТИКИ *)

І.Ф.Тесленко,
доктор педагог. наук, професор

**) статтю Івана Федоровича Тесленка, представлену у збірнику, було взято з посібника для вчителів, написаного ним у 1982 році. Вчений зосередив увагу на формуванні діалектико-матеріалістичного світогляду учнів при вивченні математики* [1]. *Пройшло більш тридцяти років, але питання розглянуті автором актуальні і для сучасної школи.*

Навчальний процес у школі – складне соціальне і психолого-педагогічне явище. Він охоплює сукупність таких взаємно-пов'язаних компонентів, як інформаційно-конструктивна керуюча діяльність учителя, пізнавальна діяльність учнів, предметний зміст освіти, засоби і способи навчання і учіння, канали управління процесом в цілому, а також самоконтроль, контроль і корекцію діяльності учнів.

Керуючись завданнями і цілями нашого соціалістичного суспільства, школа повинна готувати високоосвічених і вихованих учнів, здатних до творчої праці у всіх галузях народного господарства.

Навчальний результат вивчення математики у школі – це свідомо засвоєні учнями знання, навички і вміння, прийоми і методи розв'язування задач, уміння користуватися вимірювальними, обчислювальними, креслярськими, технічними і лабораторними пристроями, уміння самостійно працювати і допомагати іншим.

Виховним результатом мають бути розвинута активність, інтерес до математичних знань і здатність їх використання в праці, ідейно-політична, трудова, моральна, колективістська, естетична вихованість, розвиток чіткості мислення, навичок й умінь пізнавальної самостійності, самоосвіти і самовдосконалення, сформований комуністичний світогляд, професійна зорієнтованість.

Виховні результати роботи школи є основними, провідними, оскільки вони зумовлюють перспективи соціального буття і мають безпосередній вплив на успішне засвоєння учнем усіх навчальних завдань. Навчально-виховний процес у школі є «відкритою системою», оскільки на нього має безпосередній вплив зовнішнє суспільне середовище (сім'я, побут, звичаї, комсомол, культура, потоки інформації та ін.). однак основні його результати формуються і досягаються переважно на уроках. Тому так гостро стоїть питання визначення і досягнення виховних цілей уроків. Ми обмежимося розглядом цього питання в зв'язку з формуванням діалектико-матеріалістичного світогляду учнів на уроках математики.

Формування світогляду учнів неодмінно супроводжується органічно пов'язаними з ним процесами світосприймання, світовідчуття і світорозуміння. Вони є необхідними умовами для формування світогляду. Наприклад, уявлення про форму речей, зокрема просторову, про величину, кількість, напрям з'являються і розвиваються у дитини дуже рано (до школи), в процесі світосприймання і світовідчуття. Уже в тричотири роки дитина чуттєво-предметно розрізняє «один – багато предметів», знаходить схожі предмети серед іграшок і в оточенні, утворює (складає) групу з окремих предметів за зразком, користується прийомами прикладання і накладання, порівнювання, кількісно ототожнює з додаванням окремих предметів. Дошкільнята свідомо користуються виразами «тут більше», «тут менше», «порівну», «тут стільки, скільки і там» тощо. Якщо такими просторово-кількісними уявленнями учень володіє, в нього значно покращуються процеси світосприймання і світовідчуття, які стають більше упорядкованими, просторово орієнтованими і визначеними, кількісно схарактеризованими й оціненими. Такі початкові, первісні математичні уявлення формуються в процесі оперативної діяльності над предметами, речами і закріплюються в мові, в результаті чого у дітей створюється система відношень до оточуючого природного і соціального середовища.

Предметне спостереження світу речей супроводжується чуттєво інтелектуальними операціями розпізнавання, порівняння величин двох і більше предметів, кількісного їх розрізнення, за величиною – коротший, вищий, нижчий, здійснюється порівняння за формою і розмірами, ототожнення за схожістю, об'єднання в групи (серії) і найпростішою класифікацією за якоюсь спільною ознакою спостережуваних об'єктів. У свідомості учня відбувається процес об'єктивізації ідеї матеріальності світу, елементи якого можна відтворити за допомогою рук,а за допомогою дотику і мускульного почуття засвоювати їх форму, величину, взаємне просторове розміщення відносно себе і виражати словами: спереду, ззаду, справа, зліва, наді мною і піді мною. Числові і просторові, за розмірами і формою, відношення між предметами або їх зображеннями, поданими у вигляді задач, прикладів, загадок і ігор, є найпростішими і найдоступнішими пізнанню учнів. Перед учнями в цих умовах виникають доступні їхньому сприйманню й розумінню питання, які потребують творчого пошуку правильних відповідей, вибору способів діяльності та шляхів розв'язання задач. Крім того, ці питання повинні стимулювати увагу, яскраві бажання, інтерес до самостійності в оцінці знайдених відповідей і розкриття зв'язків та залежностей від їх умови. На основі такого поєднання в діяльності учнів інтелектуального емоційно-вольового і практичного факторів здійснюється формування свідомого ставлення до речей, людей, оточення, створюються першооснови переконання в істинності картини світу, як істотної матеріальної основи правильного світорозуміння. Отже, математичний розвиток дошкільнят потрібно якнайповніше враховувати. Бо вся наступна система навчання математиці у 1-3 класах (за змістом програми, підручників, методами) будується відповідно і як продовження поданих вище життєвих процесів. Кожне математичне поняття, з яким ознайомлюються учні цих класів, і супроводжуючі їх висловлення й судження засновуються на безпосередньому спілкуванні (спостереженні), сприйманні, відтворенні, операційному виконанні (спробі виготовляти). Учень ніби будує спочатку конкретні предметні моделі математичних понять, а потім висловлює логічні судження про ці математичні поняття. Наприклад, поняття лічби предметів установлюється як відповідність між речовими елементами множин, розміщених за їх формою або величиною чи впорядкованих за рангом. Так само вводиться поняття дії додавання (доданки і сума). А це означає, що математичне мислення учня починається з цілеспрямованої конструктивно-предметної діяльності. Для більшості уроків математики в цих класах характерним в організації діяльності учнів є те, що спочатку створюється задачна, цільово-дослідна ситуація (модель), а потім у результаті її аналізу і розв'язування вичленовується потрібне математичне поняття, якому надається словесно-логічний зміст. Введення математичного поняття на предметному рівні і його місце засвоєння учнями не відбувається протягом одного уроку, для цього доводиться ставити одну й ту саму навчально-виховну мету протягом багатьох уроків.

