

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



УТВЕРЖДАЮ:

проректор по научно-методической
и учебной работе

Е.И. Скафа

«22» апреля 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«НЕРАВЕНСТВА»**

Направление подготовки:

01.03.01 Математика

Профиль подготовки:

Образовательная программа:

бакалавриат

Квалификация:

Академический бакалавр

Форма обучения:

очная, очно-заочная, заочная

нужное подчеркнуть

Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики
и информационных технологий

И. А. Моисеенко

«16» апреля 2020 г.



Программа учебной дисциплины «Неравенства» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) Донецкой Народной Республики (ДНР) по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от 04 апреля 2016 г. № 281;

Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.;
учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.01 Математика, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Доцент кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений

А.Ю. Иванов

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 10 от 09 апреля 2020 г.
Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий
Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета

Л.И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Неравенства» относится к вариативной части профессионального блока. Для освоения данной дисциплины студент должен обладать знаниями, владеть методами элементарной и высшей математики в рамках указанных ниже дисциплин.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин:

- Математический анализ;
- Комплексный анализ;
- Функциональный анализ;
- Дифференциальные уравнения

и формирует основу для освоения дисциплин:

- Специальных курсов.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>		
Направление подготовки	01.03.01 Математика	
Профиль		
Образовательная программа	бакалавриат	
Квалификация	Академический бакалавр	
Количество содержательных модулей	1	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Вариативная часть профессионального блока	
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	1 модульный контроль, 1 экзамен в 7 семестре	
Показатели	очная форма обучения	заочная форма обучения
Количество зачетных единиц (кредитов)	4	
Год подготовки	4	
Семестр	7	
Количество часов	144	
- лекционных	42	
- практических, семинарских	28	
- лабораторных	-	
- самостоятельной работы	74	
в т.ч. индивидуальное задание	-	
Недельное количество часов,	10	
в т.ч. аудиторных	5	

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи

Цель – подготовка к изучению некоторых разделов математического анализа, специальных курсов. Ознакомление студентов с полезными и важными неравенствами, изучение которых не входит в основные курсы анализа, а также демонстрация возможностей их использования в математическом и функциональном анализе, дифференциальных уравнениях. Развитие у студентов логического мышления, математической интуиции и культуры.

Задачи – выработать умение использовать и узнавать различные классические неравенства в научно-исследовательских задачах.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины «Неравенства» направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО ДНР по направлению подготовки 01.03.01 Математика и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.01 Математика:

а) общекультурных (ОК): способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5); способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

б) общепрофессиональных (ОПК): способностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1); способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-2);

в) профессиональных (ПК):

научно-исследовательская деятельность: способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1); способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи (ПК-2); способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3); способностью публично представлять собственные и известные научные результаты (ПК-4);

производственно-технологическая деятельность: способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления (ПК-6);

организационно-управленческая деятельность: способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний (ПК-7).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

Знать:

- ✓ Основные классические неравенства (Гельдера, Минковского, Коши-Буняковского, Юнга, неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим);
- ✓ Определения и свойства средних;
- ✓ Применения неравенств в различных областях математики.

Уметь:

- ✓ Доказывать неравенства, используя метод математической индукции, основные классические неравенства и средства математического анализа;
- ✓ Решать неравенства различного характера;
- ✓ Использовать и узнавать различные классические неравенства в научно-исследовательских задачах.

Владеть:

- ✓ Методами доказательства и решения неравенств;
- ✓ Навыками применения классических неравенств и методов их доказательства в различных областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

В рамках изучения дисциплины предусмотрены следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студента.

Лекционные занятия предполагают овладение теоретическими основами дисциплины, практические – для овладения методами решения примеров и задач.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение домашних заданий, подготовку к практическим занятиям, изучение учебно-методической литературы, составление конспектов.

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
Содержательный модуль 1	
Тема 1. Основные неравенства	Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим, различные доказательства. Неравенства Юнга, Минковского Гельдера. Неравенства для дифференциальных операторов, неравенства Секефальви-Надя. Неравенство Беккенбаха. Неравенство Стеффенсена.
Тема 2. Вокруг принципа максимума модуля	Доказательство Ландау принципа максимума модуля. Неравенство Коши, теорема Лиувилля, лемма Бернштейна о росте полиномов.
Тема 3. Элементарные средние значения	Обычные средние, взвешенные средние. Обобщения классических неравенств. Суммы $\sigma_r(a)$. Неравенство Чебышева, неравенство Виртингера.

