выпуск 47

ISSN 2079-9152

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:

проблемы и исследования

международный сборник научных работ

2018

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

ISSN 2079-9152

Основан в 1993 г.

ВЫПУСК 47

2018

Международный сборник научных работ

Сборник входит в систему «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ)

Сборник индексируется в международной реферативной базе данных Index Copernicus

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ААА № 000061 от 04.11.2016

Адрес редакции:
83001, г. Донецк,
ул. Университетская, 24,
кафедра высшей математики и методики преподавания математики
e-mail: donnu.vm@mail.ru
http:// dm.inf.ua

Сборник входит в перечень рецензируемых научных изданий (приказ Министерства образования и науки ДНР от 01.11.2016 г., № 1134)

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Сборник основан профессором Юрием Александровичем Палантом в 1993 году

Рекомендовано к печати Ученым советом
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»27.04.2018 (протокол № 5)

Д44 **Дидактика математики: проблемы и исследования: международный сборник научных работ** / редкол.: Е.И. Скафа (отв. ред.) и др.; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2018. – Вып. 47. – 92 с.

ISSN 2079-9152

В международном сборнике научных работ представлены различные проблемы исследований в области теории и методики обучения математике, вопросы, связанные с рассмотрением современных тенденций развития методики математики, среди которых особое место занимает использование и разработка эвристических приемов в обучении, стимулирование профессионально-ориентированной деятельности студентов в процессе обучения математическим дисциплинам. Отдельным направлением статей, издаваемых в сборнике, являются работы, посвященные вопросам формирования методических компетентностей будущих учителей математики, то есть готовности и способности работать, используя разнообразные современные дидактические системы и технологии обучения математике. Кроме того, большим блоком в сборнике выделяются частные методические проблемы преподавания математики, как в высшей школе, так и общеобразовательной и профильной школе.

Основные направления опубликованных статей представлены в рубриках:
Методология научных исследований в области теории и методики обучения математике;
Современные тенденции развития методики обучения математике в высшей школе;
Научные основы подготовки будущего учителя математики;
методическая наука – учителю математики.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации
ААА № 000061от 04.11.2016

Лицензионный договор с библиографической базой данных
Российского индекса научного цитирования (РИНЦ)
№ 825-12/2015 от 17.12.2015

Сборник индексируется
в международной реферативной базе данных Index Copernicus

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

International Collection of Scientific Works

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

Issue # 47

Founder:

Donetsk NationalUniversity

Donetsk, DonNU, 2018

UDK 51(07)+53(07)
BBKB1 p
Д44

A periodic semiannual edition founded by Professor Yurii Palant in 1993.

Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk National University on27.04.2018(protokol #5)

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. –** Issue # 47. – Donetsk: DonNU, 2018. –92 p.

ISSN 2079-9152

In the international Collection of Scientific Works coverage of scientific research in the field of theory and methodology of teaching mathematics are described. Issues related to modern trends in the teaching of mathematics in the higher school methods are considered. Among them a special place occupies the use and development of heuristic techniques in learning, stimulate the professional-oriented activities of students in the process of learning mathematical disciplines. A separate direction of articles published in recent years are the works devoted to questions of formation the methodical competences of future mathematics teachers, that is, the willingness and ability to work, using a variety of modern didactic systems and technologies of teaching mathematics. In addition, a large block in the private log allocated methodical problems of teaching mathematics in higher school, secondary school and specialized school.

In a collection articles are grouped by headings:

- methodology of scientific research in the field of theory and methodology of mathematics teaching;
- modern trends in the development of mathematics teaching methods in higher school;
- scientific bases of future mathematics teacher preparation;
- methodical science to a teacher of mathematics.

Mass media state registration
AAA № 000061от 04.11.2016

The license agreement with the bibliographic database
of the Russian Science Citation Index data
№ 825-12/2015 dated17.12.2015

The collection is indexed
in the database Index Copernicus International

UDK 51(07)+53(07)
BBKB1 p

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Редакция оставляет за собой право на редактирование и сокращение статей. Мысли авторов не всегда совпадают с точкой зрения редакции. За достоверность фактов, цитат, имен, названий и других сведений несут ответственность авторы.

CONTENT

МЕТОДОЛОГИЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

УДК 37.02

ПУТИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Павлов Александр Леонидович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент
e-mail: *alex4909@gmail.com*
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк
Бродский Яков Соломонович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент
e-mail: *y-brodsky@yandex.ru*
г. Донецк
Pavlov Alexander,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Donetsk National University, Donetsk
Brodsky Jakov,
Candidate of of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Donetsk

Указаны основные проблемы, от решения которых зависит состояние математического образования, рассмотрены пути их решения.

Ключевые слова: *математическое образование, содержание образования, подготовка учителя, учебные достижения, математическая грамотность, дополнительное математическое образование.*

Качество математического образования является одним из важнейших факторов, определяющих состояние экономики в обществе, основу его национальной безопасности. Это утверждение во многих странах является аксиомой. Именно эти страны можно отнести к наиболее успешным: Республика Корея, Япония, Сингапур, Китай, Бельгия, Германия, Финляндия, Канада, Австралия, США и др.

В 2013 году в России была принята концепция развития математического образования [11], предусматривающая радикальное улучшение его качества в ближайшем будущем на всех ступенях образования. Это свидетельствует о признании в России значимости качества математического образования в развитии общества. Необходимость существенного изменения состояния математического образования в Донецкой Народной Республике вызвана многими обстоятельствами. Оно жизненно необходимо для развития и укрепления республики.

Одной из важных причин недостатков в математическом образовании является его недооценка в общественном сознании, ориентация значительной части молодёжи на гуманитарные профессии. Поэтому, прежде всего, нужно изменить отношение общества к математическому и естественнонаучному образованию. В этом состоит одна из главных задач модернизации математического образования. Ее решение требует государственной поддержки. Одним из средств такой поддержки в Донецкой Народной Республике должно стать принятие концепции развития математического образования и создание условий для ее реализации.

Методологической основой для изменения состояния математического образования может быть широко используемое международным сообществом оценивание состояния образования на трёх уровнях:

– запланированном, который определяется нормативными документами, средствами обучения, фиксирующими содержание обучения;

– реализованном, который является трансформацией запланированного уровня в реальном учебном процессе и определяется условиями обучения, кадровым составом обучающих;

– достигнутом или личностном, который характеризуется уровнем усвоения содержания обучения обучающимися, качеством знаний и умений, компетенций, приобретением опыта эмоционально-ценностного восприятия окружающего мира, опыта творческой деятельности.

Проблема состоит в определении путей реформирования образования на каждом уровне, обеспечивающих гармоничную связь между ними, учитывающие реальные условия и возможности.

Целью статьи является *выявление особенностей состояния математического образования на уровнях планирования, реализации, достигнутых результатов, исследование путей его совершенствования на каждом из них.*

Изложение основного материала. Качество планирования образования является важнейшим фактором, определяющим качество образования в целом. Ключевым является вопрос «Каким должно быть содержание обучения?»

Существует много современных подходов к проектированию содержания обучения, которые существенно отличаются от традиционной парадигмы. Наиболее взвешенным подходом к обновлению содержания школьного образования является культурологический или культурно-исторический подход, который предусматривает осознание закономерностей содержания, не игнорируя историю, и рассматривает содержание образования в разных культурных плоскостях [9], [12], [13], [18].

Главным аргументом в пользу этого подхода к содержанию образования является необходимость соблюдения основных принципов и положений системного анализа, в частности анализа функционирования сложных гуманитарных систем. Содержание образования является главным структурным элементом системы образования. Оно функционирует и развивается по сложным нелинейным закономерностям. Его модернизация требует взвешенности, обоснованности, материального и методического обеспечения и т. п. В соответствии с положениями системного анализа изменения должны быть согласованы с реальным состоянием образования, его ресурсами и потенциальными возможностями.

Согласно культурологическому подходу, содержание, изоморфное социальному опыту, состоит из четырех структурных элементов [12], [18]:

– знаний разных видов (понятий, фактов, законов, методов, теорий, исторических сведений, методологических принципов);

– способов деятельности как предметных, так и процессуальных (учебных, поисковых, познавательных);

– опыта творческой деятельности;

– опыта эмоционально-ценностных отношений.

Процесс обновления содержания школьного математического образования должен быть эволюционно-прогностическим. Он требует:

- сохранения тех традиций и приобретений математического образования в школе, которые обеспечивали высокое его качество, прошли испытание;

- восстановления потерянных достижений в содержании образования;

- постепенных изменений в содержании, которые предопределены изменением парадигмы образования, условий обучения.

В соответствии с культурологическим подходом содержание школьного курса математики составляет не математика, как наука, и даже не ее основы, а общекультурные приемы математической деятельности, соответствующие им знания и ценности. Этот подход полностью отвечает точке зрения многих известных математиков. Сжато и удачно его выразил известный математик и педагог Г. Фройденталь: «Школе нужно не столько преподавание современной математики, сколько современное преподавание математики» [21].

Актуальной является задача обновления содержания математического образования, исходя из ее четырехкомпонентного состава, на основе приведенных положений, которые обобщают подходы к отбору содержания математического образования конца прошлого века (см. [8]).

Модернизация математического образования должна осуществляться с учетом ее потенциала в формировании интеллектуальных умений и навыков. Проектирование математического образования на основе современных психолого-педагогических исследований развития мышления, теорий учения является одной из важнейших особенностей модернизации математического образования.

Одним из главных требований к обновлению математического образования является сохранение и даже усиление его фундаментальности. Это требование отвечает всем современным вызовам. Именно фундаментальность школьного математического образования была главным достижением отечественного образования в прошлом.

Важнейшими направлениями развития математического образования является обеспечение равных возможностей для получения качественного математического образования для всех граждан; обеспечение гуманизации и гуманитаризации математического образования; внедрения профильного и предпрофильного обучения математике. А это требует, в свою очередь, решения целого ряда задач [3], в частности:

1) усиления дифференциации содержания обучения математике;

2) усиления развивающей направленности обучения математике;

3) реализации прикладной направленности обучения математике;

4) формирования информационной среды обучения математике.

Внедрение дифференцированного подхода в обучение в первую очередь касается дифференциации содержания обучения. Она предусматривает: выделение базового содержания; уменьшение удельного веса информационной составляющей инвариантного содержания; формирование содержания вариативной составляющей математического образования; формирование содержания допрофильного и профильного обучения математике; проектирование дополнительного математического образования.

Определяющими являются те изменения в содержании математического образования, которые содействуют развитию мышления вообще, в частности его специфических видов: логического, пространственного, вероятностно-статистического, алгоритмического, функционального и т. п. И для этого еще далеко не полностью использованы возможности традиционного содержания школьного математического образования.

Важной составляющей содержания являются способы деятельности. Само усвоение способов деятельности и является главной целью обучения. Способы деятельности состоят из предметных и метапредметных. Формирование предметных умений на основе несформированных познавательных действий не может быть эффективным. Поэтому проектирование содержания математического образования должно основываться на психологопедагогическом анализе способов деятельности.

В условиях модернизации образования ориентированность обучения на ребенка, на мир, который его окружает, на его повседневную жизнь является важнейшей задачей образования. Человек способен сознательно усваивать в первую очередь то, что имеет или будет иметь применение, которое связано с его практической деятельностью. Поэтому тезис «Математику надо учить так, чтобы уметь ее применять», которую выражали известные математики и педагоги, в частности Г. Фройденталь [21], В.И.Арнольд [1], является актуальной для школы как никогда. Он является актуальным для всех стран. Об этом свидетельствуют результаты исследований математической грамотности, которые были проведены международными организациями за последние годы (TIMSS, PISA) .

Информационная среда – это система общения с человеческим знанием, служащая как для сохранения, структуризации и изображения информации, которая составляет содержание накопленного знания, так и для ее передачи, переработки и обогащения. Её сущность связана не только и не столько с использованием компьютерных средств обучения, сколько с необходимостью моделирования в обучении процесса взаимодействия человека и информационной среды, которая является одной из важнейших особенностей современного развитого общества.

Важной составляющей информационной среды обучения математике являются учебно-методические комплекты по предмету. Их создание для каждого класса и внедрение в жизнь является первоочередным заданием.

Безусловно, на очереди широкое использование компьютерных технологий, сети Internet в формировании информационной среды обучения [15]. Важно лишь соотносить реальные возможности применять современные информационные технологии и желание их использовать. Опыт многих стран свидетельствует, что применение компьютерных технологий не снимает проблему формирования качественной информационной среды на бумажных носителях.

Проектирование информационной среды обучения математике является одной из главных задач обновления математического образования.

Уровень реализации является определяющим в обеспечении качества образования. Ведь запланированные цели, содержание и результаты обучения реализуются учителем. Уровень реализации определяет достигнутые результаты.

Состояние и проблемы подготовки учителя математики в отечественной школе на начало XXI столетия представлены в [16].

В настоящее время это наиболее слабое звено в системе математического образования. Одной из причин ослабления этого звена является введение новшеств в образование до того, как будет обеспечена качественная подготовка педагогических кадров к этим новшествам. Об этом свидетельствуют и публикации [6], [22].

Система подготовки учителя – сложная гуманитарная система. Её системное изменение является дорогостоящим, долговременным мероприятием. Поэтому наряду с разработкой проектов приведения подготовки учителя в соответствие с современными требованиями и подходами необходимо спланировать мероприятия, реализуемые в сравнительно короткие сроки, но ощутимо влияющие на качество подготовки. Они должны, прежде всего, касаться основных структурных элементов подготовки учителя: предметной, методической, психолого-педагогической.

Одним из важнейших путей усиления предметной подготовки учителей математики является обеспечение педагогизации содержания обучения математике, в частности, основных математических курсов. Прежде всего, это касается формирования математических понятий. Будущие учителя должны «видеть» технологию формирования математических понятий в своём обучении. Овладение универсальными математическими методами (методом математической индукции, аксиоматическим методом, методом математического моделирования, координатным методом и др.)должно стать обязательным условием подготовки учителя математики. Педагогическая направленность основных математических курсов состоит также в обеспечении их прикладной направленности.

Усиление методической подготовки учителя математики, прежде всего, связано с обеспечением его готовности к проектированию обучения на основе диагностично заданных целей, деятельностного подхода в обучении. Полноценная методическая подготовка невозможна без владения содержанием школьного курса математики. Она должна предполагать значительный объём курсов, обеспечивающих знания и умения по школьному курсу математики.

Психолого-педагогическая подготовка должна предусматривать овладение психологическим анализом приёмов, способов деятельности как предметных, так и метапредметных, овладение психологическими закономерностями обучения математике, средствами диагностики сформированности действий, способов деятельности.

Не менее важным для успешного реформирования образования является качественная организация повышения квалификации учителей математики. Переход на активные формы повышения квалификации, широкое применение повышения квалификации по индивидуальным планам, которые, в частности, предусматривают участие в проведении педагогических исследований, является необходимым условием подготовки учителей математики к их творческому участию в совершенствовании математического образования.

Качество образования в конечном счёте оценивается по достигнутым результатам. Об этом свидетельствуют многочисленные публикации, в которых оценивается математическое образование (см. [19], [20], [22]).

Проблемы мотивации в обучении являются одними из самых сложных и самых важных. В международных мониторинговых исследованиях математической грамотности школьников большое внимание уделяется показателю «отношение к предмету» при анализе и интерпретации результатов тестирования. От этого отношения существенно зависят достигнутые результаты.

Низкая мотивация учащихся к обучению вообще, к обучению математике в частности, является главным препятствием в обеспечении достойного качества математического образования [11], [20]. Корни этой проблемы имеют социальную природу. Но у школы есть определённые возможности воздействовать на мотивационную сферу учащихся, на формирование положительного отношения к обучению математике.

Прежде всего, это касается обеспечения базового уровня математической подготовки, который даёт возможность продолжать обучение математике. Учитывая особенности понятийного состава математики, спиралевидный характер её изучения на разных ступенях обучения, можно утверждать, что существенные пробелы в базовой подготовке приводят к невозможности дальнейшего неформального обучения математике, а вследствие этого к потере интереса к обучению математике. Создание условий для достижения базового уровня математической подготовки для каждого обучающегося, на каждом этапе обучения является первоочередной задачей. Об этом свидетельствует и концепция развития математического образования, принятая в России [11]. Проблема состоит в поиске путей, средств для решения этой задачи. Организация диагностико-коррекционного мониторинга базового уровня математической подготовки каждым учителем математики является эффективным средством для этой цели [2].

Основой высокого уровня математического образования на разных ступенях обучения является математическая грамотность подрастающего поколения. Это подтверждается многолетним опытом проведения международных мониторинговых исследований TIMSS и PISA, в которых принимают участие несколько десятков стран с разным качеством математического образования.

Поэтому обеспечение математической грамотности школьников является первоочередной задачей в деле обеспечения добротности школьного математического образования. А это является основой соответствующего качества математического образования в профессиональной школе.

Под математической грамотностью понимают «способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину» [15]. Готовность учащихся применять математику для решения жизненных задач способствует формированию интереса к математике, к её изучению, является мощным стимулятором.

В нынешних условиях приобретает большое значение создание системы дополнительного математического образования как школьного, так и внешкольного[5], [10]. Такая система призвана решить следующие задачи.

1. Развитие у молодежи интереса к математике и ее приложениям в различных отраслях человеческой деятельности, формирование у нее стойких мотивов к самостоятельным занятиям математикой.

2. Развитие познавательных видов деятельности, навыков самостоятельной работы, в частности с книгой, развитие математического мышления учащихся, ознакомление их со специфическими видами математической деятельности (моделирование, исследование, проведение вычислительного эксперимента, и т. п.).

3. Создание условий для получения школьниками дифференцированного математического образования, реализации их возможностей и намерений.

4. Создание учебно-методического обеспечения различных форм работы с учащимися при организации дополнительного математического образования, в первую очередь пособий для организации их самостоятельной работы по математике.

С целью создания системы дополнительного обучения школьников математике, обеспечивающей математическую грамотность высокого уровня, фундаментальность математической подготовки на основе современных подходов и средств обучения авторами разработан проект «Математика в действии», который частично представлен в [17]. Одной из главных особенностей предлагаемой в проекте системы обучения является формирование обучающей среды, в которой учащийся должен научиться самостоятельно управлять своей учебной деятельностью: управлять мотивационной сферой, ставить цели, формировать планы и стратегии деятельности, расширять средства деятельности, анализировать её результаты. Реализация этого проекта в настоящее время обеспечена развивающей образовательной программой «Реальная математика», утверждённой Министерством образования и науки ДНР [4], пособиями для учащихся по большинству модулей этой программы и методическими пособиями для учителя по эти модулям [7].

Одним из эффективных средств выявления и развития математических способностей учащихся, формирования у них интереса к математике и её применениям являются математические соревнования (олимпиады, конкурсы и др.). Расширение видов математических соревнований, обеспечение разнообразия их направленности и уровней является важной задачей развития математического образования. В созвездии математических конкурсов достойное место заняли заочные математические конкурсы «Золотой ключик» и «Золотой сундучок», проводимые Центром математического просвещения факультета математики и информационных технологий Донецкого национального университета [14]. Главной особенностью этих конкурсов является содержание заданий. Они направлены, прежде всего, на формирование умений применять математику для решения задач, в которых нужно сначала перевести задачу на язык математики, или, как говорят математики, «смоделировать» условие и требование задания. А затем решить полученную математическую задачу и, наконец, осмыслить полученное решение для решения исходной задачи. Конечно, далеко не все задания этих конкурсов связаны с решением жизненно важных задач. Но подавляющее их большинство направлено на формирование приёмов математического моделирования, овладение методом математического моделирования. Поэтому эти конкурсы способствуют обеспечению математической грамотности школьников разного уровня. Многие задания этих конкурсов направлены на формирование исследовательских навыков. Они предполагают рассмотрение различных случаев, их обобщение, использование вычислительного эксперимента, построение моделей и т.п. В заданиях конкурсов для разных классов есть задачи, которые в совокупности образуют цикл задач, объединённых общностью условий и требований, но различающихся степенью общности в зависимости от возраста учащихся.

Выводы. Таким образом, можно заключить следующее.

1. Для обеспечения достаточного качества математического образования необходимо, прежде всего, обеспечить хороший уровень его проектирования, в частности, нормативных документов, средств обучения математике, его методического обеспечения и др. Для этого необходима их качественная экспертиза представителями всех групп лиц, заинтересованных в эффективности обучения математике. Целесообразно создание независимого экспертного совета по проблемам математического образования.

2. Без существенных изменений в системе подготовки и переподготовки учителей математики невозможно изменение состояния математического образования. Образовательные программы подготовки и переподготовки учителя должны предусматривать диагностирование готовности к работе в школе с высокой степенью достоверности.

3. Состояние математического образования невозможно улучшить, не приложив достаточных усилий для создания позитивного отношения в обществе к достижениям математической науки, важности математического образования для будущего республики, условий для достижения каждым учащимся уровня математической подготовки, необходимой ему для успешной жизни в обществе. Целесообразно создание республиканского Центра математического просвещения, который мог бы координировать и инициировать проекты, направленные на развитие математического образования в Донецкой Народной Республике, используя научно-методический потенциал образовательных учреждений высшего профессионального образования.

1. *Арнольд В.И. Математика и математическое образование в современном мире / В.И. Арнольд // Математическое образование, 1997. – №2. – С. 109-112.*

2. *Бродський Я.С. Управління якістю математичної освіти на основі моніторингових досліджень. / Я.С. Бродський, О.Л. Павлов // Освіта і управління. – 2007. – № 3-4. – С. 19-34.*

3. *Бродський Я.С. Шляхи оновлення шкільної математичної освіти / Я.С. Бродський, О.Л. Павлов // Математика в школі. – 2008. – № 1. – С. 24-29; № 2. – С. 33-36.*

4. *Бродский Я.С. Дополнительная образовательная общеразвивающая программа «Реальная математика» / Я.С. Бродский, А.Л. Павлов [Электронный ресурс].– Режим доступа: https://drive.google.com/drive/u/1/folders/0B5zquBs1Nn7vV2FmT 19RaGVrQWM. – Дата обращения 25.03.2018.*

5. *Буйлова Л.Н. Современные проблемы развития дополнительного образования детей*

в контексте идей непрерывного образования / Л.Н. Буйлова [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http:// - о www.sworld.com.ua/ simpoz 2/31. pdf. – Дата обращения 11.02.2018.

6. Далингер В.А. Подготовка учителей математики в условиях новых государственных стандартов по направлению «Педагогическое образование» профиль «Математическое образование» / В.А. Далингер. – Современные проблемы науки и образования. Электронный научный журнал, 2017. – № 1. – С.22-28.

7. Дополнительное обучение математике [Электронный ресурс].– Режим доступа:https://drive.google.com/drive/folders/0B5zquBs 1Nn7vS3JLa1ZZdjIzNGM?usp=sharing. – Дата обращения 25.01.2018.

8. Дорофеев Г.В. О принципах отбора содержания школьного математического образования / Г.В.Дорофеев // Математика в школе. – 1990. – № 6. – С. 2 – 5.

9. Иванова Е.О. Содержание образования : культурологический поход / Е.О.Иванова, И.М.Осмоловская, И.В.Шалыгина // Педагогика. – 2005. – № 1. – С. 13-19.

10. Кондаурова И.К. Избранные главы теории и методики обучения математике: дополнительное математическое образование школьников / И.К.Кондаурова.– Саратов : ИЦ «Наука», 2010. – 192 с.

11. Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http: //www.rg.ru/2013/12/27/matematikasite dok.html.- Дата обращения 25.03.2018.

12. Краевский В.В. Содержание образования: вперед к прошлому / В.В.Краевский. – М. : Педобщество России, 2000. – С. 71-75.

13. Краевский В.В. Предметное и общепредметное в образовательных системах / В.В.Краевский, А.В.Хуторской // Педагогика. – 2003. – № 2. – С.3-10.

14. Математические соревнования [Электронный ресурс].– Режим доступа: https: //drive.google.com/open?id=0BxAWqzhgbPhtVmF FX21aa0Nkb1U. – Дата обращения 05.03.2018.

15. Основные подходы к оценке математической грамотности [Электронный ресурс].– Режим доступа:http:// centeroko.ru/ pisa18/pisa2018_ml.html. – Дата обращения 22.02.2018.

16. Подготовка учителя математики : Инновационные подходы : учеб. пособие / Под ред. В.Д.Шадрикова. – М. : Гардарики, 2002. – 383 с.

17. Реальная математика : наш взгляд на современные подходы преподавания математики школьникам [Электронный ресурс] – Режим доступа : http://znanika.ru/education/ opinion. – Дата обращения 15.03.2018.

18. Рыжаков М.В. Чему учит история (как не надо реформировать содержание образования) / М.В.Рыжаков // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2001. – № 3. – С. 20 – 27.

19. Самылкина Н.Н. Проблемы школьного математического образования глазами учителей и преподавателей вузов: результаты опросов / Н.Н. Самылкина // Математика в школе. – 2017. – № 2. – С. 36 – 44.

20. Тестов В.А. Основные задачи развития математического образования / В.А. Тестов // Образование и наука. – 2014. – № 4 (113). – С.3–16.

21. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача. Ч. I / Г.Фройденталь. – М. : Просвещение, 1982. – 208 с.

22. Шашкина М.Б. О качестве математической подготовки в школе и вузе / М.Б. Шашкина, О.А. Табинова // Математика в школе. – 2014. – № 4. – Электронное приложение № 1.

Abstract. **Pavlov A., Brodsky J. WAYS OF DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL EDUCATION.** *Different levels of the state of mathematical education are considered. For each level, the component of mathematical education is specified, which determines, basically, the quality of mathematical education at the appropriate level. This content of mathematical education, such as training of teachers, motivation of students to study mathematics for each of these components are proposed ways to improve them.*

Key words: *mathematical education, content of education, teacher training, educational achievements, mathematical literacy, additional mathematical education.*

Статья представлена профессором Г.В. Горром.
Поступила в редакцию 22.04.2018 г.

УДК 378.147.091.3:31

О МЕТАФИЗИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ В ИССЛЕДОВАНИЯХ ПО МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Саввина Ольга Алексеевна,
доктор педагог. наук, профессор,
e-mail: oas5@mail.ru
ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»,
г. Елец, РОССИЯ
Savvina Olga,
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Bunin Yelets State University, RUSSIAN FEDERATION

В статье обосновывается метафизический подход к проведению исследований по методике преподавания математики. Исследуются в историческом плане различные подходы к формулированию цели образования.

Ключевые слова: *метафизический подход, цель образования, христианская модель образования.*

Начиная с античности, главная цель науки заключается в *поиске истины* или хотя бы в попытке приблизиться к ней. Достижение этой мировоззренческой цели неизбежно выводит нас за горизонты научного знания в метафизическую плоскость, предполагает обращение к религиозному знанию и духовному опыту, т.е. к тому, что находится за пределами предмета самой науки.

Первоначально слово «метафизика» использовалось как название 14 книг греческого мыслителя Аристотеля, хотя сам философ этот термин не использовал.

Известно, что ***метафизический подход*** к изучению явлений природы и мира появился довольно давно, раньше позитивистского и материалистического. Многие артефакты свидетельствуют о существовании этого подхода в университетской науке. «Dominus Illumination Mea» (Господь – просвещение мое) – таков девиз Оксфордского университета. На здании храма во имя мчц. Татианы Московского университета было начертано: «Свет Христов просвещает всех». «Цель науки – благовествовать неумолчно творческую силу, премудрость и величество Бога», – утверждали М.В. Ломоносов (1711–1765) и Л.Ф. Магницкий (1669–1739).

Метафизический подход в толковании исторических событий раскрыт в работах дореволюционного мыслителя Л.М.Тихомирова [13] и современного ученого В.Ю. Катасонова [2]. Духовное измерение проблем современного образования представлено в работах В.И. Слободчикова [12], О.Р. Каюмова и др. [3], [4], [5]. Исследователям А.А. Остапенко и Т.А. Хагурову удалось применить метафизический подход к описанию динамики антропологических смыслов образования, понимаемом как формирование человека «по образу» [1], «в совокупности заданных этим образом *духовных, интеллектуальных, моральных и волевых качеств»* [8].

Если обратиться к истории, то в античности философы (Сократ) и софисты (Протагор) расходились в понимании целей образования, поскольку по-разному определяли человека. Для софистов «человек – мера всех вещей», поэтому каждый сам для себя определяет, что есть истина. Для одного истина в мудрости, для другого – в удовольствиях. И эти истины равноценны [8, с. 25]. На первое место софисты выдвигали практическую эффективность образования. Философы ставили другую цель образования – познание Истины, отделение сущностей от видимостей [8, с. 25]. Неслучайно греческую философию *Сократа, Платона и Аристотеля* называют «детоводителем», готовившим Римскую империю к принятию Христа. В рамках этой философии ***цель образования человека – всестороннее развитие личности***: развитие разума, воспитание чувств и тренировка тела.

Однако для античных философов оставалось загадкой: почему человек, разумом понимая благо и добро, поступает дурно? Ответ на этот непростой вопрос появился только с возникновением христианства. А.А. Остапенко и Т.А. Хагуров комментируют этот ответ с точки зрения христианской антропологии: «Человек – ***это Образ и Подобие Божие, но Образ, поврежденный первородным грехом***. …Изначальная внутренняя иерархичность человека в результате грехопадения оказалась расстроенной. Телесное и душевное начала вышли из под контроля начала духовного. Это обусловливает наличное страстное (страдающее и желающее) состояние человека. Страсти как греховные влечения несут с собой индивидуальные и социальные страдания. Собственно, одно из ключевых достижений христианской мысли – это концептуализация иррационального начала в человеке» [8, с. 29].

Таким образом, христианство открыло исследователям в области педагогики важное знание о греховности человеческой сущности, о первородности греха. Епископ Орловский и Севский Макарий еще в XIX веке отмечал: «Худые семена или плевелы растут сами собою и растут гораздо успешнее, нежели семена добрые. Причина сему та, что человек, по самой поврежденной природе своей расположен более ко злу, нежели к добру, так что научиться злому для каждого гораздо легче, нежели доброму» [7, С.1491]. Отсюда понятно, почему ребенку легче проводить время в праздности, чем учиться. Поэтому опасны детоцентризм и недооценка роли наставника в образовательном процессе. Учитель не может рассматриваться как тьютор. Тем более абсурдно преувеличивать роль ребенка (якобы он сам должен определять траекторию образования, сам открывать факты и пр.) и умалять роль учителя в решении задачи формирования целостного научного мировоззрения [11]. Ребенку не хватит жизни повторить путь каждого ученого, каждого исследователя. Тем более, что на этом пути были многочисленные ошибки и просчеты.

Метафизический подход позволяет не только определить цель образования, спроектировать христианскую модель образования, но и указать методы и средства достижения этой цели. А.А. Остапенко и Т.А. Хагуров пишут: «социальный проект христианства как благого справедливого общества объединенных на началах Любви верующих людей реализуется через Спасение как исправление поврежденной человеческой природы, через Богопознание и аскетику. «Это путь преодоления иррационального через обóжение. *Антропологический идеал – Христос, Богочеловек. Социальный идеал – соборное единство Церкви, основанное на любви и милосердии»* [8, с. 30].

Необходимо иметь в виду различия между православным и католическим в понимании греха. Если в православии грех – это болезнь, имеющая иррациональную природу, то в католицизме грех рассматривается скорее как вина, требующая искупления [8, с. 30].

Человек в православном христианстве, с одной стороны, высочайшее творение Божье, с другой стороны, – тварь, поврежденная грехом. Преодоление этого противоречия осуществляется через покаяние и богопознание, с помощью которых человек приводится к просвещению (Истиной) и Спасению. «Базовой ценностью христианской культуры становится Любовь, заменяющая неумолимость Справедливости на сострадание Милосердия» [8, с. 31].

В этом отличие православия от западного христианства, где «ключ к постижению Истины – Откровение Священного Писания. Соответственно, цель средневекового образования – *научить человека понимать (и интерпретировать) тексты*

Священного Писания. Для этого нужно не только знать их содержание (теология и история), но и уметь рассуждать (логика) и доказывать (риторика). Наиболее полно эти представления об образовании воплотились в модели классического средневекового университета. Университет – это школа, где преподается универсум знаний, овладеть которым можно лишь путем кропотливого многолетнего труда (изучения текстов, участия в диспутах, комментирования авторитетов и т.п.)» [8].

Россия явилась наследницей имперской (византийской) системы образования с классическими гимназическими идеалами «всестороннего развития личности» [4]. Под влиянием православной культуры советский проект просвещения фактически использовал идею «формирования всесторонне развитой личности – будущего строителя коммунизма» как превращенную версию христианского преодоления, как светскую форму «обóжения». *Антропологический идеал советской эпохи – свободная и творческая личность, строящая свободное и справедливое общество».* Моральный облик «строителя коммунизма» фактически был скопирован с православного христианского идеала, но с перевернутой иерархией шкалы ценностей (во главе уже был не Христос, а справедливое социальное общество)» [8] .

В отечественном математическом образовании имела место преемственность педагогических идей от создателей дореволюционной к советской методике математики, о чем свидетельствует возвращение в 1930-х гг. в образовательную практику советской школы переработанных учебников математики дореволюционных авторов А.П. Киселева и Н.А. Шапошникова.

При этом позитивистский подход как подход, отрицающий иррациональное в человеке, стал основой исследований по проектированию советских методик обучения математике. Как справедливо замечают А.А.Остапенко и Т.А. Хагуров, социализм использовал идеологию Просвещения, полагая, что *зло есть следствие неразумного социального устройства.* В основание антропологической модели была положена все та же идея «чистого листа» (tabula rasa) Джона Локка. *Все люди равны в своей чистоте, бесформенности (несформированности).* В «добрых» руках (и сердцах) ребенок становится (формируется) добрым, в «злых» – злым. Обучение было ориентировано на внешние формирования другими людьми и «рукотворным» пространством человеческой культуры. «Основная роль педагога – педагогическое воздействие на формируемого человека и создание культурной человеческой среды, необходимой для его формирования, и тогда «талантливым становится любой человек с биологически нормальным мозгом, если ему посчастливилось развиваться в нормальных человеческих условиях» [8, С.39].

Недооценка советскими педагогами устойчивости метафизического фактора – иррационального в человеке – привела к тому, чт, блестящие выступления школьников о, несмотря на успехи образования на международных математических олимпиадах, ощутимые результаты в области формирования нравственного общества, в советской школе не удалось избежать формализма, проблем процентомании и пр.

В противоположность советской модели образования на Западе развивался свой рыночный проект.

Экономическая теория Адама Смита придала ореол научной целесообразности либеральной доктрине, которая, как пишет О.Р. Каюмов, «в XVII веке была выгодна Англии: ее корсары хозяйничали на морских просторах без всяких правил, создавая первоначальный капитал Британской империи. Смит бездоказательно провозгласил нормальным человеком лишь «экономического человека» («homo economicus»), склонного к торговле, к обмену одного предмета на другой» [3, С.99].

В соответствии с особенностями протестантской этики, когда финансовый успех уравнивался с религиозным служением, погоня за прибылью стала настоящей целью жизни. Как пишут Т.А. Хагуров и А.А. Остапенко, «либеральная (капиталистическая) версия Модерна предложила решение антропологической проблемы иррационального через подавление и эксплуатацию. Капитализм исходит из того, что человек изначально плох, он эгоист, и нужно этот эгоизм ограничить (право как способ ограничения) и заставить работать на прогресс... ***Целью образования становится формирование человека эффективного,*** *антропологическим идеалом* образования – «человек, сделавший сам себя», т.е. добившийся богатства и уважения своим трудом и талантом [8].

