

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научно-методической
и учебной работе

 **Е.И. Скафа**

«22» апреля 2020



Рабочая программа учебной дисциплины

«Функциональный анализ»

Направление подготовки:	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Образовательная программа:	бакалавриат
Квалификация:	Академический бакалавр
Форма обучения:	<u>очная, очно-заочная, заочная, в том числе с ускоренным сроком обучения</u> <u>нужное подчеркнуть</u>

Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики и информационных технологий

И. А. Моисеенко

«16» апреля 2020 г.

МП



Программа учебной дисциплины «Функциональный анализ» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) Донецкой Народной Республики (ДНР) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от «04» апреля 2016 г. № 280;

Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.;

учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Доцент кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений

Л.Л.Оридорога

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 10 от «09» апреля 2020 г.
Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.
Председатель учебно-методической
комиссии факультета

Л.И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Функциональный анализ» относится к базовой части профессионального блока.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин:

- Алгебра и геометрия;
- Математический анализ;
- Численные методы;
- Комплексный анализ

и формирует основу для освоения дисциплин:

- Вариационное исчисление и методы оптимизации;
- Уравнения математической физики.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика			
Профиль				
Образовательная программа	Бакалавриат			
Квалификация	Академический бакалавр			
Количество содержательных модулей	1			
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Профессиональный блок, базовая часть			
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	1 модульный контроль, 1 экзамен в 5 семестре			
Показатели	очная форма обучения		заочная форма обучения	
	Нормат. срок	Ускор. срок		
Количество зачетных единиц (кредитов)	3	3		
Год подготовки	3	3		
Семестр	5	5		
Количество часов	108	108		
- лекционных	18	16		
- практических, семинарских	36	32		
- лабораторных				
- самостоятельной работы	54	60		
в т.ч. индивидуальное задание			-	
Недельное количество часов,	6	6		
в т.ч. аудиторных	3	2.7		

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи

Цель – фундаментальная подготовка в области функционального анализа; овладение методами решения основных типов задач по функциональному анализу; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи – Показать возможность использования аппарата функционального анализа

при решении теоретических и прикладных задач.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины «Функциональный анализ» направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО ДНР по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика:

а) общекультурных (ОК): способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5); способность работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия (ОК-6); способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

б) общепрофессиональных (ОПК): способностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1); способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ОПК-2); способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе (ОПК-3); способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем (ОПК-4).

в) профессиональных (ПК):

способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1); способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2); способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3); способностью составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы (ПК-9)

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

Знать:

- ✓ основные понятия, определения и свойства объектов функционального анализа;
- ✓ формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Уметь:

- ✓ доказывать утверждения функционального анализа;
- ✓ решать задачи функционального анализа;
- ✓ уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Владеть:

- ✓ аппаратом функционального анализа;
- ✓ методами доказательства утверждений;
- ✓ навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

В рамках изучения дисциплины предусмотрены следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студента.

Лекционные занятия предполагают овладение теоретическими основами дисциплины, практические – для овладения методами решения примеров и задач.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение домашних заданий, подготовку к практическим занятиям, изучение учебно-методической литературы, составление конспектов, подготовку презентаций и докладов.

Текущий контроль осуществляется путем написания самостоятельных и контрольных работ по решению практических заданий, модульных контрольных работ по проверке знаний теоретических положений (определений, теорем и их доказательств).

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы проведения занятий, внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов преподавания.

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
<i>Содержательный модуль 1</i>	
1. Метрические пространства	Метрические пространства. Предел последовательности и предел отображения метрических пространств. Непрерывность отображений. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. Полные метрические пространства. Сжимающие отображения. Теоремы о неподвижной точке. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра. Теорема о вложенных шарах. Множества первой категории и теорема Бэра. Предкомпактные множества. Теорема Арцела. Критерий Хаусдорфа.
2. Нормированные пространства	Нормированное пространство. Скалярное произведение. Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Неравенство Шварца. Норма, порожденная скалярным произведением. Ортогональная проекция. Ортогональное дополнение. Ортонормированные системы. Процесс ортогонализации. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Полные и тотальные системы векторов. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.
3. Линейные функционалы.	Линейные ограниченные функционалы. Норма функционала. Сопряжённое пространство. Продолжение ограниченного функционала по непрерывности. Теорема Хана–Банаха. Общий вид функционала в некоторых пространствах. Сильная, слабая и *-слабая сходимость. Теорема Банаха–Штейнгауза. Критерий слабой сходимости последовательности.
4. Операторы.	Линейные ограниченные операторы. Норма оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. Неограниченные операторы. Сопряжённый оператор. Спектр и резольвента оператора. Компактные операторы. Симметрические, самосопряжённые и унитарные операторы. Дифференциальные операторы. Интегральные операторы и интегральные уравнения. Альтернатива Фредгольма. Преобразования Фурье. Обобщённые функции.