Наприклад, щоб забезпечити досягнення мети – «розвиток сприймання і мислення учнів» першого класу, пов'язаної з використанням понять «зменшуване», «від'ємник», «різниця», на предметному матеріалі «перший десяток», потрібно провести майже тридцять уроків. Аналогічно на багатьох уроках реалізується виховна мета «розвиток уявлення учнів про найпростіші властивості реального простору», якої потрібно досягти на уроках першого і другого класів, присвячених вивченню геометричного матеріалу (точка, відрізок, кути, фігури та ін.).

Показниками наслідків у досягненні виховної мети з удосконалення світовідчуття у процесі вивчення математики в I – III класах є сформовані в учнів навички виконання математичних і логічних операцій над предметами, величинами, кількостями, числами і їх символічними записами та уміння вільно співвідносити й переносити ці знання на нові реальні ситуації.

Навчально-виховний процес, починаючи з четвертого класу, будується як процес засвоєння систематичних математичних знань і забезпечення на основі цих знань розвитку в учнів правильного світорозуміння. Майже всі навчальні ситуації, подані в задачах і прикладах, скеровані на засвоєння індуктивних прийомів мислення, процесів, що відбуваються в об'єктивній предметно-конкретній дійсності. І хоча майже кожне математичне поняття вводиться тут тільки після розгляду кількох задачних ситуацій і проведення під час їх розв'язування предметно-конкретних операцій, все-таки широке використання математичної термінології і символіки виділення відношень і зв'язків між об'єктами сприяють тому, що у створенні уявлення і процесі засвоєння понять переважає їх абстрактно-логічна структура. Яскравою ілюстрацією цього положення може бути введення понять «паралельні прямі», «конгруентні фігури», «рівняння», «координатна пряма», «протилежні числа» та багато інших.

У IV-V класах підсилюється увага до аргументації учнівських суджень, до встановлення істинності чи хибності висловлювань, логічної послідовності міркувань, чіткості словесних означень понять, тверджень і висновків,до умінь використання знань в нових або варіантних задачних ситуаціях, до рівня сформованості обчислювальних і вимірювальних навичок тощо. Усі ці навчально-виховні завдання можуть бути об'єднані як різні аспекти виховної мети багатьох уроків під загальною назвою: «формування світоглядних уявлень і розвиток світорозуміння учнів». Її реалізація на кожному уроці або кількох, об'єднаних окремими темами уроках, конкретизуватиметься залежно від змісту навчального матеріалу. Важливою складовою частиною процесу формування світоглядних уявлень є забезпечення розуміння кожним учнем того, що математичні поняття і їх властивості, а також операції над ними створюються внаслідок ідеалізації реальних операцій над предметами та виділення їх властивостей. Цього можна досягти виробленням умінь узагальнювати спостереження над конкретними прикладами і виражати їх математичною усною і писемною мовою. Вироблення в учнів умінь узагальнювати спостереження, відділяти, абстрагувати спільні математичні властивості реальних предметів є конкретизацією виховних цілей уроків математики. Розвиток світорозуміння учнів як складової частини загальних виховних завдань також реалізується на уроках з вироблення вмінь співвідносити математичні ідеальні образи (моделі) з конкретними предметами навколишньої дійсності. Одночасно треба систематично роз'яснювати учням, що всі математичні операції, правила, закони мають свої межі практичного використання. Саме цим і пояснюється вибір у посібнику для четвертого класу [2] першого пункту §8: «Метрична система мір», який починається словами: «Людині потрібні вимірювання на кожному кроці». Роздумуючи на поурочним плануванням вивчення всього матеріалу §8, потрібно визначити і конкретні виховні цілі всіх уроків. Аналізуючи зміст навчального матеріалу цього параграфа з метою виділення основних математичних понять, ми замислюємося над тим, чому тут розглядається вимірювання кутів. Далі встановлюємо, що розгляд в 52 пункті посібника арифметичного поняття «десятковий запис дробових чисел», а в пункті 55 геометричного поняття «вимірювання кутів» об'єднуються в цьому параграфі спільною математичною операцією вимірювання величин, яка неодмінно проводить до метричної або іншої системи мір. Тепер стає зрозумілим, чому вивчення матеріалу на перших 3-4 уроках слід почати з виховної розповіді про те, що в навколишній дійсності є багато величин таких, наприклад, як кут довжина, площа, маса, температура, вага тощо. Щоб скористатися ними для задоволення своїх потреб, людина створила способи їх вимірювання за допомогою певних однорідних цим величинам одиниць. Без використання у повсякденному житті операцій вимірювання ми не змогли б шити одяг, будувати будинки, сіяти і збирати врожай, виготовляти машини, запускати космічні кораблі. Створена свідомістю людей десяткова система числення – найзручніше математичне знаряддя для виділення основних одиниць вимірювання величин. Отже, для досягнення навчально-виховних цілей нам потрібно знати і вміти читати й записувати десятковий дріб, який ми дістаємо в результати вимірювання, вміти порівнювати ці дроби, знати розряди десяткового дробу, виділяти і записувати їх, здійснювати математичні операції над цими дробами, проводити різні обчислення під час розв’язування різноманітних задач. Дальший аналіз матеріалу §8 показує, що математична суть процесу вимірювання кута як величини така сама, що й при вимірюванні будь-якої іншої величини, а саме: встановлюємо спочатку основну одиницю вимірювання (прямий кут), потім ділимо його на (дев’яносто) частин і цією частиною вимірюємо всі кути. Але прийнявши прямий кут за основну одиницю, потрібно пригадати, що поняття і образ прямого кута були сформовані в уявленнях учнів у вигляді половини розгорнутого кута, побудованого на площині за допомогою косинця. У результаті використання таких операцій учні зрозуміють, що кут (кути) – фігура, яка має дві сторони і одну вершину, і зможуть його будувати. Після цього учні дізнаються про те, що кут не тільки фігура, а й величина, яка вимірюється величиною одиничного кута – градусом. Усе, що в процесі формування поняття кута як величини лишиться в уявленні учнів нечітким, нез’ясованим, буде перепоною в подальших математичних узагальненнях цього поняття і операціях над ним (кут у тригонометрії, кут у просторі тощо). Тому на відведених уроках треба з’ясувати всі незрозумілі питання. Для цього слід підібрати вправи, провести практичні заняття та використати навчальне обладнання. Поданий аналіз навчального матеріалу §8 допоможе визначити і реалізувати майже спільну для всіх уроків виховну мету – поступовий розвиток в учнів правильного світорозуміння. А виховну мету уроків при вивченні метричної системи мір та понять «десятковий дріб» і «величина кута» конкретизувати так: «сформувати в учнів першооснови світоглядних уявлень про реальний зміст величин та про необхідність і можливість їх вимірювання». Засвоєння поняття «метрична система мір» має ще один виховний аспект – готує учнів до використання міжнародної системи одиниць у всіх галузях повсякденної і науково-технічної практики.

