

**ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Кафедра теории вероятностей и математической статистики



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Дополнительные главы теории случайных процессов»**

Направление подготовки:	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Профиль подготовки:	Статистика
Образовательная программа:	бакалавриат
Квалификация:	Академический бакалавр
Форма обучения:	<u>очная</u> , очно-заочная, заочная нужное подчеркнуть

Донецк 2020

**УТВЕРЖДАЮ:**

Декан факультета математики  
и информационных технологий

И. А. Моисеенко

«16» апреля 2020 г.

МП

Программа учебной дисциплины «Дополнительные главы теории случайных процессов» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) Донецкой Народной Республики (ДНР) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от 04 апреля 2016 г. № 280; Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.; учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (профиль: Статистика), разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

доцент кафедры теории вероятностей  
и математической статистики



А.П. Гатур

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры теории вероятностей и математической статистики

Протокол № 14 от « 02 » апреля 2020 г.

Зам. заведующего кафедрой



И.Л. Шурко

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической  
комиссии факультета



Л.И. Селякова

## 1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Дополнительные главы теории случайных процессов» является вариативной частью профессионального блока дисциплин подготовки студентов по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Статистика). Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин:

- Теория вероятностей и математическая статистика;
  - Математический анализ;
  - Алгебра и геометрия;
  - Дифференциальные уравнения;
  - Случайные процессы
- и формирует основу для освоения дисциплин:
- Научный семинар;
  - Дополнительные главы теории массового обслуживания.

## 2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>		
Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика	
Профиль	Статистика	
Образовательная программа	бакалавриат	
Квалификация	Академический бакалавр	
Количество содержательных модулей	1	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Профессиональный блок, вариативная часть	
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	1 модульный контроль, 1 экзамен в 8 семестре	
Показатели	очная форма обучения	заочная форма обучения
Количество зачетных единиц (кредитов)	2	
Год подготовки	4	
Семестр	8	
Количество часов	72	
- лекционных	24	
- практических, семинарских		
- лабораторных	16	
- самостоятельной работы	32	
в т.ч. индивидуальное задание		
Недельное количество часов,	9	
в т.ч. аудиторных	5	

## 3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цели и задачи

**Цель** – более глубокое знакомство студентов с методами теории случайных процессов, связанных с диффузионными процессами, мартингалами, семимартингалами.

**Задачи** – усвоение фундаментальных понятий теории случайных процессов и приобретение навыков использования понятийного аппарата и технических приемов теории случайных процессов при построении математических моделей реальных процессов.

**Требования к результатам освоения дисциплины.** Процесс изучения дисциплины «Дополнительные главы теории случайных процессов» направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО ДНР по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Статистика):

**а) общекультурных (ОК):** способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5); способностью работать в команде, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия (ОК-6); способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

**б) общепрофессиональных (ОПК):** способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1); способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ОПК-2); способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям (ОПК-3);

**в) профессиональных (ПК):**

**научно-исследовательская деятельность:** способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям (ПК-1); способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2);

**проектная и производственно-технологическая деятельность:** способностью работать в составе научно-исследовательского и производственного коллектива и решать задачи профессиональной деятельности (ПК-4); способностью к разработке и применению алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения (ПК-7);

**организационно-управленческая деятельность:** способностью составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы (ПК-9).

**В результате изучения учебной дисциплины студент должен:**

**знать:**

основы теорий, которые составляют ядро курса «Дополнительные главы теории случайных процессов»; терминологию и аппарат основных понятий изученного курса; роль и место курса в общей естественно-научной картине мира.

**уметь:**

применять изученные соотношения к описанию разнообразных процессов; решать задачи по изученным темам.

**владеть:**

навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач.

#### 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Порядковый номер итема	Краткое содержание темы
<i>Содержательный модуль 1</i>	
<b>Тема 1.</b> Марковские процессы. Вероятности состояний.	Марковские процессы с дискретным временем, дискретным пространством состояний и однородные, эргодические марковские процессы, задача мастера игрушек.
<b>Тема 2.</b> $Z$ -преобразование функции и его свойства.	Свойства $Z$ -преобразования, метод $Z$ -преобразований для анализа марковских процессов, невозвратные состояния, эргодические классы, процессы, содержащие эргодические периодические классы, марковские процессы с доходами, анализ марковских процессов с доходами при помощи $Z$ -преобразований.
<b>Тема 3.</b> Процессы последовательных решений. Рекуррентный метод.	Рекуррентное соотношение для полных доходов при оптимальном поведении, рекуррентный метод на примере задачи мастера игрушек
<b>Тема 4.</b> Процессы последовательных решений. Итерационный метод.	Итерационный метод для процессов последовательных решений, свойства итерационного метода. Задача водителя такси, задача о замене оборудования. Итерационный метод для процессов с несколькими эргодическими классами.
<b>Тема 5.</b> Мартингалы и локальные мартингалы.	Определение мартингала. Примеры. Свойства мартингалов, локальных мартингалов, квадратично интегрируемых мартингалов.
<b>Тема 6.</b> Семимартингалы.	Семимартингалы, специальные семимартингалы.
<b>Тема 7.</b> Свойства случайных процессов их траекторий и распределений.	Математические основы стохастического моделирования.

