

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»


ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научно-методической
и учебной работе

 _____ Е.И. Скафа
22 апреля 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ АНАЛИЗА»

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Профиль подготовки:

Образовательная программа: бакалавриат

Квалификация: Академический бакалавр

Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная
нужное подчеркнуть

Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики
и информационных технологий

И. А. Моисеенко

«16» апреля 2020 г.



Программа учебной дисциплины «Дополнительные главы анализа» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) Донецкой Народной Республики (ДНР) по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от 04 апреля 2016 г. № 281;

Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.;

учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.01 Математика, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Доцент кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений

П.А. Машаров

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 10 от 09 апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета

Л.И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Дополнительные главы анализа» относится к вариативной части профессионального блока. Для освоения данной дисциплины студент должен обладать знаниями, владеть методами элементарной и высшей математики в рамках указанных ниже дисциплин.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин:

- Математический анализ;
- Дифференциальные уравнения

и формирует основу для освоения дисциплин:

- Функциональный анализ;
- Теория меры и интеграла;
- Уравнения математической физики.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

| <i>Характеристика учебной дисциплины</i> | | |
|--|---|------------------------|
| Направление подготовки | 01.03.01 Математика | |
| Профиль | | |
| Образовательная программа | бакалавриат | |
| Квалификация | Академический бакалавр | |
| Количество содержательных модулей | 1 | |
| Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы | Вариативная часть профессионального блока | |
| Формы контроля (МК, экзамен, зачет) | 1 модульный контроль, зачет в 5 семестре | |
| Показатели | очная форма обучения | заочная форма обучения |
| Количество зачетных единиц (кредитов) | 2,5 | |
| Год подготовки | 3 | |
| Семестр | 5 | |
| Количество часов | 90 | |
| - лекционных | 36 | |
| - практических, семинарских | 18 | |
| - лабораторных | - | |
| - самостоятельной работы | 36 | |
| в т.ч. индивидуальное задание | - | |
| Недельное количество часов, | 5 | |
| в т.ч. аудиторных | 3 | |

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи

Цель – фундаментальная подготовка в области математического анализа, ознакомление студентов с совокупностью математических знаний о функциях, интегралах и функционалах, формирование у студентов абстрактного и логического мышления, математического кругозора и культуры, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи – подготовить студентов к использованию полученных знаний для решения задач, успешного изучения последующих математических курсов и посещения научных

семинаров.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины «Дополнительные главы анализа» направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО ДНР по направлению подготовки 01.03.01 Математика и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.01 Математика:

а) общекультурных (ОК): способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5); способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

б) общепрофессиональных (ОПК): способностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1); способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-2);

в) профессиональных (ПК):

научно-исследовательская деятельность: способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1); способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи (ПК-2); способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3); способностью публично представлять собственные и известные научные результаты (ПК-4);

производственно-технологическая деятельность: способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления (ПК-6);

организационно-управленческая деятельность: способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний (ПК-7).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

Знать:

- ✓ основные понятия, определения и свойства объектов, изучаемых в рамках дисциплины;
- ✓ формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Уметь:

- ✓ доказывать выделенные утверждения курса;
- ✓ применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Владеть:

- ✓ приёмами вычисления вариации функции, разложения функции на разность

неубывающих, на сумму непрерывной и функции скачков, вычисления интегралов Римана-Стилтьеса и Лебега-Стилтьеса, нахождения обобщенных функций;

- ✓ навыками доказательства непрерывности функционалов в различных пространствах, обоснования предельного перехода под знаком интеграла.

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

В рамках изучения дисциплины предусмотрены следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студента.