Гуманизм и универсализм уступили место прагматизму, выдвинувшему приоритетной идею полезных знаний и «практичного образования». Отсюда, если есть «полезные» и «практичные» знания, следовательно, должны быть «лишние» и «бесполезные». «Так возникла идея «избыточного образования», ненужного в прагматичном рыночном обществе. *Образование в рыночном обществе из блага превратилось в услугу*.

Как убедительно доказал О.Р. Каюмов, рыночная идеология и сам «дух капитализма» для большинства современных цивилизаций, за исключением «западной», являются противоестественными [3],[4],[5].

Так, отличия западной и русской дидактических школ обусловлены мировоззренчески разными цивилизационными установками. Для протестантской этики вполне закономерен факт, что мастер, набравший себе подмастерьев, не спешит посвятить их в тайны ремесла, растягивая процесс обучения на годы и используя учеников для черновой работы. Это отчасти объясняет то, почему на Западе *методика преподавания предметов не рассматривается как наука и не пользуется популярностью*. Западный учитель не заинтересован в научных успехах своих учеников; «в России – другая специфика, восходящая к традициям византийской идеи «всестороннего развития личности»: на лекциях горизонты знаний раскрываются сразу и широко, картина мироздания передается в ее целостном виде, учитель выполняет миссию, которую невозможно выразить в терминах «образовательных услуг» [4].

Необходимо также заметить, что с конца XX века в науке появилось течение так называемого постмодернизма (Ж.Ф. Лиотар, Ж. Деррида, Ж. Дедез и др.) [6]. Как указывает А. Поповкин, постмодернизм – это «современная версия софизма». Общим для софизма и постмодернизма является исходный принцип о том, что истины нет, что у каждого человека – своя правда, своя истина. Иными словами, «под термином «сингулярность» постмодерн понимает состояние «здесь-и-теперь», отрицая реальность личности, духовного усилия, нравственного выбора. В этом смысле постмодерн доводит софизм до предела. Теперь уже не человек мера всех вещей, но нет вовсе никакой меры – только случайное событие, ситуация» [9, с. 78-79].

Постмодернистский рыночный подход к педагогическому знанию предполагает наличие сразу многих истин, поскольку провозглашает: «истинно то, что выгодно». К сожалению, термины рыночного «новояза» глубоко проникли в лексику современных педагогических исследований, вытеснив собой понятия традиционной педагогики: «обучение, воспитание, развитие», «педагогика и методика математики», «методы обучения», «знания, умения и навыки» и пр. Практически ни одна публикация или диссертация последних десятилетий не обходится без привлечения понятий «технология», «проектная деятельность», «компетентностная парадигма», «универсальные учебные действия» и пр. симулякров реального образовательного процесса. В сознание педагогической общественности внедряются мысли, что «старорежимные предметные результаты» вытесняются «новейшими личностными и метапредметными результатами», что «учитель теперь не столько учит, сколько организует процесс обучения, оказывает образовательные услуги» и т.п. [10].

Отсутствие смыслов, релятивизм педагогического знания, деконструкция базовых принципов и размывание понятий – характерные черты нынешнего постмодернисткого этапа развития методики преподавания математики. В дореволюционных и ранних советских работах по методике преподавания математики непременно присутствовали размышления о главном принципе педагогической науки – любви к детям. К сожалению, в современных исследованиях по методике обучения математике об этом принципе мы не найдем даже упоминания.

Искать в методике преподавания математики не новое, а вечное – вот путь, который определяет метафизический подход к изучению и прогнозированию современного педагогического знания. Осмысление богатого собственного исторического (дореволюционного и советского) опыта и должно стать в настоящее время первостепенной задачей исследований по методике преподавания математики. Большие надежды на восстановление традиций педагогическое сообщество связывает с назначением нового министра образования О.Ю. Васильевой, заявившей, что «Услуг не может быть в области образования».

Традиции отечественного математического образования складывались веками, содержание учебного предмета «математика» при этом отшлифовывалось, дорабатывалось и систематизировалось, отметалось ненужное и оставалось лишь то, что принималось в образовательной практике. Традиция, можно сказать,– это проверенная на практике многолетняя и приводящая к успеху теория, а, значит, следование традиции предопределяет гармоничность образовательного процесса и придает ему устойчивость.

В русской же традиции математика всегда рассматривалась как самодостаточный учебный предмет [10]. Считалось, что само изучение математики (как системы научных знаний) *непременно формирует логическое мышление*, включая умения анализировать, синтезировать, обобщать, связывать суждения, правильно устанавливать силлогизмы и строить умозаключения, поэтому сомнительной выглядит идея о подмене традиционной знаниевой системы обучения математике симулякрами в виде метапредметных результатов и универсальных учебных действий.

1. Иерей Вадим Коржевский. Цели образования в контексте истории образования в России.

2. Катасонов В.Ю. Метафизика истории / В.Ю.Катасонов. – М.: Институт русской цивилизации, 2017.

3. Каюмов О.Р. О целях и идеалах образования при «компетентностном подходе» / О.Р.Каюмов // Идеи и идеалы. – 2017. – №4. – Т.1. – С.95–104.

4. Каюмов О.Р. О проблемах, связанных с межцивилизационными заимствованиями в педагогике / О.Р.Каюмов // Вестник Елецкого гос. ун-та им. И.А. Бунина. Вып. 34: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2014. – С.7–12.

5. Каюмов О.Р. О деструктивной природе «рыночной педагогики» / О.Р.Каюмов // Международный научный вестник (Вестник объединения православных ученых), 2016. – №4. – С.5–8.

6. Лиотар Ж.-Ф. Состояние постмодерна / Пер. с фран. / Лиотар Ж.-Ф. – М. : Изд-во «АЛЕТЕЙЯ», Санкт-Петербург, 1998.

7. Макарий, епископ Орловский и Севский. Слово и две речи, произнесенные в городе Ельце 20 сентября 1871 г. // Орловские епархиальные ведомости, 1871. – №29. – С. 1488-1499.

8. Остапенко А.А. Человек исчезающий. Исторические предпосылки и суть антропологического кризиса современного образования / А.А.Остапенко, Т.А.Хагуров. – Краснодар : Кубанский гос. ун-т, 2012. – 196 с.

9. Поповкин А. В поисках нового гуманизма / А.Поповкин // Духовный собеседник – 2006. – №2 (82). – С.46–55.

10. Саввина О.А. Учебный предмет «математика» как цель и средство образования / О.А.Саввина // Педагогика. – 2017. – №9. – С.57–62.

11. Саввина О.А. Педагогика созидания против глобализации образования / Саввина О.А., Трофимова Е.И., Телкова В.А. // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – Донецк, 2015. – №42. – С.7–12.

12. Слободчиков В.И. Духовные проблемы человека в современном мире / В.И.Слободчиков // Педагогика – 2008. – №9. – С.33–39.

13. Тихомиров Л.А. Религиозно-философские основы истории / Л.А.Тихомиров. – М. : Издательство ФИВ, 2015.

Abstract. **Savvina O. ON METAPHYSICAL APPROACH TO RESEARCH IN MATHEMATICS TEACHING METHODS.** *The article substantiates a metaphysical approach to conducting research on the methods of teaching mathematics. Historically, various approaches are being explored in formulating the goal of education. The metaphysical approach allows not only to determine the purpose of education, to design a Christian model of education, but also to indicate methods and means for achieving this goal.*

Key words: *metaphysical approach, the goal of education, the Christian model of education.*

Статья поступила в редакцию 16.03.2018 г.

УДК 378.013

ПРОБЛЕМА ПРОЕКТИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ С УЧЕТОМ ЛИЧНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ СОВРЕМЕННЫХ СТУДЕНТОВ ЦИФРОВОГО ПОКОЛЕНИЯ

Цапов Вадим Александрович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент
e-mail: tsapva@mail.ru
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк
Tsapov Vadim,
Candidate of Physical and Mathematical Scienses, Associate Professor
Donetsk National University, Donetsk

В статье анализируются формы и методы воздействия на интеллектуальную сферу цифрового поколения современных студентов с целью развития такого важного качества мышления, как самостоятельность, в разных видах учебно-воспитательной деятельности современного университета. Проведен анализ общих характеристик, присущих применению информационно-коммуникационных технологий и математической деятельности. Доказана необходимость освоения преподавателями современных педагогических технологий, создание новых учебных сценариев для сокращения «цифрового» неравенства педагога и ученика, устранению барьеров в коммуникации представителей разных поколений Главными задачами воспитания цифрового поколения авторы считают формирование культуры Интернет-общения, системы принципов и норм пользования информационными ресурсами, воспитание ответственности за информацию, размещаемую в сети, определение границ корректного поведения подростков в электронном пространстве.

Ключевые слова: *цифровое поколение, Интернет-общение, информационно-компьютерные технологии, ценности цифровой эпохи, самостоятельность мышления, самостоятельная работа студентов.*

Постановка проблемы. В 2001 году М. Пренскиввел ввел в научный оборот термин «Digital Native» (англ. живущий в цифровом обществе). Представителями общества цифровых технологий он назвал людей, которые родились во времена цифровой революции. В 2007 году Д. Спир и А. Дигнан ввели понятие «born digital», которое вскоре заменили термином «Digital Generation». Дж. Палфри и У. Гассер представителями цифрового поколения называют людей, родившихся после 1980 года, воспитанных в условиях бурного развития Интернета [17, с. 7]. Исследователи констатируют характерную для цифрового поколения информационную перегруженность (приводит к снижению способности оперировать знаниями, систематизировать и структурировать информацию, выстраивать логические связи), Интернет-зависимость (доступ к «опасному» контенту может вызвать проявления агрессии, насилия), трансформацию личного пространства (открытость личных данных, нарушение авторских прав).

Цель статьи – *проанализировать возможности проектирования математического образования с учетом личностных параметров современных студентов цифрового поколения.*

Изложение основного материала. Важной особенностью представителей цифрового поколения ученые называют слабую развитость самостоятельности мышления, поскольку деятельность с информацией предусматривает наличие шаблонов, указаний, которые характерны для деятельности в цифровом пространстве [16], [17].

Рассматривая особенности общения в интернете, психолог Л.П. Шевякова сообщает, что во время общения без физического контакта теряет значение целый ряд традиционных барьеров, таких как пол, возраст, социальный статус, внешняя привлекательность или непривлекательность, коммуникативная компетентность человека, а точнее, невербальная ее часть – мимика и жесты. что интернет особенно важен для тех людей, чья реальная жизнь по тем или иным (внутренним или внешним) причинам межличностно обеднена. [14]. Шерри Теркл, так же как и Л.П. Шевякова, отмечает тенденцию пребывания в иллюзии общения, иллюзии дружбы. Настоящая дружба, отношения требуют от человека глубины переживаний, искренности, интимности, внутренних усилий, работы. Именно от этого уклоняется новое поколение. «Они предпочитают срезать углы, чтобы не столкнуться с этими трудностями. Люди, которые не столкнулись с преодолением таких трудностей в подростковый период, не приобретают значимых базовых навыков», – уверен Шерри Теркл [18]. Исследователи констатируют, что для современного подростка цифровой мир есть не что иное, как продолжение реального [1], [4], [17]. «Цифровое поколение» придает очень большое значение своему публичному онлайн-образу и старательно выстраивает его. Шерри Теркл считает, что в век цифровых технологий человек лишается очень важной для формирования идентичности возможности – жить своей, реальной жизнью: «Ему некогда вдумываться, размышлять, потому что он переживает буквально бомбардировку информацией». У «цифрового человека» нет шансов оставаться «неподвижным…Из-за мультизадачности меняется природа социальной жизни общества. В реальности говорить с двумя людьми одновременно очень трудно, в интернете ты можешь общаться и с большим количеством людей. Самое дорогое в общении людей – это внимание. Лучший способ оскорбить кого бы то ни было – это проигнорировать его. Мы живем в то время, когда ценность внимания и само внимание как способность человека разрушаются» [18].

Российский исследователь этого феномена А.Е. Войскунский приводит следующий список характерных способов поведения при интернет-зависимости: «Неспособность и активное нежелание отвлечься даже на короткое время от работы в Сети. Досада и раздражение при вынужденных перерывах. Стремление проводить все больше времени в Сети, готовность увеличить расходы на пользование интернетом в случаях ограниченных средств. Способность забывать о других делах, домашних и служебных, во время работы в интернете. Неприятие критики подобного образа жизни со стороны близких. Пренебрежение собственным здоровьем, сном, личной гигиеной, избегание физической активности. Способность освободиться от чувства вины, беспомощности, тревоги, депрессии во время работы в интернете, обретение чувства эйфории» [2]. Безусловно, одной из важнейших проблем цифрового поколения является изменение понимания того, что такое личная информация, где проходят границы личного пространства. Проводя много времени в интернете, они делают свою жизнь достоянием широкого круга пользователей [10]. В интернете легче казаться тем, кем хочется быть, демонстрировать (реальные или желаемые) достижения своей креативности.

Образование также все более тяготеет к новым формам обучения, преобразовываясь в образовательное киберпространство, E-learning стало самым важным стимулятором реформирования обучения. Дистанционное обучение, реализующееся посредством Интернета, соединяет в себе признаки традиционного заочного обучения и активное личное участие учителя и учеников в процессе обучения. Исчезает барьер в расстоянии между теми, кто стремится получить знания, и центрами обучения, поскольку отпадает необходимость в физическом присутствии участников педагогического процесса в одном постоянном месте в течение длительного времени, а широкие технические ресурсы делают возможным проведение виртуальных занятий преподавателя с группой студентов.

Принимая либо не принимая ценности цифровой эпохи, необходимо понять, что эта эпоха реально существует, поэтому нужно находить положительные ее моменты и использовать их в педагогической деятельности. Например, против компьютерных игр существует ряд аргументов, однако есть исследования, которые опровергают абсолютный вред этого увлечения. Оказывается, что игроманов отличает повышенная социальная активность. У них, например, развивается скорость мышления, увеличивается визуальное внимание, которое позволяет выявить и идентифицировать конкретную цель. К тому же, у игроманов развиваются последовательность и настойчивость в достижении цели, настрой на победу [10]. «Продвинутые» преподаватели используют положительные аспекты компьютерных игр, предоставляя учебную информацию в форме активной презентации, компьютерной игры, веб-квеста и тому подобное.

Итак, перед научно-педагогическим сообществом стоит острейшая проблема поиска новых подходов в проектировании образовательных технологий с учетом новых личностных параметров цифрового поколения современных студентов, для которых информационно-коммуникационная среда становится основной сферой жизнедеятельности. Заметим, что в научно-педагогической литературе выделяются как отрицательные, так и положительные факторы влияния информационной среды на умственное развитие личности. В.А. Тестов считает, что поскольку деятельность с информацией основывается на объединении явлений виртуальной реальности и объективного мира, то при этом активизируются сферы рационального сознания, интуиции, подсознания [11]. Г.А. Берулава отмечает, что во время деятельности с информацией актуализируется всестороннее взаимодействие человека и компьютера, рождается интеллектуальное партнерство, которое получило название «распределенный интеллект» [1]. Постоянное взаимодействие с технологиями развивает познавательную сферу детей, оперативную память, внимание, скорость реакции, моторику (несколько иного рода, чем при письме). «Уже не нужно обладать системой знаний, чтоб извлекать ее из своей памяти, важнее уметь нажимать на курсор... Существенные смысловые связи не отслеживаются и не формируются детьми. «Цифровые дети» выигрывают на более коротких дистанциях, но проигрывают в глубине. У них много манипуляций и мало анализа» [6].

Слишком долгое пользование информационно-коммуникационными технологиями (ИКТ) влечет за собой спад общественной активности человека, приводит к непоправимым изменениям в его психике, способе восприятия реального мира. Чаще всего все это проявляется в снижении «слуховой чуткости», когда молодые люди умеют смотреть, но не умеют слушать других людей и разговаривать с ними. ИКТ усложняют процесс межчеловеческой интеграции, создавая всего лишь возможность непрямых, иллюзорных контактов, которые не учат сосуществовать и сотрудничать с другими людьми. Тревожным симптомом также являются нарастающие трудности с концентрацией и удержанием в памяти текста. Специфический стиль разговора и частое злоупотребление сокращениями, а также смайликами (:-), –(, – /) может привести к проблемам с нормальным формулированием мыслей. Пользователи Интернета, к сожалению, все чаще и очень вольно и безапелляционно трактуют принципы орфографии и пунктуации, что способствует фиксации неправильных образцов.

Информационное общество, которым неминуемо становимся современное общество, не может не подвергаться критике. Современная педагогика должна учить как родителей, так и учителей, как помочь молодежи ответственно жить в эпоху информатизации, а предупреждение зависимости в этой сфере становится одной из важнейших воспитательных задач семьи и школы [9].

Выше перечисленное и актуализирует необходимость педагогических усилий для того, чтобы общечеловеческие ценности могли конкурировать с интернетовскими. Мы со своими студентами находим в Интернете сообщения о помощи нуждающимся, о природоохранных мероприятиях. Стараемся поддерживать в Интернет-переписке тех, кому нужны советы, консультации. Подростки нуждаются в мудрых оценках при проявлении агрессии, травли, насилия, национализма, экстремизма. Для педагогов очень важно точно определять угрозы и проблемы существования цифрового поколения в Сети, чтобы вмешиваться там, где это необходимо. Надо давать детям умения решать проблемы, а не проводить запретную политику в отношении деятельности подрастающего поколения в сети Интернет. Здесь работает известный принцип: если какую-то деятельность невозможно запретить, то ее надо контролировать, направлять. Самая важная и сложная проблема – защитить детей от угроз и рисков, оставив достаточную степень свободы для изучения и усвоения того, что соответствовало бы их интересам и потребностям. «Среди проблем Интернет-пространства – агрессии, презрения, нарушения авторских прав – нет ничего абсолютно нового для человеческого сообщества. Для того, чтобы бороться с ними в цифровом мире нужно все то же – просвещение и здравый смысл» [17]. Современный педагог и сам должен расширять и обогащать виды общения, придавая им духовные качества и глубину. Нашу задачу мы видим также в определении границ корректного поведения подростков в сети, в определении тех действий, которые ущемляют права других пользователей. Очень важно акцентировать внимание на необходимости уважения, вежливости, толерантного отношения в цифровом общении.

Заметим, что современный Интернет становится творческой лабораторией, в которой молодые пользователи учатся искусству презентации себя внешнему миру. То, что виртуальный образ так легко создать и сделать общедоступным, содержит в себе риск манипуляций и фальсификаций. Одним из важнейших социальных задач сегодня является технологическое и законодательное обеспечение мер безопасности доступа к личной информации пользователей. Педагогическую поддержку этих важных инициатив мы видим в формировании у представителей цифрового поколения культуры Интернет-общения, четких принципов и адекватных норм пользования информационными ресурсами, ответственности за любую информацию размещаемую в сети. Учитель лично отвечает за формирование адекватной самооценки у наших воспитанников. Мы должны подчеркивать настоящие достоинства учащихся – знания, интересы, креативность, вежливость и пр. Объяснять им абсурдность хвастовства в Интернете вымышленными чертами и несуществующими возможностями.

Мы считаем, что математическое образование является мощным средством воздействия на различные стороны личностной сферы представителей цифрового поколения. Математическая деятельность очень близка по ряду параметров к деятельности с информацией, что и дает ей преимущества в выборе методов воздействия на формирование личности современных студентов. Из-за характерной дискретности восприятия, присущей цифровому мышлению, математика имеет больше возможностей влияния на внутренний мир представителей цифрового поколения, чем, скажем, гуманитарные дисциплины. Общеизвестно, что в последнее время молодежь утратила интерес к чтению художественной литературы, практически не посещает выставок произведений искусства и т.д. Зато молодые люди становятся более открытыми к технологическим новациям, лучше понимают язык «информатики», «математики» и других технических и естественнонаучных дисциплин.

Проанализируем общие, на наш взгляд, характеристики, присущие применению ИКТ и математической деятельности. Во-первых, в ходе применения ИКТ человек не запоминает ту или иную конкретную информацию, а скорее запоминает алгоритм поиска этой информации. Так происходит и в математике, продуктивнее не запоминать формулу, а знать алгоритм ее вывода. Если человек четко понял, как выводится и работает формула, то он при необходимости не только легко получит эту формулу, но и эффективно ею (или какой либо ее подформулой, вариацией формулы) воспользуется.

Заметим, что такой «математический» стиль деятельности будет полезным и при изучении языковых конструкций, которые близки по своей логике и строгости к математическим формулам. Усвоив принципы работы языковых конструкций, человек уже легче сможет строить свои собственные высказывания на их основе. Во-вторых, современное информационное пространство характеризуется определенным географическим и интернациональным единством. Да, и содержание математических теорий не зависит от страны, национальности, оно сохраняет свое сущностное единство в отличие, например, от истории, литературы, политологических учений. В-третьих, применение ИК технологий все больше приобретает стиль принятия решений. От человека в информационной среде часто требуется мгновенная реакция на запрос. И в математике принятие решений – основная задача на каждом этапе деятельности. В-четвертых, и в деятельности с информацией и в математической деятельности задействованы практически одинаковые операции мышления. Мы имеем в виду такие мыслительные операции, как анализ информации, сравнение альтернативных вариантов и их последствий, выявление существенных ситуаций, оценка полезности и вероятности имеющихся вариантов, выбор оптимального способа действия, оценка правильности сделанного выбора. Общими для применения ИКТ и математической деятельности являются также мыслительные операции: индукция, аналогия, обобщение и абстрагирование, мобилизация и организация, изоляция и комбинация, распознавание и упоминание, перегруппировка и дополнение [5]. К тому же, для ориентации в колоссальном по объему информационном потоке постоянно необходимо анализировать и систематизировать информацию, определять последовательность ее усвоения, выстраивать логические связи, структурировать материал (как известно анализ, систематизация, структурирование – основные операции математического мышления). В-пятых, применение ИКТ и математическая деятельность требуют постоянного включения в творчески-поисковые процессы. Применение ИКТ (как и математическая деятельность), требует определения существенных особенностей объектов и одновременного абстрагирования от особенностей побочных и несущественных.

А.Я. Хинчин отмечал, что решение математической задачи предполагает создание специального рассуждения, которое ведет к цели именно этой задачи, то есть является продуктивно-творческим актом. На наш взгляд, именно творческий характер математической деятельности должен привлекать цифровое поколение. Наш педагогический опыт позволяет констатировать, что в учебных ситуациях современные студенты охотно приобщаются к анализу проблемных ситуаций, к решению задач творческого характера.

В-шестых, важной общей чертой математической деятельности и применения ИКТ является краткость изложения, лаконичность формулировок. Общеизвестно, что любые информационные сообщения, как и математические выражения, составляются максимально кратко (здесь можно вспомнить общепринятый набор смайликов, которые, на наш взгляд, являются аналогом таких логических связок, как булевы операции). Каждый смайлик, как и математический символ, имеет строгое собственное значение, замена его на другой символ или перестановка на другое место влечет искажение или полное изменение содержания высказывания. Математические выкладки, как и цифровые сообщения, не предполагают отклонений, которые могут ослабить логическую строгость. А.Я. Хинчин подчеркивал, что для математики лаконизм мысли является канонизированным законом. Любая попытка усложнить изложение необязательными деталями вызывает заслуженную критику [13]. Итак, именно уроки математики способствуют формированию у цифрового поколения лаконичности мышления.

На основании вышеизложенного мы пришли к выводу, что представители цифрового поколения открыты для понимания языка математики, которая позволяет точно и компактно излагать понятия, формулировать теоретические положения и выводы. Поэтому, современное математическое образование призвано обеспечить не только определенный объем знаний учащихся, а и управляемые изменения в разных направлениях личностного развития, формирование необходимых социальных и профессиональных компетенций.

Преимущественно информационно-поисковые акценты применения ИКТ значительно сужают развитие интеллектуальной самостоятельности. Остановимся на анализе форм и методов воздействия на интеллектуальную сферу цифрового поколения современных студентов.

Как известно, самостоятельность мышления проявляется, прежде всего, в умении поставить новую задачу и решить ее собственным оригинальным способом, не поддаваясь влиянию стереотипов [8]. Поэтому, на наш взгляд, при проектировании учебно-воспитательного процесса основное внимание необходимо уделять СРС. При самостоятельном изучении теоретического материала, работе с дополнительной литературой, решении индивидуального задания, подготовке сообщений, докладов, рефератов происходит формирование у студентов внутренней мотивации к личному творчеству. Однако, нередко самостоятельная работа студентов превращается в работу под руководством преподавателя. Недостаточно технических средств, в том числе электронных, с помощью которых преподаватель мог бы ускорить прием отчетов по СРС, слабо разработано учебно-методическое обеспечение. При организации СРС мы стараемся создавать условия для следования от эмпирических данных к самостоятельному формулированию проблемы, далее к решению этой проблемы и, наконец, к выводам. По утверждению Ф. Энгельса „не голые выводы, а анализ и поиск – вот что более всего необходимо, ... выводы более чем напрасны, если они превращаются во что-то самодовлеющее, если они не становятся предпосылками дальнейшего развития" [15, с. 319]. Мы согласны с А.Ле Шателье, который пишет: «роль учителя не в том, чтобы излагать известные результаты, а в том, чтобы воспитывать доверие к творческому поиску и таким способом развивать интеллектуальные способности учеников вместо того, чтобы просто засорять их память» [7, с. 15].

Опыт нашей педагогической деятельности позволяет выделить наиболее эффективные формы организации самостоятельной работы студентов, с точки зрения задачи развития самостоятельности мышления. К таким формам мы относим решение прикладных профессионально-ориентированных задач на практических и лабораторных занятиях; самостоятельное изучение соответствующих тем и разделов содержательных модулей с помощью учебно-методических пособий и электронных учебников; подготовку сообщений, докладов и выступление с ними на практических занятиях; подготовку и написание рефератов; участие в различных мероприятиях контроля и самоконтроля.

Одним из путей повышения эффективности СРС, как средства развития самостоятельности мышления, является использование различных форм дистанционного образования, безусловно, при наличии учебно-методического и материально-технического обеспечения. Мы активно используем электронные комплексы, при работе с которыми студенты могут самостоятельно выбирать определенную тему учебной дисциплины. В процессе работы с нужной темой студенту предлагается для изучения ряд вопросов промежуточного контроля, отработка которых поможет в дальнейшем справиться с итоговыми контрольными вопросами или тестированием. Если студент выполнил задачу промежуточного контроля, то ему необходимо перейти к решению задач из раздела «средства самодиагностики». В противном случае необходимо снова обработать теоретический материал из избранной для изучения темы. Если задача обучения не решена, студент самостоятельно выделяет основные категории, отсутствие понимания которых не позволило ему решить данную задачу, и, обратившись в глоссарий электронного учебника, может закрепить понимание необходимых категорий. Если студент все же не смог достичь заданного уровня усвоения знаний, он должен обратиться к преподавателю за консультацией. Если задача решена, то можно выбрать следующую тему для самостоятельной работы. К тому же, студент самостоятельно определяет источник информации, которым он хотел бы воспользоваться. Это может быть или учебно-методическое пособие, которое входит в информационную базу определенного содержательного модуля, или информация, предложенная глобальными сетями.

Для творчества математика предоставляет большие возможности. Решение задачи или доказательство теоремы различными методами, сравнение этих методов по красоте и оригинальности приемов, изящество и «мощь» формулы или теоремы – все это дает повод к эмоциональным переживаниям. Студенты должны чувствовать стройность математики, красоту, изящество внутренних связей. Важно показывать студентам привлекательность формул, доказательств, гармонию пространственных фигур в стереометрии (например, правильных многогранников), красоту связей между величинами площадей поверхностей и объемов фигур вращения: конуса, цилиндра, шара. Эта зависимость когда-то вызвала такое восхищение у Архимеда, что он завещал изобразить чертеж шара, вписанного в цилиндр, на своем надгробии. Если мы добёмся, чтобы чувство красоты математических образов стало достоянием студентов, то будем вправе сказать, что математика стала действенным средством влияния на различные сферы их личности.

Общеизвестно, что главным в системе «учитель – ученик» является изложение педагогом нового материала. Хотя часто считают, что «формулы говорят сами за себя», это не всегда верно. Формулы чаще молчат. И, как правило, задача педагога заставить их «заговорить». Вот почему в организации взаимодействия преподавателя со студентами большое значение приобретает вопрос культуры речи. Общеизвестно, что математику надо излагать кратко. При этом нужно сказать все необходимое и ничего лишнего, что невозможно без высокой культуры речи. Это же мы должны требовать и от своих студентов. Нельзя считать, что прививать культуру речи должны только преподаватели – языковеды. То, что может сделать математик, порой не под силу даже филологу. Именно на занятиях по предметам математического цикла студент должен привыкать к краткому, четкому, логически обоснованному языку. Именно на лекциях и практических занятиях по математике мы должны приучать молодежь к тому, что даже в повседневном общении следует избегать слов и фраз, которые не несут смысловой нагрузки.

Математический стиль с его выразительностью, краткостью и ясностью должен быть присущ и каждой выполняемой студентами работе при изучении математики, будь то запись в тетради, на доске или выполнение чертежа. При строгом соблюдении этих требований у будущих специалистов формируются такие навыки и черты характера, которые будут иметь большое значение в их дальнейшей практической деятельности.

Нет другой науки, которая требовала бы от студентов такой строгости рассуждений, как в математике. Привыкая строго доказывать каждое предложение, будущие специалисты приучаются к «основательности» своих суждений, привыкают выводить одно предложение из другого. Они приобретают способность мыслить логически. Логика, которая применяется в математике, лежит в основе рассуждений, имеющих место не только в самых разных учебных дисциплинах – физике, химии, истории, но и в человеческих отношениях. Общение с педагогом должно стать для студента образцом логической стройности, завершенности и обоснованности заключений. Математика обладает не только истиной, но и высшей красотой – красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой, приближающейся к настоящему совершенству, которое свойственно только самым лучшим образцам искусства (Б. Рассел).

Выводы. Вышеизложенное позволило нам сделать вывод, что воспитательный потенциал математического образования является эффективным средством творческого развития личности представителей цифрового поколения. Воспитательный потенциал математики подчеркивают, прежде всего, сами ее создатели. С. Пуассон считал, что жизнь украшается двумя вещами: возможностью изучать математику и возможностью преподавать ее. Г. Харди, говоря о доминирующем побуждении к научному творчеству вообще и математическому в частности, указывает на интеллектуальную любознательность, профессиональное достоинство и честолюбие исследователя [5, с. 6]. Чисто математическим стимулом он считает тот, который является результатом способности к эстетической оценке математики. Одной из основных целей обучения математике является привитие студентам интереса к этому предмету, с использованием особенности самой математики. Особая роль здесь отводится задачам, которые можно назвать красивыми, проблеме формирования эстетического вкуса молодежи во время их решения [12]. Глубокая и важная черта математических задач заключается в том, что подавляющее большинство их имеет творческий характер. Если в большинстве других отраслей знания выполнения задания чаще всего требует от студентов в основном репродуктивных знаний и навыков, – решение математической задачи, как правило, предусматривает изобретение специального метода, который ведет к поставленной цели и тем самым становится – пусть очень скромным – творческим актом. Именно этот творческий, исследовательский характер математических задач больше всего притягивает к себе студентов [3].

Недооценка воспитательного потенциала математического образования ведет к значительным потерям в содержании обучения. Анализ программ по математическим дисциплинам показывает, что, к сожалению, воспитательные задачи не всегда отражены в целях учебных дисциплин. Хотя как компонент содержания воспитательная составляющая должна присутствовать в содержании обучения любой дисциплины, в частности естественнонаучной, и должна быть выделена дидактически. Таким образом, вышеизложенное позволяет сделать вывод, что при проектировании математического образования с учетом личностных параметров цифрового поколения современных студентов необходимо актуализировать скрытые резервы для развития различных сторон личности современных студентов, способствовать формированию общей культуры, духовной сферы, расширению плоскости взаимодействия цифрового поколения с реальным, а не виртуальным окружающим миром.

1. Берулава Г.А. Инновационная сетевая парадигма обучения и воспитания студентов в условиях современного информационного пространства / Г.А. Берулава // Вестник Университета Российской академии образования. – М. : УРАО, 2010. – № 3. – С. 10 – 20.

2. Войскунский А.Е. Психологические исследования феномена Интернет-аддикции / А.Е. Войскун-

ский // Тезисы докладов 2-й Российской конференции по экологической психологии. – М. : Экопсицентр РОСС, 2000. – С. 251-253.

3. Гончарова И.В. О развитии творческого мышления школьников на межшкольных эвристических факультативах / И.В. Гончарова // Дидактика математики : проблемы и исследования. – Донецк : Фирма ТЕАН, 2005. – Вып. 24. – С. 237-242.

4. Маховская О.И. Позитивное воспитание: как понять своего ребенка / О.И. Маховская. – Санкт-Петербург : Питер, 2017. – 220 с.

5. Пойа Д. Как решать задачу / Д.Пойа. – Львов : Журн. «Квантор», 1991. – 214 с.

6. Программа Пресс-клуб XXI. «Нужно ли бояться «цифрового детства»? // Эфир от 25.03.11. Телеканал Культура. Видеопрограммы [Электронный ресурс] (The program of the Press club XXI. «Should you be afraid of «digital childhood»? // Aired on 25.03.11. Culture TV. Video [Electronic resource]) – URL: Режим доступа : http://www.tvkultura.ru /issue. htm-l?id=105346. – Дата обращения: 23.06.2015.

7. Пуанкаре А. Математические открытия / А. Пуанкаре // Математики в математике. – М., 1967. – 324 с.

8. Скафа Е.И. Перспективные технологии эвристического обучения математике / Е.И. Скафа // Дидактика математики: проблемы и исследования. – Донецк: Фирма ТЕАН, 2005. – Вып. 24. – С. 137-140.

9. Скафа Е.И. Средства формирования информационно-аналитической культуры старшеклассников / Е.И. Скафа, Е.Е. Кивай // Дидактика математики: проблемы и исследования : Междунар. сборник науч. работ. – Вып.42. – Донецк: ДонНУ, 2015. – С. 83-91.

10. Солдатова Г.В. Пойманные одной сетью: социально-психологическое исследование представлений детей и взрослых об интернете / Г.В. Солдатова, Е.Ю. Зотова, А.И. Чекалина, О.С. Гостимская, под ред. Г.В. Солдатовой. – М., 2011. – 176 с.

11. Тестов В.А. Отбор содержания обучения математике: современная парадигма. / В.А. Тестов // Современные проблемы физико-математического образования : Всероссийская коллективная монография: – Екатеринбург: УрГПУ, Изд-Во АМБ, 2012. – 264 с.

12. Тутова О.В. Научно-методическая подготовка будущего учителя математики к использованию ИКТ / О.В. Тутова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – Донецк : Фирма ТЕАН, 2005. – Вып. 24. – С. 87-92.

13. Хинчин А.Я. О воспитательном эффекте уроков математики. Математическое просвещение / А.Я. Хинчин // Математика в школе. –1995. – №4. – С.3–5.

