

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научно-методической
и учебной работе

Е.И. Скафа Е.И. Скафа

22 апреля 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ
И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Профиль подготовки:

Образовательная программа: бакалавриат

Квалификация: Академический бакалавр

Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная
нужное подчеркнуть

• Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики

и информационных технологий

И. А. Моисеенко

«16» апреля 2020 г.



Программа учебной дисциплины «Вариационное исчисление и методы оптимизации» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) Донецкой Народной Республики (ДНР) по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от 04 апреля 2016 г. № 281;

Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.;

учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.01 Математика, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Доцент кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений

Д.В. Лиманский

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 10 от 09 апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета

Л.И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «**Вариационное исчисление и методы оптимизации**» относится к базовой части профессионального блока.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин:

- математический анализ;
- дифференциальные уравнения;
- уравнения математической физики;
- функциональный анализ

и формирует основу для освоения дисциплин:

- теоретическая механика;
- спецкурсы.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>		
Направление подготовки	01.03.01 Математика	
Профиль		
Образовательная программа	бакалавриат	
Квалификация	академический бакалавр	
Количество содержательных модулей	1	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Профессиональный блок, базовая часть	
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	1 модульный контроль, зачет в 8 семестре	
Показатели	очная форма обучения	заочная форма обучения
Количество зачетных единиц (кредитов)	3	
Год подготовки	108	
Семестр	4	
Количество часов	8	
- лекционных		
- практических, семинарских	20	
- лабораторных	20	
- самостоятельной работы	-	
в т.ч. индивидуальное задание	68	
Недельное количество часов,	-	
в т.ч. аудиторных	10,8	
	4	

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи

Цель – ознакомление студентов с базовыми понятиями и методами современного вариационного исчисления, с построением и исследованием математических моделей физических явлений, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи – научиться отыскивать экстремумы функционалов и применять методы вариационного исчисления для решения задач механики, физики и экономики.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО ДНР по направлению подготовки 01.03.01 Математика:

а) общекультурных (ОК): способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5); способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

б) общепрофессиональных (ОПК): способностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1); способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-2);

в) профессиональных (ПК):

научно-исследовательская деятельность: способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1); способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи (ПК-2); способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3); способностью публично представлять собственные и известные научные результаты (ПК-4);

производственно-технологическая деятельность: способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления (ПК-6);

организационно-управленческая деятельность: способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний (ПК-7).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

Знать:

- ✓ формулировки и определения всех понятий и теорем курса.

Уметь:

- ✓ доказывать все теоремы и утверждения курса и применять их на практике для решения стандартных задач.

Владеть:

- ✓ навыками отыскания экстремумов различных функционалов;
- ✓ методами современного вариационного исчисления.

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

В рамках изучения дисциплины предусмотрены следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студента.

Лекционные занятия предполагают овладение теоретическими основами дисциплины, практические – для овладения методами решения примеров и задач.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение домашних заданий, подготовку к практическим занятиям, изучение учебно-методической литературы, составление конспектов.

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
Содержательный модуль 1	
Тема 1. Необходимые условия экстремума функционалов	Простейшая задача вариационного исчисления и ее обобщения. Уравнения Эйлера, Эйлера – Пуассона, Остроградского. Задачи на условный экстремум.
Тема 2. Достаточные условия экстремума функционалов	Исследование квадратичного функционала. Сопряженные точки. Уравнение Якоби. Необходимые и достаточные условия экстремума функционала
Тема 3. Минимум квадратичного функционала	Энергетическое пространство. Минимум квадратичного функционала. Расширение по Фридрихсу положительно определенного оператора

Тематический план

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов										
	Очная форма обучения						Заочная форма обучения				
	всего	в т.ч.					в т.ч.				
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная	всего	лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа
Содержательный модуль 1											
Тема 1. Необходимые условия экстремума функционалов	54	12	12		30						
Тема 2. Достаточные условия экстремума функционалов	22	4	4		14						
Тема 3. Минимум квадратичного функционала	32	4	4		24						
Итого по модулю 1 и по дисциплине	108	20	20		68						

Текущий контроль осуществляется путем написания самостоятельных и контрольных работ по решению практических заданий, модульных контрольных работ по проверке знаний теоретических положений (определений, теорем и их доказательств).