Лекционные занятия предполагают овладение теоретическими основами дисциплины, практические – для овладения методами решения примеров и задач.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение домашних заданий, подготовку к практическим занятиям, изучение учебно-методической литературы, составление конспектов.

| Порядковый номер и тема | Краткое содержание темы |
|--|---|
| Содержательный модуль 1 | |
| Тема 1. Числовые функции и интегралы | Числовые функции, их классы. Функции ограниченной вариации. Абсолютно непрерывные и сингулярные функции. Производная интеграла по верхнему пределу. Интегралы Римана-Стилтьеса и Лебега-Стилтьеса. Предельный переход под знаком интеграла. |
| Тема 2. Пространства L_p и функционалы | Пространства L_p . Виды сходимости в L_p . Линейные функционалы в L_p и $C[a, b]$. Теорема Хана-Банаха. Сопряженное пространство. Слабая топология. Обобщенные функции. |

Тематический план

| Названия содержательных модулей и тем | Количество часов | | | | | | | | | | |
|---|-------------------------|--------|--------------|--------------|---------------------------|-------------|------------------------|--------|--------------|--------------|---------------------------|
| | Очная форма обучения | | | | | | Заочная форма обучения | | | | |
| | всего | в т.ч. | | | | | в т.ч. | | | | |
| | | лекции | практические | лабораторные | самостоятельная работа | инд. работа | всего | лекции | практические | лабораторные | самостоятельная работа |
| | Содержательный модуль 1 | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Числовые функции и интегралы | 48 | 18 | 10 | | 20 | | | | | | |
| Тема 2. Пространства L_p и функционалы | 42 | 18 | 8 | | 16 | | | | | | |
| Всего по модулю 1 и дисциплине | 90 | 36 | 18 | | 36 | | | | | | |

Текущий контроль осуществляется путем написания самостоятельных и контрольных работ по решению практических заданий, модульных контрольных работ по проверке знаний теоретических положений (определений, теорем и их доказательств).

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы проведения занятий, внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов преподавания. При проведении лекции-визуализации для обсуждения материала широко используются мультимедийные презентации, анимации. Также проводятся лекции проблемные, бинарные и с заранее запланированными ошибками.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

| № n/n | Название темы | Количество часов |
|------------------|---|-----------------------------|
| 1. | Числовые функции, их классы и свойства | 2 |
| 2. | Функции ограниченной вариации | 2 |
| 3. | Свойства функций ограниченной вариации | 2 |
| 4. | Абсолютно непрерывные и сингулярные функции | 2 |
| 5. | Интеграл Римана-Стилтьеса | 2 |
| 6. | Свойства интеграла Римана-Стилтьеса | 2 |
| 7. | Интегралы Лебега и Лебега-Стилтьеса | 2 |
| 8. | Свойства интегралов Лебега и Лебега-Стилтьеса | 2 |
| 9. | Предельный переход под знаком интеграла | 2 |
| 10. | Пространство L_1 , всюду плотные множества, типы сходимости | 2 |
| 11. | Пространство L_2 , всюду плотные множества, типы сходимости | 2 |
| 12. | Линейные функционалы в L_p и $C[a; b]$. | 2 |
| 13. | Теорема Хана-Банаха | 2 |
| 14. | Сопряженное пространство | 2 |
| 15. | Слабая топология | 2 |
| 16. | Обобщенные функции | 2 |
| 17. | Свойства обобщенных функций | 2 |
| 18. | Применение обобщенных функций | 2 |
| | ВСЕГО | 36 |

Темы практических занятий

| № n/n | Название темы | Количество часов |
|------------------|---|-----------------------------|
| 1. | Исследование функции на непрерывность, равномерную и абсолютную непрерывность | 2 |
| 2. | Вычисление вариации функции, разложение функции на сумму неубывающих | 2 |
| 3. | Разложение функции на сумму непрерывной и функции скачков | 2 |
| 4. | Вычисление интеграла Римана-Стилтьеса | 2 |

| | | |
|----|--|-----------|
| 5. | Вычисление пределов интегралов | 2 |
| 6. | Исследование принадлежности классу L_p | 2 |
| 7. | Вычисление нормы функционала | 2 |
| 8. | Исследование сходимости последовательности функций | 2 |
| 9. | Вычисление интеграла Лебега-Стилтьеса | 2 |
| | ВСЕГО | 18 |