Навчання на уроці – складний діалектичний процес, пов'язаний с подоланням учнем пізнавальних суперечностей. Тому необхідно не тільки враховувати, а й активно створювати, приводити в дію ці суперечності і керувати успішним їх подоланням. Суперечності виникають у всіх структурних елементах навчальної діяльності учня: при відчутті і сприйманні, запам’ятовуванні й відтворенні, при мисленні й мовленні, уявленні і вольових актах у процесі формування навичок і вмінь, графічних і практичних дій.

Повноцінним урок вважається тоді, коли навчальний матеріал і методи його організації забезпечують активізацію всіх названих компонентів: виховна мета досягається тільки на повноцінному уроці. Іноді буває так, що провідна роль на уроці відводиться мисленню і мовленню учнів. У процесі мислення забезпечується аналіз і синтез, розкриття зв’язків і відношень між поняттями, а за допомогою мовлення здійснюється формування висновків, узагальнень та перенесення їх на нові задачні ситуації тощо. Значна частина учнів на такому уроці часто є досить пасивною, їх учіння нерідко зводиться до пасивного механічного запам’ятовування, тому воно мало результативне. До проведення таких уроків спонукає стиль викладу навчального матеріалу в посібниках для учнів. Наприклад, якщо вчитель на уроках вивчення теми «Паралельність і паралельне перенесення» [3] (розділ III) дотримуватиметься викладу матеріалу за посібником, провідну роль у діяльності учнів автоматично займе мислення і мовлення. Справді, урок на тему «Паралельність прямих і центральна симетрія» (п. 31) починається з формулювання учнями означення паралельних. Потім вводиться символічне позначення паралельних, пригадується центрально-симетричне відображення, при якому будь-яка пряма перетворюється в пряму. Урок закінчується другої ознаки паралельності прямих і закріплення вивченого матеріалу за допомогою запитань і завдань на побудову паралельних прямих і симетричних фігур. Наступний урок на тему «Аксіома паралельних» [3, п. 32] починається в підручнику : «Ми довели, що через будь-яку точку можна провести хоча б одну пряму, паралельну даній прямій». Далі дається формулювання аксіоми, наслідків з неї, доводиться теорема про транзитивність паралельності прямих, закріплюється цей матеріал відповідями учнів на запитання вчителя. Усі наступні уроки вивчення матеріалу розділу III будуються аналогічно й одноманітно, без належної активізації пізнавальної, самостійної діяльності учнів. На таких уроках ускладнюється реалізація виховних цілей. Це пояснюється тим, що мислення, як правило, активізується тоді, коли перед учнями після аналізу ситуації виникають питання, на які вони не можуть відповісти і які з'являються в процесі живого споглядання або сприймання об'єктів, що вивчаються. Отже, нормальне учіння потребує на уроці живого споглядання предметів, життєвих ситуацій, які активізують відчуття, сприймання й зв'язані з ними практичні дії учнів. У таких умовах у створенні первісних образів тих чи інших математичних понять, розкритті залежностей та операційних зв'язків в їх структурних елементах, відчуття і сприймання стають особливими діями, бо вони допомагають думати, стимулюють мислення, а також усне, письмове і символічне мовлення як знаряддя розвитку мислення.

Повноцінний урок – це завжди результат спільної творчості вчителя та учнів.

1. Тесленко І.Ф. Формування діалектико-матеріалістичного світогляду учнів при вивченні математики: посібник для вчителів / І.Ф.Тесленко. – К.: Рад. школа, 1982. – 160 с.

2. Математика: учеб. для 4 кл. ср. шк. / Н.Я.Виленкин, К.И.Нешков, С.И.Шварцбурд, А.С.Чесноков, А.Д.Семушкин. – М.: Просвещение, 1980. – 303 с.

3. Погорєлов О.В. Геометрія: учеб. для 7-9 кл. / О.В.Погорєлов. – К.: Освіта, 1980. – 223 с.

ВИКОРИСТАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ФУНКЦІЙ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ *)

Н.М.Шунда,
доктор педагог. наук, професор,
м. Вінниця, УКРАЇНА

*) *стаття Никифора Миколайовича Шунди передрукована з науково-методичного збірника «Методика викладання математики», який було видано у 1970 році, вип. 6.*

Поняття функції – одне з основних понять у сучасній математиці. Опис різноманітних процесів, що відбуваються в навколишньому середовищі, за допомогою якоїсь однієї математичної формули (функції, заданої аналітичним виразом) дає змогу учням бачити ці процеси в їх зміні і взаємозв'язку, а це сприяє формуванню в них діалектико-матеріалістичного світогляду. Крім того, ідея функції повинна стати основою для вивчення інших важливих розділів шкільного курсу математики, зокрема рівнянь, нерівностей, тотожних і геометричних перетворень, математичних операцій та ін.

Проте в шкільній практиці і в навчально-методичній літературі під функціональною направленістю програми часто розуміють дослідження елементарних функцій та побудову їх графіків, що значно знижує роль поняття функції на сучасному етапі навчання.

Застосування поняття функції до інших розділів математики, де це можливо, дозволяє ширше розкрити учням взаємозв'язок між ними, пояснити нові питання на вищому теоретичному рівні. Крім того, такий підхід часто дає змогу знайти раціональний спосіб розв'язування задач або прикладів, а саме поняття функції в свідомості учнів при такому підході значно збагачується.

Розв'язуючи нерівності, здебільшого використовують такі властивості елементарних функцій: неперервність, збереження знака значень функції на проміжку між двома сусідніми її коренями, якщо будь-яке значення аргументу з даного проміжку входить в область визначення функцій, та ін. Проте дуже мало використовують такі важливі властивості функцій, як парність, непарність, обмеженість, поняття множини значень функції, тим часом, як саме комплексне використання властивостей функцій, що входять в нерівність чи рівняння, дає значні спрощення.

Покажемо на конкретних прикладах використання деяких властивостей елементарних і неелементарних функцій при розв'язуванні рівнянь.

Приклад 1. *Розв'язати нерівність*

$$4\sin x\sin 3x > 1.$$

До цього прикладу в [1], розділ XXVIII, § 3 дається така відповідь:

$$\left(2\pi k+\frac{\pi}{10},2\pi k+\frac{3\pi}{10}\right),$$
$$\left(2\pi k+\frac{7\pi}{10},2\pi k+\frac{9\pi}{10}\right),$$
$$\left(2\pi k+\frac{11\pi}{10},2\pi k+\frac{13\pi}{10}\right),$$
$$\left(2\pi k+\frac{17\pi}{10},2\pi k+\frac{19\pi}{10}\right).$$

Як бачимо, розв'язки нерівності знайшли спочатку на проміжку $[0, 2\pi)$, а потім, припустивши, що функція

$$f(x) = 4\sin x\sin 3x - 1$$

має період 2π, записали загальний розв'язок. Легко побачити, що період цієї функції дорівнює π, а не 2π.