14. Шевякова Л.П. Средства коммуникативного воздействия в образовательном процессе // Коммуникация и образование : сборник статей / под ред. С.И. Дудника. – Санкт-Петербург : Санкт-Петербургское философское общество, 2004. – С.428.

15. Энгельс Ф. Диалектика природы. Соч. 2-е изд., т. 20 / К.Маркс, Ф.Энгельс. – М. : Политиздат, 1961. – 548 с.

16. 7 Career Competencies [Электронный ресурс] – Режим доступа : https://careercenter.umich.edu/ career-readiness. – Дата обращения: 22.09.2017.

17. Palfrey J., Born Digital. Understanding the first generation of digital natives / J. Palfrey, U. Gasser. – N.Y., Basic, 2008. – 375 p.

18. Turkle Sherry. Alone Together: Why We Expect More from Technology and Less from Each Other. – New York :Basic Books, 2011.– 384 p.

Abstract. **Tsapov V. THE PROBLEM OF DESIGNING MATHEMATICAL EDUCATION WITH THE ACCOUNT OF PERSONAL PARAMETERS OF CONTEMPORARY STUDENTS OF THE DIGITAL GENERATION.** *The article analyzes the forms and methods of influence on the intellectual sphere of contemporary digital generation of students in order to develop this important quality of thinking as independent, in different types of educational activities of the modern university. The authors proved that it's necessary to communicate with the digital generation representatives "their language" and make this in usual "e-learning" format, using interactive methods, IT technologies, promoting the values of information and communication culture. Were analyzed common characteristics for informational, communicational and mathematical activity. It's proved the necessity of development of teachers of modern educational technology, the new training scenarios creation and organization forms, that helps narrow the "digital" inequality of the teacher and the pupil, the removal of barriers to inter-generational communication. The main tasks of educating the digital generation authors consider creating a culture of Internet communications, a system of principles and rules of information resources using, training responsibility for the information published on the network, the definition of the boundaries of correct adolescents behavior in the electronic space.*

Key words: *digital generation, internet communication, internet activity, valuables of the digital age, independent thinking, individual work of students.*

Статья представлена профессором А.И.Дзундзой.
Поступила в редакцию 12.02.2018 г.

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

УДК372.851 :37.026.9 : 514.113.5: 514.122.2

О РАЗВИТИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ И АРХИТЕКТУРНЫХ ФАКУЛЬТЕТОВ

Гончарова Оксана Николаевна,
доктор педагог. наук, профессор
e-mail: ***oxanagon@gmail.com***
Стус Елена Александровна,
магистрант
e-mail: ***lfsn@yandex.ru***
ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского», Таврическая академия, г. Симферополь, РК, РОССИЯ
Стус Валентина Дмитриевна,
учитель
e-mail: ***valentinapanova67@mail.ru***
МБОУ «Новосёловская школа», РК, РОССИЯ
Goncharova Oksana,
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Stus Elena,
Graduate student
Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, RUSSIAN FEDERATION
Stus Valentina,
Teacher
Municipal budgetary general education institution «School of Novosilovka», Simferopol, RUSSIAN FEDERATION

Пространственное мышление – одна из самых важных составляющих интеллекта человека. Необходимым условием успеха в любом виде предметной деятельности выпускника современной школы является сформированность мышления. Геометрия –математическая дисциплина, которая обладает наилучшим потенциалом для развития пространственного и логического мышления обучающихся.

Ключевые слова: *пространственное мышление, геометрия, стереометрия, аналитическая геометрия, геометрический образ, геометрические преобразования.*

Постановка проблемы. Одной из функций образования является обеспечение оптимального развития творческих сил и способностей человека. В связи с этим одной из актуальных проблем педагогических исследований является поиск основных показателей, форм и методов развития пространственного мышления обучающихся.

Анализ актуальных исследований. Пространственное воображение сопровождает нас в течение всей жизни. Мы живём и двигаемся в трёхмерном пространстве, предметы в повседневной жизни занимают пространство. Пространственное мышление служит способом приобретения информации, вспомогательным способом мышления, формулировки задач, полезным средством или помощником при решении определенной проблемы. Оно является необходимым во многих профессиях.

Проблеме развития пространственного мышления уделяется много внимания в работах исследователей по теории и методике обучения математике, по педагогике (В.А. Далингера, В.В. Орлова, В.Л. Гусева, Г.Д. Глейзера, Ю.М. Колягина, А.Д. Семушина, Г.Н. Никитиной, Л.Ф. Культиной, В.С. Столетнева, Г.А.Владимирского, А.Н. Пыжьяновой, Е.И. Рогова, Е.В. Попова и др.). Также немалое внимание уделено этому вопросу в работах отечественных и зарубежных психологов Г.И. Лернера, П.В. Зинченко, Ж. Пиаже, С.Л. Рубенштейна, И.С. Якиманской.

Цель статьи – *анализ основных показателей сформированности пространственного мышления студентов в процессе обучения математике и разработка заданий для студентов физико-математических факультетов, машиностроительных и архитектурных факультетов.*

Изложение основного материала. Овладение современными научными знаниями, успешная работа в различных областях деятельности во многом зависят от уровня развития пространственного мышления человека.

Математические дисциплины имеют ряд дидактических возможностей, которые можно использовать для развития образного (пространственного) мышления, с одной стороны. А с другой стороны – успешное освоение этих дисциплин невозможно без опоры на образное мышление [9].

Развитое образное мышление помогает овладеть такими методами научного исследования, характерными для технических наук, как абстрагирование, мысленный эксперимент, моделирование, метод идеализации и др. [14].

К основным показателям развития пространственного мышления относятся следующие умения:

- создание исходного геометрического образа, т.е. передача в графической модели формы, размеров и взаимного расположения отдельных элементов объекта [16];
- выбор и произвольное изменение точки отсчёта;
- сохранение в памяти геометрического образа;
- анализ геометрических образов;
- синтез геометрических образов;
- рассмотрение геометрического объекта с разных ракурсов;
- мысленное произведение различных геометрических преобразований над исходным геометрическим образом;
- осуществление глазомерной оценки линейных размеров и угловых величин.

На основе этих показателей были разработаны диагностические задания для изучения фактического состояния пространственного мышления студентов технических факультетов в самом начале их обучения, на первом курсе.

Приведём два варианта этих заданий.

Вариант I

1. Начертите от руки квадраты с данными вершинами Aи B. Обозначьте другие вершины квадратов.

2. Мысленно проведите диагонали в каким-либо простроенном вами квадрате. Пусть точка O – точка пересечения диагоналей.

а) Сколько всего треугольников получилось на воображаемом чертеже?

б) Перечислите их.

3. Постройте от руки квадрат $ABCD$. Пусть K – середина стороны AB. Мысленно проведите отрезок DK. Представьте, что квадрат разрезан по линии DK и треугольник KADповернут вокруг точки K так, что отрезки KAи KBсовместились. Какая фигура получилась? Сделайте от руки чертёж этой фигуры [5].

Вариант II

1. Начертите на глаз отрезок ABдлиной 3 см. Начертите от руки прямоугольники со стороной AB так, чтобы одна сторона прямоугольника была в два раза короче другой. Обозначьте другие вершины прямоугольников.

2. Мысленно проведите средние линии MPи KT в каком-либо построенном вами прямоугольнике. Пусть O – точка их пересечения.

а) Сколько всего прямоугольников получилось на воображаемом чертеже?

б) Перечислите их.

3. Начертите от руки равнобедренную трапецию $ABCD$с углом при основании примерно $60°$. Пусть K – середина стороны AB. Мысленно проведите отрезок DK. Представьте, что трапеция разрезана по линии DK и треугольник KADповернут вокруг точки Kтак, что отрезки KAи KBсовместились. Какая фигура получилась? Сделайте от руки чертёж этой фигуры [12].

Охарактеризуем задания I варианта с точки зрения диагностики пространственного мышления.

В первом задании предполагалось, что студенты изобразят, по крайней мере, два квадрата, в которых: а) вершины Aи B смежные; б) вершины Aи B противоположные. Для выполнения этого задания необходимо было уметь: создавать геометрический образ, выделять возможные случаи расположения данных фигур (вершин Aи B), оперировать геометрическим образом, давать глазомерные оценки длин отрезков.

Во втором задании требовалось сохранять в памяти геометрический образ; мысленно оперировать его элементами; выделять знакомые фигуры путем расчленения целого на части и, наоборот, объединять несколько фигур в одно целое; выбирать точку отсчёта. Так, при перечислении всех получившихся треугольников сначала надо выбрать некоторую точку отсчёта (центр квадрата) и соединить с ней все вершины квадрата, получив четыре треугольника; потом мысленно опереться на «нижнюю» сторону квадрата и увидеть ещё два треугольника; рассмотрение фигур, у которых одна из сторон – «верхняя» сторона квадрата, даст ещё два треугольника. Так будут мысленно выделены все восемь треугольников.

В третьем задании необходимо было создать (с опорой на чертёж) новый геометрический образ путём изменения структуры исходного геометрического образа. Мысленно разрезав исходную геометрическую фигуру, требовалось произвести совмещение двух изображенных на чертеже отрезков. В результате правильного выполнения мысленных преобразований получится либо прямоугольный треугольник с катетом CD (выполнена центральная симметрия треугольника AKDс центром точке K), либо трапеция $KBCD$, где $BK||CD$ (выполнена осевая симметрия треугольника AKD относительно средней линии KMквадрата $ABCD$).

С целью формирования и развития умений, связанных с более сложными мыслительными операциями были разработаны следующие методические приемы [8]:

- привлечение неплоских пространственных образов при рассмотрении вопросов планиметрии;
- создание целостного геометрического образа с опорой на наглядность;
- создание ситуаций, способствующих активному ориентированию геометрическими образами;
- творческое конструирование новых геометрических образов.

Приведем примеры, которые иллюстрируют использование названных приемов в учебном процессе.

Пример 1. Тема: «Прямая в ортонормированном репере».

Задача. *Через точку* $P(-1;1)$ *проведите прямую* l, *равноудалённую от точек* $M(3,-1)$ *и* $N(-2,1)$[12].

Для решения этой задачи обычно используется универсальный аналитический аппарат. Рассматривается уравнение $|2A-2B|=|-3A|$, где $Ax+By+C=0$ – уравнение искомой прямой l. В силу того, что $P\in l$, получаем $C=A-B$.

Такой подход быстро даёт уравнения искомых прямых, но является формальным, ничего не прибавляющим к геометрическому видению студентов.

При обучении, ориентированном на развитие пространственного мышления сначала необходимо предложить мысленно представить прямую. Сразу определяется прямая, проходящая через точку P и середину отрезка MN. Возникает вопрос: «Возможны ли другие случаи расположения искомой прямой?» Оперируя геометрическими образами и изменяя положение прямой в пространстве, а также удерживая в памяти созданную геометрическую конфигурацию можно довольно быстро отыскать еще одну прямую, которая проходит через точку P параллельно отрезку MN.

Сравнение двух решений убедительно показывает эффективность аналитического метода, который позволяет избежать потери решений и развить одно из важнейших качеств студентов математического факультета – пространственное мышление.

Пример 2. Тема: «Касательная к линии второго порядка».

При определении касательной к кривой второго порядка студенты встречаются с понятием двух совпадающих точек. Возникает вопрос: «Как различить, когда прямая пересекает прямую в одной точке, а когда – в двух совпадающих точках?». Для того, чтобы однозначно ответить на поставленный вопрос, приведём наглядную модель. Это может быть некоторая кривая второго порядка, например, парабола и две прямые: прямая a, касательная к параболе, и прямая b, не параллельная прямой a (рис. 1). Затем берем модель прямой (тонкий карандаш, спица для вязания и т.п.) и перемещаем её параллельно одной из данных прямых (прямой a или прямой b). При движении модели параллельно прямойa $(a'||a)$получаются прямые, пересекающие кривую в двух точках. Значит, в случае с прямой a мы наблюдаем две совпадающие точки. На рис. 1 точка A – пара совпадающих точек, а точка B – одна точка пересечения кривой и прямой. Отсюда прямая a – касательная к параболе, а b – асимптотическая прямая.

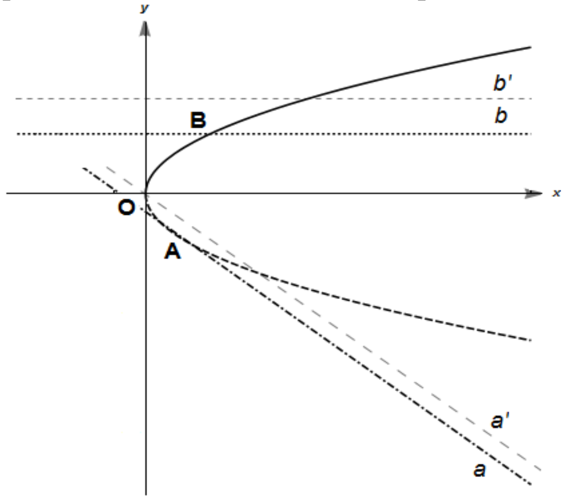


Рисунок 1

На втором этапе выделяется три типа оперирования пространственными образами:

I. Образ подвергается преобразованиям, связанным с изменением его пространственного положения (или с изменением положения его отдельных элементов).

II. Образ подвергается преобразованиям, связанным с изменением его структуры.

III. Образ подвергается преобразованиям, связанным одновременно как с изменением его положения, так и с изменением его структуры.

Рассмотрим более подробно задачи одного из вариантов по теме «Скалярное произведение».

Задача 1. *Найдите вектор, являющийся ортогональной проекцией векто-*

ра $\vec{a}\,(-14{,}2{,}5)$ *на прямую с направляющим вектором* $\vec{b}(2,-2{,}1)$.

При решении важно мысленно представить описанное проектирование, а это значит мысленно изменить положение исходного геометрического образа, введя в него орт $\vec{e}=\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$. Здесь требуется оперирование Iтипа.

Задача 2. *Найдите вектор, являющийся ортогональной проекцией вектора* $\vec{a}\,(8{,}4{,}1)$ *на плоскость, перпендикулярную к вектору* $\vec{n}\,(2,-2{,}1)$ *[12]*.

Обозначим искомый вектор через $\vec{a}'$. Из анализа данного и исходного геометрических образов (рис. 2) следует, что векторы $\vec{a}$, $\vec{a}'$ и $\vec{n}$ компланарны, а векторы $\vec{a}'$ и $\vec{n}$ перпендикулярны.

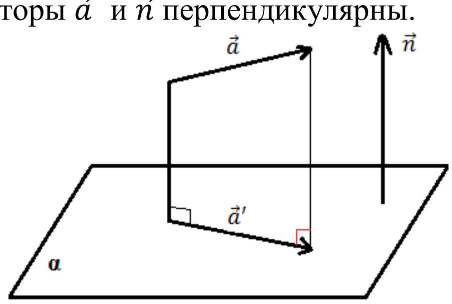


Рисунок 2

Эти условия позволяют составить систему, решение которой даёт координаты исходного вектора. Заметим, что если вектор $\vec{a}$ отложить от точки A, принадлежащей плоскости α (рис. 3), то получим $\vec{a}'=\vec{a}-\vec{k}$, где $\vec{k}$ – проекция вектора $\vec{a}$ на ось с направляющим вектором $\vec{n}$. Способ отыскания вектора $\vec{k}$ найден при решении предыдущей задачи.

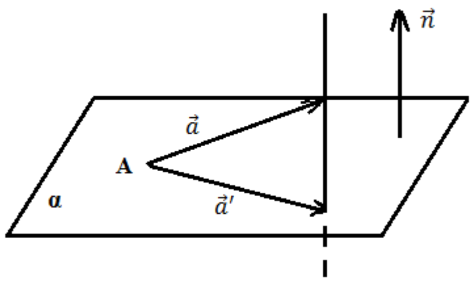


Рисунок 3

Данное оперирование изменило структуру исходного геометрического образа (от рис. 2 пришлось перейти к рис. 3), т.е. это оперирование II типа.

Задача 3. *Даны три вектора* $\vec{a}(8{,}4{,}1)$, $\vec{b}(2,-2{,}1)$ *и* $\vec{c}(1{,}1{,}9)$. *Найдите вектор, являющейся ортогональной проекцией вектора* $\vec{c}$ *на плоскость, определенную векторами* $\vec{a}$ *и* $\vec{b}$.

Здесь необходимо выполнить композицию ориентирований, связанных с изменением положения и структуры исходного геометрического образа: сначала изменить структуру геометрического образа (наглядно это означает, что от рис. 4 перешли к рис. 5), затем изменить структуру геометрического образа (на рис. 6 вектор $\vec{c}$ – искомый). Очевидно, что это III тип оперирования образами.

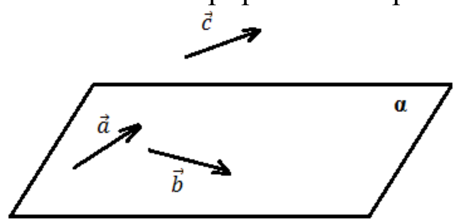


Рисунок 4

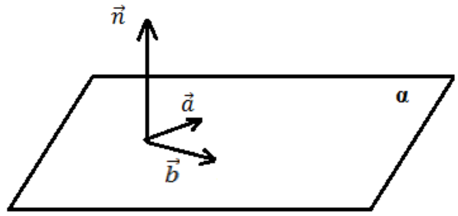


Рисунок 5

В период времени межу изучением аналитической геометрии на плоскости и в пространстве можно провести двухэтапную обучающую самостоятельную работу. Задания, представленные в ней, разбиты на три группы в соответствии с тремя типами оперирования пространственными образами (изменение положения исходного геометрического образа, изменение его структуры, изменение его структуры и композиция этих изменений).

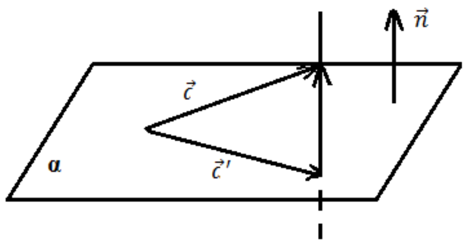


Рисунок 6

Приведем примеры заданий по одному из каждой группы.

1. Верно ли утверждение: если прямая a скрещивается с прямой b, а прямая b скрещивается с прямой c, то прямая a скрещивается с прямой c? Ответ обосновать.

2. Как составить из четырёх равных правильных треугольников правильную треугольную призму той же высоты? Изобразите сконструированную Вами призму.

3. Существует ли четырёхугольная пирамида, две противоположные грани которой перпендикулярны её основанию? (Если да – изобразите её, если нет – дайте обоснование).

Целью выполнения этих заданий является:

- выявление типа оперирования пространственными образами [15];

- обнаружение трудностей в оперировании пространственными образами и пробелов в знаниях студентов [11];

- оказание помощи в преодолении возникающих у студентов проблем.

Следующая часть самостоятельной работы состоит в домашнем выполнении уровневых заданий. Приведём один из вариантов.

Вариант I

1. Верно ли утверждение, что прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна лежащим в этой плоскости:

a) двум сторонам трапеции;

b) двум радиусам окружности.

Ответ обосновать.

2. Верно ли утверждение: если прямая a скрещивается с прямой b и прямая b параллельная прямой c, то прямая a скрещивается с прямой c? Ответ обосновать.

3. Пересекаются ли в пространстве прямые AB и CD, отрезки которых изображены на рис. 7? Ответ обосновать.

4. Какие фигуры можно получить, проектируя на плоскость объединение двух непараллельных отрезков?

5. От куба плоскостью α отсечён трехгранный угол так, как показано на рис. 8. Изобразите развёртку поверхности оставшегося многогранника.

6. Постройте многогранник, имеющий ровно 11 рёбер.

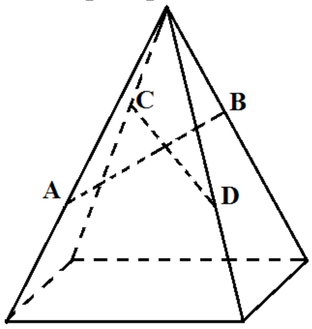


Рисунок 7

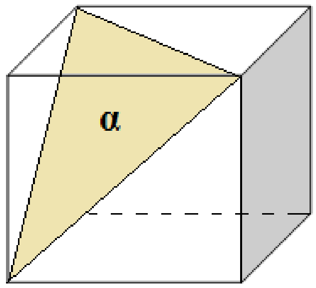


Рисунок 8

Выводы. Овладение современными научными знаниями, успешная работа в различных областях деятельности во многом зависят от уровня развития пространственного мышления человека. Систематическое внедрение в учебный процесс методики развития пространственного мышления на всех этапах изучения геометрии способствует формированию пространственного воображения и образного мышления.

Были выявлены основные показатели пространственного мышления. Приведены варианты разработанных комплексных заданий для студентов, которые не привязаны к конкретному материалу и определяются программными требованиями за курс средней школы. Разработаны методические приемы формирования знаний и умений, которые необходимы для развития пространственного мышления обучающихся.

1. Арнольд В.И. Математика и математическое образование в современном мире / В.И. Арнольд. – М. : Математическое образование, 1997. – №2. – С. 109-112.

2. Борисенко И.Г. Информационные технологии в преподавании начертательной геометрии при формировании профессиональных компетенций / И.Г. Борисенко.– М. : Вестник ИрГТУ, 2011. – 400 с.

3. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – 8-изд. перераб. и исправл. – М.: Наука, 1966. –870с.

4. Геометрия 7 – 9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2014. – 383 с.

5. Геометрия 10 – 11 кл.: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б.Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2014. – 255 с.

6. Глейзер Г.Д. Развитие пространственных представлений школьников при обучении геометрии / Г.Д. Глейзер. – М. : Педагогика, 1976. – 104 с.

7. Гончарова О.Н. Связь математики с другими предметами школьного курса / О.Н. Гончарова, Е.А. Стус // Учёные записки Крымского инженерно-педагогического университета.– Симферополь : РИО КИПУ, 2017. – Вып. 2. – С. 75-79.

8. Гончарова О.Н. Связь теории с практикой в преподавании математики / О.Н.Гончарова, Е.А. Стус // Дидактика математики: проблемы и исследования: международ. сборник науч. работ. – Донецк : ДонНУ, 2016. – Вып. 44. – С. 12-17.

9. Евсеева Е.Г. Формирование образного мышления студентов технического университета при обучении математике / Е.Г. Евсеева, Б.В. Забельский // Дидактика математики: проблемы и исследования: международ. сборник науч. работ. – Донецк : ДонНУ, 2017. – Вып. 46. – С. 38-47.

10. Левитан К.Е. Геометрическая рапсодия / К.Е. Левитан. – М.: Знание, 1984. – 176 с.

11. Мамалыга Р.Ф. Развитие пространственного мышления у студентов педагогического ВУЗа при формировании понятий в курсе геометрии: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Мамалыга Раиса Федоровна. – Екатеринбург, 2015. – 200 с.

12. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике / В.П. Минорский. – М. : Наука, 1987. – 350 с.

13. Никитина Г.Н. Некоторые приёмы развития пространственного мышления студентов педвуза / Г.Н. Никитина// Математика в школе. – 1993. – №5. – 35 с.

14. Прач В.С. Формирование инженерного профессионального мышления студентов технического университета в процессе обучения высшей математике / В.С. Прач // Дидактика математики: проблемы и исследования: международ. сборник науч. работ. – Донецк: ДонНУ, 2016. – Вып. 43. – С. 58-65.

15. Русинова Л.П. Развитие пространственного мышления у студентов в начале изучения курса «Начертательная геометрия» / Л.П. Русинова. – М. : Молодой ученый, 2012. – №3. – С. 391-394.

16. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников / И.С. Якиманская. – М. : Педагогика, 1980. – 240 с.

Abstract. **Goncharova O., Stus E., Stus V. ABOUT THE DEVELOPMENTOFSTUDENTS' SPATIAL-THINKINGIN THE PHYSICAL, MATHEMATICAL, ARCHITECTURAL AND ENGINEERING DIRECTIONS OF TRAINING.** *Spatial thinking is one of the most important components of the human intellect, so the necessary condition for success in any kind of objective activity of a modern school. Geometry is the school discipline of the mathematical cycle, which has the best potential for the development of spatial and logical thinking of students.*

One of the functions of education is to ensure the optimal development of man's creative powers and abilities. In connection with this, one of the topical problems of pedagogical research is the search for basic indicators, forms and methods for developing spatial thinking of students.

Spatial imagination accompanies us throughout life. We live and move in three-dimensional space, objects in everyday life occupy space. Spatial thinking serves as a way of acquiring information, an auxiliary way of thinking, formulating tasks, a useful tool or an assistant in solving a particular problem. It is necessary in many professions.

Key words: *mathematics, geometry, spatial thinking, stereometry, analytical geometry, geometric image, geometric transformations.*

Статья поступила в редакцию 26.12.2017 г.

УДК378.14

ИЗЛОЖЕНИЕ КУРСА «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА» В КОНТЕКСТЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СПЕЦИАЛИСТА ПО ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЕ

Гребёнкина Александра Сергеевна,
кандидат техн. наук, доцент
e-mail: grebenkina.aleks@yandex.ru
ГОУВПО «Академия гражданской защиты» МЧС ДНР, г. Донецк
Grebonkina Aleksandra,
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
«The Civil Defence Academy» of EMERCOM of DPR

Статья посвящена проблеме обучения приемам и методам теории вероятностей и математической статистики будущих специалистов по гражданской защите. Указаны возможные способы повышения мотивации студентов к изучению дисциплины. Предложены некоторые изменения в изложении курса, направленные на формирование навыков применения вероятностных методов в решении задач прогнозирования и предупреждения чрезвычайных ситуаций, оценке их возможных последствий. Сформулированы требования к содержанию и объему профессионально ориентированных заданий по теории вероятностей и математической статистике, используемых в обучении будущих спасателей. Рассмотрены особенности применения таких заданий в работе со студентами очной и заочной формы обучения.

Предложены способы моделирования условий будущей профессиональной деятельности сотрудника МЧС на занятиях по теории вероятностей. Рассмотрены возможности и перспективы использования лимита времени, отводимого на решение прикладных задач.

Описаны новые педагогические подходы к организации домашней работы студентов. Для заочной формы обучения указаны методические принципы разработки текста контрольной работы, формулировки задания по математической статистике, проверки результатов выполнения работы. Изучение методов статистической обработки данных предложено проводить на основе оперативных данных МЧС.

Приведен фрагмент методических разработок по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для направления подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность» (профиль – Защита в чрезвычайных ситуациях) и специальности 20.05.01 «Пожарная безопасность». Рассмотрены примеры профессионально ориентированных заданий для разных видов учебной работы и форм обучения.

Ключевые слова: *теория вероятностей, математическая статистика, профессионально ориентированное задание, гражданская защита, обучение.*

Постановка проблемы. Для успешной эксплуатации и сервисного обслуживания специальной техники, предупреждения чрезвычайных ситуаций, ликвидации последствий техногенных катастроф необходимы специалисты, имеющие высокий уровень инженерной подготовки. Они должны хорошо ориентироваться в современных машинах и механизмах, уметь читать технические условия и схемы, определять надежность элементов технологического оборудования, в составе коллектива выполнять различные расчеты и разработки. Высокие квалификационные требования формируют критерии, которым должны соответствовать выпускники профильных образовательных учреждений. В связи с этим возникает необходимость внедрения новых образовательных технологий, изменения структуры и содержания учебных дисциплин, организации производственной практики. Это в равной степени относится как к профессиональному, так и к математическому и естественнонаучному циклу подготовки.

Математические дисциплины занимают особое место в подготовке специалистов для Министерства по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий Донецкой Народной Республики (далее – МЧС ДНР). Они формируют у студентов навыки быстро оценивать проблему, находить эффективный метод решения, разрабатывать алгоритм его реализации, оценивать возможные риски и вероятности различных событий. Значимость указанных дисциплин обуславливает актуальность совершенствования методики их преподавания.

Анализ актуальных исследований. Изучение современных публикаций и научных исследований показывает, что проблема совершенствования методики преподавания математических дисциплин интересует многих педагогов. Рассматриваются ее различные аспекты. Так, вопросу профессиональной направленности обучения математике посвящены работы Л.П. Гусак, В.А. Далингера, ЕН. Казаковой, О.Е. Кириченко, Г.В. Лаврентьева, С.В. Плотниковой [7], Г.В. Перфильевой. Способы и средства формирования профессиональной компетентности в процессе математической подготовки изучают И.Г. Михайлова, Л.В. Павлова, С.В. Попова, Т.В. Рихтер. Условия применения компьютерного обучения математике исследуют В.В. Дьяконов, А.Е. Кузнецов, С.А. Недилько, Н.В. Рашевская. Возможности и перспективы решения задач теории вероятностей с использованием вычислительной техники рассматривают И.В. Детушев, Р.И. Ивановский, М.А. Осинцева, О.Н. Ие. Последняя приводит примеры решения вероятностных задач технического характера с применением Mathcad [5, с. 46-47].

Несмотря на многообразие работ, вопрос профессиональной направленности математической подготовки специалистов МЧС раскрыт недостаточно. Практически отсутствуют исследования, посвященные особенностям изложения высшей математики, теории вероятностей, математической статистики и исследования операций будущим спасателям. Имеющиеся учебные пособия по указанным курсам содержат незначительное количество прикладных задач, ориентированных на специфику деятельности в сфере гражданской защиты. Все это не позволяет полноценно реализовать профессиональную направленность обучения теории вероятностей. Поэтому, научно-педагогические исследования, проводимые в указанном направлении, необходимы. Разработка учебно-методического обеспечения курса в контексте профессиональной деятельности спасателей актуальна.

Цель статьи – *предложение новых подходов к методике преподавания теории вероятностей студентам технических образовательных учреждений; представление некоторых методических разработок по курсу для направления подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность» и специальности 20.05.01 «Пожарная безопасность».*

Изложение основного материала. В цикле математических дисциплин курс «Теория вероятностей и математическая статистика» является первым курсом, в котором студенты сталкиваются с моделированием реальных процессов на вероятностном языке, принципами описания стохастических явлений в природе и технике. Поэтому очень важно продемонстрировать практическую значимость изучаемого материала. Наиболее удобно сделать это с помощью прикладных, профессионально ориентированных, заданий. Соглашаемся с Е.Н. Казаковой в том, что задание с профессиональным контекстом будет эффективным, если [6, с. 35]:

– рассматривает проблемы, которые могут возникнуть в будущей профессиональной деятельности;

– задача имеет несколько вариантов решения, из которых хотя бы один не отвечает условиям заданной ситуации;

– задача направлена на формирование набора общих и профессиональных компетенций.

В то же время, при обучении будущих спасателей к профессионально ориентированным заданиям предъявляем дополнительные требования. Считаем, что все числовые данные в подобных заданиях должны быть действительными и актуальными на момент использования их в учебном процессе. Если профессиональная составляющая в примере сложная для восприятия, то можно пренебречь некоторыми начальными условиями или существующими ограничениями. Но все числовые, и тем более статистические, данные должны соответствовать действительности. Важно, также, чтобы для решения задачи необходимо было применить приемы, методы и понятия, изучаемые непосредственно на той лекции, на которой рассматривается контекстный пример [3, с. 19].

Кроме того, следует ограничить время, отводимое студентам на выполнение прикладного задания. Данное ограничение возникает из необходимости в будущем исполнять большинство своих профессиональных обязанностей в режиме цейтнота. Смоделировать сложность и большой риск в работе при обучении теории вероятностей не представляется возможным. Но создать лимит времени, выделенного на выполнение определенных тренировочных заданий, можно и нужно. Временное ограничение и смысловая нагрузка прикладной задачи активизирует студентов. Подобные задания позволяют преподавателю сделать математическую дисциплину средством развития мыслительных способностей обучаемых, а студентам – проявить свои индивидуальные качества, умение быстро найти оптимальное или нестандартное решение проблемы. Считаем, что такие задачи способствует формированию математической и профессиональной грамотности студентов [2, с. 64].

Повышению качества обучения способствуют некоторые изменения в структуре изложения дисциплины. К важнейшим задачам МЧС относим: прогнозирование возникновения чрезвычайных ситуаций, оценку их возможных последствий, подготовку данных для поддержки принятия решений по предупреждению чрезвычайных ситуаций и ликвидации их последствий, оценку рисков [1, с. 92]. Успешное решение указанных задач зависит от качества освоения студентами приемов теории вероятностей, методов статистической обработки данных. Поэтому, следует уделить особое внимание разделам курса, имеющим практическую значимость в работе спасателей. Темы, не имеющие такого значения, можно изложить обзорно или вынести на самостоятельное изучение. Например, можно исключить рассмотрение таких понятий как геометрическое определение вероятности, двумерные случайные величины, неравенство Чебышева и некоторые другие. Их исключение не влияет на логику изложения оставшейся части курса. В то же время, подобное смещение акцентов даст возможность уделить больше внимания изучению разделов курса теории вероятностей, имеющих непосредственную связь с профессиональной деятельностью спасателей. Это способствует успешному формированию навыков применения вероятностных и статистических методов в практической деятельности сотрудников МЧС.

Следует несколько изменить методику организации самостоятельной внеаудиторной работы студентов. Работая с будущими специалистами по гражданской защите, надо разделить учебную группу на подгруппы по 3-5 человек и выдать индивидуальное домашнее задание каждой подгруппе. Имеет смысл поручить студентам самостоятельно определить объем задания каждого участника подгруппы. Подобная практика способствует формированию навыков решения задач в составе коллектива, что отвечает требованиям государственного образовательного стандарта по соответствующим направлениям подготовки. К тому же, она моделирует условия будущей деятельности студентов, где большая часть спасательных работ и работ по ликвидации последствий стихийных бедствий выполняется коллективно.

Особого подхода требует разработка методического обеспечения учебного процесса для студентов заочной формы обучения. В подавляющем большинстве такие студенты – сотрудники МЧС и его структурных подразделений. Многие из них при исполнении своих непосредственных служебных обязанностей столкнулись с необходимостью прогнозировать оперативную обстановку на ближайшее время. В повседневной работе МЧС постоянно возникают вопросы определения по имеющимся статистическим данным численности личного состава и пожарной техники, позволяющих обеспечить выполнение основных задач государственной пожарной службы; определения возможных рисков при проведении аварийно-спасательных работ; формирования прогноза о последствиях стихийного бедствия. Вследствие этого, студенты осознают важность успешного освоения дисциплины.

Кроме того, многие студенты заочной формы обучения имеют высшее образование того или иного профиля. Т.е. они уже знакомы с базовыми понятиями и приемами теории вероятностей, некоторыми методами математической статистики. Поэтому, основные усилия при изучении дисциплины следует направить на формирование навыков построения вероятностных моделей, использования статистических методов, имеющих практическое значение в работе спасательных отрядов.

В работе со студентами заочной формы обучения, процент профессионально ориентированных задач должен быть значительно увеличен в сравнении с очной формой обучения (табл. 1). Считаем, что не менее 60% всех практических задач (рассмотренных на аудиторных занятиях или предложенных для самостоятельной домашней работы) должны иметь профессиональный контекст. Более того, в контрольной работе задания по математической статистике следует сформулировать так, чтобы для его выполнения требовался самостоятельный поиск данных, построение математической модели. Можно рекомендовать студентам использовать те статистические данные, которыми они оперируют на работе (естественно, только данными, не являющимися закрытой информацией). Также, считаем важным требовать от студентов заочной формы обучения дать практическую интерпретацию полученного решения, основываясь на их опыте работы.

