

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



УТВЕРЖДАЮ:

проректор по научно-методической
и учебной работе

Е.И. Скафа

22 апреля 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»**

Направление подготовки:

01.03.01 Математика

Профиль подготовки:

Образовательная программа:

бакалавриат

Квалификация:

Академический бакалавр

Форма обучения:

очная, очно-заочная, заочная

нужное подчеркнуть

Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики

и информационных технологий

И. А. Моисеенко

«16» апреля 2020 г.



Программа учебной дисциплины «Уравнения математической физики» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) Донецкой Народной Республики (ДНР) по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от 04 апреля 2016 г. № 281;

Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.;

учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.01 Математика, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Доцент кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений

Д.В. Лиманский

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 10 от 09 апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета

Л.И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Уравнения математической физики» относится к базовой части профессионального блока.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин:

- математический анализ;
- дифференциальные уравнения;
- алгебра

и формирует основу для освоения дисциплин:

- вариационное исчисление и методы оптимизации;
- математические модели в естественных науках;
- теоретическая механика;
- спецкурсы.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>		
Направление подготовки	01.03.01 Математика	
Профиль		
Образовательная программа	бакалавриат	
Квалификация	академический бакалавр	
Количество содержательных модулей	2	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Профессиональный блок, базовая часть	
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	2 модульных контроля, зачет в 5 и экзамен в 6 семестрах соответственно	
Показатели	очная форма обучения	заочная форма обучения
Количество зачетных единиц (кредитов)	8	
Год подготовки	3	
Семестр	5,6	
Количество часов	288	
- лекционных	52	
- практических, семинарских	70	
- лабораторных	-	
- самостоятельной работы	166	
в т.ч. индивидуальное задание	-	
Недельное количество часов,	8,2	
в т.ч. аудиторных	3,5	

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи

Цель – фундаментальная подготовка в области уравнений математической физики, ознакомление студентов с базовыми понятиями и методами современной математической физики, с построением и исследованием математических моделей физических явлений, овладение методами решения основных типов уравнений в частных производных, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи – научиться приводить уравнения в частных производных второго порядка к

каноническому виду различными методами; научиться решать задачу Коши для уравнения колебаний струны и уравнения теплопроводности; методом Фурье научиться решать первую краевую задачу для уравнения колебаний струны и для уравнения теплопроводности, задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа; научиться применять методы математической физики для решения задач механики и физики.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО ДНР по направлению подготовки 01.03.01 Математика:

а) общекультурных (ОК): способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5); способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

б) общепрофессиональных (ОПК): способностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1); способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-2);

в) профессиональных (ПК):

научно-исследовательская деятельность: способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1); способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи (ПК-2); способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3);

производственно-технологическая деятельность: способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач (ПК-5); способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления (ПК-6);

организационно-управленческая деятельность: способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний (ПК-7).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

Знать:

- ✓ формулировки и определения всех понятий и теорем курса.

Уметь:

- ✓ доказывать все теоремы и утверждения курса и применять их на практике для решения стандартных задач.

Владеть:

- ✓ приёмами классификации уравнений в частных производных второго порядка и их приведения к каноническому виду;
- ✓ навыками решения классических краевых задач для уравнений колебаний струны, теплопроводности и Лапласа.

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

В рамках изучения дисциплины предусмотрены следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студента.

Лекционные занятия предполагают овладение теоретическими основами дисциплины, практические – для овладения методами решения примеров и задач.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение домашних заданий, подготовку к практическим занятиям, изучение учебно-методической литературы, составление конспектов.

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
Содержательный модуль 1	
Тема 1. Канонический вид уравнений в частных производных	Классификация квазилинейных уравнений в частных производных 2-го порядка и их приведение к каноническому виду
Тема 2. Уравнения гиперболического типа	Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Метод Фурье для уравнения колебаний струны
Содержательный модуль 2	
Тема 3. Уравнения параболического типа	Метод Фурье решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Задача Коши. Формула Пуассона
Тема 4. Уравнения эллиптического типа	Гармонические функции и их свойства. Метод Фурье решения задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа.

Тематический план

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов										
	Очная форма обучения						Заочная форма обучения				
	всего	в т.ч.					в т.ч.				
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная	всего	лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа
Содержательный модуль 1											
Тема 1. Канонический вид уравнений в частных производных	42	4	8		30						
Тема 2. Уравнения гиперболического типа	98	14	28		56						
Итого по модулю 1	140	18	36		86						
Содержательный модуль 2											
Тема 3. Уравнения параболического типа	68	14	14		40						
Тема 4. Уравнения эллиптического типа	80	20	20		40						
Итого по модулю 2	148	34	34		80						
Всего по дисциплине	288	52	70		166						

Текущий контроль осуществляется путем написания самостоятельных и контрольных работ по решению практических заданий, модульных контрольных работ по проверке знаний теоретических положений (определений, теорем и их доказательств).