Запишемо дану функцію в такому вигляді:

$f(x) = 2\cos 2x - 2\cos 4x - 1.$

Період її

$$T = \frac{2\pi}{HCD(2,4)} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

Розв'язки знайдемо на відрізку, що дорівнює за довжиною періоду функції. Крім того, використаємо ще парність функції $f(x)$.

Парна функція в симетричних відносно нуля точках набуває рівних значень і на симетричних відносно нуля проміжках має однакові знаки. Тому для парних функцій досить знайти проміжки, в яких виконується нерівність для $x \geq 0$ (або для $x \leq 0$). Знайдемо на проміжку $\left[0;\frac{\pi}{2}\right)$ значення x, для яких $f(x) > 0$. Для цього спочатку визначимо корені функції на цьому проміжку:

$$2\cos 2x - 2\cos 4x - 1 = 0.$$

$4\cos^2 2x - 2\cos 2x - 1 = 0$; $\cos 2x = \frac{1\pm\sqrt{5}}{4}$;

$$x_1 = \frac{\pi}{10};\ x_2 = \frac{3\pi}{10}.$$

Ці два корені розіб'ють проміжок $\left[0;\frac{\pi}{2}\right)$ на такі проміжки:

$$\left[0,\frac{\pi}{10}\right),\left(\frac{\pi}{10},\frac{3\pi}{10}\right),\left(\frac{3\pi}{10},\frac{\pi}{2}\right).$$

Нерівність виконується на проміжку

$$\left(\frac{\pi}{10},\frac{3\pi}{10}\right),$$

отже, вона виконуватиметься і на проміжку $\left(-\frac{3\pi}{10},-\frac{\pi}{10}\right)$. Врахувавши періодичність функції, запишемо загальний розв'язок:

$$R = \left\{\left(-\frac{3\pi}{10}+\pi\kappa,-\frac{\pi}{10}+\pi\kappa\right),\left(\frac{\pi}{10}+\pi\kappa,\frac{3\pi}{10}+\pi\kappa\right)\right\}$$

Приклад 2. *Розв'язати рівняння:*

$$9^{-|x|} = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x+1|+|x-1|}$$

Наведемо повне розв'язання цього рівняння, вміщене в посібнику [2] (№ 28):

Перепишемо дане рівняння у вигляді

$$9^{|x|} = 2^{|x+1|+|x-1|}.$$

Корені виразів $|x|$, $|x+1|$, $|x-1|$ відповідно 0, -1, 1. Тому природно розглянути такі випадки:

1) $x \leq -1$. Рівняння набере вигляду

$$9^{-x} = 2^{-x-1-x+1}$$

або $9^x = 4^x$, звідки $x = 0$. Це суперечить умові $x \leq -1$. Таким чином, рівняння не має коренів, менших або таких, що дорівнюють -1.

2) $-1 \leq x \leq 0$. У цьому випадку рівняння набере вигляду $9^{-x} = 2^{x+1-x+1}$ або $3^{-2x} = 2^2$, або $3^x = 2^{-1}$ звідки $x = -\log_3 2$.

Оскільки $-\log_3 2 < 0$ і $-\log_3 2 - (-1) = 1 - \log_3 2 = \log_3\frac{2}{3} > 0$, то $-\log_3 2 > -1$. Отже, на сегменті [-1, 0] рівняння має корінь $x = -\log_3 2$.

3) $0 \leq x \leq 1$. У цьому випадку рівняння набере вигляду $9^x = 2^{x+1-x+1}$, або $3^x = 2$, звідки $x = \log_3 2$. $0 < \log_3 2 < 1$, отже, $x = \log_3 2$ — корінь даного рівняння.

4) $x \geq 1$. У цьому випадку рівняння набере вигляду $9^x = 2^{x+1+x-1}$, або $3^x = 2^x$, звідки $x = 0$. Таким чином, рівняння не має коренів на пів інтервалі $[1,+\infty)$.

Отже, дане рівняння має два корені: $x_1 = -\log_3 2$, $x_2 = \log_3 2$.

Проте це рівняння можна розв'язати значно простіше.

Справді, функція

$$f(x) = 9^{|x|} - 2^{|x+1|+|x-1|}$$

парна, бо

$$9^{|-x|} - 2^{|-x+1|+|-x-1|} =$$

$$= 9^{|x|} - 2^{|-(x-1)|+|-(x+1)|} =$$

$$= 9^{|x|} - 2^{|x-1|+|x+1|}.$$

Нуль не є розв'язком даного рівняння, тому досить знайти його розв'язки на проміжках (0, 1], $(1, +\infty)$ або $(-\infty, -1)$, [-1, 0). Знайшовши на проміжку (0, 1) корінь $x_1 = \log_3 2$ (випадок 3), запишемо другий корінь на проміжку [-1, 0) $-x = -\log_3 2$. На проміжку $(1, +\infty)$ коренів немає (випадок 4), а значить, їх немає і на проміжку $(-\infty, -1)$. Включати значення -1, 0, 1 в обидва сусідні проміжки не слід.

Приклад 3. *Розв'язати нерівність:*

$$\sin^4 x - 6\sin^2 x + 4 > 0.$$

Відповідь в [1] така:

$$\left[2\pi k, 2\pi k+\arcsin\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right),$$

$$\left(2\pi k+\pi-\arcsin\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 2\pi k+\pi+\arcsin\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right),$$

$$\left(2\pi k+2\pi-\arcsin\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 2\pi k+2\pi\right).$$

Як бачимо, і тут розв'язок знайдено на проміжку, який дорівнює 2π.

Розв'яжемо цю нерівність, враховуючи період і парність. Функція

$$f(x) = \sin^4 x - 6\sin^2 x + 4$$

має період π (періоди $\sin^4 x$ і $\sin^2 x$ дорівнюють π). Оскільки функція $f(x)$ ще й парна, то розв'язок досить знайти на проміжку $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$. Знайдемо корені функції на цьому проміжку; для цього розв'яжемо рівняння: $\sin^4 x - 6\sin^2 x + 4 = 0$, $\sin^2 x = 3 \pm \sqrt{5}$.