Далее приводим фрагмент методических разработок по курсу теории вероятностей и математической статистики [4, с. 23-74]. Представленные задания используем в работе со студентами направления подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность» (профиль – Защита в чрезвычайных ситуациях) и специальности 20.05.01 «Пожарная безопасность» в ГОУВПО «Академия гражданской защиты» МЧС ДНР.

В табл. 2 приводим прикладные задачи с профессиональным контекстом, рассчитанные на студентов заочной формы обучения.

Выводы. Подводя итог сказанному, выделим наиболее значимые особенности изложения курса «Теория вероятностей и математическая статистика» при подготовке специалистов по гражданской защите:

1) числовые и статистические данные, используемые в профессионально ориентированных заданиях, должны быть действительными и актуальными на данный момент;

2) необходимо ограничить время, отводимое на решение задач с профессиональным контекстом;

3) в содержании курса надо сместить акценты, уделяя повышенное

внимание темам, имеющим практическое значение в работе спасателя;

Таблица 1 – Примеры профессионально ориентированных заданий по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» (форма обучения – очная)

№ п/п	*Вид учебной работы*	*Формулировка задания*
1	2	3
1.	Практическое занятие	В зону наводнения попал населенный пункт, в котором зарегистрированы 1500 жителей. Вероятность того, что во время наводнения человек находился дома, равна 0,25 и одинакова для всех жителей этого населенного пункта. Найти вероятность того, что в зоне стихийного бедствия находится от 350 до 400 людей.
2.	Домашнее задание	Случайная величина (с. в.) X – концентрация природного газа в зоне проведения спасательных работ (в процентах). С. В. X задана рядом распределения: <table><tr><td>X</td><td>0,2</td><td>0,4</td><td>0,8</td><td>1</td><td>1,2</td></tr><tr><td>p</td><td>p_1</td><td>0,2</td><td>0,25</td><td>0,1</td><td>0,3</td></tr></table> Найти функцию распределения, среднее значение и дисперсию с. в. X. Дать практическую интерпретацию полученных результатов.
3.	Научно-исследовательская работа	Опираясь на действующие нормативные документы, рассчитать вероятность эффективной работы системы противопожарной защиты в детском саду.

Таблица 2 – Примеры профессионально ориентированных заданий по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика» (форма обучения – заочная)

№ п/п	*Вид учебной работы*	*Формулировка задания*
1.	Практическое занятие	Для сигнализации о пожаре установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при пожаре сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,8 для второго. Найти вероятность того, что при пожаре сработает: а) только один сигнализатор; б) хотя бы один сигнализатор.
2.	Домашнее задание	Используя статистические данные МЧС ДНР/РФ за определенный промежуток времени составить вариационный ряд случайной величины X – количества пострадавших в результате стихийных бедствий (в тыс. человек). Найти оценки числовых характеристик с.в. X. Выдвинуть гипотезу о характере распределения с.в. X и проверить ее достоверность. Сделать прогноз о возможной динамике числа пострадавших в результате стихийных бедствий.

4) домашнее задание для студентов очной формы обучения не должно быть индивидуальным (эффективно выдать общее задание на трех человек);

5) от студентов заочной формы обучения следует всегда требовать интерпретировать полученное решение с профессиональной точки зрения; в за-

даниях по математической статистике – сформировать прогноз о возможном развитии изучаемого явления, оценить достоверность сделанного прогноза и возможные риски.

Реализация указанных рекомендаций в учебном процессе способствует развитию у студентов профессионально значимых умений и навыков применения вероятностных и статистических методов в практической деятельности.

1. Гальченко В.Т. Роль прикладной математики в системе подготовки специалистов МЧС России / В.Т. Гальченко, О.Н. Бахтиярова // Научные и образовательные проблемы гражданской защиты. – Химки : ФГБВОУ ВО «Академия гражданской зашиты МЧС РФ», 2014. – № 2 – С. 92-96.

2. Гребенкина А.С. Некоторые психологические аспекты математической подготовки студентов факультетов гражданской защиты / А.С. Гребенкина // Вестник института гражданской защиты Донбасса. – Донецк : ДонНТУ, 2016. – Вып. 1(5). – С. 62-67.

3. Гребенкина А.С. Реализация принципов профессионально ориентированного обучения в изложении курса «Теория вероятностей и математическая статистика»/ А.С. Гребенкина // Вестник Академии гражданской защиты. – Донецк : ГОУ ВПО «Академия гражданской защиты» МЧС ДНР, 2018. – №1(13). – С. 18-24.

4. Гребенкина А.С. Практикум по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие / А.С. Гребенкина, О.А. Рудакова. – Донецк : ГОУ ВПО «Академия гражданской защиты» МЧС ДНР, 2018. – 116 с.

5. Ие О.Н. Использование среды MATHCAD при обучении студентов технических специальностей теории вероятностей/ О.Н. Ие // Дидактика математики : проблемы и исследования : междун.сборник науч. работ. – Донецк : ДонНУ, 2017. – Вып. 45. – С.44-49.

6. Казакова Е.Н. Контекстная задача как средство формирования компетентности будущего специалиста / Е.Н.Казакова, Е.П. Клобертанц, Г.В. Перфильева // Психология и педагогика XXI века : теория, практика и перспективы : материалы II Междунар. науч.-практ. конф. – Чебоксары : ЦНС «Интерактив плюс». – 2015. – С. 33-37.

7. Плотникова С.В. Профессиональная направленность обучения математическим дисциплинам студентов технических вузов: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / С.В. Плотникова. – Самара, 2000. – 160 с.

Abstract. **Grebonkina A. A PRESENTATION OF THE COURSE «THEORY OF PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS» IN THE CONTEXT OF THE PROFESSIONAL ACTIVITIES OF A CIVIL DEFENSE SPECIALIST.** *The article is devoted to the problem of teaching methods and methods of probability theory and mathematical statistics of future specialists in civil defense. The possible ways of increasing students' motivation to study the discipline are indicated. Some changes in the course presentation aimed at developing the skills of applying probabilistic methods in the solving problem of forecasting and preventing emergencies, and evaluating their possible consequences are proposed. Requirements are formulated for the content and scope of professionally oriented assignments in probability theory and mathematical statistics. Features of the application of such tasks in the work of full-time and part-time students are considered. Methods for modeling the conditions for the future professional activity of EMERCOM employees in the probability theory classes are suggested. The possibilities and prospects of using the time limit allocated for solving applied problems are considered. New pedagogical approaches to the organization of students' homework are suggested. Methodological principles for the development of the text of the test work, the formulation of the task on mathematical statistics, and the verification of the results of the performance of work are indicated for the correspondence form of instruction. Training for their methods of statistical data processing is suggested to be based on the operational data of the Ministry of Emergency Situations. A fragment of methodological developments in the discipline "Theory of Probability and Mathematical Statistics" is given for the direction of training 20.0.01 Technospheric security (profile – Protection in emergency situations) and specialties 20.05.01 Fire safety. Examples of professionally oriented assignments for different types of educational work and forms of training are considered.*

Key words: *probability theory, mathematical statistics, professional orientation of training, civil protection, training.*

Статья представлена профессором Е.Г. Евсеевой.
Поступила в редакцию 22.02.2018 г.

УДК378.14

СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕРАКТИВНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Доткулова Анастасия Сергеевна,
старший преподаватель,
e-mail: asoll05@inbox.ru
Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет, г. Москва, РОССИЯ
Яковлев Михаил Алексеевич,
магистрант,
e-mail:: yakmanyakman@yandex.ru
Московский технический университет связи и информатики, г. Москва, РОССИЯ
Dotkulova Anastasiya,
Senior lecturer
Moscow Automobile and Road Technical University, Moscow, RUSSIAN FEDERATION
Yakovlev Mihael,
Graduate student
Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, RUSSIAN FEDERATION

В статье описан алгоритм работы системы автоматизированной проверки знаний с интерактивными элементами обучения студентов-бакалавров AutoTest-EdTIS. Система ориентирована на студентов, испытывающих трудности в процессе изучения математических дисциплин. Особенность подхода состоит в том, что настройку электронного тьютора осуществляет преподаватель.

Ключевые слова: *интерактивная система обучения, тестирование, поисковая система, математический тьютор, e-learning, нейронные сети.*

Постановка проблемы. Приоритетность математического образования признаётся во всех ведущих странах мира. Математическое знание лежит в основе всей современной экономики, развития глобальных информационных систем и технологий. *Математика является наиболее важным, всеобщим инструментом познания и коммуникации*, основы которого были заложены тысячи лет назад [1].

Анализ актуальных исследований
«Медленно запрягаем»

В 1993-1994 году коллективом кафедры высшей математики МАДИ было принято решение о внедрении различных форм тестирования в учебный процесс [2]. Изначально система тестирования разрабатывалась для быстрой автоматизированной проверки знаний в больших группах (более 100 человек). Позже, с ростом доступности персональных компьютеров, на кафедре были внедрены технологии письменного экзамена с применением компьютерных технологий, использующая автоматическую проверку ответов, так и «ручную» с описанием хода рассуждений студента.

В начале 2000 гг. Ж.И. Алферов и В.А. Садовничий в своей статье «Образование для России в XXI» обращали внимание на необходимости *правильного подхода к системе образования*, понимание роли, сущности и места образования в процессе экономических реформ, [6]. В это же время при поддержке министерства образования РФ были созданные наглядные мультимедийные пособия, послужившие началом развития электронного образования. Ярким примером мультимедийного пособия является «Математика для инженеров. Дифференциальное исчисление» [7]. Разработанный мультимедийный учебник состоит из теоретической части, геометрической интерпретации и раздела тестирования. С правой стороны экрана приводятся строгие математические утверждения, теоремы и их доказательства, как в классическом учебнике. С левой стороны – мультимедийные ролики, поясняющие написанное. Такой подход упрощает процесс понимания и усвоения излагаемого материала.

Прошло более 25 лет реформ российского образования. С одной стороны, наблюдаем бурное развитие информационного инструментария, а с другой – чрезвычайно неповоротливую систему отечественного образования с традиционными элементами полного «ручного труда».

Мы, по-прежнему, «долго запрягаем», чтобы потом быстро поехать. Однако время не ждет, можно отстать навсегда.

E-learning и его компоненты.

E-learning – это обучение с помощью Интернет и мультимедиа. Электронное обучение включает в себя три ключевых компонента – *технологии, люди и процессы* [10].

Технологии подразделяются на LMS (Learning management system – система управления обучением) и LCMS (Learning Content Management Systems – система управления учебным контентом). Система управления обучением (LMS) позволяет планировать и проводить учебный процесс, управлять тестированием и контролировать процесс получения знаний, а также вести учет и анализ результатов обучения. Учебный контент (LCMS) в электронном обучении состоит, как и в жизни, из учебников, лекций, практических заданий, тестов и экзаменов, только в электронном виде.

Управление процессом обучения осуществляет преподаватель (или в другом варианте – тьютор), который контролирует прохождение обучения учениками, записывает результаты усвоения материала, добавляет необходимую литературу, видеолекции или проводит вебинары, осуществляет создание и проверку тестовых работ и принимает окончательную аттестационную работу.

Процесс подразумевает организацию взаимодействие преподавателей и студентов в одном учебном процессе [4], а также сам процесс обучения. Процесс обучения разбивается на модули, после прохождения каждого из которых проводится промежуточное тестирование. Тестирование может проводиться и в течение прохождения отдельного модуля для закрепления пройденного материала.

Внедрение E-learning в России

Электронное обучение предполагает значительный объем самостоятельной работы студентов. Обычно это достигается с помощью видео и веб-конференций в виде лекций и семинаров [8]. Групповые занятия и лабораторные работы проходят на форумах или с помощью веб-конференций [9]. E-learning – актуальное, эффективное и перспективное направление, в котором можно создать новые инструментарии для улучшения качества современного образования.

Основываясь на ключевых компонентах электронного образования, авторами разработана *интерактивная информационная система сопровождения образовательного процесса EdTIS, предназначен-*

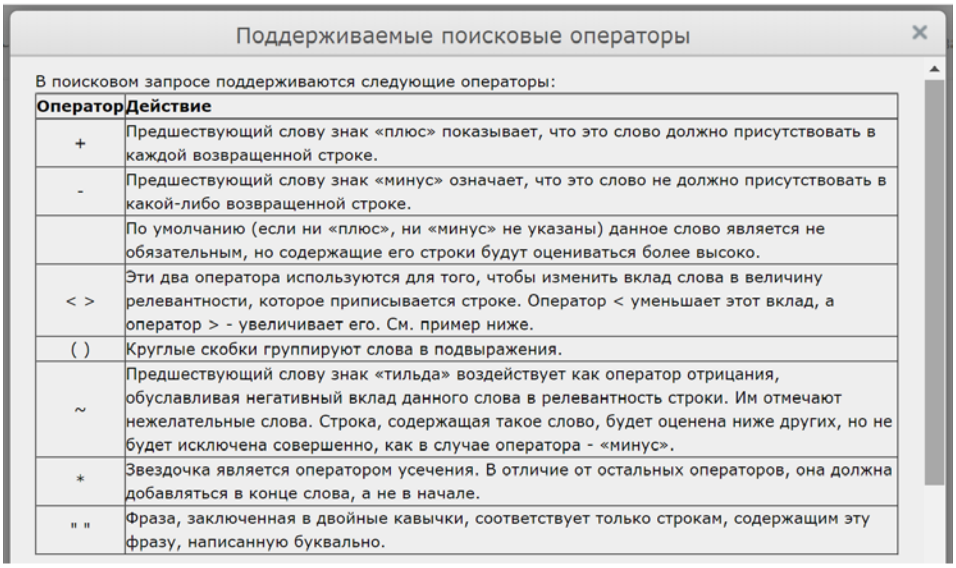
ная для повышения эффективности обучения путем проведения автоматизированных тестирований, предоставления доступа к внутренней библиотеке с полнотекстовым поиском по ней, а также отдельного режима обучения, в котором вопросы подстраиваются под конкретного пользователя.

Цель статьи – *показать алгоритм работы интерактивного автоматизированного онлайн тестирования AutoTest-EdTIS с внедрением пошаговых подсказок и возможностью доступа к внутренней библиотеке Lib-EdITS информационной системы EdTIS на примере освоения математических дисциплин.*

Изложение основного материала. В качестве помощника в процессе обучения авторами была разработана интерактивная система обучения и контроля знаний студента *EdTIS* (Educational Tutoring Interactive System). *Главной особенностью системы является использование интерактивных компонентов при самостоятельном изучении материала*. Архитектурно проект представляет собой веб-приложение, что подразумевает разворачивание системы на подконтрольном сервере и последующее взаимодействие с ним через браузеры на устройствах, связывающихся с данным сервером по сети. Система EdITS состоит из двух взаимосвязанных модулей (рис. 1): *интерактивной обучающей системы IntelTutor* и *системы автоматизированной проверки знаний с интерактивными элементами AutoTest. Обучающая система IntelTutor* представляет собой *электронный тьютор*, который *помогает студенту знакомиться с новым материалом* (или повторять уже изученный), проходить тестирование с запланированными подсказками и получать дальнейшие рекомендации.

Рисунок 1 – Методологическая модель информационной системы

Проверка знаний основана на онлайн тестировании, имеющем свои особенности, в частности, интерактивный режим «подсказка» и возможность осуществлять поиск информации по каталогу учебной и дополнительной литературы, добавляемой преподавателем в базу. Рассмотренные модули имеют общую часть: *библиотечный каталог Lib-EdITS* (представляет собой базу данных учебно-методической и вспомогательной литературы) и *поисковую строку Search-EdITS*, в которую вводится запрос и осуществляется доступ к необходимому материалу из БД. Для удобства пользователя в системе предусмотрена инструкция по работе с поисковой системой, где рассматриваются функции системы, помогающими результат вывода сделать более точным (рис. 2).


Поддерживаемые поисковые операторы

В поисковом запросе поддерживаются следующие операторы:

Оператор	Действие
+	Предшествующий слову знак «плюс» показывает, что это слово должно присутствовать в каждой возвращенной строке.
-	Предшествующий слову знак «минус» означает, что это слово не должно присутствовать в какой-либо возвращенной строке.
	По умолчанию (если ни «плюс», ни «минус» не указаны) данное слово является не обязательным, но содержащие его строки будут оцениваться более высоко.
< >	Эти два оператора используются для того, чтобы изменить вклад слова в величину релевантности, которое приписывается строке. Оператор < уменьшает этот вклад, а оператор > - увеличивает его. См. пример ниже.
( )	Круглые скобки группируют слова в подвыражения.
~	Предшествующий слову знак «тильда» воздействует как оператор отрицания, обуславливая негативный вклад данного слова в релевантность строки. Им отмечают нежелательные слова. Строка, содержащая такое слово, будет оценена ниже других, но не будет исключена совершенно, как в случае оператора - «минус».
*	Звездочка является оператором усечения. В отличие от остальных операторов, она должна добавляться в конце слова, а не в начале.
" "	Фраза, заключенная в двойные кавычки, соответствует только строкам, содержащим эту фразу, написанную буквально.

Рисунок 2 – Инструкция по работе с поисковой системой Search-EdITS

В системе EdITS реализовано разграничение доступа к различным функциональным возможностям между несколькими категориями пользователей.

В разработанной системе присутствуют три роли:

1. *Администратор* – может изменять роли всех остальных пользователей и редактировать содержимое шапки веб-приложения.

2. *Преподаватель* – может загружать учебно-методическую и вспомогательную литературу в БД, создавать, редактировать тесты и группы, просматривать результаты прохождения всех тестов.

3. *Учащийся* – может обучаться в интерактивной системе, проходить доступные его группе тесты и просматривать свои результаты.

Авторизация осуществляться с помощью логина и пароля, пароль хранится в зашифрованном виде из соображений безопасности. Используется механизм сессий. Регистрация открытого типа: роль, присваиваемая при регистрации по умолчанию «учащийся», а возможность изменять ее есть только у администраторов. При регистрации, помимо логина и пароля, указывается фамилия, имя, отчество и выбирается группа из списка доступных в системе.

Электронный тьютор IntelTutot. Алгоритм работы преподавателя

Роль преподавателя – важная составляющая системы. Благодаря грамотно подобранному материалу, формированию библиотечного каталога, созданию тестовых вопросов и внедрению подсказок процесс работы обучающегося с системой становится более продуктивным. Преподаватель создает электронного тьютора, как дополнительного помощника-наставника в процессе обучения. Это важный и трудоемкий процесс.

Основные функции преподавателя (рис. 3) в системе EdITS:

1) формирование библиотечного каталога;

2) создание и редактирование тестовых заданий;

3) создание опциональных комментариев и подсказок;

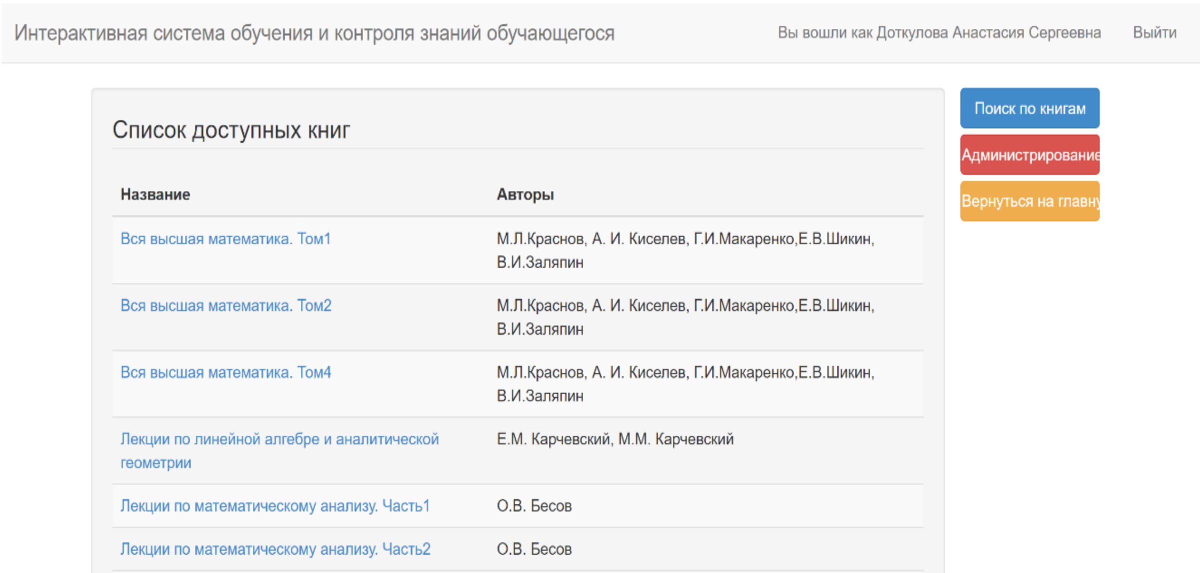
4) добавление новых студенческих групп;

5) просмотр успеваемости студента и т.д.

Рисунок 3 – Главные функции пользователей в системе

Первостепенно формируется тематическая база данных учебно-методической и вспомогательной литературы (рис. 4), по которой с помощью запросов в поисковой системе, осуществляется доступ к нужному материалу. При добавлении литературы преподаватель должен указать только автора и название (рис. 5). Система поиска EdITS самостоятельно индексирует содержимое загруженного источника.

Создание и редактирование тестовых заданий – самая ответственная часть работы преподавателя в EdITS. Преподаватель при создании задания должен указать только вопрос, правильный ответ и тему задания. Подсказки заполняются опционально, а соответствующая литература автоматически ищется системой по выбранной теме задания.



Название	Авторы
Вся высшая математика. Том1	М.Л.Краснов, А. И. Киселев, Г.И.Макаренко,Е.В.Шикин, В.И.Заляпин
Вся высшая математика. Том2	М.Л.Краснов, А. И. Киселев, Г.И.Макаренко,Е.В.Шикин, В.И.Заляпин
Вся высшая математика. Том4	М.Л.Краснов, А. И. Киселев, Г.И.Макаренко,Е.В.Шикин, В.И.Заляпин
Лекции по линейной алгебре и аналитической геометрии	Е.М. Карчевский, М.М. Карчевский
Лекции по математическому анализу. Часть1	О.В. Бесов
Лекции по математическому анализу. Часть2	О.В. Бесов

Рисунок 4 – Каталог информационно-поисковой системы

Рисунок 5 – Интерфейс окна добавления книг в БД Lib-EdITS

При создании теста имеется возможность добавлять задания нескольких типов: задания закрытого типа с выбором одного или множества правильных вариантов ответа; задания на соответствие; задания открытого типа со свободным вводом ответа. Отдельно выделяем функцию импорта вопросов: в её реализации была использована сторонняя библиотека PHPExcel для перевода данных из таблицы файлов формата *.xls* или *.xlsx* в многомерный массив. Этот массив построчно обрабатывается, вопросы с ответами добавляются в тест, в который совершается импорт. При редактировании ответов осуществляется контроль целостности: так, при создании вопроса он всегда создаётся с одним ответом с текстом по умолчанию, удалить последний оставшийся ответ в вопросе нельзя, только отредактировать. Эти меры позволяют минимизировать шанс случайного создания «непроходимого» вопроса. Подсказки добавляются для каждого вопроса по усмотрению преподавателя. Для создания подсказок необходимо заполнить соответствующее поле (рис. 6).

Если поле оставить пустым, возможность использовать подсказку при прохождении тестирования будет недоступна. Баллы, начисляемые за правильный ответ, присваиваются преподавателем при создании тестов в зависимости от сложности задания и количества подсказок.

Алгоритм работы студента в AutoTest. Общий алгоритм работы студента при проверке знаний выглядит следующим образом:

1) выбор доступного теста;
2) открытие окна тестирования с его особенностями (рис.7);
3) ответ на поставленный вопрос и переход к следующему вопросу (п. 7). Если студент затрудняется ответить, осуществляется переход к одному из п. 4, п. 5 или п. 6;
4) использование подсказки при возникновении затруднений при решении задания, переход к п. 3, п.5 или п. 6;
5) обращение к библиотечно-поисковой системе при возникновении затруднений при решении задания, переход к п. 3, п.4 или п. 6;
6) пропуск задания (возможность вернуться к вопросу имеется);
7) прохождение нового тестового задания;
8) завершение тестирования;
9) просмотр результатов и рекомендаций.

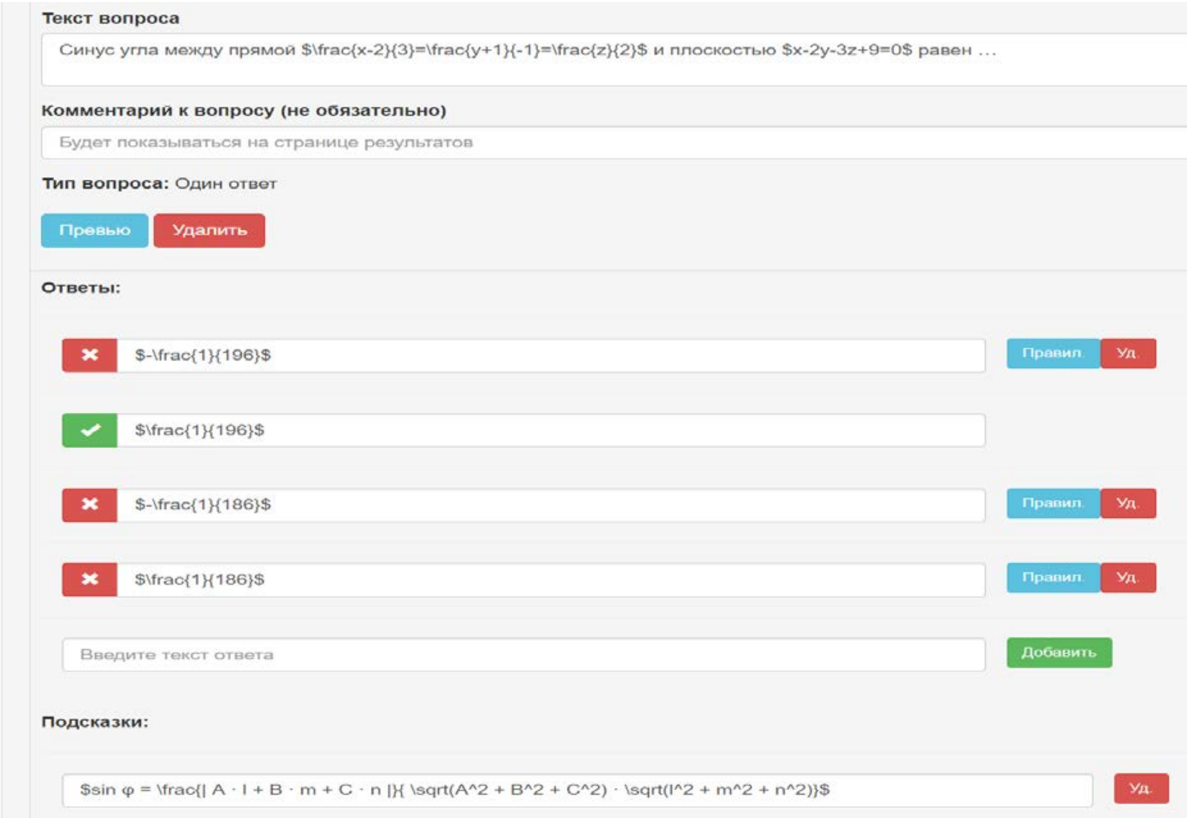


Рисунок 6 – Создание тестового задания с одним правильным ответом и подсказкой

Заходя в систему под своим логином и паролем, обучающийся видит список доступных ему для прохождения тестов. При выборе теста и нажатии на находящуюся рядом с названием теста кнопку «Начать», системой происходит генерация сессии с вопросами из этого теста в случайном порядке и временем начала, соответствующим моменту нажатия кнопки. Если у этого пользователя существует незавершённая сессия этого теста, то вместо начала новой будет продолжена предыдущая, если осталось время. На странице тестирования отображается один вопрос, число оставшихся вопросов (включая текущий), таймер оставшегося времени, кнопки: «Завершить тест», «Пропустить вопрос» и «Ответить», а также кнопки «Библиотека» и «Подсказки» (рис. 7).

Перед загрузкой каждого вопроса происходит проверка на то, осталось ли ещё время. Если его не осталось, тест принудительно завершается. Также он завершается, если исчерпаны вопросы. При нажатии на кнопку «Библиотека» выводится всплывающее окно с поисковой строкой библиотечного модуля системы, а также сразу выводит результаты, основанные на тексте исходного вопроса (рис. 8).

При нажатии на кнопку «Подсказки», выводится всплывающее окно (рис. 9) со всеми уже открытыми подсказками и с кнопкой, позволяющей запросить ещё одну (при наличии). Факт использования подсказок и их количества учитывается при выставлении баллов за каждый тестовый вопрос.

По завершению тестирования, выводится страница результатов, где отображается общий результат тестирования и дальнейшие рекомендации.

В основу обработки результатов легли математические алгоритмы и вероятностные модели, основанные на оценке уровня знаний, и методики для самообучения нейронной сети.

Выводы и перспективы. Настоящую работу можно рассматривать как одну из попыток автоматизировать отдельные элементы диалога преподавателя и студента, в процессе которого последний обязан «умнеть», а первый – получать удовлетворение, отдавая силы, знания и здоровье. Современные исследования по искусственному интеллекту [5], нейронным сетям [3] позволяют надеяться, что в данном направлении удастся продвинуться, ни в коем случае не утверждая (пока), что живое общение студента и специалиста уходит в прошлое.

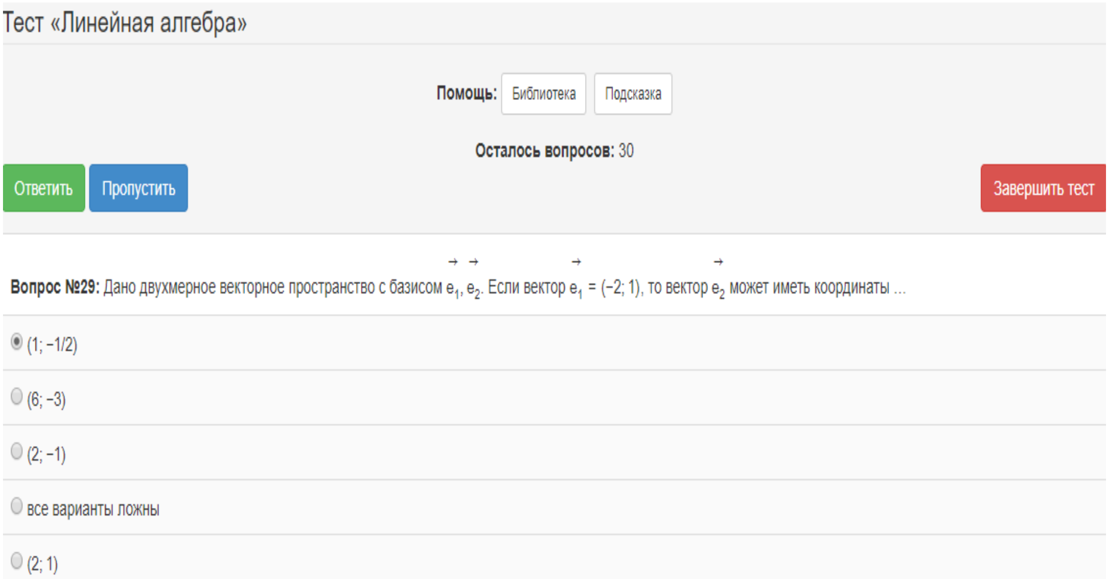


Рисунок 7 – Интерфейс прохождения тестирования

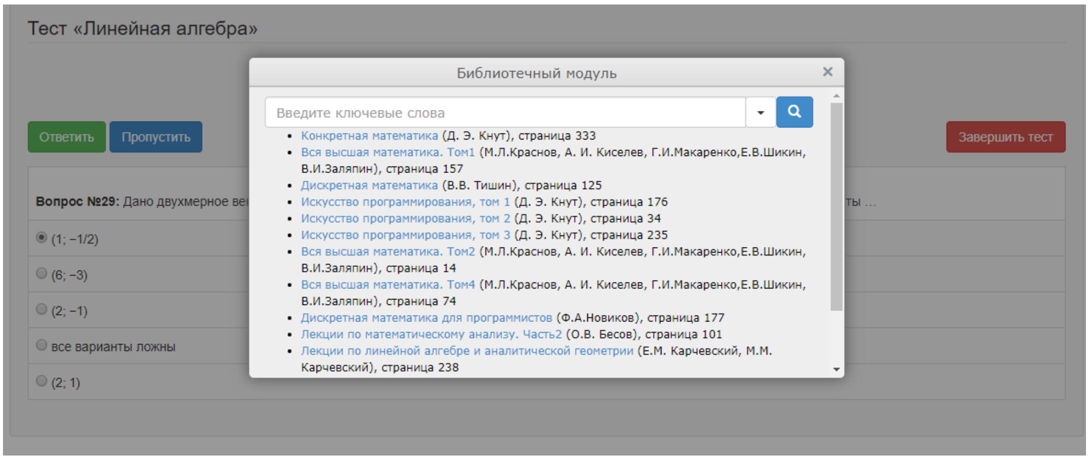


Рисунок 8 – Обращение к библиотечному модулю

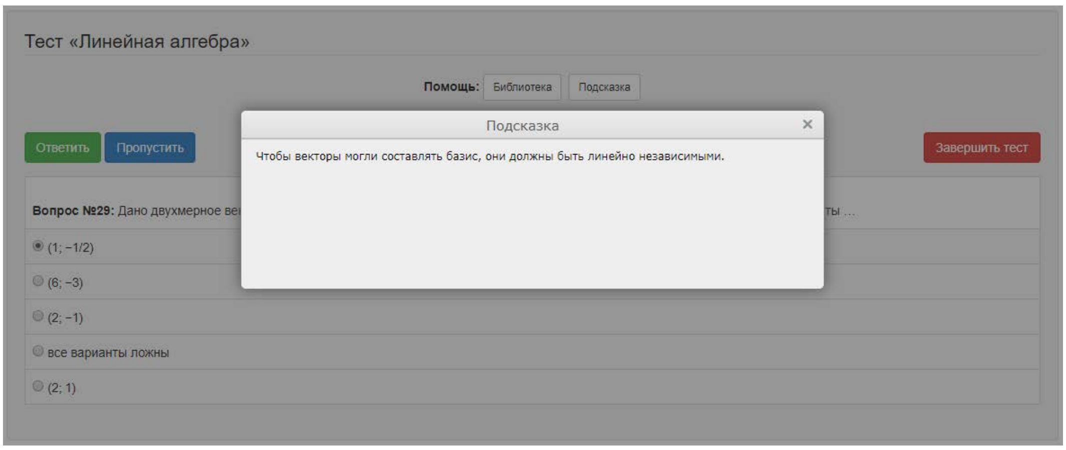


Рисунок 9 – Окно с подсказками

Авторы выражают глубокое уважение и признательность профессорам А.П. Буслаеву и М.В. Яшиной за всестороннюю помощь и постоянную работу.