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы проведения занятий, внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение. Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов преподавания. При проведении лекции-визуализации для обсуждения материала широко используются мультимедийные презентации, анимации.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

<i>№ n/n</i>	<i>Название темы</i>	<i>Количество часов</i>
1	Общая постановка вариационной задачи. Примеры	2
2	Необходимое условие экстремума функционала	2
3	Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера	2
4	Решение задачи о брахистохроне	2
5	Обобщения простейшей вариационной задачи	2
6	Условный экстремум функционала	2
7	Вторая вариация функционала. Условие Лежандра	2
8	Исследование квадратичного функционала	2
9	Энергетическое пространство положительно определенного оператора	2
10	Расширение оператора по Фридрихсу	2
	ВСЕГО	20

Темы практических занятий

<i>№ n/n</i>	<i>Название темы</i>	<i>Количество часов</i>
1	Общая постановка вариационной задачи. Примеры	2
2	Необходимое условие экстремума функционала	2
3	Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера	2
4	Решение задачи о брахистохроне	2
5	Обобщения простейшей вариационной задачи	2
6	Условный экстремум функционала	2
7	Вторая вариация функционала. Условие Лежандра	2
8	Исследование квадратичного функционала	2
9	Энергетическое пространство положительно определенного оператора	2
10	Расширение оператора по Фридрихсу	2
	ВСЕГО	20

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Организация самостоятельной работы студентов

<i>№ n/n</i>	<i>Название темы</i>	<i>Количество часов</i>
1	Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера	10
2	Обобщения простейшей вариационной задачи	10
3	Условный экстремум функционала	10
4	Вторая вариация функционала. Условие Лежандра	14
5	Энергетическое пространство положительно определенного оператора	12
6	Расширение оператора по Фридрихсу	12
	ВСЕГО	68

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Теоретические вопросы

1. Первая вариация функционала. Формула. Необходимое условие экстремума функционала в терминах его первой вариации.
2. Простейшая задача вариационного исчисления. Лемма Лагранжа.
3. Первая вариация интегрального функционала. Формула Эйлера.
4. Нахождение экстремалей функционала, зависящего от нескольких функций. Формула Эйлера – Пуассона.
5. Условный экстремум функционала. Решение изопериметрической задачи.
6. Вторая вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала в терминах его второй вариации. Условие Лежандра.
7. Сопряженные точки. Теорема о необходимых и достаточных условиях положительной определенности квадратичного функционала.
8. Уравнение Якоби. Теорема о достаточных условиях слабого экстремума интегрального функционала.
9. Теорема о минимуме квадратичного функционала в энергетическом пространстве. Обобщенное решение операторного уравнения.
10. Расширение по Фридрихсу положительно определенного оператора. Теорема о сохранении нижней грани оператора при его расширении.

Практические умения описываются типами задач, которые должен уметь решать студент. Эти типы соответствуют темам практических занятий, указанных в разделе 5 настоящей программы.

8. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.03.01 *Математика*
 Программа подготовки: *бакалавриат*
 Семестр: *Восьмой*
 Учебная дисциплина: *Вариационное исчисление и методы оптимизации*

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ № 1

1. Простейшая задача вариационного исчисления. Лемма Лагранжа.
2. Расширение по Фридрихсу положительно определенного оператора.

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
 Преподаватель

Вит.В. Волчков
 Д.В. Лиманский

Критерии оценивания модульного контроля

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1-2	20
<i>Всего</i>	<i>40</i>

9. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

В течение семестра проводится две контрольные работы по проверке навыков решения примеров и задач. Каждая контрольная оценивается исходя из максимальных 25 баллов. Оценивается правильность и полнота решения примеров и задач.

В конце семестра проводится модульный контроль. Максимальное количество за модульный контроль – 40 баллов.

По результатам работы в семестре выставляется зачет. Если не достаточно баллов, проводится зачетная контрольная работа, содержащая теоретические вопросы и задачи, оценивается исходя из максимальных 100 баллов.

Распределение баллов, которые могут получить студенты в процессе изучения дисциплины

Организационно-учебная работа студента	Контрольные работы	Модульная контрольная работа	Всего
Максимум 10 баллов	Максимум 50 баллов	Максимум 40 баллов	Максимум 100 баллов

Баллы за семестр выставляются согласно шкале, принятой в ДонНУ.

Шкала соответствия баллов национальной шкале

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях, оснащенных доской и комплектами мебели.

11. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
<i>Основная литература</i>			
1.	Лиманский, Д.В. Вариационное исчисление и методы оптимизации: учебное пособие / Д.В. Лиманский; ГОУ ВПО Донецкий национальный университет, Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений. - Донецк: ГОУ ВПО "ДонНУ", 2017. - 91 с.	20	+
2.	Гельфанд, И.М. Вариационное исчисление / И.М. Гельфанд, С.В. Фомин. – М.: Физматгиз, 1961. – 228 с.	2	
3.	Михлин, С.Г. Курс математической физики / С.Г. Михлин. – М.: Наука, 1968. – 576 с.	11	–
<i>Дополнительная литература</i>			
4.	Михайлов, В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В.П. Михайлов. – М.: Наука, 1983. – 424 с.	9	–

12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

Конспект лекций, тексты индивидуальных заданий, книги и методические указания в электронном виде находятся по ссылке:

<https://drive.google.com/drive/folders/0Bz84M0CUwqC8V1FZWjE5UzFEaFU?usp=sharing>

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от «_____» _____ 20____ г.

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от «_____» _____ 20____ г.

Заведующий кафедрой _____