Рівняння $\sin^2 x = 3+\sqrt{5}$ коренів не має. Тоді

$$\sin x = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2};\ x = \arcsin\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}.$$

Цей корінь розіб'є проміжок $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ на 2 проміжки: $\left[0, \arcsin\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}\right)$ і $\left(\arcsin\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

На проміжку $\left[0, \arcsin\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}\right)$ $f(x) > 0$, але тоді і на проміжку $\left(-\arcsin\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ $f(x) > 0$. Тому розв'язками нерівності на періоді буде проміжок

$$\left(-\arcsin\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}, \arcsin\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}\right).$$

Загальним розв'язком буде

$$R = \left\{\left(-\arcsin\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}+\pi k, \arcsin\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}+\pi k\right)\right\}$$

Ми скористалися тим, що період функції $\sin^4 x$ дорівнює π.

У методичних посібниках період таких функцій, як правило, знаходять способом зниження степеня функції і подання її через суму функцій перших степенів.

Наприклад, у посібнику [3] (№ 71) період функції $y = \cos^4 x + \mathrm{tg}\, x$ знайдено так:

$$\cos^4 x = \left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^2 =$$
$$= \frac{1}{4}\left(1+2\cos 2x+\cos^2 2x\right) =$$
$$= \frac{1}{4}\left(1+2\cos 2x+\frac{1+\cos 4x}{2}\right) =$$
$$= \frac{1}{4}\left(2\cos 2x+\frac{1}{2}\cos 4x+\frac{3}{2}\right)$$

Функція $\cos 2x$ має період π, а функція $\cos 4x$ – період $\frac{\pi}{2}$.

Оскільки найменше кратне чисел π і $\frac{\pi}{2}$ дорівнює π, то період функції $\cos^4$ x дорівнює π. Але тому що функція $\mathrm{tg}\, x$ має період π, то і досліджувана функція має період π.

Аналогічно знаходять період функції $y = \sin^3 x$ (№ 70). Постає запитання: як встановити період, наприклад, функції $y = \cos^{20} x + \mathrm{tg}\, x$?

Як бачимо, такий спосіб знаходження періоду аналогічних функцій надто громіздкий і незручний. Учні не бачать, що, наприклад, функції $\cos^2 x$, $\cos^4 x$, $\cos^6 x$, ... , $\cos^{2n} x$ мають той самий період, який дорівнює π.

Покажемо загальний спосіб знаходження періоду таких функцій.

Теорема 1. Функції $y = \sin^{2k}x$, $y = \cos^{2k}x$, де k – натуральне число, періодичні, і їх період дорівнює π.

Доведення проведемо лише для $\sin^{2k}x$. Припустимо, що ця функція періодична. Тоді для неї існує таке число $l \neq 0$, для якого виконується тотожно рівність $\sin^{2k}x \equiv \sin^{2k}x$, еквівалентна рівності $[\sin^{2k}(x+l)]^k \equiv [\sin^{2k}x]^k$. Оскільки функції $\sin^2(x+l)$ і $\sin^2 x$ можуть набувати лише невід'ємних значень, то остання рівність еквівалентна рівності $\sin^2(x+l) \equiv \sin^2 x$. Тоді

$$\frac{1-\cos 2(x+1)}{2} \equiv \frac{1-\cos 2x}{2};$$

$$\cos(2x+2l) \equiv \cos 2x;$$

$$а)2x+2l-2x=2\pi\kappa;$$

$$б)2x+2l+2x=2\pi\kappa.$$

$$2l=2\pi\kappa; l=\pi\kappa, T=\pi;$$

$l = -2x+k\pi$ – не період, бо залежить від аргументу. Період функції $\cos^{2k}x$ встановлюємо аналогічно.

Теорема 2. Функції $y = \sin^{2k+1}x$, $y = \cos^{2k+1}x$, де k – натуральне число, періодичні, і їх період дорівнює 2π.

Доведення проведемо для $\cos^{2k+1}x$. Припустимо, що ця функція періодична. Тоді для неї існує таке число $l \neq 0$, для якого виконується тотожно рівність $\cos^{2k+1}(x + l) = \cos^{2k+1} x$. Оскільки показник степеня – число непарне, то ця рівність еквівалентна такій: $\cos(x + 1) \equiv \cos x$. З останньої рівності дістанемо: $x + l - x = 2k\pi$, $l = 2k\pi$, $T = 2\pi$; $x + l + x = 2\pi k$, $l = -2x+2\pi k$ – не період.

Теорема 3. Функції $y = \mathrm{tg}^n x$, $y = \mathrm{ctg}^n x$, де n – натуральне число, періодичні, і їх період дорівнює π.

Доводячи теорему, міркуємо так само, як у двох попередніх випадках.

Особливі труднощі для учнів і вступників в інститут становлять питання побудови графіків, розв'язування рівнянь і нерівностей, що містять знак абсолютної величини. Майже ніхто з вступників не знає, як знайти період функції $y=|f(x)|$, де $f(x)$ – періодична. Частково це пояснюється тим, що автори навчальних і методичних посібників, розглядаючи ці питання, здебільшого захоплюються розкриттям знака абсолютної величини, не звертаючи уваги на інші властивості функцій, які можна використати.

Приклад 4. *Розв'язати рівняння:*

$$|\cos x| = |\cos 2x|.$$

У посібнику для вчителів [4] на стор. 195, № 22 наведено таке розв'язання цього рівняння:

Знайдемо всі значення x, які задовольняють умову $\cos x \geq 0$. При $\cos x \geq 0$ дане рівняння можна подати у вигляді $\cos 2x = \cos x$, або $2\cos^2 x - 1 = \cos x$, $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$, звідки $\cos x = 1$ і $\cos x = -\frac{1}{2}$.

Проте $\cos x = -\frac{1}{2}$. суперечить умові $\cos x \geq 0$, тому $\cos x = 1$, звідки $x=2\pi\kappa$, де k – довільне ціле число.

Знайдемо всі значення x, які задовольняють умову $\cos x < 0$. При $\cos x<0$ з даного рівняння дістанемо: $\cos 2x = -\cos x$, $2\cos^2 x-1 = -\cos x$,

$2\cos^2 x+\cos x - 1 = 0$, звідки $\cos x = -1$ і $\cos x = \frac{1}{2}$. Проте $\cos x = \frac{1}{2}$ суперечить умові $\cos x < 0$, тому $\cos x = -1$, звідки $x = \pi + 2\pi k$, де k—довільне ціле число.

Знайдені розв'язки $x = 2\pi k$ і $x = \pi + 2\pi k$ можна записати за допомогою однієї формули $x = n\pi$, де n — довільне ціле число.

Розв'яжемо дане рівняння, враховуючи властивості періодичних і парних функцій.