1. *Буслаев А.П. Математика, транспорт и автомобильно-дорожное образование / Буслаев А.П., Городничев М.Г., Яшина М.В. // Автомобиль. Дорога. Инфраструктура, 2015. – (4(6)).*

2. *Буслаев А.П. Методические указания по курсу «Высшая математика» : Многомерный анализ. Индивидуальные расчетные задания и автоматизированная система их проверки / А.П.Буслаев, М.В.Яшина. – М.: МАДИ, 1990.*

3. *Горомов П. Представлен новый вид нейронной сети для распознавания изображений. Хайтек [Электронный ресурс]. – Режим доступа* https://hightech.fm/ /capsule-networks. *– Дата обращения 03.11.2017.*

4. *Евсеева Е.Г. Семантический конспект по линейной алгебре / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики : проблемы и исследования : междунар. сборник научн. работ. – №24. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2005. – С.101-109.*

5. *Смирнов А. ИИ от Google превзошел людей в обучении ИИ. Хайтек [Электронный ресурс]. – Режим доступа* https://hightech.fm/2017/10/16/learning-software. *– Дата обращения 16.10.2017.*

6. *Алферов Ж.И.Образование, которое мы можем потерять / Ж.И.Алферов и В.А.Садовничий.- В кн. Образование для России: сборник статей / под общей ред. ректора МГУ академика В.А.Садовничего. – М. :МГУ, Институт компьютерных исследований, 2002. – С. 17-24.*

7. *Математика для инженеров. 1 семестр. Дифференциальное исчисление :математический учебный мультимедийный учебник (МУМУ) / авторы-составители Тихомиров В.М., Буслаев А.П., Голдман М.Л., Давыдов Е.Г., Киреева С.В., Крылов Е.А., Кузьмин Д.М., Магарил-Ильяев Г.Г., Мышкис П.А., Новиков А.В., Осипенко К.Ю., Фарков Ю.А., Яшина М.В.- Проект при поддержке минобразования РФ, 2002.*

8. *Обучающая платформа Gooru с использованием нейросети. Калифорния [Электронный ресурс]. – Режим доступа*https://gooru.org/. *– Дата обращения 12.01.2018.*

9. *E-learning. Concepts, trends, applications. Epignosis LLC, USA, V 1.1 – January 2014 [Электронный ресурс]. – Режим доступа :*https://www.talentlms.com/elearning/elearning-101. *– Дата обращения 17.01.2014.*

10. *SeeMedia. Обзор Мирового и российского рынка электронного обучения. Июнь 2012.*

Abstract. **Dotkulova An., Yakovlev M. MODERN APPROACHES TO TEACHING MATHEMATICS USING INTERACTIVE INFORMATION TECHNOLOGIES.** *This article describes the algorithm for the system of automated knowledge testing with interactive elements of training for bachelor students AutoTest-EdTIS. The peculiarity of the approach is that the tutor configures the electronic tutor. Tutor monitors the progress of training by students, records the results of mastering the material. The learning process is divided into modules, after each of which an intermediate testing is conducted. Tests can also be carried out during the passage of a separate module to secure the traversed material. The main feature of the system is the use of interactive components for independent study of the material. Architecturally the project is a web application, which means deploying the system on a controlled server and then interacting with it through browsers on devices that communicate with this server over the network. The EdITS system consists of two interconnected modules: the interactive training system IntelTutor and automated knowledge testing with interactive elements AutoTest. The IntelTutor training system is an electronic tutor, which helps the student to get acquainted with the new material (or repeat already studied), to be tested with the planned tips and receive further recommendations. The knowledge check is based on online testing, which has its own peculiarities, in particular, an interactive "hint" mode and the ability to search for information on the catalog of educational and additional literature added by the teacher to the database. The modules examined have a common part: the library catalog Lib-EdITS (it's a database of educational and methodological and auxiliary literature) and the search line Search-EdITS, into which the query is entered and access to the necessary material from the database is made. The processing of the results was based on mathematical algorithms and probabilistic models used by the self-learning neural network techniques for knowledge level assessment. The system is aimed at students experiencing difficulties in the process of studying mathematical disciplines. The present work can be considered as one of the attempts to automate individual elements of the teacher's and student's dialog.*

Key words: *interactive training system, testing, search system, mathematical tutor, e-learning, neural networks.*

Статья представлена профессором Е.И. Скафою.
Поступила в редакцию 26.03.2018 г.

УДК 378.14:[51:004]

ИНТЕГРАЦИЯ ИНФОРМАТИКИ, МАТЕМАТИКИ И СПЕЦИАЛЬНЫХ ДИСЦИПЛИН В ПРАКТИКЕ ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ В СИСТЕМЕ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Евтехова Наталья Ивановна,
преподаватель
e-mail: evtehova2705ni@ukr.net
Падалка Наталья Алексеевна,
преподаватель
e-mail: natapadalka@yandex.ru
ГПОУ «Енакиевский металлургический техникум», г. Енакиево
Evtekhova Natalia,
Lecturer,
Padalka Natalia,
Lecturer,
Enakievo Metallurgical College, Enakievo

В статье рассматривается применение среды MathCAD при обучении студентов технических специальностей образовательных организаций среднего профессионального образования. Приводятся рекомендации по выполнению расчетов технологических и экономических показателей с помощью этого программного продукта.

Ключевые слова: *интеграция, MathCAD, информационные технологии, технические специальности, специалисты СПО.*

Постановка проблемы. Одним из приоритетных направлений процесса информатизации современного общества является информатизация образования. Повсеместное использование информационных ресурсов, являющихся продуктом интеллектуальной деятельности наиболее квалифицированной части трудоспособного населения общества, определяет необходимость подготовки в подрастающем поколении творчески активного резерва. По этой причине становится актуальным использование информационно-коммуникацироннных технологий (ИКТ) для реализации идей развивающего обучения, развития личности обучаемого. Металлургия – является наукоёмкой, сложной в производственном отношении и многосвязной отраслью промышленности. Специалисты-металлурги, кроме задач непосредственного управления технологическими процессами в своей деятельности часто сталкиваются с необходимостью выполнения достаточно сложных научно-технических и инженерно-экономических расчетов, решать задачи математического моделирования и оптимизации металлургических процессов, обоснованно принимать те или иные решения, причем последние должны быть оптимальными с точки зрения достигаемых при их выполнении результатов.

Обычно время для решения подобных задач жестко ограничено, а производственная ситуация может стремительно изменяться. В подобных условиях неоценимую помощь оказывает персональный компьютер, но для реализации этой помощи требуются определенные знания и умение применить компьютер и использовать пакеты математических программ на практике.

Анализ актуальных исследований. Ранее эта проблема рассматривалась в исследованиях многих авторов. Среди них для нас интерес представляют работы Е.М. Кудрявцева, В.Ф. Очкова и О.Н. Ие, в которых обсуждаются вопросы применения *MathCAD* при обучении студентов и подготовке инженеров металлургических специальностей [1], [2], [3].

Цель статьи – *показать созданную методику интеграции математики, информатики и специальных дисциплин при подготовке высококвалифицированных специалистов в системе среднего профессионального образования.*

Изложение основного материала. Согласно философскому энциклопедическому словарю, интеграция – это «…сторона процесса развития, связанная с объединением в целое ранее разнородных частей и элементов. Процессы интеграции могут иметь место как в рамках уже сложившейся системы – в этом случае они ведут к повышению уровня ее целостности и организованности, так и при возникновении новой системы из ранее несвязанных элементов» [4, с. 215]. Обратимся к вопросу интеграции математики и специальных дисциплин (СД) при обучении студентов «нематематических» специальностей техникумов (экономистов, химиков, металлургов, теплотехников и др.).

Теоретические основы интеграции математики и специальных дисциплин в университетах описаны в работе Д.В. Шармина [5]. Автор, отмечая связь математики, информатики и профессиональных дисциплин, показывает их значение:

1) применение при обучении пакетов символьной математики и других программ, которые освобождают студентов от выполнения сложных вычислений и преобразований и позволяют направить их основные усилия на решение прикладных математических задач;

2) использование профессионально ориентированных задач при работе с математическими понятиями, теоремами и алгоритмами (на этапах их введения и закрепления);

3) выполнение студентами при обучении СД исследовательских работ и проектов, предполагающих применение метода математического моделирования;

4) раскрытие сущности методов научного познания, используемых в разных науках, а также сознательное применение этих методов при обучении математике и СД;

5) задействование языка математической науки при обучении СД [5].

Взяв на вооружение вышеперечисленные установки, опишем их внедрение в практику работы металлургического техникума.

На первом этапе в курсе информатики студенты знакомятся с новыми математическими пакетами прикладных программ. Охарактеризуем роль и значение педагогического программного средства *MathCAD*. Успехи микроэлектроники, начиная с 80-х гг. XX в., обусловили бурный рост производства и стремительное совершенствование схемно-конструктивных решений в области персональных компьютеров. Соответственно этому быстрыми темпами развивается системное и прикладное программное обеспечение современных средств вычислительной техники. Без преувеличения можно утверждать, что компьютерная проблематика, включая её аппаратное и всё более интеллектуально-насыщенное программное обеспечение, а также вопросы практического использования персональных компьютеров находятся на острие научно-технического прогресса во всех промышленно развитых странах мира. Само по себе появление компьютеров не упрощало математические расчеты, а лишь позволяло резко повысить скорость их выполнения и сложность решаемых задач. Пользователям ПК, прежде чем начинать такие расчеты, нужно было изучать сами компьютеры, языки программирования и довольно сложные методы вычислений, применять и подстраивать под свои цели программы для решения расчетных задач на языках программирования. Поневоле, ученому и инженеру, физику, химику и математику приходилось становиться программистом, к сожалению, порою довольно посредственному.

Необходимость в этом отпала лишь после появления интегрированных математических программных систем для научно-технических расчетов: MatLAB, MathCAD, Maple, Mathematica и др. Большое число подобных разработок свидетельствует о значительном интересе к ним во всем мире и бурном развитии компьютерных математических систем.

Широкую известность и заслуженную популярность еще в середине 80-х годов приобрели интегрированные системы для автоматизации математических расчетов класса MathCAD, разработанные фирмой MathSoft (США). По сей день они остаются единственными математическими системами, в которых описание решения математических задач дается с помощью привычных математических формул и знаков. Такой же вид наиболее сложным и продвинутым системам автоматического проектирования – САПР. Можно сказать, что MathCAD – своего рода САПР в математике [1].

С момента своего появления системы класса MathCAD имели удобный пользовательский интерфейс – совокупность средств общения с пользователем в виде масштабируемых и перемещаемых окон, клавиш и иных элементов. У этой системы есть и эффективные средства типовой научной графики, они просты в применении и интуитивно понятны. С их помощью можно не только качественно подготовить тексты статей, книг, диссертаций, научных отчетов, дипломных и курсовых проектов, они, кроме того, облегчают набор самых сложных математических формул и дают возможность представления результатов в изысканном графическом виде. Предусмотрена и возможность объединения с другими мощными математическими и графическими системами для решения особо сложных задач. Отсюда и название таких систем – интегрированные системы. В программе MathCAD формулы всегда находятся в поле документа и имеют естественный для инженерного восприятия вид, что делает математику MathCAD более наглядной и простой, а также позволяет достаточно быстро найти ошибки в расчетах, создавать максимально документированный расчет. Научившись решать простые задачи, пользователь сможет использовать персональный компьютер для решения задач, технологической, научно-технической и инженерно-экономической направленности[1, С.45].

Для работы с физическими величинами в среде MathCAD предусмотрено диалоговое окно «Ввод размерности» («Insert Unit»), определяющее физическую величину (Dimension - Length - длина), единицу (Unit - Kilometers (km) -километры) и систему единиц (System - SI –международная система; в среде MathCAD кроме нее встроены системы «метр-килограмм-секунда», «сантиметр-грамм-секунда» и британская; по умолчанию европейская версия MathCAD оперирует международной системой единиц). Такое использование программы MathCAD студентам предлагается на занятиях физики. В табл.1 приведен список имен единиц измерения физических величин, встроенных в MathCAD.

В курсе теплотехники, например, студенты вместе с преподавателем решают теплотехнические задачи, которые иллюстрируют особенности и преимущества работы в среде MathCAD. Задачи предельно упрощены – акцент делается не на сути задач, а на показе методики их решения в среде MathCAD [3].

Пример 1. *Расчет термодинамических свойств воды и водяного пара.*

На рис. 1 показано формирование в среде MathCAD *двух функций пользователя*: $v_w(P)$, возвращающей *удельный объем кипящей воды на линии насыщения* (v_w) в зависимости от давления P (рис. 1), и функции $h_{ss}(T, P)$, возвращающей *удельную энтальпию перегретого пара* (h_{ss}) и в зависимости от температуры T и давления P.

Расчет удельного объема кипящей воды на линии насыщения построен на *интерполяции* (здесь задействована встроенная MathCAD-функция interp) кубическим *сплайном* (cspline) табличных данных [2], хранящихся в двух векторах-строках: P – табличные значения давления, выраженные в МПа, и V – табличные значения удельного объема, выраженные в л/кг (дм^3/кг).

Таблица 1 – Единицы измерения физических величин, встроенные в MathCAD

Физическая величина	*Единица*
активность (activity)	Bq
время (time)	day (день), hr (час), min, sec и yr (год)
вязкость динамическая (dynamicviscosity)	Poise
вязкость кинематическая (cinematic viscosity)	Stokes
давление (pressure)	atm (атмосфера физическая); in_Hg (дюймы ртутного столба); Pa, psi (фунт силы на квадратный дюйм); torr (мм ртутного столба)
длина (length)	cm, ft (фут), in (дюйм), km, m, mi(миля),mm и yd (ярд)
доза (dose)	Gy и Sv
емкость (capacitance)	F, farad, -F, nF, pF и statfarad
заряд (charge)	C, coul и statcoul
индуктивность (inductance)	H, henry, -H, mH и stathenry
индукция магнитного поля(magnetic flux density)	gauss, stattesla, T и tesla
количество вещества (substance)	mole (моль)
магнитный поток (magnetic flux)	statweber, Wb и weber
масса (mass)	gm, kg, lb (фунт), mg, oz, slug, ton и tonne
мощность (power)	hp, kW, W, и watt
напряженность магнитного поля(magneticfieldstrange)	Oe и oersted
объем (volume)	fl_oz, gal, galUK, L, liter и mL
освещенность (illuminosity)	Lx
площадь (area)	acre и hectare
потенциал (potential)	kV, KV, mV, statvolt, V и volt
проводимость (conductance)	mho, S, siemens и statsiemens
сила (force)	dyne, kgf, lbf, N и newton
сила света (luminosity)	cd и Im
скорость (velocity)	c, kph и mph
сопротивление (resistance)	k-, M-, ohm, statohm и -
температура (temperature)	K и R
ток (current)	A, amp, KA, -A, mA и statamp
угол (angular)	deg, rad и str
ускорение (acceleration)	g (ускорение свободного падения)
частота (frequency)	GHz, Hz, kHz, KHz и MHz
энергия (energy)	BTU, cal, erg, J, joule и kcal

Пример 2. *Расчет форсунки высокого давления конструкции ДметИ,* выполненный в MathCAD (рис. 2).

Пример 3. *Расчет приведенного коэффициента излучения и степени черноты газов в системе газ-кладка-металл,* выполненный в MathCAD (рис. 3).

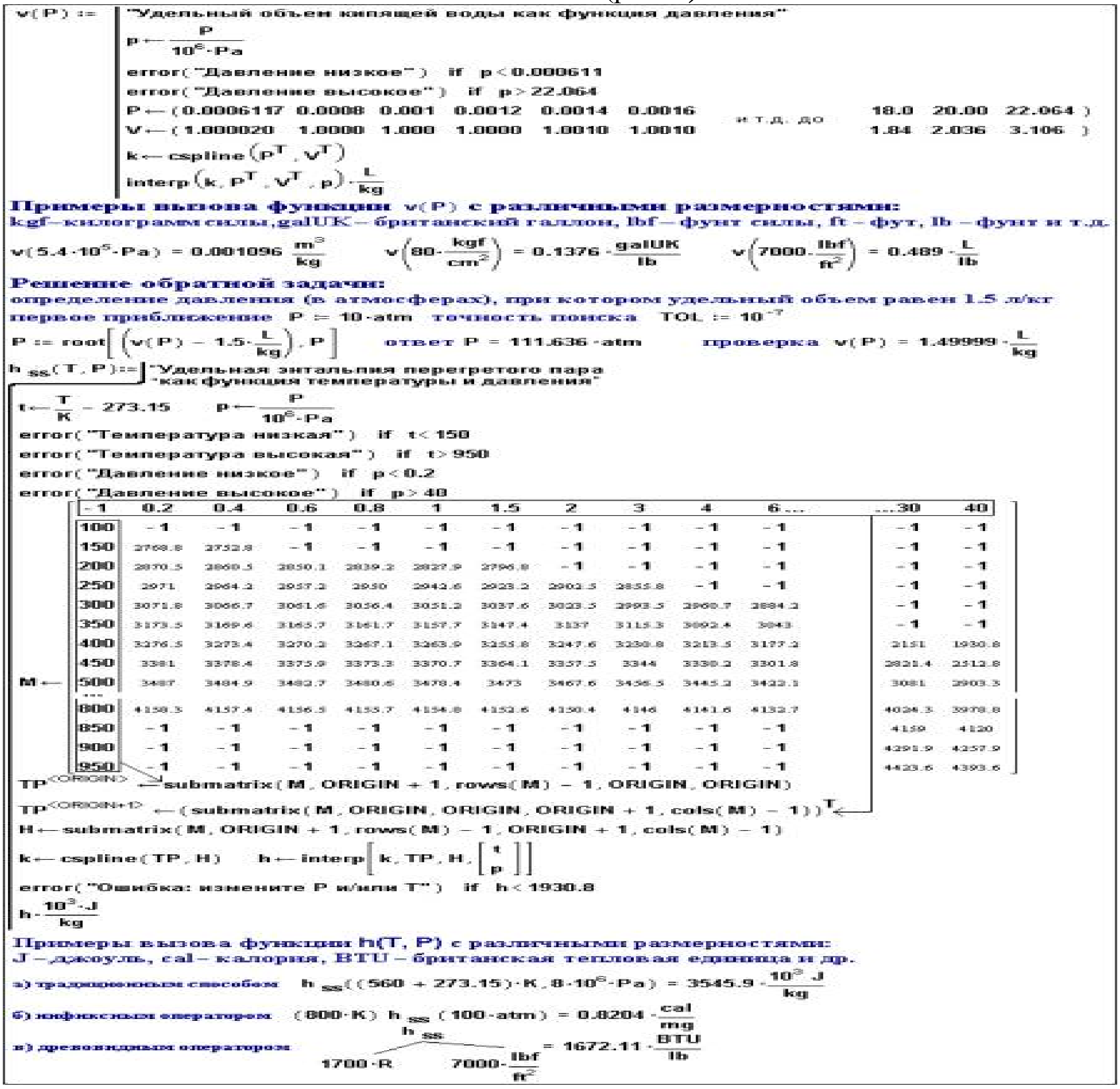
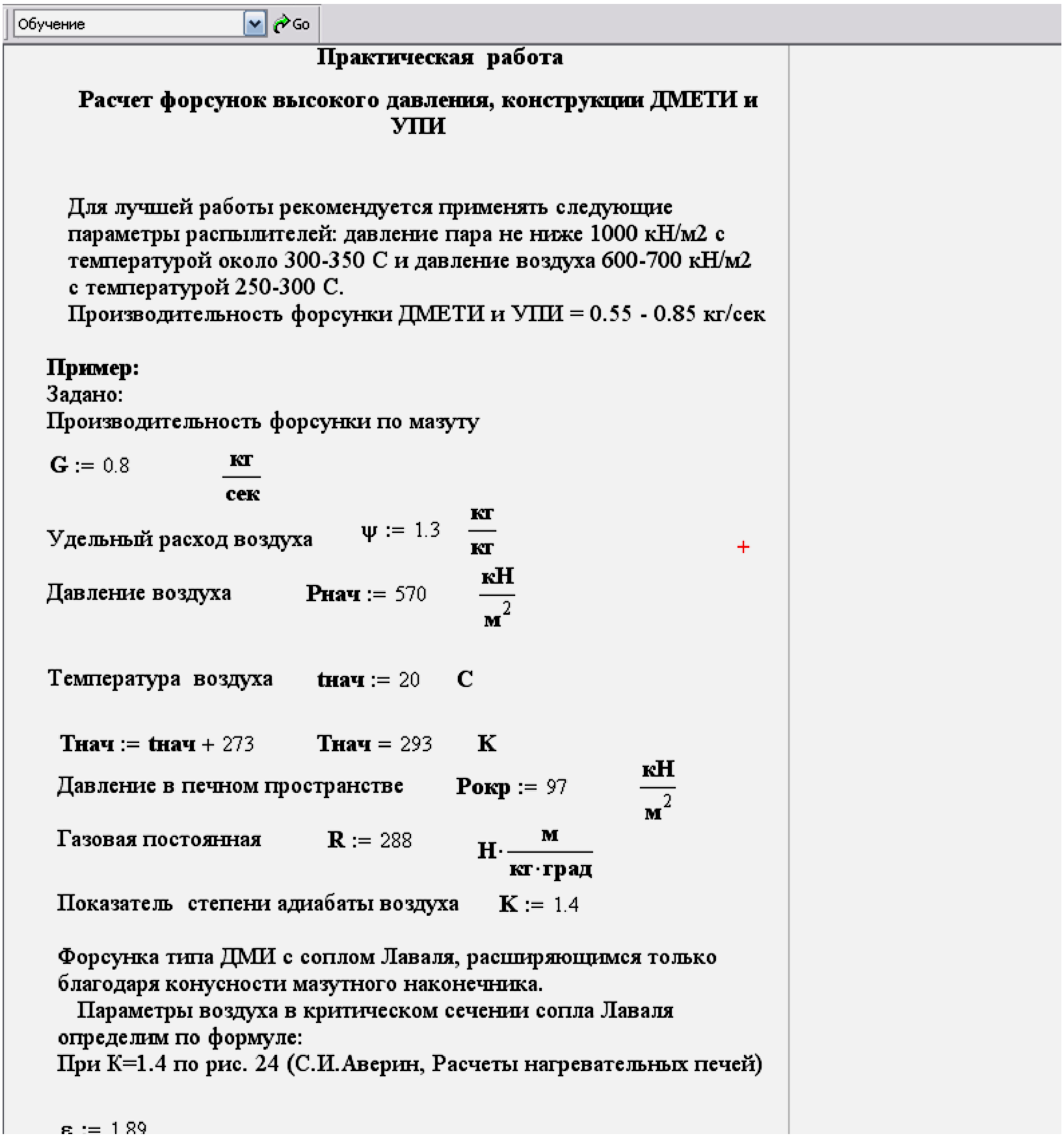


Рисунок 1 – Расчет термодинамических свойств воды и водяного пара

Выводы. Анализируя приведенные выше примеры использования прикладной программы – MathCAD для решения и анализа технологических расчетов, отметим, что использование ИКТ в учебно-воспитательном процессе позволяет преподавателям реализовать свои педагогические идеи, представить их вниманию коллег и получить оперативный отклик, максимально быстро получать необходимые расчетные значения для контроля знаний студентов и правильности проведенных ими расчетов, а студентам дает возможность самостоятельно выбирать образовательную траекторию: последовательность и темп изучения тем; систему тренировочных заданий и задач; способы контроля знаний. Так реализуется важнейшее требование современного образования – выработка у субъектов образовательного процесса индивидуального стиля деятельности, культуры самоопределения.



Обучение Go

Практическая работа

Расчет форсунок высокого давления, конструкции ДМЕТИ и УПИ

Для лучшей работы рекомендуется применять следующие параметры распылителей: давление пара не ниже 1000 кН/м2 с температурой около 300-350 С и давление воздуха 600-700 кН/м2 с температурой 250-300 С.
Производительность форсунки ДМЕТИ и УПИ = 0.55 - 0.85 кг/сек

Пример:
Задано:
Производительность форсунки по мазуту

$\mathbf{G} := 0.8 \ \frac{\text{кг}}{\text{сек}}$

Удельный расход воздуха $\psi := 1.3 \ \frac{\text{кг}}{\text{кг}}$

Давление воздуха $\mathbf{Pнач} := 570 \ \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$

Температура воздуха $\mathbf{tнач} := 20$ С

$\mathbf{Tнач} := \mathbf{tнач} + 273 \quad \mathbf{Tнач} = 293$ К

Давление в печном пространстве $\mathbf{Pокр} := 97 \ \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$

Газовая постоянная $\mathbf{R} := 288 \ \text{Н}\cdot\frac{\text{м}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$

Показатель степени адиабаты воздуха $\mathbf{K} := 1.4$

Форсунка типа ДМИ с соплом Лаваля, расширяющимся только благодаря конусности мазутного наконечника.
Параметры воздуха в критическом сечении сопла Лаваля определим по формуле:
При К=1.4 по рис. 24 (С.И.Аверин, Расчеты нагревательных печей)

$\varepsilon := 1.89$

Рисунок 2 – Фрагмент примера 2

1. Ие О.Н. Использование среды MathCAD при обучении студентов технических специальностей теории вероятностей / О.Н. Ие // Дидактика математики : проблемы и исследования : международ. сборник научн. работ. – Донецк, 2017. – Вып. 45. – С. 44-49.

2. Кудрявцев Е.М. Mathcad 2000. Символьное решение разнообразных задач / Е.М.Кудрявцев. – М.: ДМК, 2001. – 386 с.

3. Очков В.Ф. Mathcad 7 Pro для студентов и инженеров. Теплоэнергетика: Теплотехнические расчеты в среде MathCAD / В.Ф.Очков. – М. : Computer Press, 1999. – 381 с.

4. Философский энциклопедический словарь. М., 1989.

5. Шармин Д.В. Теоретические основы интеграции математики и специальных дисциплин в ВУЗе / Д.В.Шармин, Т.Н.Шармина // Проблемы теории и практики обучения математике : сборник научных работ. – СПб., 2012. – С. 78-85.

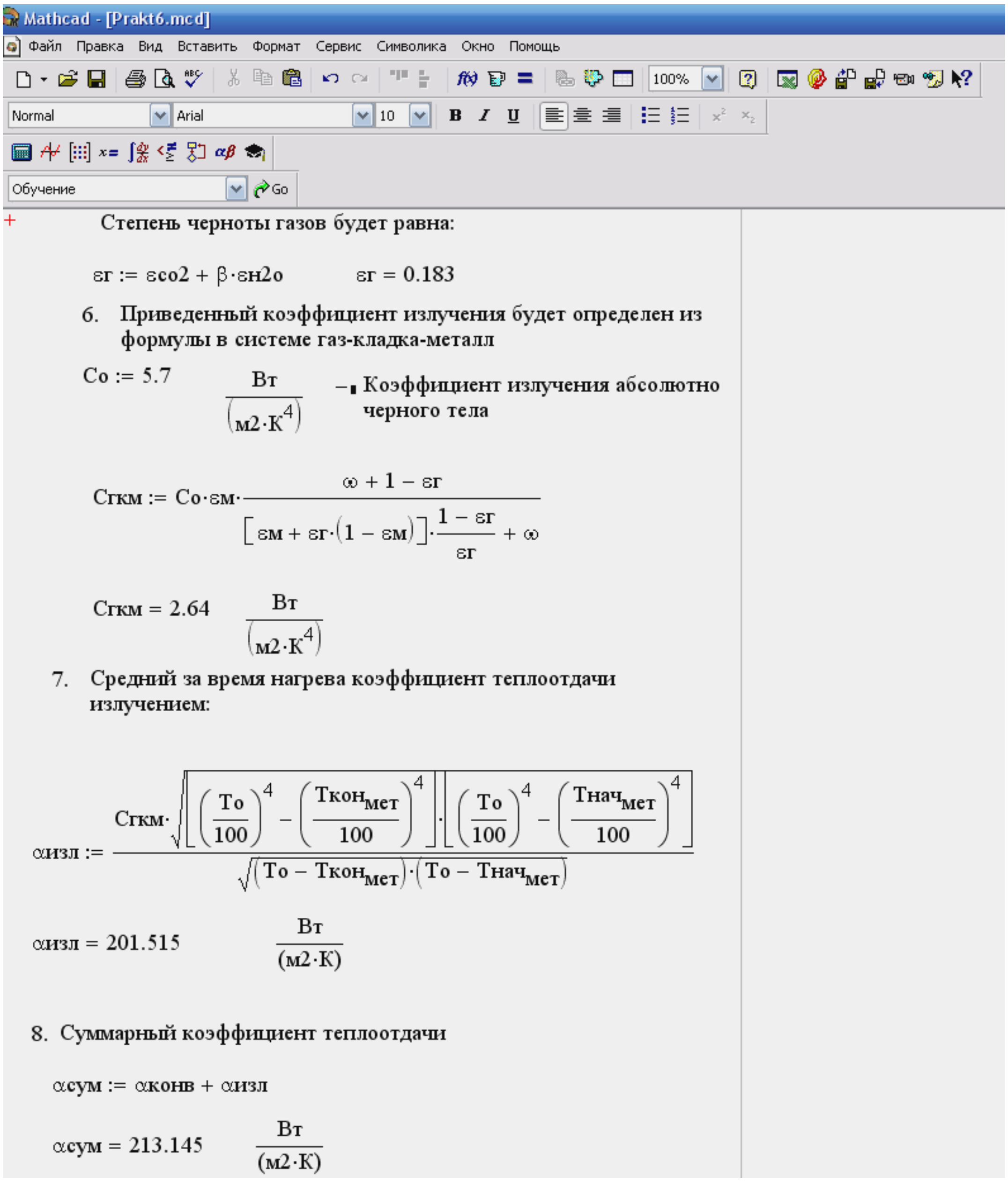


Рисунок 3 – Фрагмент примера 3

Abstract. **Evtekhova N., Padalka N. INTEGRATION OF INFORMATICS, MATHEMATICS AND SPECIAL DISCIPLINES IN THE PRACTICE OF TRAINING OF SPECIALISTS OF AVERAGE PROFESSIONAL EDUCATION.** *The article deals with the integration of mathematics, informatics and special disciplines as the basis for the formation of a highly educated specialist. The use of the MathCAD environment for teaching students of technical specialties of educational organizations of secondary vocational education shows interdisciplinary communication. Recommendations are given for performing calculations of technological indicators with the help of this software product.*

Key words: *integration, MathCAD, information technologies, technical specialties, specialists of secondary vocational education.*

Статья представлена профессором Е.И. Скафою.
Поступила в редакцию 26.01.2018 г.

УДК371.132:371.8:51(37.02)

ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЯ СТРУКТУРИРОВАТЬ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ У СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КОЛЛЕДЖЕЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ПРЕДМЕТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА

Собко Ольга Васильевна,
аспирант,
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г.Донецк
e-mail:Sobkoolgavasilivna@mail.ru
Sobko Olga,
Postgraduate,
Donetsk National University, Donetsk

В статье рассматривается проблема формирования умения у будущих учителей начальных классов структурировать теоретический материал. Статья освещает теоретический анализ научно-педагогической литературы по исследованию формирования умения структурировать учебный материал, раскрываются эффективные способы обработки и компоновки информации. Представлен практический опыт формирования умения структурировать теоретический материал у студентов педагогического колледжа на предметах математического цикла.

Ключевые слова: *структурирование, структурирование теоретического материала, опора, фрейм, синтетический опорный конспект, блок-схема, таблично-матричная опора, опорный конспект.*

Постановка проблемы. Так как перед образованием стоит задача подготовки специалиста среднего звена к эффективной работе с информацией, будущий учитель должен знать методы и приемы построения нового знания на основе полученной информации; уметь перерабатывать, фильтровать, структурно, компактно ее представлять; делать информацию наглядной, доступной для образно-чувственного восприятия, используя ее структурное представление. Поэтому задача обучения студентов педагогических колледжей применению современных средств и методов структурирования учебного материала является одной из насущных задач образования, решение которой будет способствовать формированию интеллектуальной основы ключевых компетенций современного учителя начальных классов.

Анализ актуальных исследований. В психолого-педагогической науке имеются теоретические предпосылки решения проблемы формирования умения структурировать учебный материал: учение о поэтапном формировании умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина); психолого-дидактические основы формирования обобщенных умений (А.В. Усова, Н.Н. Тулькибаева, А.А. Бобров, Г.Д. Бухарова, Г.Д. Орехова и др.); дидактические основы структуры учебного материала (А.М. Сохор, В.П. Беспалько, Л.Б. Ительсон, Н.Ф. Талызина, В.И. Свидерский). Проблема структурирования учебного материала в ситуации совместной продуктивной деятельности студента и преподавателя рассматривается в работах В.А. Адольфа. Некоторые способы структурирования предметного знания рассмотрены в работах И.Б. Никитченко, С.И. Осиповой, Л.М. Орловской. Способы формирования умений структурировать учебный материал на примере математических дисциплин представлены в работе

Е.Д. Нестеровой, В.И. Данилова, которые занималась дидактическим структурированием в процессе обучения студентов в педагогическом вузе [2], [4], [6], [7].

Цель статьи – *анализ проблемы формирования умения структурировать учебный материал, раскрытие эффективных способов обработки и компоновки информации, представление практического опыта формирования умения структурировать теоретический у студентов педагогического колледжа на предметах математического цикла.*

Изложение основного материала. Как видим, проблема оптимального структурирования учебного материала – одна из актуальных проблем педагогики. Однако, несмотря на большое количество работ, посвященных этой проблеме, проблема формирования умений структурировать теоретический материал требует дальнейшего исследования в части конкретизации условий целенаправленного формирования умения студентов педагогических колледжей структурировать учебный материал, конкретизации и систематизации форм и способов структурирования, принципов, применяемых при структурировании теоретического материала. Как показывает практика, у большей части студентов умение структурировать теоретический материал стихийно не формируется и отсутствует внутренняя установка на структурирование при работе с теоретическим материалом. Следовательно, структурирование учебного материала, является важнейшим условием организации деятельности студентов на занятиях.

Рассмотрим этот процесс более детально. Структурирование теоретического материала выступает условием организации учебной деятельности учащихся, дидактической целью которого является рациональность и экономичность в его усвоении и долговременном сохранении в памяти (П.И. Пидкасистый) [7].

В дидактическом и методическом плане структурирование – такая процедура, с помощью которой составные элементы содержания учебного материала (понятия, законы, идеи, принципы, способы их передачи студентам и соответствующие действия последних по их усвоению) выстраиваются в определенных связях и отношениях, отражающих:

а) логику общественно исторического процесса познания и его результаты;

б) технологию процессов распознавания явлений, их упорядочивания и систематизации;

в) выявление и объяснение сущности явлений;

г) преобразование явлений из одного состояния в другое [8].

Как видим, структурирование упорядочивает, рационализирует учебную деятельность, задает динамическую модель её развития, повышает её эффективность. Умение структурировать теоретический материал − это метаумение, характеризующее интеллектуальную деятельность студента по представлению изучаемого теоретического материала в виде целостной структуры на основе выбранного принципа, в результате которой достигается качественно иное, более глубокое системное знание.

Формирование умения студентов структурировать теоретический материал осуществляется в процессе целенаправленного создания педагогических условий, способствующих пониманию и признанию значимости данного умения, уяснению и осознанному усвоению способов структурирования и их отработке в учебной деятельности и решении практических задач:

- обогащение содержания образования как педагогическое условие, способствующее формированию умения студентов структурировать теоретический материал, обеспечивает: усиление значимости умения структурировать теоретический материал, осмысление и освоение студентами частных умений, входящих в состав умения структурировать теоретический материал; усвоение способов и форм структурирования теоретического материала; выработку устойчивой целевой мотивации на структурирование теоретического материала;

- вовлечение студентов в активную совместную с преподавателем деятельность по структурированию теоретического материала в условиях учебно-дидактической игры, профессионально ориентированный контекст, которой способствует повышению мотивационного компонента в овладении умением структурировать теоретический материал, освоение опыта применения этого умения в практической деятельности [5].