Тематический план

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов											
	Очная форма обучения											
	Нормативный срок обучения						Ускоренный срок обучения					
	всего	в т.ч.					в т.ч.					
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	инд. работа	всего	лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	инд. работа
Содержательный модуль 1												
Тема 1. Метрические пространства	44	8	14		22		44	8	12		24	
Тема 2. Нормированные пространства	20	4	6		10		20	2	6		12	
Тема 3. Линейные функционалы	18	2	10		6		18	2	10		6	
Тема 4. Операторы	26	4	6		16		26	4	4		18	
Всего по модулю 2 и дисциплине	108	18	36		54		108	16	32		60	

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Метрические пространства. Примеры. Сходимость в метрических пространствах.	2
2	Полные метрические пространства. Открытые и замкнутые множества.	2
3	Сжимающие отображения. Теоремы о неподвижной точке. Интегральные уравнения.	2
4	Предкомпактные множества. Критерий Хаусдорфа и теорема Арцела.	2
5	Линейные и линейные нормированные пространства. Скалярное произведение. Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Энергетическое пространство.	2
6	Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.	2
7	Линейные ограниченные функционалы. Норма функционала. Сопряжённое пространство. Продолжение ограниченного функционала по непрерывности. Теорема Хана–Банаха. Сильная, слабая и *-слабая сходимость.	2
8	Линейные ограниченные операторы. Норма оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. Неограниченные операторы. Сопряжённый оператор.	2
9	Преобразования Фурье. Обобщённые функции.	2
	ВСЕГО	18

Темы (практических, лабораторных, семинарских) занятий

№ n/n	Название темы	Количество часов
1	Метрические пространства.	2
2	Сходимость в метрических пространствах.	4
3	Сжимающие отображения. Теоремы о неподвижной точке. Интегральные уравнения.	6
4	Предкомпактные множества. Критерий Хаусдорфа и теорема Арцела.	2
5	Процесс ортогонализации.	2
6	Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля	4
7	Линейные ограниченные функционалы. Норма функционала.	2
8	Общий вид функционала в некоторых пространствах.	4
9	Исследование последовательностей на сильную и слабую сходимость.	4
10	Линейные ограниченные операторы. Норма оператора. Сопряжённый оператор.	2
11	Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Альтернатива фредгольма.	2
12	Преобразования Фурье.	2
	ВСЕГО	36

**6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Организация самостоятельной работы студентов

№ n/n	Название темы	Количество часов
1	Метрические пространства. Примеры. Сходимость в метрических пространствах.	4
2	Полные метрические пространства. Открытые и замкнутые множества.	4
3	Сжимающие отображения. Теоремы о неподвижной точке. Интегральные уравнения.	8
4	Предкомпактные множества. Критерий Хаусдорфа и теорема Арцела.	6
5	Линейные и линейные нормированные пространства. Скалярное произведение. Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Энергетическое пространство.	6
6	Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.	4
7	Линейные ограниченные функционалы. Норма функционала. Сопряжённое пространство. Продолжение ограниченного функционала по непрерывности. Теорема Хана–Банаха. Сильная, слабая и *-слабая сходимость.	6
8	Линейные ограниченные операторы. Норма оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. Неограниченные операторы. Сопряжённый оператор.	4
9	Преобразования Фурье. Обобщённые функции.	12
	ВСЕГО	54

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. Метрические пространства.
2. Предел в метрическом пространстве.