Функція $y = \cos 2x - |\cos x|$ має період π, бо кожна з функцій, що входить у різницю, має період π, крім того, вона парна. Корені досить знайти на проміжку $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$, де $\cos x>0$, тому

$$\cos 2x - \cos x = 0,\ \cos 2x = \cos x,$$

$$2x + x = 2\pi k,\ x = \frac{2\kappa\pi}{3},$$

$$x = 0\left(\frac{2}{3}\pi \notin \left[0, \frac{\pi}{2}\right)\right),\ 2x - x = 2k\pi,$$

$$x = 2k\pi,\ x = 0.$$

Отже, на проміжку, що дорівнює періоду $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, є лише один корінь $x= 0$. Врахувавши період, запишемо загальний розв'язок $x = k\pi$.

Ще більше місця зайняло в посібнику розв'язання прикладу № 21. Крім того, тут довелося об'єднати чотири формули розв'язків у дві, що становить труднощі не тільки для учнів, а й для значної частини студентів і вчителів.

Найзручнішим способом знаходження періоду функції $y = |f(x)|$, де $f(x)$ періодична, є такий: цю функцію записують так: $y = |f(x)| = \sqrt{f^2(x)}$ і після цього знаходять період функції $f^2(x)$. Наприклад, знайдемо період функції $y = |\cos x|$. Маємо: $|\cos x| =$

$\sqrt{\cos^2 x} = \sqrt{\dfrac{1+\cos 2x}{2}}$. Неважко впевнитися, що період цієї функції дорівнює π.

Приклад 5. *Розв'язати нерівність:*

$$|\sin 2x| > |\sin x|.$$

Розглянемо функцію $f(x) = |\sin 2x| - |\sin x|$. Період цієї функції дорівнює π, бо функція $|\sin 2x|$ має період $\dfrac{\pi}{2}$, а функція $|\sin x|$ — період π. Тому досить знайти розв'язки на проміжку, що дорівнює періоду, наприклад $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$. Крім того, дана функція ще й парна, тому досить знайти розв'язки на проміжку $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$. Розв'язання нерівності $|\sin 2x|>|\sin x|$ звелось до розв'язання нерівності, $\sin 2x - \sin x > 0$ на проміжку $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)$. Знайдемо корені функції: $f(x) = \sin 2x - \sin x,\ x \in \left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)$:

$$\sin 2x - \sin x = 0;\ \sin 2x = \sin x;$$

$$2x + x = (2k+1)\pi,\ x = (2k+1)\frac{\pi}{3},\ x = \frac{\pi}{3};$$

$$2x - x = 2k\pi,\ x = 2k\pi,\ x = 0.$$

Корені 0, $\dfrac{\pi}{3}$ розіб'ють проміжок $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ на два інтервали: $\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right)$ і $\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right)$. Розв'язком нерівності $\sin 2x > \sin x$ буде інтервал $\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right)$, тоді розв'язком нерівності $|\sin 2x| > |\sin x|$ буде також інтервал $\left(-\dfrac{\pi}{3},0\right)$. Загальний розв'язок запишемо так: $R=\left\{\left(-\dfrac{\pi}{3}+\kappa\pi,\kappa\pi\right),\left(\kappa\pi,\dfrac{\pi}{3}+\kappa\pi\right)\right\}$.

Приклад 6. *Розв'язати нерівність:* $6\cos^2 x - 5|\cos x| + 1 < 0$.

Функція $f(x) = 6\cos^2 x - 5|\cos x| + 1$ має період π; вона парна, як сума парних функцій. Тому розв'язки знайдемо на проміжку $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)$. Для цього знайдемо корені функції $f(x)$.

На даному проміжку $\cos x > 0$ знайдемо корені рівняння $6\cos^2 x - 5\cos x + 1 = 0$:

$$\cos x = \frac{5\mp\sqrt{25-24}}{12};$$

$$а)\ \cos x = \frac{1}{2},\ x = \frac{\pi}{3};$$

$$б)\ \cos x = \frac{1}{3},\ x = \arccos\frac{1}{3}.$$

Ці корені розіб'ють проміжок $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ на проміжки $\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right)$, $\left(\dfrac{\pi}{3},\arccos\dfrac{1}{3}\right)$, $\left(\arccos\dfrac{1}{3},\dfrac{\pi}{2}\right)$. На проміжку $\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right)$ $f(x) > 0$, на проміжку $\left(\dfrac{\pi}{3},\arccos\dfrac{1}{3}\right)$ $f(x) < 0$ і на проміжку $\left(\arccos\dfrac{1}{3},\dfrac{\pi}{2}\right)$ $f(x) > 0$.

Отже, розв'язком нерівності

$$6\cos^2 x - 5|\cos x| + 1 < 0$$

на проміжку $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ буде проміжок $\left(\dfrac{\pi}{3},\arccos\dfrac{1}{3}\right)$. Тоді розв'язком нерівності

$$6\cos^2 x - 5|\cos x| + 1 < 0$$

на проміжку $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$ будуть два проміжки: $\left(-\arccos\dfrac{1}{3},-\dfrac{\pi}{3}\right)$ і $\left(\dfrac{\pi}{3},\arccos\dfrac{1}{3}\right)$.

Запишемо загальний розв'язок:

$$R=\left\{\left(-\arccos\frac{1}{3}+\kappa\pi,-\frac{\pi}{3}+\kappa\pi\right),\left(\frac{\pi}{3}+\kappa\pi,\arccos\frac{1}{3}+\kappa\pi\right)\right\}$$

При розв'язуванні рівнянь нас часто цікавить не тільки метод або прийом, за допомогою якого знаходимо розв'язки, а й питання про можливість встановити, не розв'язуючи рівняння (нерівності), що воно розв'язку не має. При такому підході ми по суті торкаємось теореми про існування розв'язку та поняття множини значень функції. Нехай функції $f(x)$ і $\varphi(x)$ визначені на проміжку [a, b] і множина значень функції $f(x)$ буде Y_1, а множина значень функції $\varphi(x)$ – Y_2. Тоді необхідною умовою розв'язності рівняння $f(x) = \varphi(x)$ є така: переріз множин Y_1 і Y_2 не порожня множина, тобто $Y_1 \cap Y_2 \neq \varnothing$. Зрозуміло, що наявність цієї умови не дає підстави зробити висновок про існування коренів, які задовольняють рівняння $f(x) = \varphi(x)$. Тут ми часто користуємось властивостями обмежених знизу або зверху функцій. Пояснимо це.

Приклад 7. *Розв'язати рівняння:*

$$|\sin x| = \sin x + 3.$$

У посібнику [5] на стор. 127 вміщено таке розв'язання: «З рівняння

$|\sin x| = \sin x + 3$ маємо: $\sin x = \sin x + 3$. Це рівняння коренів не має, і

$$-\sin x = \sin x + 3, \text{ звідки } \sin x = -\frac{3}{2},$$

отже, дане рівняння не має коренів».