Мы считаем, что эффективным способом обработки и компоновки информации является ее «сжатие», т.е. представление в компактном, удобном для использования виде. Под «сжатием» информации понимается, прежде всего, ее обобщение, укрупнение, систематизация, генерализация. П.М. Эрдниев утверждает, что наибольшая прочность освоения программного материала достигается при подаче учебной информации одновременно на четырех кодах: рисуночном, числовом, символическом, словесном [1].

Основываясь на анализе психолого-педагогической литературы, мы пришли к выводу, что графические изображения (в том числе символические) учебного материала имеют разные названия: системные опорные конспекты (Т. Лаврентьева), синтетические конспекты (С.Д. Шевченко), опорные конспекты (В.Ф. Шаталов), блок-схемы (О. Лисейчиков, М. Чошанов), граф-схемы, матрицы (П.М.Эрдниев), концепты (М.П. Щетинин), «паучки» (Дж. Хамблин), фреймы, логические модели, семантические сети и т.д. [3], [7].

Объединяет все эти виды графической наглядности то, что учебный материал «сжат» («уплотнен») путем создания разных видов опор (ориентированная основа действий, способов внешней организации внутренней мыслительной деятельности учащегося), зафиксированных в закодированном виде. Как правило, такое представление учебного материала состоит из небольшого количества крупных единиц информации, что соответствует психологическим законам кратковременной памяти. Прежде всего, это фрейм, который представляет собой способ организации учебного материала, при котором выстраивается наглядная основа (каркас) конкретного содержания. Фрейм позволяет сформировать умение работать самостоятельно, выделяя главное. Фреймовый подход лучше использовать при изучении материала, разбитого на блоки, в каждом из которых встречаются близкие по структуре и форме темы, но наполненные в каждом блоке особенным содержанием. Например, при изучении тем: «Параллельность прямых и плоскостей в пространстве» и «Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве», в которых встречаются близкие по структуре и форме теоремы, признаки и свойства объектов, но наполнены в каждой теме особым смыслом. В темах можно выделить общий смысл (основные понятия, взаимное расположение, проектирование). Усвоив общую схему изучения одной темы, гораздо легче систематизировать материал следующей. Из курса «Алгебра и начала анализа» по следующей схеме можно изучать тему «Тригонометрические функции».

Для блок-схем характерен алгоритмический подход, применяемый в информатике. Существенным отличием блок-схемы от других видов графического представления информации является жесткая структура изображенного материала. Блок-схемам свойственны четкость изображаемых понятий, алгоритмическая последовательность частей опоры, взаимосвязь элементов опоры.

Таблично-матричная опора позволяет показать взаимосвязь и соподчинение понятий. Благодаря готовой «сетке» эффективна при объяснении нового материала, когда опора представляется в незавершенном виде или составляется (заполняется) на занятии. При этом эффект достигается не только при повторении и закреплении материала, но и при систематизации знаний учащихся. Этот тип опор высоко информативен, дает возможность установить связи между элементами опоры, имеет четкое положение каждого элемента в изображенной опоре. Например, при изучении способов решения тригонометрических уравнений, студентам предлагается самостоятельно заполнить следующую таблично-матричную опору, после чего прокомментировать полученные записи (табл. 1).

Таблица 1 - Таблично-матричная опора решения тригонометрических уравнений

Способы решения тригонометрических уравнений	
Решите уравнения. Пользуясь указаниями, заполните пропуски.	
Уравнения, сводящиеся к квадратным: $a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$ $a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$ $atg^2 x + btgx + c = 0$	Уравнения, сводящиеся к квадратным: $a\sin^2 x + b\cos x + c = 0$ $a\cos^2 x + b\sin x + c = 0$
$\sin^2 x + 5\sin x - 6 = 0$	$2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$
1. Выясните, относительно какой тригонометрической функции уравнение будет являться квадратным и введите замену $\sin x = t$, $\|t\| \le 1$. 2. Уравнение запишите в виде: $at^2 + bt + c = 0$ 3. Решите квадратное уравнение и получите корни: t_1, t_2. 4. Вернитесь к замене и решите простейшие тригонометрические уравнения: $\sin x = t_1$ и $\sin x = t_2$ 5. Запишите ответ.	1. Выразите $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ и или подставьте в уравнение. 2. Раскройте скобки, приведите подобные и запишите уравнение в виде: $a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$. 3. Введите замену $\cos x = t$, $\|t\| \le 1$. 4. Уравнение запишите в виде: $at^2 + bt + c = 0$ 5. Решите квадратное уравнение и получите корни: t_1, t_2. 6. Вернитесь к замене и решите простейшие тригонометрические уравнения: $\cos x = t_1$ и $\cos x = t_2$ 7. Запишите ответ.

Синтетический опорный конспект является одним из видов краткой записи теоретического материала и служит средством графического обобщения изучаемого материала. Синтетический опорный конспект является как бы «взглядом с высоты» на крупный раздел изучаемой темы. Основное отличие синтетического опорного конспекта от остальных видов опор в том, что в синтетический опорный конспект закладывается яркий образ, главная мысль раздела или темы, а условные знаки наполняют опору конкретным содержанием.

Под крупноблочными опорами (опорными конспектами, концептами и т.д.) понимается особый вид графической наглядности, представляющей собой схематическое конспективное изображение, которое отражает как основные единицы содержание крупного блока учебного материала, так и связи между ними.

Смысл опорного конспекта как средства обучения в том, что он через зрительно воспринимаемые образы, знаки и другие изобразительные средства вызывает из памяти учеников необходимые ассоциации, опорные знания, помогает достаточно компактно выстроить систему некоторого блока содержания, облегчает понимание его структуры и тем самым способствует усвоению. Использование опорных конспектов активизирует мыслительную деятельность учащихся, способствует пониманию и более прочному усвоению материала. По-мнению В.Ф.Шаталова основной задачей опорных конспектов заключается в обеспечении логически последовательного раскрытия темы и при изложении материала, и при подготовке к занятиям, и при всех видах устных ответов [2], [3]. Мы будем понимать, что опорный конспект – это вид графического изображения учебного материала, представляющего собой схематизированную конструкцию; это совместный продукт деятельности преподавателя и студента, полученный при организации обучения на основе систематизации и структурирования учебного материала, включающий в себя систему опорных сигналов, которые объединяясь, образуют опорные схемы и графические опоры. В опорном конспекте учебный материал «упакован» так, что в устном его озвучивании можно многократно варьировать отдельными частями конспекта. Вариативное синонимическое повторение позволяет раскрыть учебный материал с разных сторон, держа в памяти всю его целостность и внутреннюю стройность. При этом должны быть как вербально, так и визуально выделены главные и вспомогательные информационные единицы опоры.

Знакомя с новым материалом на своих занятиях, мы используем опорные конспекты с целью конкретизации сообщаемых знаний. В этом случае они выступают как схематическая иллюстрация словесных объяснений. При закреплении знаний и умений учащиеся сами могут оперировать ими и сопровождать действия соответствующими пояснениями. Например, при изучении темы «Степенная функция», студенты при объяснении преподавателем теоретического материала составляют следующий опорный конспект (рис.1).

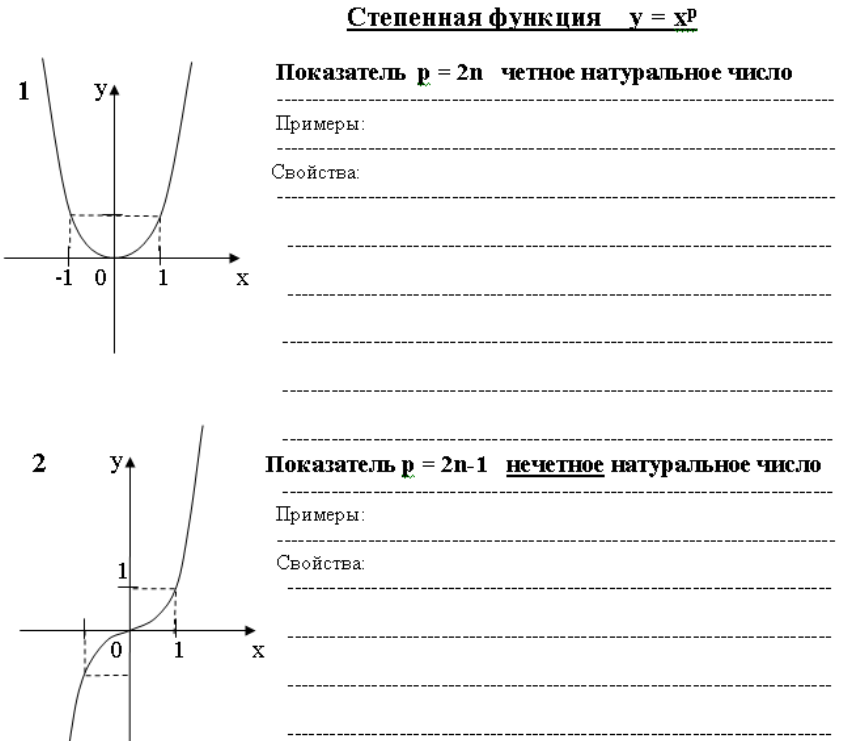


Рисунок 1 – Основа для опорного конспекта

Также использование опорных конспектов позволяет расширить методические приемы преподавания материала на занятии, сэкономить время, место на доске для других задач и т.д. Например, при изучении основных способов решения показательных уравнений и неравенств у студентов имеется таблица, в которой представлены все способы решения данных уравнений и неравенств, в данную таблицу они заносят только записи примеров решений показательных уравнений и неравенств в соответствии с видом и способом решения (табл. 2).

Таблица 2 – Таблица для самостоятельной работы с опорным конспектом

<table>
<tr><th colspan="2">Способ</th><th colspan="3">Алгоритм</th><th>Пример решения показатель-ных уравне-ний</th><th>Пример решения показа-тельных нер-в</th></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td rowspan="3">Простейшие</td><td rowspan="3">$a^x = b$
представим
$b = a^c$
$a^x = a^c$
x=c</td><td colspan="2">$a^x < b$
представим $b = a^c$
$a^x < a^c$</td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>если a>1</td><td>если 0<a<1</td></tr>
<tr><td>x<c</td><td>x>c</td></tr>
<tr><td colspan="7">2. Показательные уравнения и неравенства, которые сводятся к простейшим следующими способами:</td></tr>
<tr><td>.1</td><td>Приведение к общему основа-нию</td><td colspan="3">$\grave{a}^{f(x)} = a^{g(x)}$
$\grave{a}^{f(x)} \le a^{g(x)}$
1. Привести правую и левую части к общему основанию
2. Сравнить показатели (см. способ 1)
3. Решить уравнение (неравенство)
4. Записать ответ.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>.2</td><td>….</td><td colspan="3">….</td><td></td><td></td></tr>
</table>

В зависимости от цели, которая ставится перед изучением каждой темы, опорные конспекты применяются на различных этапах занятия: как при восприятии и первичном восприятии нового материала, так и на этапе систематизации и обобщения знаний и умений студентов по математике, во время устных и письменных вычислений, решении задач и тому подобное.

Выводы. Анализ применения на предметах математического цикла в педагогическом колледже представленных материалов показал, что студентам после изложения сути нового материала на занятии легче воспринимать и осознавать теоретический материал, представленный в вербальном, графическом и символьном виде. Исходя из практического опыта, считаем, что для эффективной организации обучения математике будущих учителей начальной школы необходимо не только формировать умение конструировать теоретический материал по предметам математического цикла разными способами систематизации, но и представить его в определенной структуре. Использование наглядных форм представления содержания и структуры учебного материала, таких как фрейм, таблично-матричная опора, крупноблочные опоры, листы основного содержания, позволяет визуализировать учебный материал, сделать его содержание и структуру нагляднее для восприятия, повысить эффективность его освоения. Наш педагогический опыт позволяет констатировать, что графические опоры по разным темам программы помогают в одном случае своевременно предупредить ошибку, а в другом – проработать допущенную тут же на занятии, в третьем – провести профилактическое обобщённое повторение во фронтальных и индивидуальных заданиях.

Итак, формирование умения структурировать теоретический материал у студентов педагогических колледжей является ключом к решению профессиональных задач будущих учителей начальных классов. Освоение студентами как отдельных компонентов умения структурировать теоретический материал, так и способов и форм структурирования теоретического материала, выработка устойчивой целевой установки на структурирование теоретического материала, могут осуществляться только при активном участии субъектов образовательного процесса в ситуации вовлечения студентов в мотивированную совместную с преподавателем деятельность по структурированию теоретического материала.

1. Айбазова А.Н. Использование графических изображений как одно из средств формирования математической культуры учащихся V-IX классов при обучении математике:дис. канд. пед. наук: 13.00.02 / А.Н.Айбазова. – Карачаевск, 2006. – 141 с.

2. Антюхова С.Ю. Использование опорных схем при обучении математике в начальной школе / С.Ю.Антюхова // Начальная школа. – 2005. – №5 [Электронный ресурс] – Режим доступа:http://school2100.com/upload/iblock/555.- Дата обращения 13.09.2017.

3. Глазунов С.А. Опорные конспекты как средство повышения качества образования / С.А.Глазунов // Научные исследования вобразовании. –2007. – № 3. – Режим доступа:http://cyberleninka.ru/article/n/opornye-konspekty-kak-sredstvo-povysheniya-kachestva-obrazovaniya. – Дата обращения 01.03.2017.

4. Загвязинский В.И. Теория обучения: Современная интерпретация: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.И.Загвязинский. – М. : Издательский центр «Академия», 2001. – 192 с.

5.Корягина О.В. Структурирование учебного материала как один из аспектов технологичности педагогического процесса в целом / О.В.Корягина [Электронный ресурс].– Режим доступа: http://www. rusnauka.com/ 15.PNR_2007/Pedagogica / 21957.doc.htm. – Дата обращения 17.01.2018.

6. Орлова Е.А. Графические опоры в структуре формирования учебных умений и навыков у младших школьников : дис. канд. пед. наук: 13.00.01 / Е.А.Орлова. – М., 1998 150 с.

7.Сластенин В.А. Педагогика : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А.Сластенин, И.Ф.Исаев, Е.Н.Шиянов; под ред. В.А.Сластенина. – М. : Издательский центр «Академия», 2002. – 342 с.

8. Темуров С.Й. Основные визуальные способы представления и обработки учебной информации по математическим дисциплинам / Темуров С.Й., Алимов Б.Н., Халимов У.Х. // Молодой ученый. – 2013. – №6. – С. 733-736.

Abstract. **Sobko O. BUILDING SKILLS TO STRUCTURE THE THEORETICAL MATERIAL OF PEDAGOGICAL COLLEGES STUDENTS AT THE STUDY SUBJECTS OF MATHEMATICAL CYCLE.** *The article deals with the problem of forming the ability of future primary school teachers to structure theoretical material. The article highlights the theoretical analysis of scientific and pedagogical literature on the study of the formation of the ability to structure the educational material. The problem of optimal structuring of educational material is revealed through the specification of conditions of purposeful formation of the ability of students of pedagogical colleges to structure educational material, systematization of forms and methods of compounding used in structuring theoretical material. The article presents the practical experience of the formation of the ability to structure the theoretical material in students of pedagogical college on the subjects of the mathematical cycle through effective methods of building new knowledge on the basis of the information, methods of processing and presentation of information in a visual form, methods of information processing. The use of visual forms of representation of the content and structure of the educational material, such as frame, table and matrix support, large-block supports, sheets of basic content, allows you to visualize the educational material, make its content and structure more evident for perception, improve the effectiveness of its development.*

Key words: *structuring, structuring the theoretical material, props, a frame, a synthetic basic outline, block diagram, tabular, matrix support, basic outline.*

Статья представлена профессором А.И.Дзундзой.
Поступила в редакцию 06.01.2018 г.

УДК378.147

ЭВРИСТИКА ДОПОЛНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕКСТОВ НА РОДНОМ ЯЗЫКЕ ТЕКСТАМИ НА ИНОСТРАННЫХ ЯЗЫКАХ: ОСНОВАНИЯ И ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПОДХОДА НА ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ

Токарев Владимир Николаевич,
старший преподаватель,
e-mail: tok321.1973@mail.ru
ФГБОУ ВО «Алтайский государственный педагогический университет»,
г. Барнаул, РОССИЯ
Богарова Елизавета Викторовна,
аспирант,
e-mail: yadvig@yandex.ru
ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет»,
г. Барнаул, РОССИЯ
Tokarev Vladimir,
Senior lecturer,
Altai State Pedagogical University, Barnaul, RUSSIAN FEDERATION
Bogarova Elizaveta,
Postgraduate,
Altai State University, Barnaul, RUSSIAN FEDERATION

Рассматривается вопрос развития математической культуры студентов посредством обращения к научным или учебным текстам по математике на иностранных языках. Указываются способы преодоления барьеров понимания математических текстов на иностранных языках. Даны основания для внедрения эвристики дополнения на занятиях по математике. Подчёркивается, что инвариант перевода обеспечивается универсальностью математического языка. Условия реализации применения метода зависят от личностных качеств преподавателя математических курсов.

Ключевые слова: *эвристический подход, теория подталкивания, чтение на иностранном языке, математические клише.*

Постановка проблемы. При решении математических задач не всегда работают прямые инструкции, и решающему эти задачи приходится применять некоторые эвристические приёмы (эвристический – относящийся к изобретению, открытию, а также служащий нахождению новых идей, фактов). Мы должны разнообразить все попытки решения задачи так, чтобы получить возможность изучить задачу всесторонне [4]. Однако невозможно представить, чтобы весь необходимый материал был описан на одном естественном языке, в удобном для изучения порядке. Поиск решения (учёным, педагогом, студентом) при ограничении изучения материалов лишь на одном (двух, трёх) языке (языках), сужает возможности как понимания, так и мышления.

Анализ актуальных исследований. Проблемам применения эвристик в математике посвящено множество работ, включающее ставший классикой труд Д. Пойа [4]. Системный подход к данной проблеме представляет монография Е.И. Скафы [6], в которой рассматривается применение как общих (анализировать, сравнивать, сопоставлять и противопоставлять), так и частных (ввести вспомогательную переменную, воспользоваться симметрией, сформулировать эквивалентную задачу и др.) эвристик при решении математических задач. В статьях с описанием эвристических подходов к изучению различных тем приводятся конкретные примеры [5].

Обратимся к ещё одному эвристическому подходу, предложенному авторами в статье [1]: «вычерпывание» математических идей, смыслов через обращение к иностранным источникам, не ограничиваясь стандартным набором изучаемых в большинстве ВУЗов языков (английским и немецким), назовём данный подход *эвристикой дополнения*.

Цель статьи – *обосновать необходимость преодоления языкового неравенства через содержание математических текстов, дать методические указания к применению эвристики дополнения на занятиях по математике для развития мышления и формирования положительной мотивации в обучении.*

Изложение основного материала. В [1] подчёркивалось, что рост стремления к изучению языков уже вступил в борьбу с языковым неравенством. В наступившую эпоху цифрового общества снимаются многие информационные и языковые проблемы и возрастают требования к образованию.

Как преподаватель математики может изменить формы подачи информации (знанием она станет только при «внутренней» самостоятельной работе учащегося), изменить акценты, оставаясь сосредоточенным на содержании? Примем как постулат, что наука развивает своим содержанием. Математика многомерна, сложна и не перестанет оставаться такой. Развить культуру математического мышления можно посредством обращения к языковому разнообразию, оставаясь содержательно в выбранной математической области.

Предложенный подход эвристики дополнения – эвристика не только в математике, но и в педагогике. Понимаем под эвристикой «эмпирические правила», которые можно применять к различным ситуациям, - иногда успешно, а иногда нет. Неизменным остаётся одно – сознательно подходить к эвристике как возможности, в некотором смысле приближаясь к гуманитарному знанию. Как отмечает М.Ю. Горбухова [2]: «помимо прочных, глубоких знаний своего предмета и искренней заинтересованности в работе со студентами, он должен обладать знаниями из области педагогики и психологии, … что позволит сосредоточиться на решении творческих задач».

Действительно, педагог всегда живёт «в ситуации»: то, что работает при одних условиях с одной аудиторией, в других может не сработать. Для целей подготовки к применению новой эвристики можно познакомить студентов с несложными задачами лингвистики [3].

Потребность изучения основ грамматики языка зависит от самого языка и подготовленности аудитории (более психологической, т.к. неизбежные барьеры понимания могут вызывать страх).

Благодаря набору стандартных оборотов, штампов, и, конечно, символов и формул, математический текст доступнее для понимания даже на незнакомом языке.

Например, теорема о делении с остатком с доказательством понятна на испанском языке и будет также доступна на французском, португальском, чешском и др. (рис.1).

Напомним формулировку теоремы: «*Для любых целых* a *и* $b, b \neq 0$, *существует единственный набор целых чисел* q *и* r, *что* $a = bq + r$ *и* $0 \leq r < |b|$».

1.1.1 Teorema (Algoritmo de la división) *Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{Z}$, $b > 0$, existen únicos enteros r y q tales que $a = bq + r$, con $0 \le r < b$.*

Demostración. `Caso I.` $a \ge 0$. En este caso podemos aplicar inducción. Si $a = 0$ se tiene $0 = b \cdot 0 + 0$, de esta manera se puede suponer que $a > 0$. Si $a = 1$ se tienen dos subcasos: si $b = 1$ entonces $1 = 1 \cdot 1 + 0$. Si $b > 1$, entonces $a = b \cdot 0 + a$. Supongamos $a > 1$ y apliquemos la hipótesis inductiva, es decir, se cumple que $a = bq + r$, con $0 \le r < b$. Entonces $a + 1 = bq + 1 + r$. Como $r < b$, entonces $r + 1 \le b$. Si $r + 1 = b$, se tiene $a + 1 = (b + 1)q + 0$. Si $r + 1 < b$, obtenemos $a + 1 = bq + (r + 1)$, con $0 \le r + 1 < b$. De cualquier forma se tiene $a = bq + r$, con $0 \le r < b$ como se afirmó.

`Caso II` $a < 0$, entonces $-a > 0$. Del Caso I, $-a = bq_1 + r_1$, $0 \le r_1 < b$, de esto $a = b(-q_1) + (-r_1)$. Si $r_1 = 0$ hemos terminado, si $r_1 > 0$ entonces $0 < b < b + r_1$ y $a = b(-q_1 - 1) + (b - r_1)$, con $0 < b - r_1 < b$.

`Unicidad`. Supongamos $a = bq + r = bq' + r'$, entonces $b(q - q') = r' - r$. Si $r' > r$, se tiene $q - q' > 0$, es decir, $q - q' \ge 1$, de esta forma $b(q - q') = r' - r \ge b$ y de esto último, $r' \ge b + r$, $\Rightarrow\Leftarrow$. Si $r > r'$, entonces $q' - q > 0$ y nuevamente se tiene una contradicción, por lo que se debe tener $r = r'$ y $q - q' = 0$. ■

Рисунок 1 – Доказательство теоремы о делении с остатком (на испанском языке [7])

Для облегчения чтения нужно дать себе установку привыкнуть к языку, к другому алфавиту, а чтение с пониманием начинается благодаря языку математических знаков: «Подобно тому, как дар слова обогащает нас мнениями других, так язык математических знаков (алгебра) служит средством ещё более совершенным, более точным и ясным, чтобы человек мог передавать другому понятия, которые он приобрёл, истину, которую он постиг, и зависимость, которую он открыл» (Н.И. Лобачевский).

Можно предложить согласно методике дополнения И.А. Гальперина и Я.А. Микка *следующий вариант задания:*

заполнить пропуски в тексте на иностранном языке по знакомому и хорошо усвоенному студентами материалу, в котором некоторые слова заменены точками.

Например, в примере на рис.1 можно пропустить supongamos (положим), entonces (тогда), setienen (имеем), caso (случай).

Предварительный перевод со словарем выполняется преподавателем (для контроля точности).

Очевидно, что возможна синонимичная замена слов. Преподаватель, применяя новый подход, ориентируется на зону ближайшего развития студентов.

Сложность подхода оправдывается тем, что «обучение должно опережать развитие» (по Л.С. Выготскому). Непривычность подхода препятствует его внедрению в «обычную» работу группы на занятиях по математике. Влиять на процесс принятия решения (индивидом, группой) о применении метода можно опираясь на концепции теории «подталкивания» Р.Талера (Nudge Theory).

Tonudge – в переводе с англ.: дотрагиваться, чтобы показать что-то интересное. Мы показываем интересные тексты, где встречается что-то новое: идея, обозначение, решение (!) задачи, – вызывая естественное любопытство.

Например, в испанском источнике [8] в примерах с комплексными числами (эта тема вызывает затруднение у студентов) обнаружено интересное сокращение записи комплексного числа, где аргумент комплексного числа записан как нижний индекс модуля комплексного числа (рис.2), компактность записи может способствовать лучшему запоминанию и усвоению материала.

170. RESOLUCIÓN

$$z^4 + 81 = 0 \Rightarrow z = \sqrt[4]{-81} = \sqrt[4]{81_{180^\circ}} = 3_{\frac{180^\circ + 2k\pi}{4}}$$

$$\text{Para}\begin{cases} k = 0 \Rightarrow z_1 = 3_{45^\circ} = 3(\cos 45^\circ + i \operatorname{sen} 45^\circ) = \\ \quad = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} + \dfrac{3i\sqrt{2}}{2} \\ k = 1 \Rightarrow z_2 = 3_{135^\circ} = 3(\cos 135^\circ + i \operatorname{sen} 135^\circ) = \\ \quad = -\dfrac{3\sqrt{2}}{2} + i\dfrac{3\sqrt{2}}{2} \\ k = 2 \Rightarrow z_3 = 3_{225^\circ} = 3(\cos 225^\circ + i \operatorname{sen} 225^\circ) = \\ \quad = -\dfrac{3\sqrt{2}}{2} - \dfrac{3i\sqrt{2}}{2} \\ k = 3 \Rightarrow z_4 = 3_{315^\circ} = 3(\cos 315^\circ + i \operatorname{sen} 315^\circ) = \\ \quad = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} - \dfrac{3i\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

171. RESOLUCIÓN

Pongamos el número complejo en forma polar:

$$z = -i = (1, 270^\circ) = 1_{270^\circ}$$

luego:

$$\sqrt[3]{-i} = \sqrt[3]{1_{270^\circ}} = 1_{\frac{270^\circ + 2k\pi}{3}}$$

$$\text{Para}\begin{cases} k = 0 \Rightarrow 1_{90^\circ} = (1, 90^\circ) \\ k = 1 \Rightarrow 1_{210^\circ} = (1, 210^\circ) \\ k = 2 \Rightarrow 1_{330^\circ} = (1, 330^\circ) \end{cases}$$

SOLUCIÓN: $\boxed{\sqrt[3]{-i} = \begin{cases} 1_{90^\circ} \\ 1_{210^\circ} \\ 1_{330^\circ} \end{cases}}$

Рисунок 2 – Примеры решения задач на извлечение корней n-й степени из комплексных чисел (на испанском языке)

Преимущество нового эвристического подхода ещё и в снятии ограничений по срокам выполнения заданий: нет наказания за невыполнение в срок (предполагается косвенное поощрение, поддержка). Процесс понимания развёрнут во времени, и чем больше понимаешь, тем интереснее. Заинтересованность группы в занятиях с применением рассматриваемого подхода зависит от личностных качеств педагога, его готовности воспринимать новое.

Дополнительным преимуществом и одновременно сложностью является более активное изучение, тогда как при чтении на родном языке шире задействована автоматическая система мышления, когда можно «понимать, не понимая» – слова прочитываются без препятствий и кажутся понятными. При должном терпении можно будет понять (понять нельзя заставить!) доказательство, решение, увидеть его красоту и изящество.

Новая эвристика может помочь преодолеть неравенство в области доступа к информации: если рассматривать математику как универсальный язык (проблемы, связанные с несовпадением смыслов и значений родного и иностранного языка, существенно меньше по сравнению с нематематическими текстами), то с учётом возможностей современных технологий, одновременное использование различных источников информации, их ротация, независимо от языка источника, не является непреодолимым препятствием. При этом целью является не перевод ради перевода, не развитие коммуникационных навыков в смысле развития речи и письма на иностранном языке – работа преимущественно ведётся с чтением.

Цель – шире и более комплексно увидеть внутрипредметные связи; отметить новое относительно доступных источников на родном языке (мы остаёмся в пределах содержания математических проблем).

Далее, при желании студент(ы) могут заняться изучением понравившегося языка, что может выступать в роли дополнительной мотивации. Данный подход в некотором смысле уравнивает «гуманитариев» и «естественников».

Выводы. Итак, обучение математике через гибкую систему обращения к математическим текстам на иностранных языках – эвристическое правило. Данный подход отличается от попытки обучения языку специальности, что происходит на занятиях по одному из изучаемых группой студентов языков. Также предлагаемый подход не служит цели изучения языков для «общих целей», однако открывает дорогу к лингвистике и языковедению.

Задача преподавателя помочь учащимся в формировании умения самостоятельно добывать знания согласуется с применением предложенного подхода, который способствует возможностям получать информацию из ранее недоступных источников.

1. *Богарова Е.В. Методы развития мышления студентов на занятиях по математике: технологии и переводы / Е.В. Богарова, Г.В.Кравченко, В.Н.Токарев // МАК: «Математики – Алтайскому краю»: сб. трудов всероссийской конф. по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2017. – С. 220-224.*
2. *Горбухова М.Ю. Использование потенциала курса иностранного языка в аспирантуре естественнонаучных факультетов в подготовке будущих преподавателей вуза / М.Ю. Горбухова // Опыт и перспективы обучения иностранным языкам в евразийском образовательном пространстве: сб. научных трудов по материалам VI Междунар. научно-практ. конф., Барнаул, 5 июня 2016 г. Вып. 1. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2016. – С. 54-60.*
3. *Задачи лингвистических олимпиад. 1965-1975 / Ред.-сост. В.И. Беликов, Е.В. Мураенко, М.Е. Алексеев. – М. : МЦНМО, 2006. – 570 с.*
4. *Пойа Д. Математическое открытие / Д.Пойа. – М.: Наука, 1970. – 456 с.*
5. *Селякова Н.И. Эвристический подход к изучению темы «Функции. Графики» / Н.И. Селякова, И.В. Гридасова // Дидактика математики : проблемы и исследовани : междун. сборник научн. работ. – Донецк : Фирма ТЕАН, 2005. – Вып. 23. – С. 55-59.*
6. *Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология / Е.И. Скафа. – Донецк : ДонНУ, 2004. – 439 с.*
7. *Fernando Barrera Mora. Introducción a la teoría de grupos.– Universidad Autómomica del Estado de Hidalgo, 2004.*
8. *Santiago Álvarez Areces. 2000 Problemas de matemáticas [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.cienciamatematica.com/descargar_libros_gratis_de_matematicas_en_pdf.htm. – Дата обращения 18.12.2017.*

Abstract. **Tokarev V., Bogarova E. HEURISTICS OF SUPPLEMENTING MATHEMATICAL TEXTS IN THE NATIVE LANGUAGE WITH TEXTS IN FOREIGN LANGUAGES: THE GROUNDS AND PROVIDING OF APPROACH IN MATH CLASSES.** *The article deals with heuristic methods in mathematical development. As the title implies the article describes a new approach designed for insight in math texts in foreign languages. It is designed for a broader view of the intra-subject connections in mathematics. From the point of view of the authors, difficulties of the grammatical structure of any language are not an obstacle to understanding the mathematical text. Reading mathematical texts in a non-native language is an important element of developing learning mathematics. This heuristic method forms and develops cognitive independence, activity, interest, world outlook and culture of mathematical thinking. It is specially noted that clichés and symbolism of mathematical texts unite all natural languages.*

The article is of interest to creative teachers who are ready to overcome the barriers of misunderstanding and to help students. The success of the approach depends largely on the personal characteristics of the teacher. The text gives a valuable information on the methodology for implementing this approach in the work of students. The difference between the reading texts on a specialty in a foreign language and working with reading math texts in any foreign languages should be stressed. It is formulated that this nudge heuristics develops of conditions for lifelong language learning. Attention is drawn to that positive reinforcement and indirect suggestions for this heuristic approach more effectively than direct instruction.

Key words: *heuristic methods, foreign language, mathematical thinking, nudge heuristics.*

Статья представлена профессором Е.И. Скафою.
Поступила в редакцию 08.04.2018 г.

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

УДК 37.013(477.6)

К ВОПРОСУ О ФОРМИРОВАНИИ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ГОТОВНОСТИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ В УСЛОВИЯХ РЕФОРМИРОВАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

Скафа Елена Ивановна,
доктор педагог. наук, профессор
e-mail: e.skafa@mail.ru
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк
Бабенко Надежда Андреевна,
преподаватель
e-mail: nadyababenko23@mail.ru
ГПОУ «Донецкий педагогический колледж», г. Донецк
Skafa Olena,
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Donetsk National University, Donetsk
Babenko Nadezhda,
Lecturer,
Donetsk Pedagogical College, Donetsk

В новых условиях реформирования образования в Донецкой Народной Республике актуализируется проблема формирования готовности будущего учителя к обучению школьников в образовательных организациях среднего общего образования. Описывается генезис развития понятия профессиональной готовности с психологической и педагогической точки зрения. Показывается взаимосвязь между понятиями профессиональной готовности и профессиональной компетентности учителя. Такой теоретический анализ способствует построению новых моделей формирования готовности будущих учителей к профессиональной деятельности, поиску инновационных педагогических технологий и методических систем обучения.

Ключевые слова: *профессиональная готовность, деятельностный подход, компетентности, профессиональная компетентность.*

Постановка проблемы. В настоящее время проблема формирования профессиональной готовности учителя к работе в педагогической области является актуальной. В основном это связано с переменами, которые произошли в последнее время в образовательной системе Донецкой Народной Республики. Принятие Закона об образовании [7], создание новых государственных образовательных стандартов в системе среднего общего, среднего профессионального и высшего профессионального образования, изменение базовых учебных планов, ориентированных на образовательное пространство Российской Федерации нацеливает на поиски новых педагогических условий и инновационных технологий, которые смогут лечь в основу формирования специалиста новой формации. Перед государственными образовательными учреждениями высшего и среднего профессионального образования стоит задача подготовки молодого специалиста не просто со сформированными фундаментальными знаниями основ научных дисциплин и учебными умениями, а готового работать в школе в новых условиях.

Анализ актуальных исследований. При характеристике категории готовности исследователи делают акцент на разных ее аспектах и выделяют: психологическую и практическую готовность; функциональную и личностную; общую и специальную; моральную и профессиональную; временную (ситуативную) и долговременную (устойчивую) готовность [2]; [3]; [4]; [16]; [18]; [24] и др. Несмотря на множественность изучаемых аспектов готовности, исследователи этого феномена отмечают факт взаимообусловленности готовности и явления деятельности.