3. Предельные и изолированные точки. Точки прикосновения.
4. Непрерывные отображения метрических пространств.
5. Внутренние, внешние и изолированные точки.
6. Открытые и замкнутые множества. Связь между ними.
7. Связь открытости (замкнутости) с непрерывностью.
8. Полные метрические пространства.
9. Теорема о пополнении.
10. Теоремы о неподвижной точке.
11. Метод последовательных итераций.
12. Интегральные уравнения Фредгольма.
13. Интегральные уравнения Вольтерра.
14. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
15. Теорема о вложенных шарах.
16. Множества первой категории.
17. Теорема Бэра.
18. Предкомпактные множества.
19. Теорема Арцела.
20. Критерий Хаусдорфа.
21. Нормированные пространства.
22. Скалярное произведение.
23. Неравенство Шварца.
24. Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
25. Ортогональное дополнение.
26. Ортогональные и ортонормированные системы.
27. Процесс ортогонализации.
28. Равенство Парсеваля. Замкнутые ортонормированные системы.
29. Неравенство Бесселя.
30. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.
31. Линейные ограниченные функционалы. Норма функционала.
32. Сопряжённое пространство.
33. Теорема Хана–Банаха.
34. Сильная, слабая и *-слабая сходимость.
35. Теорема Банаха–Штейнгауза.
36. Линейные ограниченные операторы. Норма оператора.
37. Альтернатива Фредгольма.
38. Преобразование Фурье.
39. Обобщённые функции.

8. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

<i>Направление подготовки:</i>	01.03.02 Прикладная математика и информатика
<i>Профиль:</i>	
<i>Программа подготовки:</i>	бакалавриат
<i>Семестр</i>	5
<i>Учебная дисциплина</i>	Функциональный анализ

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ №1

1. Предел в метрическом пространстве.

2. Теоремы о неподвижной точке.
3. Поляризационное тождество.
4. Преобразование Фурье.

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Преподаватель

Л.Л. Оридорога

Критерии оценивания модульного контроля

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	10
2	10
3	15
4	15
<i>Всего</i>	<i>50</i>

9. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и статистика

Профиль:

Программа подготовки: бакалавриат

Семестр 5

Учебная дисциплина Функциональный анализ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

- 1) Предкомпактные множества. Критерий Хаусдорфа.
- 2) Теорема Хана–Банаха.
- 3) Альтернатива Фредгольма.
- 4) Две задачи

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Преподаватель

Л.Л. Оридорога

10. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

В течение семестра обучающийся может заработать баллы за следующие виды деятельности: выполнение текущих контрольных и самостоятельных работ - 50 баллов, модульный контроль по вопросам к промежуточной аттестации – 50 баллов. По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают экзамен. Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно шкале, принятой в ДонНУ.

**Распределение баллов, которые могут получить студенты
в течение семестра**

Текущие контрольные работы	Модульный контроль	Всего
50	50	100 баллов

Шкала соответствия баллов национальной шкале

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях, оснащенных доской и комплектами мебели.

12. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
Основная литература			
1.	Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : [Учеб. пособие мат. специальностей ун-тов] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд. - М. : Наука, 1989. - 624 с.	8	-
2.	Деркач, В. А. Лекции по функциональному анализу : Учеб. пособие / В. А. Деркач. - Донецк : ДонНУ, 2005. - 133 с.	49	-
3.	Деревягин, М. С. Лекции по функциональному анализу [Текст]. Ч. 2 : Линейные операторы / М. С. Деревягин, В. А. Деркач ; Донецкий нац. ун-т. - Донецк : ДонНУ, 2008. - 111 с.	45	-
4.	Деревягин, М. С. Задачи к курсу функционального анализа : Метод. пособие : [для студентов специальностей "Математика", "Статистика" и "Прикладная математика" дневной и заоч. форм обучения]. Ч. 1 : Метрические пространства / М. С. Деревягин, В. А. Деркач, М. М. Маламуд ; Донец. нац. ун-т. - Донецк : ДонНУ, 2005. - 49 с.	53	-

5.	Деркач, В. А. Задачи к курсу функционального анализа : метод. пособие : [для студентов специальностей "Математика", "Статистика" и "Прикладная математика" всех форм обучения]. Ч. 2 : Линейные функционалы / В. А. Деркач, И. Ю. Доманов, М. М. Маламуд ; Донец. нац. ун-т. - Донецк : ДонНУ, 2006. - 46 с.	49	-
Дополнительная литература			
6.	Березанский, Ю. М. Функциональный анализ : Курс лекций / Ю. М. Березанский, Г. Ф. Ус, З. Г. Шефтель. - К. : Выща шк., 1990. - 600 с.	66	-
7.	Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учеб. пособие для ун-тов по специальности "Математика" и "Прикл. математика" / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - 2-е изд. - М. : Физматлит, 2002. - 239 с.	10	-
8.	Городецкий, В. В. Методы решения задач по функциональному анализу : [Учеб. пособие для ун-тов по специальностям "Математика", "Прикл. математика"] / В. В. Городецкий, Н. И. Нагнибида, П. П. Настасиев. - К. : Выща шк., 1990. - 477,[2] с.	62	-

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20____.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20____.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20____.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20____.

Зав. кафедрой _____