Нам здається, що тут доцільніше використати обмеженість, а також множини значень функцій, що стоять в обох частинах рівняння. Справді, для функції $|\sin x|$ $Y_1 = [0;\ 1]$, а для функції $\sin x + 3$ $Y_2 = [2;\ 4]$, тоді $Y_1 \cap Y_2 = \varnothing$ і тому рівняння не має коренів.

Часто знання множини значень (області зміни) функцій, що стоять в обох частинах рівняння, дає можливість знайти розв'язки або звузити межі, в яких вони знаходяться.

Приклад 8. Розв'язати рівняння:

$$(1+\sqrt{x})^2 = \sqrt{1-x^2}.$$

Аналітично розв'язати це рівняння учням важко. Знайдемо його розв'язок на основі поняття множини значень функцій $(1+\sqrt{x})^2$ і $\sqrt{1-x^2}$. Область визначення функції $(1+\sqrt{x})^2$ $[0, +\infty]$, область визначення функції $\sqrt{1-x^2}$ $[-1;\ 1]$. Отже, обидві функції можемо розглядати лише для $x \in [0,1]$. При цих значеннях x функція $y_1=(1+\sqrt{x})^2$ зростає від 1 до 2, а функція $y_2=\sqrt{1-x^2}$ спадає від 1 до 0, отже, $Y_1 \cap Y_2 = \{1\}$. Тому $x = 0$.

Приклад 9. *Розв'язати рівняння:*

$$\cos^{20}x - \sin^{20}x = 1.$$

Перепишемо це рівняння так:
$\cos^{20}x = 1 + \sin^{20}x$. $0 \le \cos^{20}x \le 1$; $1 \le 1+\sin^{20}x \le 2$. Отже, рівняння можуть задовольняти лише ті значення x, при яких одночасно $\cos^{20}x = 1$ і $\sin^{20}x = 0$. А це можливо тоді, коли $x = k\pi$.

Приклад 10. *Розв'язати рівняння:*

$$|\sin^{22}|x| - \cos^{22}|x|| = 1.$$

У посібнику [4] дібрано розв'язок $x = \dfrac{\kappa\pi}{2}$, а потім досить громіздкими міркуваннями доведено, що інших розв'язків рівняння не має.

Краще розв'язати це рівняння попереднім способом (більш загальним):

а) $\sin^{22}|x| - \cos^{22}x = 1$;

б) $\sin^{22}|x| - \cos^{22}x = -1$;

$0 \le \sin^{22}|x| \le 1$; $0 \le \sin^{22}|x| \le 1$;

$1 \le 1 + \cos^{22}x \le 2$. $-1 \le \cos^{22}x - 1 \le 0$;

$$\left.\begin{matrix}\sin x = \pm 1;\\ \cos x = 0;\end{matrix}\right\} x_1 = \frac{\pi}{2}(2\kappa+1);$$

$$\left.\begin{matrix}\sin x = 0;\\ \cos x = \pm 1;\end{matrix}\right\} x_2 = \kappa\pi = \frac{\pi}{2}\cdot 2\kappa;$$

Отже, $x = \dfrac{\pi}{2}n$, де $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Приклад 11. *Розв'язати рівняння:*

$$\sqrt{\log_x 5\sqrt{5} + \log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5}}\,\log_{\sqrt{5}} x = -\sqrt{6}$$

Оскільки беремо лише арифметичне значення кореня, то

$\sqrt{\log_x 5\sqrt{5} + \log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5}} > 0$, а $-\sqrt{6} < 0$, очевидно, повинно бути $\log_{\sqrt{5}} x < 0$; $\sqrt{5} > 0$, отже, $0 < x < 1$.

Висновок: корені даного рівняння, якщо вони є, будуть тільки на проміжку $0 < x < 1$.

Розв'язавши рівняння, дістанемо два значення x: $x_1 = \dfrac{1}{5}$ і $x_2 = \sqrt{5}$. Коренем рівняння буде лише $\boldsymbol{x} = \dfrac{1}{5}$, бо $\sqrt{5}$ лежить поза проміжком $0 < x < 1$.

Спинимося ще на одній важливій властивості елементарних функцій, яку можна використати, розв'язуючи нерівності. При переході через нуль непарного порядку значення функції змінюють знак на протилежний; при переході через нуль парного порядку знак значень функції не змінюється.

У методичній літературі користуються цією властивістю при розв'язуванні дробово-раціональних нерівностей.

Покажемо на прикладах використання цієї властивості до розв'язування тригонометричних нерівностей.

Приклад 12. *Розв'язати нерівність:*
$\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x < 2$.

У посібнику [6], стор. 65 наведено досить громіздке розв'язання цієї нерівності. Автор розглядає функцію
$F(x) = \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x - 2$.

Після перетворень має:

$$F(x) = 2\cos x \cos 2x \cos 5x.$$

Знайшовши корені на проміжку

$$\frac{\pi}{10} \le x < \frac{11\pi}{10}$$

що дорівнює періоду функції *F(x),* дістає 7 проміжків, на кожному з яких встановлюємо знак функції.

Розв'яжемо дану нерівність зручнішим способом. Функція *F(x)* парна, періодична і визначена для будь-якого дійсного числа. Період функції дорівнює π. Врахувавши парність функції, знайдемо її корені на проміжку $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$. Ось вони: $\frac{\pi}{10}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{10}$. Корені розіб'ють проміжок $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ на чотири проміжки: $\left[0, \frac{\pi}{10}\right)$, $\left(\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{4}\right)$, $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{10}\right)$, $\left(\frac{3\pi}{10}, \frac{\pi}{2}\right)$.

Оскільки на проміжку $\left[0, \frac{\pi}{10}\right)$ *F(x)* > 0, то функція не має кратних коренів і її значення змінюють знак на протилежний при переході через корінь. Отже,

на проміжку $\left(\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{4}\right)$ *F(x)* < 0;

$\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{10}\right)$ *F(x)* > 0;

$\left(\frac{3\pi}{10}, \frac{\pi}{2}\right)$ *F(x)* < 0.

Розв'язками нерівності на проміжку $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ будуть проміжки $\left(\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{4}\right)$, $\left(\frac{3\pi}{10}, \frac{\pi}{2}\right)$, а отже, на проміжку $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ відповідно такі проміжки: $\left[-\frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{10}\right)$, $\left(-\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{10}\right)$. Щоб встановити, чи входить точка $-\frac{\pi}{2}$ у розв'язок, підставимо в *F(x)* замість *x* $-\frac{\pi}{2}$. Загальний розв'язок нерівності: $R = \left\{\left(-\frac{\pi}{2} + \kappa\pi, -\frac{3\pi}{10} + \kappa\pi\right),\right.$

$$\left(-\frac{\pi}{4} + \kappa\pi, -\frac{\pi}{10} + \kappa\pi\right), \left(\frac{\pi}{10} + \kappa\pi, \frac{\pi}{4} + \kappa\pi\right),$$

$$\left.\left(\frac{3\pi}{10} + \kappa\pi, \frac{\pi}{2} + \kappa\pi\right)\right\}.$$

1. Моденов П.С. Сборник задач по специальному курсу элементарной математики / П.С.Моденов. – М.: Высшая школа, 1960.