Цель статьи – *на основе исследования генезиса понятия профессиональной готовности показать современную трактовку понятия профессиональной готовности учителя и выявить взаимосвязь между профессиональной готовностью и профессиональной компетентностью учителя.*

Изложение основного материала. Генезис понятия готовности связан с развитием понятия психологическая готовность к труду, которое определяется как психологическое состояние, обусловленное наличием потребности в трудовой деятельности. При этом готовность является условием успешного выполнения деятельности, это избирательная активность, настраивающая личность на будущую деятельность [16].

Готовность человека к деятельности стала объектом специальных исследований с конца XIX в. В рамках психотехники, отмечает В.Н. Чичикин, изучались различные стороны психической готовности человека к труду. Было введено понятие «установка» как общая физиологическая готовность организма к выполнению той или иной производственной задачи [28]. Создается наука об изучении профессий – профессиография [16]. В исследованиях психологов рассматривается проблема возникновения умений в процессе деятельности, называя их приобретениями, устанавливается их равноценность, возможность переноса в другие ситуации и т.д. В последующем в психологической литературе неоднократно обсуждались вопросы функционирования умений, роли знаний и способностей в их приобретении и др.

В педагогической литературе вопросы подготовки учителя к профессиональной деятельности первым ставил К.Д. Ушинский. Не употребляя словосочетание готовность к профессиональной деятельности учителя, педагог повсюду акцентировал мысль на путях формирования такой готовности [26].

С развитием психологии и педагогики уже в начале XX века (20-40-е годы) заметно возрос интерес к проблеме профессиональной готовности личности. В психологических исследованиях стали рассматривать нейрофизиологические механизмы регуляции и саморегуляции поведения человека и определять место в них психической готовности как одного из таких механизмов [13]. В дальнейшем психологический аспект готовности к профессиональной деятельности неоднократно рассматривался в публикациях Л.С. Выготского, П.Я. Гальперина, С.С. Ильина, Ю.А. Самарина и др.

Значение предметной деятельности как основы развития сущностных сил человека отражено в работах С.Л. Рубинштейна, который выдвинул и разработал с философской, педагогической и психологической точек зрения принципы деятельностного подхода, единства сознания и деятельности [17].

Большинство исследователей того времени формирование готовности к различным видам деятельности при подготовке специалистов понимали как процесс, имеющий свои собственные особенности и закономерности. Отсюда, отмечает С.А. Бондаренко, термины «подготовка» и «готовность» трактуются не как синонимы, хотя между собой они тесно связаны, взаимозависимы и взаимообусловлены [4]. Автор отмечает, что качество готовности специалиста во многом определяется именно тем, какую он проходил подготовку. Неслучайно *под термином «подготовка» понимается динамический процесс, конечной целью которого является формирование такого профессионального качества личности, как готовность.*

Так же как в психологии ученые в области педагогики первой половины XX века стали выполнять профессиографические описания деятельности педагога. Однако такие описания носили скорее умозрительный характер, нежели научный. Тем не менее, эти исследования были чрезвычайно важны, отмечает Т.Н. Банщикова, они дали толчок дальнейшим теоретическим поискам [3]. В результате последующих исследований понятие «готовность» стало пониматься как совокупность профессиональных знаний, умений и навыков.

Категория «готовность» была введена в научный оборот в 50-60 годы XX столетия Б.Г. Ананьевым [2]. Тем не менее, несмотря на достаточно длительный срок изучения, единого понимания данной категории в отечественной науке не выработано.

К середине XX в. отечественными учеными вводится теория деятельности. Значительный вклад в ее разработку внесли Б.Г.Ананьев, А.Н.Леонтьев, С.Л.Рубинштейн, Б.М.Теплов и др. В это время определены новые подходы к пониманию термина «профессиональная готовность», которая стала, как отмечает Н.В.Кузьмина, трактоваться с позиции структуры деятельности [13].

Наиболее общую позицию в рассмотрении профессиональной деятельности, на наш взгляд, представляет Э.Ф.Зеер. Ученый считает, что профессиональная деятельность – это социально-значимая деятельность, выполнение которой требует специальных знаний, умений и навыков, а также профессионально обусловленных качеств личности [8]. В зависимости от содержания труда (предмета, цели, средств, способов и условий) различают виды профессиональной деятельности. Соотнесение этих видов с требованиями, предъявляемыми к человеку, образует профессию [8].

В педагогических исследованиях выделяются функции готовности к профессиональной деятельности, описанные в диссертации Ю.Т. Русакова:

– гностическая, обеспечивающая качественную образовательную подготовку обучающихся;

– интегративная, связанная с установлением процессуального единства между целью и действием;

– прогностическая, отражающая результат деятельности;

– ценностно-ориентировочная, связанная с осмыслением значимости профессиональной деятельности [18].

Следует отметить, что в середине XX в. существенно активизировалась научная работа в этом направлении и за рубежом. В публикациях таких авторов, как Д. Ален, Ю. Бехер, Дж. Брунер, И.Д. Браун, Дж. Габриэль, Г. Грассель, П. Делон, В. Кессель, Дж. Купер, К. Ласеу, Р. Тайлор, Г. Хайде, В.Г. Хартман, Х. Хофман, В. Хепер, Х. Шредер, Дж. Эсен и др. описывались основные подходы к выделению системы педагогических действий, которые назывались умениями, качеством педагога. Основное достоинство работ вышеперечисленных авторов заключается в том, что ими представлены различные позиции к деятельностной готовности, пригодности к педагогической деятельности, профессиональным функциям педагога, условиям и направлениям деятельности, составления плана по ее реализации и др. В то же время, отмечает Н.Ф. Талызина, при всей широте и многообразии публикаций по проблемам деятельностного подхода и профессиональной готовности, большинство авторов трактовали данные понятия недостаточно системно [25].

Конец XX в. характеризуется тем, что в науке сложился общий подход к пониманию сущности и структуры педагогической деятельности, а готовность к ее осуществлению стала рассматриваться как овладение профессиональными функциями, приобретенными на основе освоения знаний, умений и навыков. Кроме того, предпринятый нами анализ научных материалов показал, что сформированность у учителя оптимальной системы знаний и умений является одним из условий и показателей готовности к профессионально-педагогической деятельности. Так, например, Н.В. Кузьмина в качестве показателей готовности выделяет систему следующих педагогических умений: проективные, организаторские, гностические, конструктивные и коммуникативные [13]. Эти умения автор соотносит с выделенными ею же профессиональными функциями – *проектировочной, организаторской, гностической, конструктивной и коммуникативной*.

Однако число таких функций в разных источниках называлось разное, да и количество умений варьировало в довольно широком диапазоне. Например, Н.М. Волкова и Г.М. Коджаспирова отмечают, что основными компонентами педагогической деятельности являются профессионально-педагогические умения учителя, которые и определяют показатели профессиональной готовности. Исследователи выделяют среди них следующие группы:

- коммуникативные – умения к общению, сотрудничеству, кооперации;
- дидактические – общепедагогические умения определения конкретных целей обучения, выбора методов, средств и технологий обучения, конструирования педагогических ситуаций, объяснения учебно-производственного материала;
- гностические – умения к познанию и получению удовольствия от процесса приобретения новой информации, систематизации собственного педагогического опыта;
- прогностические – умения осуществлять педагогическое предвидение, прогнозировать результаты взаимодействия в педагогической деятельности. Предвидение возможно, если учитель знает и понимает ученика;
- перцептивные – умение проникать во внутренний мир ребенка, понимать его состояние; способность к эмпатии (сочувствию, сопереживанию);
- конструктивные (проективные) – умения к отбору, композиции, проектированию учебно-воспитательного материала, разработке планов;
- экспрессивные – умения к эмоциональной заразительности, яркости и направленности проявления эмоций, владение интонационной палитрой речи, мимикой, жестами, позволяющие передать не только особенности характера учителя, но и его образ мыслей, его отношение к различным социальным ценностям, к ученикам и другим людям;
- технологические – умения учителя ориентироваться в информационном пространстве, использовать технические и мультимедийные средства, владеть и оперировать информацией соответственно к профессиональным потребностям, оценивать достигнутый результат;
- рефлексивные – умения критического анализа и переосмысления личностных смыслов и содержания профессиональной педагогической деятельности, поступков, поведения, они обеспечивают развитие и саморазвитие, своевременную коррекцию результатов деятельности;
- организационно-методические – умения реализации учебно-воспитательного процесса, формирования мотивации учения, установления педагогически оправданных взаимоотношений, формирования коллектива, организации самоуправления;
- организационно-педагогические – общепедагогические умения планирования воспитательного процесса, выбора оптимальных средств педагогического

воздействия и взаимодействия, организации самовоспитания и самоуправления, формирования профессиональной направленности личности обучающихся;

- общепрофессиональные – умения чтения и составления чертежей, схем, выполнения расчетно-графических работ, определения экономических показателей производства;
- аналитические – умение педагогически мыслить, которое состоит из ряда частных умений: расчленять педагогические явления на составляющие элементы; находить в теории обучения и воспитания идеи, выводы, закономерности, адекватные логике рассматриваемого явления; правильно диагностировать педагогическое явление; находить основную педагогическую задачу (проблему) и способы ее оптимального решения [5, с. 487]; [10, с. 575].

Введенный в конце XX в. личностно-ориентированный подход существенно расширил понимание готовности к педагогической деятельности [15]. Такой подход получил отражение в исследованиях, посвященных разработке содержания и структуры деятельности учителя, представленных в профессиограммах. Например, В.А. Сластенин пишет: «Профессиограмма учителя должна включать своего рода паспорт специальности, ее квалификационную характеристику» [24, с. 38]. Ученый предложил следующую структуру профессиограммы:

а) свойства и характеристики личности учителя: профессионально-педагогическая направленность, познавательные ориентации;

б) психолого-педагогическая подготовка: знания, умения, навыки;

в) объем и состояние специальной предметной подготовки;

г) содержание методической подготовки в области специальности [24].

Развивая идею профессиографического описания, О.А. Абдуллина в профессиограмму учителя предложила включать такие структуры, как функции, требования к учителю, круг теоретических знаний, перечень умений и навыков, профессионально-личностные качества [1]. По словам О.А. Абдуллиной, профессиограмма должна представлять собой модель результата подготовки студента в вузе, своего рода программу формирования готовности к педагогической работе [1].

Анализ проблемы нашего исследования требует рассмотрения понятия «готовность к профессиональной педагогической деятельности». В частности, В.А.Сластенин обозначает данную готовност ь в качестве единой системы свойств личности педагога, характеризующейся устойчивостью и длительностью во времени. При этом автор понимает готовность к профессиональной педагогической деятельности как устойчивую характеристику личности и психическое состояние, взаимодействующие между собой и превращающиеся в устойчивое качество личности педагога в процессе его профессиональной деятельности. В данной готовности выделяется мотивационно-ценностный (личностный) и исполнительский (процессуальный) компоненты [24].

Изменения, происходящие в современном обществе и системе образования в начале XXI века, выдвинули необходимость пересмотра понимания сущности профессиональной готовности. Введена новая парадигма – компетентностный подход, формирование профессиональной компетентности.

Профессиональная компетентность рассмотрена с различных позиций такими исследователями как Е.И. Деза, И.И. Драч, Э.Ф. Зеер, И.А. Зимняя, Т.Е. Исаева, И.Л. Лернер, Е.Я. Савченко, Г.К. Селевко, С.А. Скворцова, В.А. Сластёнин, С.Л. Троянская, А.В. Хуторской и др.

Прежде чем говорить о профессиональной компетентности педагога обратимся к основным понятиям«компетенция» и «компетентность».

В словаре С.И. Ожегова, понятие «компетентный» определяется как «осведомлённый, авторитетный в какой-либо области».

В педагогической литературе отсутствует единая точка зрения на содержание понятий «компетенция», «компетентность». Компетенция – личностные и межличностные качества, способности, навыки и знания, которые выражены в различных формах и ситуациях работы и социальной жизни. В настоящее время понятие «компетентность» расширено, в него включены личностные качества человека. Под компетентностью подразумевается – обладание человеком соответствующими компетенциями, которые включают его личностное отношение к каждой из них и предмету деятельности. Компетенции являются структурными компонентами компетентности.

В государственных образовательных стандартах высшего профессионального образования в различных странах мира компетентность рассматривается, как интегрированное качество личности, объединяющее знания, умения, навыки, опыт и личностные качества, определяющие готовность и способность решать проблемы, возникающие в профессиональной деятельности и реальных жизненных ситуациях, понимая при этом важность предмета и результата деятельности [14]. Исходя из этого понимания компетентности, ученые в области психологии и педагогики стали рассматривать профессиональную компетентность, как способность выполнять профессиональные функции, или как сформированность профессиональных качеств современного специалиста.

Понятие «профессиональная компетентность учителя» учеными рассматривается как способность учителя выполнять профессиональные функции, или как сформированность профессиональных качеств педагога. С.А. Скворцова, например, определяет ее как свойство личности, заключающееся в способности к педагогической деятельности, а именно к организации учебно-воспитательного процесса на уровне современных требований; как единство теоретической и практической готовности педагога (предметно-теоретической, психолого-педагогической и дидактико-методической) к осуществлению педагогической деятельности; как возможность результативно действовать, эффективно решать стандартные и проблемные ситуации, которые возникают в процессе обучения [23].

Отметим, что формирование профессиональной готовности специалиста означает овладение еще студентами знаниями по общим и специальным (профессиональным) дисциплинам, практическими умениями и навыками, развитие личностных профессиональных качеств, раскрытие творческого потенциала личности, овладение методикой работы с новыми технологиями [21]. То есть готовностью к профессиональной деятельности выпускника образовательного учреждения, как высшего, так и среднего профессионального образования на современном этапе развития образования можно считать овладение профессиональной компетентностью.

Развитие профессиональной компетентности учителя – это развитие творческой индивидуальности, восприимчивости к педагогическим инновациям, способностей адаптироваться в меняющейся педагогической среде.

Большинство исследователей феномена компетентности считают, что это понятие включает в себя различные составляющие: сформированные знания, познавательные и практические умения и навыки, отношения, эмоциональное отношение, систему ценностей и этику, мотивацию и др. Компетентности, отмечает А.И. Кузьминский, являются теми индикаторами, которые дают возможность определить готовность студентов к будущей профессиональной деятельности, их последующего личностного развития и активного участия в жизни общества [11]. Компетентный человек может решать проблемы независимо от ситуации, применять те стратегии, которые считаются наиболее благоприятными для выполнения отдельных заданий.

К основным составляющим профессиональной компетентности учителя многие исследователи относят:

– интеллектуально-педагогическую компетентность – умение применять знания, опыт в профессиональной деятельности для эффективного обучения и воспитания, способность педагога к инновационной деятельности;

– коммуникативную компетентность – значимое профессиональное качество, включающее речевые навыки, навыки взаимодействия с окружающими людьми, экстраверсию, эмпатию;

– информационную компетентность – объем информации педагога о себе, воспитанниках, родителях, коллегах;

– рефлексивную компетентность – умение педагога управлять своим поведением, контролировать свои эмоции, способность к рефлексии, стрессоустойчивость.

Кроме этого в структуру профессиональной компетентности учителя должна войти и методическая компетентность (умение учить) [22].

Поэтому при построении модели формирования профессиональной готовности будущего учителя необходимо опираться на теоретические и практические основы формирования всех составляющих компетентности педагога.

Успешность педагогической деятельности во многом зависит от умения и способности каждого учителя мобилизовать свои собственные усилия на систематическую умственную работу, рационально строить свою деятельность, управлять эмоциональным и психологическим состоянием, использовать свой потенциал, проявлять творческую активность.

Г.К. Селевко связывает способность и готовность в единую характеристику. Ученый отмечает, что определение выпускника, владеющего тем, что он может сделать, каким способом деятельности овладел, к чему готов и есть компетентность [19]. Мы придерживаемся этой точки зрения исследователя и определяем профессиональную компетентность учителя как интегративное качество личности, объединяющее его готовность и способность осуществлять педагогическую деятельность, решать проблемы, возникающие в его профессиональной деятельности.

Учитывая вышесказанное и основываясь на теоретических положениях и подходах к проблеме формирования профессиональной готовности к различным видам деятельности, в том числе педагогической, *под профессиональной готовностью будем понимать сложное психолого-педагогическое явление, сочетающее взаимосвязанные психологические особенности и нравственные качества личности, социально-ценностные мотивы выбора профессии, способы поведения, специальные профессиональные знания, умения и навыки, обеспечивающие специалисту возможность трудиться в избранной им профессиональной сфере.*

Понятие «профессиональная готовность», как отмечалось ранее, соотносится с понятием «профессиональная компетентность» учителя.

В.В. Сериков отмечает, что природа компетентности такова, что она, будучи продуктом обучения, не прямо вытекает из него, а является следствием саморазвития человека, его не столько психологического, сколько личностного роста, следствием самоорганизации и обобщения деятельностного и личностного опыта [20].

И.А. Зимняя представляет следующую структуру компетентности специалиста, которая по своим содержательным характеристикам сближает понятие профессиональной компетентности с понятием профессиональной готовности:

1) готовность к проявлению компетентности, то есть ее мотивационный компонент (рассматривается как проявление субъектных сил специалиста);

2) владение знанием содержания компетентности – когнитивный компонент компетентности;

3) опыт проявления компетентности в разнообразных стандартных и нестандартных ситуациях, то есть ее поведенческий аспект;

4) отношение к содержанию компе-

тентности и объекту ее приложения – ценностносмысловой аспект компетентности, выступающий в контексте мотивационного;

5) эмоциональноволевая регуляция процесса и результата проявления компетентности [9].

А.В. Хуторской выделяет в составе компетентности четыре общих элемента, которые ранее нами описаны в структуре профессиональной готовности. К ним относят:

– имеющиеся знания о мире и способах деятельности;

– практический опыт осуществления известных способов деятельности, воплощающийся в умениях и навыках личности, усвоившей этот опыт;

– опыт творческой исследовательской деятельности, выражающийся в готовности к решению новых задач, стоящих перед личностью;

– опыт воспитанности потребностей, мотивации, обусловливающих отношение субъекта к миру и его систему ценностей [27].

В образовательном пространстве высшего и среднего профессионального образования ДНР в рамках формирования профессиональной готовности и соответствующей компетентности происходит развитие ключевых компетенций личности будущего учителя, характеризующихся следующими признаками:

1) овладение ключевыми компетенциями позволяет решать различные проблемы в повседневной, профессиональной или социальной жизни. Компетенциями необходимо овладеть для достижения целей и решения сложных задач;

2) ключевые компетенции надпредметны и междисциплинарны, они применимы в различных ситуациях;

3) ключевые компетенции требуют значительного интеллектуального развития: абстрактного мышления, саморефлексии, определения своей собственной позиции, самооценки, критического мышления и др.;

4) ключевые компетенции многомерны, то есть они включают различные умственные процессы и интеллектуальные умения (аналитические, критические, коммуникативные и др.).

Так как компетенции выступают в качестве составляющих компонентов профессиональной компетентности учителя, последнюю следует трактовать как интегральную характеристику, распадающуюся на спектр отдельных компетенций.

В государственных образовательных стандартах высшего и среднего профессионального образования ДНР ключевые компетенции описаны общекультурными, общепрофессиональными и профессиональными компетенциями, овладение которыми является обязательным для формирования профессиональной готовности будущего учителя.

Таким образом, сопоставив сущностные характеристики терминов профессиональная готовность и профессиональная компетентность, можно сделать вывод о смысловой близости и взаимодополняемости представленных понятий. В частности:

1) профессиональная компетентность учителя предполагает его готовность к успешному осуществлению педагогической деятельности в контексте адаптации личности специалиста к требованиям данной деятельности;

2) в структурном плане профессиональная компетентность учителя, как и его профессиональная готовность, представлена деятельно-обусловленными и личностными качествами, которые можно классифицировать в контексте ценностно-ориентационной, эмоционально-волевой, когнитивной и действенно-практической личностных сфер. При этом в профессиональной готовности учителя когнитивная и действенно-практическая составляющие являются самостоятельными структурными компонентами, а в профессиональной компетентности, данные составляющие отражены в соответствующих профессиональных компетенциях специалиста;

3) в категориальном значении понятие «профессиональная компетентность» в

большей степени, чем понятие «профессиональная готовность» обусловлено наличием опыта творческой деятельности учителя, его способностью осуществлять педагогическую деятельность в нестандартных ситуациях.

В целом, осуществленный сравнительный анализ обозначенных понятий позволил использовать в нашем исследовании единую дефиницию «профессиональная готовность и компетентность учителя».

Под ***профессиональной готовностью и компетентностью учителя*** *следует понимать совокупность интегративных качеств его личности, обусловливающих способность и возможность творческой самоактуализации и самореализации в педагогической деятельности, а также обеспечивающих успешность выполнения педагогом обозначенной деятельности.*

Выводы. Таким образом, в нашем исследовании профессиональную компетентность ставим на один уровень с готовностью. Объясняем это тем, что компетентный специалист способен выходить за рамки предмета деятельности своей профессии, поэтому компетентность в этом случае выступает как высшая ступень готовности. Это должно быть положено в основу при построении модели формирования готовности будущего учителя-предметника или учителя начальных классов.

1. *Абдуллина О.А. Мониторинг качества профессиональной подготовки / О.А.Абдуллина // Высшее образование в России. – 2008. – № 3. – С. 21.*
2. *Ананьев Б.Г. Избранные труды по психологии. В двух томах. Т.2. Развитие и воспитание личности / Б.Г.Ананьев. – СПб. : Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2007. – 432 с.*
3. *Банщикова Т.Н. Профессиональная готовность педагога к управлению педагогическим процессом / Т.Н.Банщикова, С.В.Путеева // Сборник научных трудов Северо-Кавказского государственного технического университета. Серия «Гуманитарные науки», 2005. – №2 (14). – С. 23-36.*
4. *Бондаренко С.А. Формирование профессиональной готовности конкурентоспособного специалиста /С.А.Бондаренко // Модернизация высшей школы: обеспечение качества профессионального образования: материалы Всерос. науч.-практ. конф. – Барнаул : Изд-во ААЭП, 2004. – Ч. 1. – 188 с.*
5. *Волкова Н.П. Педагогіка: навч. посібник. – Третє вид., стереотипне / Н.П.Волкова. – К. : Академвидав., 2009. – 616 с.*
6. *Горбаткина И.М. Формирование готовности студентов педагогических вузов к профессиональной деятельности в условиях вариативного образования: дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.01 / И.М.Горбаткина. – Москва, 2003. − 167 с.*
7. *Закон Донецкой Народной Республики «Об образовании» [Электронный ресурс]: принято 19.06.2015, постановление № 1-233П-НС. – Режим доступа: https:// dnrsovet. su/zakon-dnr-ob-obrazovanii/. – Дата обращения 12.04.2018.*
8. *Зеер Э. Ф. Психология профессионального образования: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / Э. Ф. Зеер. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Издательский центр «Академия», 2013. – 416 с.*
9. *Зимняя И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования / И.А.Зимняя // Эксперимент и инновации в школе. – 2009. – №2. – С.7-14.*
10. *Коджаспирова Г.М. Педагогика / Г.М.Коджаспирова. – М. : КНОРУС, 2010. – 744 с.*
11. *Кузьмінський А.І. Педагогіка вищої школи : Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закладів / А.І.Кузьмінський. – К. : Знання – Прес, 2015. – 485 с.*
12. *Кузнецов В.В. Введение в профессионально-педагогическую специальность / В.В.Кузнецов. – М. : Академия, 2007. – 83 с.*
13. *Кузьмина Н.В. Профессионализм личности преподавателя и мастера производственного обучения / Н.В.Кузьмина. – М. : Высш. шк., 1990. – 119 с.*
14. *Овчарук О. Сучасні тенденції розвитку освіти в зарубіжних країнах / О. Овчарук // Шлях освіти. – 2003. – № 2. – С. 17 – 21.*
15. *Подласый И.П. Педагогика : учеб.для студ. высш. пед. учеб. заведений / И.П.Подласый. – М. : Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2006. – 630 с.*
16. *Полещук Ю.А. Профессиональная*

направленность личности: теория и практика: пособие / Ю.А.Полещук. – Минск : БГПУ, 2006. – 92 с.

17. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии / С.Л.Рубинштейн. – СПб. : Питер, 1999. – 720 с.

18. Русаков Ю.Т. Развивающая образовательная среда колледжа как фактор формирования готовности студентов к профессиональной деятельности: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Ю.Т.Русаков. – Магнитогорск, 2006. – 40 с.

19. Селевко Г.К. Компетентности и их классификация / Г.К.Селевко // Народное образование. – 2004. – № 4. – С. 138-144.

20. Сериков В.В. Развитие личности в образовательном процессе / В.В.Сериков. – М. : Изд-во Логос, 2012. – 325 с.

21. Скафа Е.И. Место профессионально ориентированной эвристической деятельности в системе формирования профессиональной компетентности будущего учителя математики / Е.И.Скафа // Вестник Елецкого государственного университета им.И.А.Бунина. Вып. 37: Серия «Педагогика (История и теория математического образования)». – 2016. – С.83-92.

22. Скафа Е.И. Средства формирования методической компетентности будущего учителя в системе эвристического обучения математике / Е.И.Скафа // Mathematics and Informatics /Journal of education research. – vol.56. – number 3, Sofia, 2013. – С. 211–223.

23. Скворцова С.О. Підготовка майбутніх учителів початкових класів до навчання молодших школярів розв'язувати сюжетні математичні задачі: монографія / С.О.Скворцова, Я.С. Гаєвець. – Х. : Ранок – НТ, 2013. – 332 с.

24. Сластенин В.А. Психология и педагогика: учеб.пособие для студ. высш. учеб. заведений. – 2-е изд., стереотип / В.А.Сластенин, В.П.Каширин. – М. : Издат. центр «Академия», 2003. – 480 с.

25. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология / Н.Ф. Талызина. – М. : Издат. центр «Академия», 1999. – 288 с.

26. Ушинский К.Д. Собрание сочинений: В 11-и т. Т.10 / К.Д.Ушинский.– М. : Изд-во АПН РСФСР, 1952. – 537 с.

27. Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования / А.В.Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58-64.

28. Чичикин В. Профессиональная готовность и ее измерение / В.Чичикин // Человек в мире спорта : Новые идеи, технологии, перспективы : Тез.докл. Междунар. конгр. – М., 1998. – Т. 2. – С. 491-492.

Abstract. **Skafa O., Babenko N. TO THE QUESTION ABOUT THE FORMATION OF PROFESSIONAL READINESS OF THE FUTURE TEACHER IN THE CONDITIONS OF THE REFORMING THE EDUCATIONAL SYSTEM IN DONETSK PEOPLES REPUBLIC.** *The problem of the formation of professional readiness of future teacher to educating pupils in the secondary educational establishments is very actual and urgent in the new conditions of the reforming of the educational system in Donetsk Peoples Republic. The genesis of the development of the conception of professional readiness from the psychological and pedagogical points of view is described. The correlation between the conception of the professional readiness and the professional competence of the teacher is shown. Such theoretical analysis helps creation the new models of the formation of the professional readiness of future teachers to professional activity, searching the new brand pedagogical technologies and methodical systems of teaching pupils.*

Key words: *professional readiness, active methods of approach, competences, professional*

Статья поступила в редакцию 22.01.2018г.

УДК 378

РАЗМЫШЛЕНИЯ О ПРОБЛЕМЕ «БЛИЗНЕЦОВ»

Волчков Валерий Владимирович,
доктор физ.-мат. наук, профессор,
Волчков Виталий Владимирович,
доктор физ.-мат. наук, профессор,
Машаров Павел Анатольевич,
кандидат физ.-мат. наук, доцент
e-mail: masharov.pavel.anatolievich@gmail.com
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк
Volchkov Valery,
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Volchkov Vitaly,
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Masharov Pavlo,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Donetsk National University, Donetsk

В работе освещены современные подходы к решению проблемы «близнецов». Проработка статьи расширит математический кругозор будущих учителей математики.

Ключевые слова: *теория чисел, простые числа, проблема «близнецов», аналитические методы теории чисел*

Введение. Одним из красивейших разделов математики, несомненно, является теория чисел. Понятные обычному школьнику проблемы часто имеют достаточно сложные решения, основанные на применении современных аналитических методов, а многие остаются открытыми до сих пор.

Целью данной работы *является рассмотрение одной из открытых проблем теории чисел – проблемы «близнецов» и описание современных подходов к её решению.* Результаты работы могут быть полезны студентам направлений подготовки 01.03.01 Математика и 44.03.05 Педагогическое образование (Профиль: Математика и информатика), поскольку, с одной стороны, предоставляют объект и метод научного исследования конкретной проблемы, с другой – демонстрируют необходимость глубокого изучения математики для решения подобных задач.

Постановка проблемы. Простыми близнецами называются простые числа p_1 и p_2, для которых $p_2 - p_1 = 2$. Например, среди первых двадцати натуральных чисел имеются следующие пары простых близнецов: $(3,5)$, $(5,7)$, $(11,13)$, $(17,19)$. Ещё Евклидом (3 век до н.э.) было установлено, что множество всех простых чисел является бесконечным. Однако, до настоящего времени никто не знает, конечно или бесконечно множество пар простых близнецов. Этот вопрос составляет содержание знаменитой проблемы, которая получила название «Проблема близнецов». Отметим немногочисленные известные результаты, полученные предшественниками при исследовании проблемы «близнецов». Прежде всего введём в рассмотрение функцию $B(N)$, выражающую количество пар простых близнецов среди первых N натуральных чисел. В терминах этой функции предположение о бесконечности множества простых близнецов выглядит следующим образом:

$$B(N) \to +\infty, N \to +\infty. \qquad (1)$$

Однако, при изучении проблемы естественно поставить вопрос не только о выполнении условия (1), но и об определении скорости роста функции $B(N)$ при $N \to +\infty$. Наилучший результат в этом направлении принадлежит В. Бруну (см., например, [7, гл. 2, § 2, 4]) и выглядит так

$$B(N) = O\left(\frac{N}{\ln^2 N}\right), N \to \infty.$$

Имеются основания полагать, что указанная оценка В. Бруна является неулучшаемой в том смысле, что, по-видимому, выполнено асимптотическое равенство

$$B(N) \sim \frac{\lambda N}{\ln^2 N}, N \to \infty$$

с некоторой константой $\lambda > 0$. Простым следствием результата В. Бруна является утверждение о сходимости ряда

$$\sum \frac{1}{p},$$

в котором суммирование ведётся только по простым близнецам.

Для сравнения отметим, что аналогичный ряд, в котором суммирование распространяется на все простые числа, является расходящимся. Этот результат был установлен ещё Л. Эйлером.

Изложение основного материала. В данной работе мы обсуждаем некоторые новые подходы к решению проблемы «близнецов», которые пока не увенчались успехом. Несмотря на то, что проблема остаётся открытой, эти обсуждения будут полезны для будущих исследователей, поскольку позволят глубже вникнуть в предмет исследования и будут способствовать пониманию трудностей.

В отличие от методов решета, используемых В. Бруном, предлагается применить к исследованию роста$B(N)$ круговой метод Харди-Литтльвуда (см. [1-3,5,6,8]) с некоторыми усовершенствованиями. С этой целью запишем$B(N)$ в виде

$$B(N) = \int_0^1 |S(t)|^2 e^{-4\pi i t}\, dt, \qquad (2)$$

где

$$S(t) = \sum_{p \le N} e^{2\pi i p t}, \qquad (3)$$

а суммирование в (3) распространяется на простые числа, не превосходящие N. Справедливость равенства (2) следует из ортогональности тригонометрической системы и определения$B(N)$. Далее, интеграл в (2) записывается в виде суммы двух интегралов

$$B(N) = \int_{E_1} |S(t)|^2 e^{-4\pi i t}\, dt + \int_{E_2} |S(t)|^2 e^{-4\pi i t}\, dt, \qquad (4)$$

где множества E_1 и E_2 зависят от N и являются, соответственно, «большими дугами» и «малыми дугами» в круговом методе (см. [5, гл. 10]).

Эти множества определяются следующим образом. Пусть γ_1 и γ_2 – два положительных числа, конкретные значения которых могут выбираться с целью оптимизации оценок. Положим

$$Q = (\ln N)^{\gamma_1}, \tau = \frac{N}{(\ln N)^{\gamma_2}}.$$

По известной теореме Дирихле об аппроксимации для всякого вещественного числа α существуют целые взаимно простые числа a и q, $1 \le q \le \tau$, такие, что

$$\left|\alpha - \frac{a}{q}\right| \le \frac{1}{q\tau}.$$

Используя эту теорему, каждое α из промежутка $\left[0; 1 - \frac{1}{\tau}\right]$ представим в виде

$$\alpha = \frac{a}{q} + z, 1 \le q \le \tau, \text{НОД}(a, q) = 1,$$
$$|z| \le \frac{1}{q\tau}. \qquad (5)$$

Нетрудно видеть, что в этой формуле $0 \le a \le q - 1$, при этом $a = 0$ лишь при $q = 1$. Через E_1 теперь обозначим множество тех α, для которых либо в соотношении (5) выполнено $q \le Q$, либо $\alpha \in \left[1 - \frac{1}{\tau}, 1\right]$.

Кроме того, положим

$$E_2 = [0; 1] \setminus E_1.$$

Отметим, что из равенства (5) следует, что множество E_1 является объединением непересекающихся отрезков. Если $\alpha \in E_1$, то для функции$S(\alpha)$имеем представление

$$S(\alpha) = S\left(\frac{a}{q} + z\right) = \sum_{\sqrt{N} < p \le N} e^{2\pi i a p/q} e^{2\pi i p z} + O\left(\sqrt{N}\right). \qquad (6)$$

Положим

$$T(l) = \sum e^{2\pi i z p},$$

где суммирование ведётся по всем простым p на промежутке $(\sqrt{N}, N)$, принадлежащих арифметической прогрессии вида $qn + l, n = 0,1, \dots$. Из определения $T(l)$ имеем

$$T(l) = \sum_{\sqrt{N}<n\le N}(\pi(n;q,l) - \pi(n-1;q,l))e^{2\pi izn}, \quad (7)$$

где $\pi(x;q,l)$ – количество простых чисел, не превосходящих x и принадлежащих прогрессии $qn + l, n = 0,2, \dots$. Сумма в правой части (6) перепишется в виде

$$S(\alpha) = \sum_{l=1}^{q} e^{2\pi i\frac{al}{q}}T(l) + O(\sqrt{N}), \quad (8)$$

при этом суммирование ведётся по l, взаимно простым с q.