## Тематический план

Содержательный модуль 1											
Названия содержательных модулей и тем	Количество часов										
	Очная форма обучения						Заочная форма обучения				
	всего	в т.ч.					всего	в т.ч.			
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа
<b>Тема 1.</b> Марковские процессы. Вероятности состояний.	10	4		2	4						
<b>Тема 2.</b> Z-преобразование функции и его свойства.	10	4		2	4						
<b>Тема 3.</b> Процессы последовательных решений. Рекуррентный метод.	8	2		2	4						
<b>Тема 4.</b> Процессы последовательных решений. Итерационный метод.	8	2		2	4						
<b>Тема 5.</b> Мартингалы и локальные мартингалы.	10	4		2	4						
<b>Тема 6.</b> Семимартингалы.	16	4		4	8						
<b>Тема 7.</b> Свойства случайных процессов их траекторий и распределений	10	4		2	4						
<b>Итого по содержательному модулю 1</b>	72	24		16	32						
<b>Всего по дисциплине</b>	72	24		16	32						

## 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

### Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Марковские процессы. Вероятности состояний.	4
2	Z-преобразование функции и его свойства.	4
3	Процессы последовательных решений. Рекуррентный метод.	2
4	Процессы последовательных решений. Итерационный метод.	2
5	Мартингалы и локальные мартингалы.	4

6	Семимартингалы.	4
7	Свойства случайных процессов их траекторий и распределений	4
	<b>ВСЕГО</b>	<b>24</b>

**Темы (практических, лабораторных, семинарских) занятий**

<b>№ п/п</b>	<b>Название темы</b>	<b>Количество часов</b>
1	Марковские процессы. Вероятности состояний.	2
2	Z-преобразование функции и его свойства.	2
3	Процессы последовательных решений. Рекуррентный метод.	2
4	Процессы последовательных решений. Итерационный метод.	2
5	Мартингалы и локальные мартингалы.	2
6	Семимартингалы.	4
7	Свойства случайных процессов их траекторий и распределений	2
	<b>ВСЕГО</b>	<b>16</b>

**6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

**Организация самостоятельной работы студентов**

<b>№ п/п</b>	<b>Название темы</b>	<b>Количество часов</b>
1	Марковские процессы. Вероятности состояний.	4
2	Z-преобразование функции и его свойства.	4
3	Процессы последовательных решений. Рекуррентный метод.	4
4	Процессы последовательных решений. Итерационный метод.	4
5	Мартингалы и локальные мартингалы.	4
6	Семимартингалы.	8
7	Свойства случайных процессов их траекторий и распределений	4
	<b>ВСЕГО</b>	<b>32</b>

**7. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ**  
(не предусмотрено)

**8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

1. Эргодические марковские процессы.
2. Z-преобразование функции и его свойства.
3. Метод Z-преобразований для анализа марковских процессов.
4. Марковские процессы с доходами.
5. Поведение полного ожидаемого дохода при больших  $n$ .

6. Рекуррентный метод для процессов последовательных решений.
7. Итерационный метод для процессов последовательных решений.
8. Свойства итерационного метода.
9. Итерационный метод для процессов с несколькими эргодическими классами.
10. Мартингалы и локальные мартингалы.
11. Квадратично интегрируемые мартингалы.
12. Семимартингалы.
13. Специальные семимартингалы.
14. Стохастический интеграл по семимартингалу.
15. Свойства случайных процессов их траекторий и распределений.
16. Математические основы стохастического моделирования.

## 9. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

(образец варианта и критерии оценивания)

**ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Факультет математики и информационных технологий**

Направление подготовки:	<b>01.03.02 Прикладная математика и информатика</b>
Профиль:	<b>Статистика</b>
Программа подготовки:	<b>бакалавриат</b>
Семестр	<b>8</b>
Учебная дисциплина	<b>Дополнительные главы теории случайных процессов</b>

## МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

### ВАРИАНТ №1

1. Свойства итерационного метода.
2. Свойства случайных процессов их траекторий и распределений.

Утверждено на заседании кафедры\_ теории вероятностей и математической статистики, протокол № \_\_\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
 Преподаватель \_\_\_\_\_

### Критерии оценивания модульного контроля

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	25
2	25
<b>Всего</b>	<b>50</b>

## 10. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

### *Теоретические вопросы к экзамену*

1. Эргодические марковские процессы.
2. Z-преобразование функции и его свойства.