2. Александров Б.И. Пособие по математике для подготовительных курсов МГУ / Б.И.Александров, П.С.Моденов. – М.: изд-во Московского университета, 1967.

3. Сивашинский Х.С. Элементарные функции и графики / Х.С.Сивашинский. – М.: Наука, 1966.

4. Шваецький М.Г. Абсолютні величини в шкільному курсі математики / М.Г.Шваецький. – К.: Радянська школа, 1967.

5. Спатару К.С. Абсолютная величина / К.С.Спатару. – Кишинев: изд-во Лумина, 1966.

6. Каплан Я.Л. Розв'язування нерівностей / Я.Л.Каплан. – К.: Радянська школа, 1967.

ДО ВІДОМОСТІ АВТОРІВ

У збірнику **«Дидактика математики: проблеми і дослідження»** публікуються науково-методичні роботи з дидактики математики, розвивального навчання, евристичного навчання, застосування математичних ідей та методів у навчанні у середній та вищій школі.

ВИМОГИ ДО ЗМІСТУ

Наукові статті, що подаються до друку, повинні містити матеріал, не опублікований раніше. Відповідно до вимог ВАК України (Постанова №7-06 від 15 січня 2003р.) необхідно дотримуватися таких елементів написання статей:

- ***постановка проблеми*** у загальному вигляді та її зв`язок із важливими науковими чи практичними завданнями;
- ***аналіз актуальних досліджень*** і публікацій, в яких започатковано розв`язання даної проблеми і на які спирається автор, виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується дана стаття;
- ***формулювання цілей статті***;
- ***виклад основного матеріалу*** дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів;
- ***висновки*** з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку.

З метою дотримання зазначених вище вимог до наукової статті слід жирним шрифтом виділити такі елементи статті: **постановка проблеми, аналіз актуальних досліджень, мета статті, виклад основного матеріалу, висновки.**

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ

- Спочатку по центру друкується ***назва статті*** прописними жирними літерами симетрично.
- Нижче (на другому рядку) – ***ініціали та прізвище автора***(-ів), нижче – науковий ступінь, вчене звання, на наступному рядку – місце роботи автора (-ів) (організація), місто, країна, нижче електронна адреса для спілкування.
- Через один інтервал друкується ***анотація роботи українською мовою*** (4-5 речень).
- На наступному рядку друкуються ***ключові слова української мовою.***
- Після цього йде ***початок тексту роботи*** з обов'язковим дотриманням вимог до змісту.
- Після викладу матеріалу статті через один інтервал пропуску друкується **література (обов'язкове посилання на статтю зі збірника «Дидактика математики: проблеми і дослідження»).**
- Потім друкується ***резюме й ключові слова (разом із прізвищем автора та назвою статті) російською мовою*** 4-5 строчок.

- ***Резюме із прізвищем автора та назвою статті, а також ключові слова англійською мовою*** мають бути в розгорнутій формі (від 1200 до 2000 знаків).
- ***Після резюме обов'язково надається література, на яку посилався автор, англійською мовою.***

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ

Мова: українська, російська, англійська.
Обсяг статті: (включно зі списком цитованої літератури) від 7 до 15 сторінок. Посилання на вітчизняні та закордонні літературні джерела (не менш 10 джерел) обов`язково.
Поля: верхнє – 25 мм, нижнє – 25 мм, ліве – 25 мм, праве – 25 мм.
Шрифт: Times New Roman, розмір 14 п.
Міжрядковий інтервал полуторний.
Відступ першої строки: 1,25 см.
Оформлення формул: використовувати Microsoft Word з вбудованим редактором формул Microsoft Equation, розмір 12.
Оформлення таблиць: таблиці розміщуються у тексті статті, шрифт у таблицях і малюнках 12.
Оформлення літератури: список літератури розміщується у кінці статті під назвою «**Література**» (нумерація джерел за алфавітом). Посилання на літературу по тексту подаються у квадратних дужках.
Резюме пишеться українською, російською та англійською мовами.
Ключові слова українською, російською та англійською мовами надаються у кінці статті після резюме.

АВТОРИ НЕСУТЬ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЬ ЗА ЗМІСТ І ДОСТОВІРНІСТЬ ПОДАНИХ МАТЕРІАЛІВ

Матеріали пересилати на адресу:
i-v-goncharova@mail.ru

контактний телефон:
050 233 14 99 Гончарова Ірина Володимирівна

РОБОТИ, ЯКІ НЕ ВІДПОВІДАЮТЬ ВКАЗАНИМ ВИМОГАМ, ПУБЛІКУВАТИСЯ НЕ БУДУТЬ!

Редколегія зберігає за собою право відхиляти роботи без обговорення та рецензування.

АВТОРИ НАДАЮТЬ:

електронний варіант статті (стаття має бути ретельно перевірена і повністю відредагована); відгук члена редакційної колегії збірника; довідку про автора(-ів).

Наукове видання

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ

МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ РОБІТ

Випуск 40, 2013 рік

Рекомендовано до друку вченою радою
Донецького національного університету
22.11.2013 (протокол № 2)

Редакція збірника
Науковий редактор – доктор педагог. наук, проф. **Скафа Олена Іванівна**
Тел.: 050 520 46 41 E-mail: e.skafa@ukr.net

Технічний редактор: Гончарова І.В.
Комп'ютерна верстка: Гончарова І.В.
Художнє оформлення: Абраменкова Ю.В.

Відповідальний секретар:
к.п.н. Тимошенко Олена Вікторівна
E-mail: elenabiomk@mail.ru

Адреса редакції збірника:
Кафедра вищої математики і методики викладання математики,
Донецький національний університет, вул. Університетська, 24,
м. Донецьк, 83000, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:
Тимошенко О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Збірник розповсюджується безкоштовно

Підписано до друку 28.11.2013 р. Формат 60x84/8. Папір типографський.
Друк офсетний. Умовн. друк. арк. 20,5. Тираж 300 прим. Замовлення № 71/28

Видавництво Донецького національного університету
Україна, 83000, Донецьк, вул. Університетська, 24

Надруковано в типографії ООО "Цифрова типографія" на цифрових
лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.
Адреса: Донецьк, вул. Челюскінців, 291а. Тел. (062) 388 07 31