В настоящее время известно (см. [4, гл. 22]), что распределение простых чисел в арифметических прогрессиях удовлетворяет следующему асимптотическому закону:

$$\pi(n;q,l) = \frac{1}{\varphi(q)}\int_2^h \frac{dt}{\ln t} + O\left(ne^{-\gamma_3\sqrt{\ln n}}\right), n \to \infty,$$

где $\gamma_3 > 0$ и$\varphi(q)$ – функция Эйлера, выражающая количество натуральных чисел, меньших q и взаимно простых с q. Используя данное асимптотическое соотношение, из равенств (7), (8) и преобразования Абеля получим следующее представление

$$S(\alpha) = \frac{\mu(q)}{\varphi(q)}\int_2^N \frac{e^{2\pi izt}}{\ln t}dt + O\left(\frac{N}{e^{\gamma_4\sqrt{\ln N}}}\right),$$

где $\gamma_4 > 0$ и$\mu(q)$ – функция Мёбиуса. Таким образом, интеграл по E_1 изучается известными методами с использованием асимптотики распределения простых чисел в арифметических прогрессиях и имеет вид

$$\int_{E_1}|S(t)|^2e^{-4\pi it}dt \sim \lambda\frac{N}{\ln^2 N} \text{ при } N \to \infty$$

для некоторой константы $\lambda > 0$. Эта величина, предположительно, является главным членом асимптотики для функции$B(N)$. Таким образом, вся проблема сводится к оценке второго интеграла в (4). Для начала естественно попробовать оценить интеграл

$$\int_{E_2}|S(t)|^2dt. \quad (9)$$

Для этого мы получим асимптотику для интеграла

$$\int_{E_1}|S(t)|^2dt.$$

Полагая

$$I(a,q) = \int_{-1/q\tau}^{1/q\tau}\left|S\left(\frac{a}{q}+z\right)\right|^2dz, \quad (10)$$

Имеем

$$\int_{E_1}|S(t)|^2dt = \sum_{q\le(\ln N)^A}\sum_{a=0}^{q-1}I(a,q). \quad (11)$$

Из полученного выше выражения для $S\left(\frac{a}{q}+z\right)$ находим

$$\left|S\left(\frac{a}{q}+z\right)\right| = \frac{|\mu(q)|}{\varphi(q)}\left|\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du\right| + O\left(Ne^{-c\sqrt{\ln N}}\right),$$

где постоянная $c > 0$ не зависит от N. Отсюда получаем

$$\left|S\left(\frac{a}{q}+z\right)\right|^2 = \frac{|\mu(q)|}{\varphi^2(q)}\left|\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du\right|^2 + O\left(N^2e^{-c\sqrt{\ln N}}\right).$$

Подставляя данное выражение в формулу (9), приходим к равенству

$$I(a,q) = \frac{|\mu(q)|}{\varphi^2(q)}\int_{-1/q\tau}^{1/q\tau}\left|\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du\right|^2dz + O\left(\frac{N(\ln N)^B}{qe^{c\sqrt{\ln N}}}\right). \quad (12)$$

Далее, имеем

$$\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du = \frac{1}{2\pi iz}\cdot\frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}\bigg|_3^N - \frac{1}{2\pi iz}\int_3^N e^{2\pi izu}\,d\left(\frac{1}{\ln u}\right),$$

откуда

$$\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du = O\left(\frac{1}{|z|}\right) \text{ при } 0 < |z| \le \frac{1}{2}. \quad (13)$$

Следовательно,

$$\int_{-1/q\tau}^{1/q\tau}\left|\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du\right|^2 dz = = \int_{-1/2}^{1/2}\left|\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du\right|^2 dz - \int_{|z|>\frac{1}{q\tau}}\left|\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du\right|^2 dz.$$

Согласно (13), второй интеграл в правой части последнего равенства оценивается следующим образом:

$$\int_{|z|>\frac{1}{q\tau}}\left|\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du\right|^2 dz \le c_1 \int_{|z|>\frac{1}{q\tau}}\frac{dz}{|z|^2} \le c_2 q\tau \le c_3 N(\ln N)^{2A-2B}.$$

Таким образом, (12) перепишется в виде

$$I(a,q) = \frac{|\mu(q)|}{\varphi^2(q)}\int_{-1/2}^{1/2}\left|\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du\right|^2 dz + O\left(\frac{N(\ln N)^{\ B}}{qe^{c\sqrt{\ln N}}}\right) + O\left(\frac{N(\ln N)^{2A-2B}}{\varphi^2(q)}\right).$$

В итоге равенство (11) примет вид

$$\int_{E_1}|S(t)|^2 dt = \left(\sum_{q\le(\ln N)^A}\frac{|\mu(q)|}{\varphi(q)}\right)\int_{-1/2}^{1/2}\left|\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du\right|^2 dz +$$

$$+O\left(\frac{N}{e^{C_4\sqrt{\ln N}}}\right) + O(N(\ln N)^{2A-2B}).$$

Далее заметим, что при $|z| \le \frac{1}{q\tau}$, $q \le (\ln N)^A$, $n \ge 3$

$$\int_{n-1}^{n}\frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du = \frac{e^{2\pi izn}}{\ln n} + O(|z|) + O\left(\frac{1}{n\ln^2 n}\right).$$

Поэтому

$$\int_3^N \frac{e^{2\pi izu}}{\ln u}du = \sum_{n=3}^{N}\frac{e^{2\pi izn}}{\ln n} + O(1).$$

Более того, рассуждения, используемые при доказательстве равенства (14), показывают, что

$$\int_{E_1}|S(t)|^2 dt = \left(\sum_{q\le(\ln N)^A}\frac{|\mu(q)|}{\varphi(q)}\right)\int_{-1/2}^{1/2}\left|\sum_{n=3}^{N}\frac{e^{2\pi izn}}{\ln n}\right|^2 dz + O(N(\ln N)^{2A-2B}). \qquad (14)$$

Поскольку

$$\int_{-1/2}^{1/2}\left|\sum_{n=3}^{N}\frac{e^{2\pi izn}}{\ln n}\right|^2 dz = \sum_{n=3}^{N}\frac{1}{\ln^2 n} = \int_3^N \frac{dt}{\ln^2 t} + O(1) =$$

$$= \frac{N}{\ln^2 N} + O\left(\frac{N}{\ln^3 N}\right)$$

(последнее соотношение получается в результате интегрирования по частям), из (14) имеем

$$\int_{E_1}|S(t)|^2 dt \le c_5\frac{N}{\ln^2 N}\sum_{q\le(\ln N)^A}\frac{|\mu(q)|}{\varphi(q)} + O(N(\ln N)^{2A-2B}). \qquad (15)$$

Асимптотика суммы вида $\sum_{q\le T}\frac{|\mu(q)|}{\varphi(q)}$ при $T \to \infty$ исследуется стандартными рассуждениями с помощью метода комплексного интегрирования (см. [5, гл. 5, § 1]). В частности, выполнено равенство

$$\sum_{q\le T}\frac{|\mu(q)|}{\varphi(q)} = c_6 \ln T + \bar{o}(\ln T), \qquad T \to \infty.$$

Используя это соотношение, перепишем (15) в виде

$$\int_{E_1}|S(t)|^2 dt \le c_7\frac{N}{\ln^2 N}\ln\ln N.$$

Данная оценка показывает, что

$$\int_{E_2}|S(t)|^2 dt = \int_{-1/2}^{1/2}|S(t)|^2 dt - \int_{E_1}|S(t)|^2 dt = \pi(N) + O\left(\frac{N}{\ln^2 N}\ln\ln N\right).$$

Отсюда следует, что величина этого интеграла эквивалентна $\frac{N}{\ln N}$ при $N \to \infty$. Для доказательства этого достаточно применить известную формулу

$$\pi(N) \sim \frac{N}{\ln N}, N \to \infty.$$

Таким образом, для «больших дуг» можно получить оценку

$$\int_{E_1} |S(t)|^2 dt = o\left(\frac{N}{\ln N}\right), N \to \infty.$$

Эти рассуждения показывают, что допустимая оценка второго интеграла в (4) должна существенно использовать осциллирующие свойства экспоненты $e^{-4\pi it}$ под знаком интеграла.

Следующим шагом может быть попытка аппроксимации функции $e^{-4\pi it}$ линейными комбинациями экспонент вида $e^{2\pi int}$, где n – целое число. Соответствующая система экспонент неполна в $L_2[0,1]$, поэтому на всём отрезке $[0,1]$ такая аппроксимация невозможна. Заметим, однако, что нам достаточно аппроксимировать экспоненту $e^{-4\pi it}$ не на всём $[0,1]$, а только на E_2. Если бы такая аппроксимация оказалась возможной, то мы бы свели оценку второго интеграла в (4) к изучению подобных задач на «больших дугах» (что возможно современными методами). Тем не менее отметим, что в пространстве $L_1(E_2)$ допустимым образом аппроксимировать функцию $e^{-4\pi it}$ вряд ли удастся. Действительно, при такой аппроксимации функция, равная тождественной единице, также могла бы быть аппроксимирована подобным образом, и, соответственно, мы получили бы нужную оценку для интеграла (9). Поскольку это, как уже отмечалось, невозможно, мы приходим к следующему.

Выводы. Для решения проблемы «близнецов» нужны весьма тонкие методы оценки второго интеграла в (4), существенно использующие осцилляцию подынтегральной функции.

Как уже отмечалось, наряду с формулой (2) возможны другие аналитические представления функции $B(N)$.

1. *Виноградов И.М. Метод тригонометрических сумм в теории чисел // И.М. Виноградов. – М.: Наука, 1980. – 144 с.*
2. *Виноградов И.М. Особые варианты метода тригонометрических сумм // И.М. Виноградов. – М.: Наука, 1976. – 122 с.*
3. *Вон Р. Метод Харди-Литтлвуда // Р. Вон. – М.: Мир. 1985. – 184 с.*
4. *Дэвенпорт Г. Мультипликативная теория чисел // Г. Дэвенпорт. – М.: Наука, 1971. – 200 с.*
5. *Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел // А.А. Карацуба. – М.: Наука, 1983. – 240 с.*
6. *Постников А.Г. Введение в аналитическую теорию чисел // А.Г. Постников. – М.: Наука, 1971. – 416 с.*
7. *Прахар К. Распределение простых чисел // К. Прахар. – М.: Мир, 1967. – 512 с.*
8. *Чандрасекхаран К. Арифметические функции // К. Чандрасекхаран. – М.: Наука, 1975. – 272 с.*

Abstract. **Volchkov V., Volchkov Vit., Masharov P. THE THOUGHT ON THE “TWINS” PROBLEM.** *We say that the natural numbers p_1 and p_2 are prime twins if they both are prime and $p_2 - p_1 = 2$. In this paper we consider and discuss some approaches to the well-known problem about infinity of the set of prime twins. We study the function $B(N)$ which is equal to the number of all pairs (p_1, p_2) of prime twins such that $p_2 \le N$. For investigation of behavior of $B(N)$ as $N \to \infty$ we use the circular method by Hardy and Littlwood. In accordance of this method, we express $B(N)$ as a trigonometric integral and introduce the sets of “big arcs” and “small arcs”, respectively.*

The integration over the set of big arcs leads to the term of the form $\frac{CN}{ln^2 N} + o\left(\frac{N}{ln^2 N}\right)$as $N \to \infty$. Therefore, the main problem is to estimate the integral over the set of small arcs. We consider various methods of the estimate and show that some of them are highly nontrivial.

Key words: *number theory, prime numbers, twins problem, analytic methods of the number theory.*

Статья поступила в редакцию 22.02.2018 г.

МЕТОДИЧЕСКАЯ НАУКА – УЧИТЕЛЮ МАТЕМАТИКИ

УДК 373.5.016:51

О ТЕОРЕМЕ ВИЕТА, УРАВНЕНИЯХ КВАДРАТНЫХ И НЕ ТОЛЬКО

Трегуб Нина Леонидовна,
учитель
e-mail: nina.tregub@mail.ru
МОУ «Гимназия № 70 г. Донецка», г. Донецк
Tregub Nina,
Teacher
Gymnasium number 70, Donetsk

В статье описываются примеры использования теоремы Виета для широкого класса задач с целью расширения методического кругозора молодых учителей математики. Авторский подход к применению теоремы Виета даст возможность познакомить с такими методами решения задач учащихся, в особенности тех, кто готовится к поступлению в высшие учебные заведения, кто интересуется математикой и хочет участвовать в олимпиадах разных уровней.

Ключевые слова: *теорема Виета, методы решения нестандартных задач, подготовка учащихся к математическим олимпиадам.*

Постановка проблемы. Как свидетельствует авторский многолетний опыт, большинство учителей к сути квадратных уравнений, уравнений высших степеней и к использованию теоремы Виета для квадратных и других алгебраических уравнений относится достаточно «прагматично», то есть используют их очень редко и в совсем простых заданиях. Чаще всего это именно такие традиционные задания, где прямо сказано «использовать теорему Виета» или просто речь идет о сумме и произведении корней (причем только квадратного уравнения).

Увидеть «спрятанную» теорему Виета и тем самым найти короткий и красивый способ решения задачи не так легко, если решающий не имеет определенных навыков. Использование данной теоремы в нестандартных задачах требует наличия семантической гибкости мышления и способствует развитию творческих способностей учащихся.

Цель статьи – *показать авторский подход к применению теоремы Виета для решения нестандартных математических задач, позволяющий расширить методический кругозор молодому учителю математики.*

Изложение основного материала. Вначале несколько слов хотелось бы сказать об уравнениях вида

$$ax^2 + bx + c = 0\,, \qquad (1)$$

которые далеко не всегда являются квадратными. Очевидно, что при $a = 0$ уравнение становится линейным, а при $a = b = c = 0$ превращается в тождество. Решая задания с параметром, учащиеся часто забывают о таких фактах; то есть на вопрос, когда уравнение вида (1) имеет один корень, тут же отвечают: «Когда дискриминант равен нулю», забывая рассмотреть случай линейного уравнения.

Задание 1. (см. [4]) *При каких значениях параметра a уравнение*

$$(a+1)x^2 - (4a+6)x + a + 9 = 0 \quad (2)$$

имеет единственное решение?

Легко проверяется, что при $a = -1$ уравнение (2) становится линейным и имеет один корень. При $a \neq -1$ уравнение (2) будет квадратным и тогда решение будет единственным в случае, когда дискриминант равен нулю. В этом случае, a будет равняться $-2/3$ или 0.

Таким образом, исходное уравнение (2) будет иметь единственное решение при a, равном -1; $-2/3$; 0.

Остановимся теперь на следующем факте.

Утверждение. Если уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ *имеет три различных корня (то есть функция*

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

имеет нули в трех различных точках), то $a = b = c = 0$. (Это нетрудно доказать).

Следствием этого факта может быть такое *утверждение*: *«Если уравнение* $f(x) = M$, *где* $f(x) = ax^2 + bx + c$, *а M = const, имеет три разных корня, то* $f(x) \equiv$ M *при всех действительных значениях x, то есть равенство* $f(x)$ *тождественно равно* M*»*.

Таким образом, $a = b = 0$, c = M.

Примерами использования приведенного факта будут небезызвестные задания. (См., например, [1], [2], [5], [6]).

Задание 2. Найдите значение выражения

$$\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \\ + \frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}.$$

Задание 3. Докажите тождества:

а) $$c\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + a\frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \\ + b\frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)} = x;$$

б) $$c^2\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + a^2\frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \\ + b^2\frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)} = x^2.$$

Начнем с *задания 2*. Очевидно, что функция

$$f(x) = \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \\ + \frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}$$

имеет степень не выше второй. Кроме того, легко увидеть, что

$$f(a) = f(b) = f(c) = 1.$$

Поэтому в соответствии с выше приведенным *утверждением* $f(x) = 1$ при всех действительных значениях x.

Что касается *задания 3* а), то, чтобы доказать это тождество, введем функцию

$$f(x) = a\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + b\frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \\ + c\frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)} - x.$$

Степень этой функции также не выше второй. Убедимся, что $f(a) = f(b) = f(c) = 0$. Поэтому $f(x) = 0$ при всех действительных значениях x, то есть тождество доказано. Аналогично доказывается и тождество 3б). Только для его доказательства необходимо ввести функцию

$$f(x) = c^2\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + \\ + a^2\frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \\ + b^2\frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)} - x^2$$

и убедиться, что

$$f(a) = f(b) = f(c) = 0.$$

Задание 4. Пусть a, b, c – различные числа. Докажите, что из системы

$$\begin{cases} x + ay + a^2z = 0; \\ x + by + b^2z = 0; \\ x + cy + c^2z = 0 \end{cases}$$

следуют равенства x = y = z = 0.

Для решения этой задачи введем функцию $f(t) = zt^2 + yt + x$. (3)

Тогда по условию

$$\begin{cases} f(a) = x + ay + a^2z = 0; \\ f(b) = x + by + b^2z = 0; \\ f(c) = x + cy + c^2z = 0. \end{cases}$$

Функция (3) имеет три нуля. Это означает, что в уравнении

$$zt^2 + yt + x = 0$$

все коэффициенты равны нулю, то есть $z = y = x = 0$, что и требовалось доказать.

Приведем теперь примеры заданий, для решения которых может быть использована теорема Виета.

Задание 5. Известно, что

$$x + y = a + b, \quad x^2 + y^2 = a^2 + b^2.$$

Докажите, что при любом натуральном n выполняется равенство

$$x^n + y^n = a^n + b^n.$$

Доказательство начнем с очевидного факта: если $x + y = a + b$,

то $(x + y)^2 = (a + b)^2$.

Тогда $xy = ab$, так как по условию $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$.

Обозначим $x + y = a + b = -m$, $xy = ab = n$.

Рассмотрим уравнение

$$t^2 + mt + n = 0 . \qquad (4)$$

Уравнение (4) имеет только 2 корня t_1 и t_2. По теореме Виета выполняется

$$t_1 + t_2 = -m, \;\; t_1 t_2 = n .$$

Тогда или $x = a, \; y = b$, или $x = b, \; y = a$. Очевидно, что в этих обоих случаях выполняется

$$x^n + y^n = a^n + b^n,$$

что и требовалось доказать.

Аналогичная идея лежит в основе решения следующего задания.

Задание 6. Существуют ли 4 различных положительных числа x, y, a, b таких, что

$$x + y = a + b, \quad x^3 + y^3 = a^3 + b^3 \,?$$

Пусть такие 4 числа существуют, причем эти числа различные.

Тогда из формул

$$(x + y)(x^2 - xy + x^2) =$$
$$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)\,,$$

учитывая, что все числа положительные, то есть $x + y = a + b \neq 0$, получаем:

$$x^2 - xy + y^2 = a^2 - ab + b^2.$$

Отсюда

$$(x + y)^2 - 3xy = (a + b)^2 - 3ab\,,$$

значит, $xy = ab$.

Проведем рассуждения, аналогичные рассуждениям *задания* 4. Пусть

$$x + y = a + b = -m, \qquad xy = ab = n.$$

По теореме, обратной теореме Виета, x и y, а также a и b – корни квадратного уравнения (4). Но это уравнение не может иметь более двух корней, то есть множества этих корней совпадают, вследствие чего *различных* четырех положительных чисел, удовлетворяющих условию, не существует.

Задание 7. При каких значениях а четыре корня уравнения

$$x^4 + (a - 5)x^2 + (a + 2)^2 = 0 \qquad (5)$$

являются последовательными членами арифметической прогрессии?

Обратим внимание на то, что данное уравнение биквадратное. Обозначим $x^2 = t$. Получим уравнение

$$t^2 + (a - 5)t + (a + 2)^2 = 0. \ldots\ldots(6)$$

По теореме Виета для уравнения (6)

$$t_1 + t_2 = -(a - 5),$$
$$t_1 t_2 = (a + 2)^2. \; t_1 > 0; \; t_2 > 0.$$

Пусть для определенности $t_1 > t_2$.

Тогда корни уравнения (5) имеют вид $-\sqrt{t_1}; -\sqrt{t_2}; \sqrt{t_2}; \sqrt{t_1}$. Так как по условию в указанном порядке эти корни образуют арифметическую прогрессию, то

$$\sqrt{t_2} = \frac{-\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1}}{2}.$$

Отсюда $\sqrt{t_1} = 3\sqrt{t_2}$, то есть $t_1 = 9t_2$. Подставив данное равенство в соотношения между корнями (теорему Виета), получаем, что

$$t_2 = \frac{7}{13}, \qquad t_1 = 9 \cdot \frac{7}{13} \text{ при } a = -\frac{5}{13}$$

и $t_2 = 1, \; t_1 = 9 \cdot$ при $a = -5$.

Таким образом, корни уравнения (5) являются последовательными членами арифметической прогрессии при $a = -\frac{5}{13}$

и при $a = -5$.

Приведем теперь теорему Виета для уравнений *n* – ой степени.

Обобщенная теорема Виета: Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – корни многочлена

$$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots$$
$$+ a_1 x + a_0 (a_n \neq 0).$$

Тогда справедливы равенства

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \cdots + x_n = -a_{n-1}/a_n; \\ x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots x_{n-1}x_n = a_{n-2}/a_n; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n = \dfrac{(-1)^n a_0}{a_n}. \end{cases}$$

Для приведенного уравнения третьей степени вида

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

по теореме Виета

$$x_1 + x_2 + x_3 = -a,$$
$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = b, \; x_1x_2x_3 = -c\,,$$

где $x_1, \; x_2, x_3$ – корни уравнения.

Соответствующие равенства можно записать и для уравнения четвертой степени.

Задание 8. Определите все значения а, при каждом из которых три различных корня уравнения

$$x^3 + (a^2 - 9a)x^2 + 8a\,x - 64 = 0 \;(7)$$

образуют геометрическую прогрессию. Найдите эти корни.

Запишем теорему Виета для корней $x_1, \; x_2, \; x_3$ уравнения (7):

$$x_1 + x_2 + x_3 = -(a^2 - 9a),$$
$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 8a, x_1x_2x_3 = 64.$$

Так как корни уравнения (7) образуют геометрическую прогрессию, то выполняется условие $x_2^2 = x_1 \cdot x_3$.

Тогда из равенства $x_1x_2x_3 = 64$ следует, что ${x_2}^3 = 64$, откуда $x_2 = 4$. Подставив данное значение корня в уравнение (7), получаем, что $a = 0$ или $a = 7$. Но при $a = 0$ уравнение (7) имеет лишь один действительный корень.

Далее можно подставить значение $a = 7$ в исходное уравнение и, зная, что один из корней равен 4, по схеме Горнера или делением многочлена на многочлен, прийти к квадратному уравнению

$$x^2 - 10x + 16 = 0.$$

Оставшиеся два корня равны 2 и 8.

Это же квадратное уравнение для оставшихся корней можно получить из соотношений теоремы Виета, подставив в соответствующие равенства $a = 7$; $x_2 = 4$. $(x_1 + x_2 = 10;\ x_1x_2 = 16)$.

Итак, корни образуют геометрическую прогрессию и равны 2, 4, 8 при $a = 7$.

Задание 9. Решите систему уравнений:

$$а) \begin{cases} x + y + z = 2; \\ xy + yz + zx = -5; \\ xyz = -6. \end{cases} \quad (8)$$

$$б) \begin{cases} x + y + z = 1; \\ xy + yz + zx = -4; \\ x^3 + y^3 + z^3 = 1. \end{cases} \quad (9)$$

Для решения системы (8) обратим внимание на то, что по теореме, обратной теореме Виета, x, y и z – корни следующего кубического уравнения

$$t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0,$$

которые равны $t_2 = -2, t_1 = 1, t_3 = 3$. Поэтому решения этой системы $(-2; 1; 3), (-2; 3; 1), (1; 3; -2), (1; -2; 3), (3; -2; 1), (3; 1; -2)$.

Чтобы решить систему (9) используем формулу

$$(x + y + z)^3 = x^3 + y^3 + z^3 +$$
$$+3(x + y + z)(xy + yz + zx) - 3xyz \quad .... (10)$$

и получим, что $xyz = -4$. Тогда по теореме, обратной теореме Виета, x, y и z – корни уравнения $t^3 - t^2 - 4t + 4 = 0$. Дальнейшее решение системы очевидно.

Задание 10. Известно, что

$$\begin{cases} x + y + z = a + b + c; \\ xy + yz + zx = ab + bc + ca; \\ x^3 + y^3 + z^3 = a^3 + b^3 + c^3. \end{cases}$$

Докажите, что при любом натуральном n выполняется равенство

$$x^n + y^n + z^n = a^n + b^n + c^n.$$

Для доказательства обозначим $x + y + z = A$, $xy + yz + zx = B$. Используя формулу (10), получаем: $xyz = abc$. Обозначим $xyz = abc = C$. Рассмотрим уравнение

$$t^3 - At^2 + Bt - C = 0.$$

Это уравнение имеет не более трех корней. Но x, y, z и a, b, c – соответствующие корни этого уравнения, поэтому множества корней этого уравнения совпадают, то есть

$$x^n + y^n + z^n = a^n + b^n + c^n$$

при любом натуральном n.

Задание 11. Числа x, y, z удовлетворяют системе

$$\begin{cases} x + y + z = a, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{a}. \end{cases} \quad (11)$$

Докажите, что хотя бы одно из этих чисел равняется a.

Если привести второе равенство системы (11) к общему знаменателю, то получим, что $xyz = a(xy + yz + zx)$. Обозначим $xyz = m$; $xy + yz + zx = p$. Тогда $m = ap$. По теореме, обратной теореме Виета, x, y и z – корни следующего уравнения третьей степени

$$t^3 - at^2 + pt - m = 0.$$

Учитывая, что $m = ap$, получаем, что наше уравнение преобразуется к виду $(t - a)(t^2 + p) = 0$. Очевидно, что один из корней этого уравнения $t = a$, поэтому хотя бы одно из чисел x, y, z равняется a.

Задание 12. Решить систему

$$\begin{cases} z + ay + a^2x + a^3 = 0, \\ z + by + b^2x + b^3 = 0, \\ z + cy + c^2x + c^3 = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Рассмотрим многочлен

$$P(t) = t^3 + xt^2 + yt + z, \quad (13)$$

который имеет не более трех корней. Но согласно системе (12) $P(b) = P(c) = 0$. Тогда a, b, c – корни (13). Поэтому по теореме Виета для многочлена (13).

$$a + b + c = -x;$$
$$ab + bc + ca = y;\ abc = -z.$$

Тогда решение системы (12):

$$x = -(a + b + c);$$
$$y = ab + bc + ca; \quad z = -abc.$$

Задание 13. Один из корней уравнения с целыми коэффициентами

$$x^4 + ax^2 + bx + 2 = 0 \qquad (14)$$

равен $1-\sqrt{2}$. *Найти a, b и остальные корни.*

Рассмотрим несколько способов решения этого задания.

Но вначале заметим, что если уравнение имеет целые коэффициенты, то иррациональные корни этого уравнения будут сопряженными, то есть

$$x_1 = 1-\sqrt{2}, \quad x_2 = 1+\sqrt{2}.$$

Тогда $x_1 + x_2 = 2;\ x_1x_2 = -1$.

Способ 1. По теореме, обратной теореме Виета, x_1 и x_2 – корни квадратного трехчлена x^2-2x-1, а многочлен в левой части уравнения (14) делится на этот трехчлен нацело, при этом частное равно

$$x^2 + 2x - 2, \qquad (15)$$

откуда получаем $a=-7; b=2$.

Приравняв (15) к нулю получаем, что $x_{3,4} = 1 \pm \sqrt{3}$.

Способ 2. Проводя рассуждения, аналогичные рассуждениям *способа 1*, учтем, что многочлен x^4+ax^2+bx+2 делится на x^2-2x-1. Используем метод неопределенных коэффициентов. Запишем

$$x^4 + ax^2 + bx + 2 =$$
$$= (x^2-2x-1)(x^2+cx-2).$$

После раскрытия скобок получаем, что $a=-7; b=2;\ c=2$.

Способ 3. Используем теорему Виета для уравнения четвертой степени (14).

$x_1+x_2+x_3+x_4=0,\ x_1+x_2=2$; тогда $x_3+x_4=-2$.

$x_1x_2=-1,\ x_1x_2x_3x_4=2,$ потому $x_3x_4=-2$.

По теореме Виета

$$a = x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 +$$
$$+x_2x_4 + x_3x_4 =$$
$$= -1 + x_1(x_3+x_4) + x_2(x_3+x_4) + (-2) =$$
$$= -3 + (x_1+x_2)(x_3+x_4) = -7.$$
$$b = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 =$$
$$= x_1x_2(x_3+x_4) + x_3x_4(x_1+x_2) = 2.$$

По теореме, обратной теореме Виета, x_3 и x_4 – корни квадратного уравнения $x^2+2x-2=0$, откуда мы и находим x_3 и x_4.

Все приведенные выше задания – только малая часть примеров, с помощью которых можно привлечь внимание учителей к использованию такой яркой и красивой теоремы, как теорема Виета. Считаю, что эта небольшая статья будет полезна учителям, работающим в классах математического профиля, классах с углубленным изучением математики и учителям, готовящим учащихся к ГИА, ЕГЭ и ВНО и олимпиадам разных уровней.

1. *Алфутова Н.Б. Алгебра и теория чисел. Сб. задач для математических школ / Н.Б. Алфутова, А.В. Устинов. - 3-е изд., испр. и доп. – Москва: МЦНМО, 2009. — 336 с.*
2. *Дорофеев Г.В. Многочлены с одной переменной. Книга для учащихся / Г.В. Дорофеев, С.В. Пчелинцев. – Москва : Просвещение, 2001. – 140 с.*
3. *Козко А.И. ЕГЭ 2010. Математика. Задача С5 / А.И. Козко и др. – М.: МЦНМО, 2010. – 127 с.*
4. *Математика. Пособие для поступающих в десятый лицейский класс: Варианты вступительных заданий : Учеб. пособие / Сост. Л.А. Приходько; Под общей ред. Проф. В.Я. Райцина. – Москва : Изд-во «Экзамен», 2006. – 146 с.*
5. *Мерзляк А.Г. Алгебра. Учебник для 8 кл. с углуб. изучением математики / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – Харьков : Гимназия, 2016. – 384 с.*
6. *Мерзляк А.Г. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10 класса с углубленным изучением математики / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – Харьков: Гимназия, 2010. – 415 с.*

Abstract. **Tregub N. ON THE THEORY OF VEET, EQUATIONS OF SQUARE AND NOT ONLY.** *The article describes examples of using the Vieta theorem for a wide class of problems with the purpose of expanding the methodological outlook of young mathematics teachers. The author's approach to the application of Vieta's theorem will provide an opportunity to acquaint students with such methods of solving problems, especially those who are preparing to enter higher education institutions, who are interested in mathematics and want to participate in Olympiads of different levels.*

Key words: *Vieta's theorem, methods for solving non-standard problems, preparing students for mathematical Olympiads.*

Статья представлена профессором Вит.В. Волчковым.
Поступила в редакцию 19.03.2018 г.

ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Международный сборник научных работ «ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования»

УВАЖАЕМЫЕ КОЛЛЕГИ,

Приглашаем исследователей проблем теории и методики обучения и воспитания в области математики к публикации своих научных материалов на страницах международного сборника научных работ «Дидактика математики: проблемы и исследования».

Сборник издается Донецким национальным университетом (г. Донецк) с 1993 года, в 2010 году присвоен индекс ISSN 2079-9152.

Издание вошло в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ),
(договор 825-12/2015 от 17.12.2015 г.)
Индексируется в международной реферативной базе данных Index Copernicus
Сборник входит в перечень рецензируемых научных изданий
(приказ Министерства образования и науки ДНР от 01.11.2016 г., № 1134)

Сайт сборника (**dm.inf.ua**) представлен на двух языках: русском, английском.

В сборник принимаются статьи по следующим рубрикам:

- МЕТОДОЛОГИЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ;
- СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ;
- НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ;
- МЕТОДИЧЕСКАЯ НАУКА – УЧИТЕЛЮ МАТЕМАТИКИ.

Статьи, присылаемые для публикации, проходят обязательное рецензирование.

ТРЕБОВАНИЯ К СТРУКТУРЕ СТАТЬИ

- **постановка проблемы** в общем виде и ее связь с важными научными или практическими задачами;
- **анализ актуальных исследований** и публикаций, в которых начато решение данной проблемы и на которые опирается автор, выделение нерешенных прежде частей общей проблемы, которым посвящается статья;
- **формулирование целей статьи;**
- **изложение основного материала** исследования с полным обоснованием полученных научных результатов;
- **выводы** по данному исследованию и перспективы дальнейших исследований в данном направлении.

С целью соблюдения указанных выше требований к научной статье нужно жирным шрифтом выделить следующие элементы: **постановка проблемы, анализ актуальных исследований, цель статьи, изложение основного материала, выводы**.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ

- В левом верхнем углу печатается УДК статьи.

- На следующей строке по центру печатается название статьи прописными жирными буквами симметрично.

- Ниже без отступа строки – **фамилия, имя, отчество автора(-ов)** полностью, ниже – научная степень, ученое звание, на следующей строке – место работы автора (-ов) (организация), город, страна, ниже **адрес электронной почты** (каждого автора).

- Эти же сведения печатаются на английском языке.

- Через один интервал размещается **аннотация работы на русском языке** (до 1000 знаков).

- На следующей строке печатаются **ключевые слова на русском языке**.

- После этого идет **начало текста работы** с обязательным соблюдением требований к содержанию.

- После изложения материала статьи через один интервал печатается **литература на языке оригинала**.

- Потом печатаются **фамилия, имя, название работы**, **аннотация (Abstract) и ключевые слова на английском языке**. Аннотация должна быть в развернутой форме (от 1600 до 2000 знаков).

ТЕХНИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ

- **Язык**: русский, английский, украинский.
- **Объем статьи**: включая список цитированной литературы от 7 до 15 страниц. Желательна ссылка на статьи, опубликованные в международном сборнике научных работ "ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования".
- **Поля**: верхнее – 25 мм, нижнее – 25 мм, левое – 25 мм, правое – 25 мм.
- **Шрифт**: Times New Roman, размер 14.
- **Междустрочный интервал** полуторный.
- **Отступ первой сроки**: 1,25 см.
- **Оформление формул**: использовать Microsoft Word со встроенным редактором формул Microsoft Equation, размер 12.
- **Оформление таблиц**: таблицы размещаются в тексте статьи, шрифт в таблицах и рисунках 12.
- **Оформление литературы**: список литературы размещается в конце статьи под названием «Литература» (нумерация источников по алфавиту). Ссылка на литературу по тексту размещается в квадратных скобках.

МАТЕРИАЛЫ ПРИНИМАЮТСЯ ПО ОДНОМУ ИЗ СЛЕДУЮЩИХ АДРЕСОВ:

- **donnu.vm@mail.ru –** кафедра высшей математики и методики преподавания математики Донецкого национального университета;

- **e.skafa@mail.ru** – Скафа Елена Ивановна, научный редактор.

Научное издание

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ

МЕЖДУНАРОДНЫЙ СБОРНИК НАУЧНЫХ РАБОТ

Выпуск 47, 2018 год

Рекомендовано к печати Ученым советом
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
27.04.2018 (протокол № 5)

Редакция сборника
Главный редактор – доктор педагог. наук, проф. **Скафа Елена Ивановна**
Тел.: +38 (050) 520 46 41. E-mail: e.skafa@mail.ru

Технический редактор:
Гончарова И.В.
Компьютерная верстка:
Гончарова И.В.
Художественное оформление:
Абраменкова Ю.В.

Ответственный секретарь:
к.п.н. Тимошенко Елена Викторовна
e-mail: elenabiomk@mail.ru

Адрес редакции сборника:
кафедра высшей математики и методики преподавания математики,
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»,
ул. Университетская, 24, г. Донецк, 283000

Подписано к печати 27.04.2018 г. Формат 60х84/8. Бумага типографская.
Печать офсетная. Условн. печ. лист. 8,6. Тираж 300 экз. Заказ № 304 / 06

Издательство Донецкого национального университета
283000, Донецк, ул. Университетская, 24

Отпечатано в Цифровой типографии (ФЛП Артамонов Д.А.)
Свидетельство о регистрации ДНР серия АА02 №51150 от 9 февраля 2015 г.
Г. Донецк, ул. Челюскинцев, 291*а*. Тел. (050) 886-53-63