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы проведения занятий, внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов преподавания. При проведении лекции-визуализации для обсуждения материала широко используются мультимедийные презентации, анимации.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Основные уравнения математической физики	2
2	Классификация квазилинейных уравнений в частных производных 2-го порядка. Приведение к каноническому виду	2
3	Уравнение колебаний струны. Формула Даламбера	2
4	Геометрическая и физическая интерпретация формулы Даламбера	2
5	Задача Коши для неоднородного уравнения колебаний струны	2
6	Формулы Кирхгофа и Пуассона	2
7	Свойства оператора Штурма – Лиувилля	2
8	Первая краевая задача для однородного уравнения колебаний струны	2
9	Корректность первой краевой задачи для уравнения колебаний струны	2
10	Смешанная задача для однородного уравнения теплопроводности	2
11	Смешанная задача для неоднородного уравнения теплопроводности	2
12	Принцип экстремума для уравнения теплопроводности	2
13	Формула Пуассона (вывод формального решения)	2
14	Обоснование формулы Пуассона	2
15	Корректность задачи Коши для уравнения теплопроводности	2
16	Фундаментальное решение уравнения теплопроводности	2
17	Уравнения Лапласа и Пуассона. Гармонические функции	2
18	Фундаментальное решение уравнения Лапласа	2
19	Формулы Грина для оператора Лапласа	2
20	Интегральное представление функции класса C^2	2
21	Основные свойства гармонических функций	2
22	Единственность решения задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона	2
23	Представление гармонической функции в круговом кольце	2
24	Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круговом кольце, круге, внешности круга	2
25	Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа	2
26	Теоремы Гарнака и Лиувилля	2
	ВСЕГО	52

Темы практических занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Основные уравнения математической физики	2
2	Классификация квазилинейных уравнений в частных производных 2-го порядка. Приведение к каноническому виду	2
3	Характеристики квазилинейного уравнения.	2
4	Случай квазилинейного уравнения от двух независимых переменных	2
5	Уравнение колебаний струны. Формула Даламбера	2
6	Геометрическая и физическая интерпретация формулы Даламбера	2
7	Задача Коши для неоднородного уравнения колебаний струны	2
8	Формула Кирхгофа	2
9	Задача Коши для неоднородного волнового уравнения	2
10	Метод спуска. Формула Пуассона	2
11	Единственность решения задачи Коши для уравнения колебаний мембраны	2
12	Корректность задачи Коши для волнового уравнения	2
13	Физическая интерпретация формул Кирхгофа и Пуассона	2
14	Свойства оператора Штурма – Лиувилля	2
15	Первая краевая задача для однородного уравнения колебаний струны	2
16	Физическая интерпретация решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны	2
17	Первая краевая задача для неоднородного уравнения колебаний струны	2
18	Корректность первой краевой задачи для уравнения колебаний струны	2
19	Смешанная задача для однородного уравнения теплопроводности	2
20	Смешанная задача для неоднородного уравнения теплопроводности	2
21	Принцип экстремума для уравнения теплопроводности	2
22	Формула Пуассона (вывод формального решения)	2
23	Обоснование формулы Пуассона	2
24	Корректность задачи Коши для уравнения теплопроводности	2
25	Фундаментальное решение уравнения теплопроводности	2
26	Уравнения Лапласа и Пуассона. Гармонические функции	2
27	Фундаментальное решение уравнения Лапласа	2
28	Формулы Грина для оператора Лапласа	2
29	Интегральное представление функции класса C^2	2
30	Основные свойства гармонических функций	2
31	Единственность решения задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона	2
32	Представление гармонической функции в круговом кольце	2
33	Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круговом кольце, круге, внешности круга	2
34	Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа	2
35	Теоремы Гарнака и Лиувилля	2
	ВСЕГО	70

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Организация самостоятельной работы студентов

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Основные уравнения математической физики	8
2	Классификация квазилинейных уравнений в частных производных 2-го порядка. Приведение к каноническому виду	8
3	Характеристики квазилинейного уравнения.	8
4	Случай квазилинейного уравнения от двух независимых переменных	6
5	Уравнение колебаний струны. Формула Даламбера	4
6	Геометрическая и физическая интерпретация формулы Даламбера	4
7	Задача Коши для неоднородного уравнения колебаний струны	4
8	Формула Кирхгофа	4
9	Задача Коши для неоднородного волнового уравнения	4
10	Метод спуска. Формула Пуассона	4
11	Единственность решения задачи Коши для уравнения колебаний мембраны	4
12	Корректность задачи Коши для волнового уравнения	4
13	Физическая интерпретация формул Кирхгофа и Пуассона	4
14	Свойства оператора Штурма – Лиувилля	4
15	Первая краевая задача для однородного уравнения колебаний струны	4
16	Физическая интерпретация решения первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны	4
17	Первая краевая задача для неоднородного уравнения колебаний струны	4
18	Корректность первой краевой задачи для уравнения колебаний струны	4
19	Смешанная задача для однородного уравнения теплопроводности	10
20	Смешанная задача для неоднородного уравнения теплопроводности. Принцип экстремума	10
22	Формула Пуассона (вывод формального решения). Обоснование формулы Пуассона	10
24	Корректность задачи Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение	10
26	Уравнения Лапласа и Пуассона. Гармонические функции. Фундаментальное решение и формулы Грина для уравнения Лапласа	10
30	Основные свойства гармонических функций	10
32	Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круговых областях	10
34	Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Теоремы Гарнака и Лиувилля	10
	ВСЕГО	166

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Теоретические вопросы

1. Основные уравнения математической физики: уравнение теплопроводности, уравнения Лапласа и Пуассона, волновое уравнение и краевые условия для них.
2. Метод Фурье для решения уравнения колебаний струны, закрепленной на концах (построение формального решения).
3. Гармонические функции и их свойства (доказать одно).
4. Решение задачи Дирихле для круга (построение формального решения в виде ряда).
5. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка и приведение их к каноническому виду (описать схему приведения к каноническому виду).