Тематический план

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов											
	Очная форма обучения						Заочная форма обучения					
	всего	в т.ч.					в т.ч.					
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	инд. работа	всего	лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	инд. работа
	Содержательный модуль 1											
Тема 1. Основные неравенства	76	22	16		38							
Тема 2. Вокруг принципа максимума модуля	20	4	4		12							
Тема 3. Элементарные средние значения	48	16	8		24							
Итого	144	42	28		74							

Текущий контроль осуществляется путем написания самостоятельных и контрольных работ по решению практических заданий, модульных контрольных работ по проверке знаний теоретических положений (определений, теорем и их доказательств).

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы проведения занятий, внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов преподавания. При проведении лекции-визуализации для обсуждения материала широко используются мультимедийные презентации, анимации. Также проводятся лекции проблемные, бинарные и с заранее запланированными ошибками.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1.	Неравенство Коши	4
2.	Неравенства Бернулли и Коши-Буняковского	2
3.	Неравенства Йенсена и Юнга	2
4.	Неравенства Минковского и Гельдера	2
5.	Различные приложения анализа	2
6.	Неравенства для дифференциальных операторов	4
7.	Неравенство Коши доказательство Бора, Якобсталя, Элерса	2
8.	Неравенства Стеффенсена, Беккенбаха	2
9.	Неравенство Виртингера	2
10.	Принцип максимума модуля	2
11.	Неравенство Коши для коэффициентов ряда Лорана	2
12.	Обыкновенные и взвешенные средние	2
13.	Предельные теоремы для $M_r(a)$	2
14.	Неравенство Гельдера в терминах взвешенных средних	4
15.	Теорема об упорядочивании значения $M_r(a)$ по его индексу	2
16.	Сумма $\sigma_r(a)$ и ее свойства	2
17.	Неравенство Минковского в терминах взвешенных средних	2
18.	Неравенство Чебышева	2
	ВСЕГО	42

Темы практических занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1.	Неравенства Коши	4
2.	Неравенства Бернулли	4
3.	Неравенства Коши-Буняковского	4
4.	Неравенства Йенсена	4
5.	Вокруг принципа максимума модуля	4
6.	Задачи на применение взвешенных средних	4
7.	Решение комбинированных задач	4
	ВСЕГО	28

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Организация самостоятельной работы студентов

<i>№ п/п</i>	<i>Название темы</i>	<i>Количество часов</i>
1.	Неравенства Коши	10
2.	Неравенства Бернулли	8
3.	Неравенства Коши-Буняковского	10
4.	Неравенства Йенсена	10
5.	Вокруг принципа максимума модуля	12
6.	Задачи на применение взвешенных средних	12
7.	Решение комбинированных задач	12
	ВСЕГО	74

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Теоретические вопросы.

1. Неравенство Коши между средним арифметическим и средним геометрическим, его различные доказательства.
2. Пропорциональные последовательности. Обыкновенные средние. Взвешенные средние.
3. Неравенства Чебышева, Виртингера, Гельдера, Минковского, Юнга, Беккенбаха, Стеффенсена, Бернулли, Коши-Буняковского, Йенсена
4. Неравенство связывающее u, u', u'' .
5. Принцип максимума модуля. Доказательство Ландау. Неравенство Коши роста коэффициентов ряда Макларена голоморфной функции. Теорема Лиувилля.
6. Теорема о соотношении геометрического среднего и элементарных средних

Практические умения описываются типами задач, которые должен уметь решать студент. Эти типы соответствуют темам практических занятий, указанных в разделе 5 настоящей программы.

8. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.03.01 *Математика*

Профиль:

Программа подготовки: *бакалавриат*

Семестр *Седьмой*

Учебная дисциплина *Неравенства*

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ №1

- 1) Найти решения $\sqrt{x^2 - 2x} \geq 4 - x$
- 2) При условии, что $a, b, c \geq 0, a + b + c = 1$. Доказать $(1 + a)(1 + b)(1 + c) \geq 8(1 - a)(1 - b)(1 - c)$

- 3) $a, b \in [-1; 1]$, доказать, что $a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2} \leq 1$
- 4) Доказать неравенство $\sqrt{n} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}, n > 1$
- 5) $a, b, c \geq 0$ такие, что $abc \geq 1$, доказать что $a^3 + b^3 + c^3 \geq ab + ac + bc$
- 6) $a, b, c > 0$, доказать, что $abc \geq (a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
Преподаватель

Вит.В. Волчков
А.Ю. Иванов

Критерии оценивания модульного контроля

Номер задания	Количество баллов
1	6
2-3	7
4-6	10
Всего	50

9. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

Теоретические вопросы к экзамену

Экзамен по дисциплине является формой семестрового контроля знаний, он относится к промежуточной аттестацией, поэтому теоретические вопросы к нему совпадают с теоретическими вопросами к промежуточной аттестации, перечисленными в разделе 7 текущей рабочей программы. Практические навыки описаны там же.

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.03.01 **Математика**

Профиль:

Программа подготовки: **бакалавриат**

Семестр **Седьмой**

Учебная дисциплина **Неравенства**

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

- 1) Неравенство связывающее u, u', u'' .
- 2) Неравенство Коши между средним арифметическим и средним геометрическим. Доказательство Коши.
- 3) Предельные теоремы элементарных средних
- 4) Неравенство Минковского в интегральной форме.
- 5) При условии, что $a, b, c \geq 0, a + b + c = 1$. Доказать $(1+a)(1+b)(1+c) \geq 8(1-a)(1-b)(1-c)$.
- 6) $a, b > 0$, доказать, что $\frac{a^4 + a^2b^2 + b^4}{3} \geq \frac{a^3b + ab^3}{2}$

7) Доказать неравенство $n! < \left(\frac{n+1}{2}\right)^n, n > 1$

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
Преподаватель

Вит.В. Волчков
А.Ю. Иванов

Критерии оценивания экзамена

Номер задания	Количество баллов
1-4	10
5-7	20
Всего	100 баллов

10. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Ближе к середине семестра студентам предлагается распределить темы для докладов охватывающие весь материал курса. Для подготовки к докладу необходимо найти и проработать соответствующий теоретический материал, выделить основные моменты, подобрать иллюстрирующие примеры. Доклады слушаются, обсуждаются на лекционных занятиях. Во время доклада студенты могут задавать вопросы, предлагать ответы, давать оценки. Доклад оценивается исходя из максимальных 50 баллов. Оценивается полнота (в рамках отведенного времени), доступность, точность раскрытия темы, свобода владения ею (ответы на возникающие вопросы).

В конце семестра проводится модульный контроль. Максимальное количество за модульный контроль – 50 баллов.

Экзамен проводится с целью повышения рейтинга студентов. Экзаменационная работа оценивается после защиты максимум в 100 баллов. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно шкале, принятой в ДонНУ.

**Распределение баллов, которые могут получить студенты
в процессе изучения дисциплины**

Доклад	Модульная контрольная работа	Всего
Максимум 50 баллов	Максимум 50 баллов	Максимум 100 баллов

Шкала соответствия баллов национальной шкале

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и лабораторные занятия проводятся в аудиториях, оснащенных доской и комплектами мебели.

12. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
<i>Основная литература</i>			
1.	Беккенбах, Э. Ф. Неравенства / Э. Беккенбах, Р. Беллман ; Пер. с англ.: Г. И. Басса и др. ; Под. ред. В. И. Левина. - М. : Мир, 1965. - 276 с.	3	-
2.	Харди Г. Г. Неравенства / Г. Г. Харди, Д. Е. Литтльвуд, Г. Полиа ; Пер. с англ. В. И. Левина с доп. В. И. Левина и С. Б. Стечкина. - М. : Гос. изд-во иностр. лит., 1948. - 456 с.	1	-
<i>Дополнительная литература</i>			
3.	Сборник задач по математическому анализу. [Т. 1] : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин ; Под ред. Л. Д. Кудрявцева. - М. : Наука, 1984. - 592 с.	55	-
4.	Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : [Учеб. пособие мат. специальностей ун-тов] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 5-е изд. - М. : Наука, 1981. - 543 с.	63	-

13. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

Конспект лекций, тексты индивидуальных заданий, книги и методические указания в электронном виде находятся по ссылке:

<https://drive.google.com/drive/folders/0Bz84M0CUwqC8OVA0cE5PN00xMEE>

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20 _____ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20 ____.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20 _____ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20 ____.

Зав. кафедрой _____