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Организация самостоятельной работы студентов

| № п/п | Название темы | Количество часов |
|------------------|--|-----------------------------|
| 1. | Числовые функции, их классы и свойства | 4 |
| 2. | Функции ограниченной вариации | 4 |
| 3. | Интеграл Римана-Стилтьеса и его свойства | 4 |
| 4. | Интегралы Лебега, Лебега-Стилтьеса, их свойства | 4 |
| 5. | Предельный переход под знаком интеграла | 4 |
| 6. | Пространства L_p , их свойства | 4 |
| 7. | Функционалы, их свойства | 4 |
| 8. | Различные виды сходимости последовательности функций | 4 |
| 9. | Обобщенные функции, их применение | 4 |
| | ВСЕГО | 36 |

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Теоретические вопросы.

1. Числовые функции, их классы и свойства
2. Функции ограниченной вариации
3. Свойства функций ограниченной вариации
4. Абсолютно непрерывные и сингулярные функции
5. Интеграл Римана-Стилтьеса
6. Свойства интеграла Римана-Стилтьеса
7. Интегралы Лебега и Лебега-Стилтьеса
8. Свойства интегралов Лебега и Лебега-Стилтьеса
9. Предельный переход под знаком интеграла
10. Пространство L_1 , всюду плотные множества, типы сходимости
11. Пространство L_2 , всюду плотные множества, типы сходимости
12. Линейные функционалы в L_p и $C[a;b]$.
13. Теорема Хана-Банаха
14. Сопряженное пространство
15. Слабая топология
16. Обобщенные функции
17. Свойства обобщенных функций
18. Применение обобщенных функций

Практические умения описываются типами задач, которые должен уметь решать

студент. Эти типы соответствуют темам практических занятий, указанных в разделе 5 настоящей программы.

8. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.03.01 *Математика*
 Профиль:
 Программа подготовки: *бакалавриат*
 Семестр: *Пятый*
 Учебная дисциплина: *Дополнительные главы анализа*

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ №1

Дана функция $f(x) = [x] \cos \frac{\pi x}{2}$, $x \in [-1, 3]$. Найдите:

1. $V_{-1}^3(f)$;
2. $f = u - v$, $u, v \nearrow$;
3. $f = g + h$, $g \in C$, h – функция скачков;
4. Изобразите графики функций f, u, v, g, h , запишите их определения без использования функций $[\cdot]$, $\text{sign} \cdot$, $|\cdot|$.

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
 Преподаватель

Вит.В. Волчков
 П.А. Машаров

Критерии оценивания модульного контроля

| <i>Номер задания</i> | <i>Количество баллов</i> |
|----------------------|--------------------------|
| 1 | 5 |
| 2 | 10 |
| 3 | 10 |
| 4 | 20 |
| <i>Всего</i> | <i>45</i> |

9. ОБРАЗЕЦ ЗАЧЕТНОЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.03.01 *Математика*
 Профиль:
 Программа подготовки: *бакалавриат*
 Семестр: *Пятый*
 Учебная дисциплина: *Дополнительные главы анализа*

ЗАЧЕТНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ВАРИАНТ №1

1. Точки разрыва монотонной функции (тип и количество).
2. Изменение вариации при изменении разбиения.
3. Класс AC.
4. Исследуйте функцию на непрерывность, классифицируйте точки разрыва

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/(x+3)}, & x < -3; \\ x + 3, & -3 \leq x < -\frac{1}{2}; \\ \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi x}{2}\right), & -\frac{1}{2} \leq x < 1; \\ [x] - 1, & 1 \leq x \leq 2; \\ \frac{x-2}{2x-1}, & x > 2. \end{cases}$$

5. Вычислите интеграл Римана-Стилтьеса $\int_0^2 x d([2^x] + 2^x)$.

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
Преподаватель

Вит.В. Волчков
П.А. Машаров

Критерии оценивания зачетной контрольной работы

| <i>Номер задания</i> | <i>Количество баллов</i> |
|----------------------|--------------------------|
| 1-5 | 20 |
| Всего | 100 баллов |

Зачет по дисциплине является формой семестрового контроля знаний. Он относится к промежуточной аттестацией, поэтому теоретические вопросы к нему совпадают с теоретическими вопросами к промежуточной аттестации, перечисленными в разделе 7 текущей рабочей программы. Практические навыки описаны там же.

10. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Ближе к середине семестра студентам предлагается распределить темы для докладов из второй части курса (Пространства L_p и функционалы). Для подготовки к докладу необходимо найти и проработать соответствующий теоретический материал, выделить основные моменты, подобрать иллюстрирующие примеры. Доклады слушаются, обсуждаются на лекционных занятиях. Во время доклада студенты могут задавать вопросы, предлагать ответы, давать оценки. Доклад оценивается исходя из максимальных 55 баллов. Оценивается полнота (в рамках отведенного времени), доступность, точность раскрытия темы, свобода владения ею (ответы на возникающие вопросы).

В конце семестра проводится модульный контроль. Максимальное количество за модульный контроль – 45 баллов.

По результатам работы в семестре на последнем занятии выставляется зачет.

Зачетная контрольная работа проводится с целью повышения рейтинга студентов. Она оценивается максимум в 100 баллов. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и за зачетную контрольную работу и выставляется согласно шкале,

принятой в ДонНУ.

**Распределение баллов, которые могут получить студенты
в процессе изучения дисциплины**

| | | |
|--------------------|------------------------------|---------------------|
| Доклад | Модульная контрольная работа | Всего |
| Максимум 55 баллов | Максимум 45 баллов | Максимум 100 баллов |

Шкала соответствия баллов национальной шкале

| Оценка по шкале ECTS | Оценка по 100-балльной шкале | Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет) | Оценка по государственной шкале (зачет) |
|----------------------|------------------------------|---|---|
| A | 90-100 | 5 (отлично) | зачтено |
| B | 80-89 | 4 (хорошо) | зачтено |
| C | 75-79 | 4 (хорошо) | зачтено |
| D | 70-74 | 3 (удовлетворительно) | зачтено |
| E | 60-69 | 3 (удовлетворительно) | зачтено |
| FX | 35-59 | 2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи | не зачтено |
| F | 0-34 | 2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов | не зачтено |

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и лабораторные занятия проводятся в аудиториях, оснащенных доской и комплектами мебели.

12. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

| № п/п | Наименование | Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ | Наличие электронной версии в ЭБС |
|----------------------------------|---|---------------------------------------|----------------------------------|
| Основная литература | | | |
| 1. | Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин ; Моск. гос. - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2004. - 570 с. | 6 | - |
| 2. | Натансон, И. П. Теория функций вещественной переменной : Учеб. для студентов вузов, обучающ. по мат. спец. / И. П. Натансон. - 3-е изд. - СПб. : Лань, 1999. - 560 с. | 15 | - |
| 3. | Действительный анализ в задачах : учеб. пособие для вузов по группе мат. направлений и специальностей / П. Л. Ульянов, А. Н. Бахвалов, М. И. Дьяченко и др. - М. : Физматлит, 2005. - 416 с | 2 | - |
| Дополнительная литература | | | |
| 4. | Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учеб. пособие для | 3 | - |

| | | | |
|----|---|----|---|
| | студентов ун-тов, обучающихся по специальности "Математика" и "Прикл. математика" / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - Изд. 2-е. - М. : Физматлит, 2005. - 239 с. | | |
| 5. | Дороговцев, А. Я. Элементы общей теории меры и интеграла : [Учеб. пособие для мат. специальностей ун-тов и техн. вузов] / А. Я. Дороговцев. - К. : Выща шк., 1989. - 150,[1] с. | 50 | - |

13. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

Конспект лекций, тексты индивидуальных заданий, книги и методические указания в электронном виде находятся по ссылке:

<https://drive.google.com/folderview?id=0Bz84M0CUwqC8MUxwbE9uRHAwYmc&usp=sharing>

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от «____» _____ 20__.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от «____» _____ 20__.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от «____» _____ 20__.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от «____» _____ 20__.

Зав. кафедрой _____