Практические умения описываются типами задач, которые должен уметь решать студент. Эти типы соответствуют темам практических занятий, указанных в разделе 5 настоящей программы.

8. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.03.01 *Математика*
 Программа подготовки: *бакалавриат*
 Семестр: *Пятый*
 Учебная дисциплина: *Уравнения математической физики*

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

ВАРИАНТ № 1

1. Характеристики квазилинейного уравнения 2-го порядка.
2. Решить задачу Коши:

$$2u_{xy} - e^{-x}u_{yy} = 4x, \quad u|_{y=x} = x^5 \cos x, \quad u_y|_{y=x} = x^2 + 1.$$

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Преподаватель

Д.В. Лиманский

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.03.01 *Математика*
 Программа подготовки: *бакалавриат*
 Семестр: *Шестой*
 Учебная дисциплина: *Уравнения математической физики*

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

ВАРИАНТ № 1

1. Основные свойства гармонических функций.

2. Методом Фурье решить смешанную задачу для уравнения теплопроводности:

$$u_t = u_{xx} + u + 2 \sin 2x \sin x, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}, \quad u_x|_{x=0} = u|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0, \quad u|_{t=0} = 0.$$

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
Преподаватель

Вит.В. Волчков
Д.В. Лиманский

Критерии оценивания модульного контроля № 1,2

Номер задания	Количество баллов
1-2	20
Всего	40

9. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

Теоретические вопросы к экзамену

Экзамен по дисциплине является формой семестрового контроля знаний. Он относится к промежуточной аттестации, поэтому теоретические вопросы к нему совпадают с теоретическими вопросами к промежуточной аттестации, перечисленными в разделе 7 текущей рабочей программы. Практические навыки описаны там же.

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Направление подготовки: 01.03.01 **Математика**
 Программа подготовки: **бакалавриат**
 Семестр: **Шестой**
 Учебная дисциплина: **Уравнения математической физики**

БИЛЕТ № 1

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности.
2. Решите краевую задачу: $\Delta u = 0, r < 4; u(4, \varphi) = 32 \sin 2\varphi$.

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
Преподаватель

Вит.В. Волчков
Д.В. Лиманский

Критерии оценивания экзамена

Номер задания	Количество баллов
1-2	50
Всего	100 баллов

10. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

В течение каждого из семестров проводится по две контрольные работы по проверке навыков решения примеров и задач. Каждая контрольная оценивается исходя из максимальных 25 баллов. Оценивается правильность и полнота решения примеров и задач.

В конце каждого семестра проводится модульный контроль. Максимальное количество за модульный контроль – 40 баллов.

По результатам работы в 5 семестре выставляется зачет. Если не достаточно баллов, проводится зачетная контрольная работа, содержащая теоретические вопросы и задачи, оценивается исходя из максимальных 100 баллов.

Распределение баллов, которые могут получить студенты в процессе изучения дисциплины

Организационно-учебная работа студента	Контрольные работы	Модульная контрольная работа	Всего
Максимум 10 баллов	Максимум 50 баллов	Максимум 40 баллов	Максимум 100 баллов

Экзамен в 6 семестре проводится с целью повышения рейтинга студентов. Экзаменационная работа оценивается после защиты максимум в 100 баллов. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно шкале, принятой в ДонНУ.

Шкала соответствия баллов национальной шкале

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях, оснащенных доской и комплектами мебели.

12. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
<i>Основная литература</i>			
1.	Агibalова, А.В. Уравнение математической физики: учебное пособие / А.В. Агibalова, Д.В. Лиманский; ГОУ ВПО "Донецкий национальный университет", Факультет математики и информационных технологий, Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений. - Донецк: ГОУ ВПО ДонНУ, 2016. - 207 с.	20	+
2.	Кошляков Н.С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. – М.: Высш. шк., 1970. – 712 с.	33	–
3.	Владимиров, В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров. – М.: Наука, 1974. – 271 с.	3	–
<i>Дополнительная литература</i>			
4.	Михлин С.Г. Курс математической физики / С.Г. Михлин. – М.: Наука, 1968. – 576 с.	11	–

13. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

Конспект лекций, тексты индивидуальных заданий, книги и методические указания в электронном виде находятся по ссылке:

<https://drive.google.com/drive/folders/0Bz84M0CUwqC8WnpvR04tbU9PU1U?usp=sharing>

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от «_____» _____ 20____ г.

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от «_____» _____ 20____ г.

Заведующий кафедрой _____