3. Метод Z-преобразований для анализа марковских процессов.
4. Марковские процессы с доходами.
5. Поведение полного ожидаемого дохода при больших  $n$ .
6. Рекуррентный метод для процессов последовательных решений.
7. Итерационный метод для процессов последовательных решений.
8. Свойства итерационного метода.
9. Итерационный метод для процессов с несколькими эргодическими классами.
10. Мартингалы и локальные мартингалы.
11. Квадратично интегрируемые мартингалы.
12. Семимартингалы.
13. Специальные семимартингалы.
14. Стохастический интеграл по семимартингалу.
15. Свойства случайных процессов их траекторий и распределений.
16. Математические основы стохастического моделирования.

**ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**Факультет математики и информационных технологий**

Направление подготовки: **01.03.02 Прикладная математика и информатика**  
 Профиль: **Статистика**  
 Программа подготовки: **бакалавриат**  
 Семестр: **8**  
 Учебная дисциплина: **Дополнительные главы теории случайных процессов**

**БИЛЕТ №1**

1. Метод Z-преобразований для анализа марковских процессов.
2. Пусть работа системы моделируется цепью Маркова со множеством состояний  $S = \{1, 2, \dots, N\}$  и матрицей вероятностей перехода  $P$ . Предположим, что человек имеет возможность наблюдать траекторию цепи, т.е. состояния  $i$  в дискретные моменты времени  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Если в момент времени  $n$  человек останавливает работу системы и при этом система находилась в состоянии  $i$ , то он получает доход  $f_i$ . Внося определенную плату  $C_i$ , человек может не останавливать работу системы в надежде оказаться в дальнейшем в состоянии  $j$ , которому соответствует больший доход. Какого правила следует придерживаться человеку, если он хочет получить максимальный доход

Утверждено на заседании кафедры теории вероятностей и математической статистики, протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
 Экзаменатор \_\_\_\_\_

**Критерии оценивания экзамена**

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	50
2	50
<b>Всего</b>	<b>100 баллов</b>

## 11. ОБРАЗЕЦ ТЕСТОВОГО ЗАДАНИЯ *(не предусмотрено)*

## 12. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

По курсу предполагается проведение промежуточной аттестации в виде модульного контроля, выполнения домашних работ и экзамена. Экзамен сдают студенты с целью повышения рейтинга.

*Распределение баллов, которые могут получить студенты  
в процессе изучения дисциплины*

Организационно-учебная работа студента	СРС			Всего
	Индивидуальная работа	Модульный контроль	Индивидуальная творческая работа	
Мах__20__ баллов	маx __20__ баллов	маx __50__ баллов	маx __10__ баллов	100 баллов

*Шкала соответствия баллов национальной шкале*

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
<b>A</b>	90-100	5 (отлично)	зачтено
<b>B</b>	80-89	4 (хорошо)	зачтено
<b>C</b>	75-79	4 (хорошо)	зачтено
<b>D</b>	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
<b>E</b>	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
<b>FX</b>	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
<b>F</b>	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

## 13. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и лабораторные занятия проводятся в аудитории, оснащенной мелом, тряпкой и доской.

## 14. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
<i>Основная литература</i>			
1.	Вентцель, Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения : учеб.пособие для студентов втузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. - 3 изд. - Москва : ACADEMIA, 2003. - 427,[1] с.	1	-

2.	Гихман, И. И. Теория вероятностей и математическая статистика : [учебник для мат. специальностей ун-тов и техн. вузов] / И. И. Гихман и др. - 2-е изд. - Киев : Выщапк., 1988. - 438,[1] с.	1	-
3.	Тутубалин, В. Н. Теория вероятностей и случайных процессов. Основы математического аппарата и прикладные аспекты : Учеб.пособие для физ.-мат. и физ.-техн. спец. вузов. - М. : Изд-во МГУ, 1992. - 394 с.	3	-
<i><b>Дополнительная литература</b></i>			
4.	Гихман, И. И. Теория мартингалов и ее применения : (учеб.пособие) / И. И. Гихман Донец. гос. ун-т, Ин-т прикл. математики и механики АН УССР. - Донецк, 1973. - 119 с.	3	-
5.	Розанов, Ю. А. Стационарные случайные процессы / Ю. А. Розанов. - изд. 2-е. - М. : Наука, 1990. - 271 с.	2	-

## 15. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. [www.donnu.ru](http://www.donnu.ru) – ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
2. [www.newlibrary.ru](http://www.newlibrary.ru) - новая электронная библиотека;
3. [www.edu.ru](http://www.edu.ru) – федеральный портал российского образования;
4. [www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru) – общероссийский математический портал;
5. [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru) – научная электронная библиотека;
6. [www.nehudlit.ru](http://www.nehudlit.ru) - электронная библиотека учебных материалов

## 16. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДОННУ № 46484614);
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДОННУ лицензия № 46472919);
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений);
4. Лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения: Free Lab, Scilab, R Studio, Python, Eclipse, Free Pascal, Tries Mode, Prolog, Антивирус Касперского, Linux Fedora, Libre Office, Adobe Acrobat Reader, xPDF, Blender, КОМПАС-3D LT, Paint.NET, Gimp.

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры теории вероятностей математической статистики с изменениями (без изменений) на 20\_\_\_\_ год.

Протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_