

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научно-методической
и учебной работе

Е.И. Скафа

«22» апреля 2020 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ГЕОМЕТРИЯ МАСС»**

Направление подготовки:	01.04.01 Математика
Магистерская программа:	Математика
Образовательная программа:	академическая магистратура
Квалификация:	магистр
Форма обучения:	<u>очная</u> , очно-заочная, заочная нужное подчеркнуть

Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики
и информационных технологий

И. А. Моисеенко

«16» апреля 2020 г.

МП



Программа учебной дисциплины «Геометрия масс» составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) направления подготовки 01.04.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 августа 2015 г. № 827; Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.; учебного плана и основной образовательной программы Математика, направления подготовки 01.04.01 Математика, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Профессор кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений

В.П. Заставный

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 10 от 09 апреля 2020 г.
Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий
Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета

Л.И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Геометрия масс» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)».

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин:

- Алгебра;
- Аналитическая геометрия;
- Математический анализ.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>		
Направление подготовки	01.04.01 Математика	
Магистерская программа	Математика	
Образовательная программа	академическая магистратура	
Квалификация	магистр	
Количество содержательных модулей	1	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Вариативная часть Блока 1 «Дисциплины (модули)»	
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	1 модульный контроль, 1 экзамен в 3 семестре	
Показатели	очная форма обучения	заочная форма обучения
Количество зачетных единиц (кредитов)	2	
Год подготовки	2	
Семестр	3	
Количество часов	72	
- лекционных	14	
- практических, семинарских	28	
- лабораторных	-	
- самостоятельной работы	30	
в т.ч. индивидуальное задание	-	
Недельное количество часов,	5	
в т.ч. аудиторных	3	

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи

Цель – фундаментальная подготовка в области геометрии масс; овладение методами решения основных типов задач по геометрии масс; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи – Показать возможность использования аппарата геометрии масс при решении теоретических и прикладных задач.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины «Геометрия масс» направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО РФ направления подготовки 01.04.01 Математика и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки Математика (магистерская программа: Академическая магистратура):

а) общекультурных (ОК): способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1);

б) общепрофессиональных (ОПК): способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики (ОПК-1); способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках (ОПК-2); способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-4);

в) профессиональных (ПК):

в научно-исследовательской деятельности: способность к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1);

в производственно-технологической деятельности: способность к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач (ПК-4);

в педагогической деятельности: способность к преподаванию физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных организациях, профессиональных образовательных организациях и организациях дополнительного образования (ПК-10); способность и предрасположенность к просветительной и воспитательной деятельности, готовность пропагандировать и популяризировать научные достижения (ПК-11).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

Знать:

- ✓ Базовые понятия и факты геометрии;
- ✓ Формулировки понятий геометрии масс;
- ✓ Формулировки и доказательства теорем геометрии масс.

Уметь:

- ✓ Применять полученные теоретические знания при решении задач.

Владеть:

- ✓ Аппаратом геометрии масс;
- ✓ Навыками решения стандартных задач.

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
<i>Содержательный модуль 1</i>	
Тема 1. Понятие центра масс и первые его применения к геометрическим задачам	Наглядное введение. Математическое определение центра масс. Решение геометрических задач барицентрическим методом. Глава I, Задачи № 1 – 67 [1].

Тема 2. Отрицательные и комплексные массы	Отрицательные массы. Теоремы Чевы и Менелая. Координаты центра масс. Теоремы Гюльдена и неравенство Чебышева. Комплексные массы. Глава II, Задачи № 68 – 136 [1].
Тема 3. Момент инерции	Формулы Лагранжа и Якоби. Применение к геометрии. Применение понятия момента инерции к доказательству неравенств. Глава III, Задачи № 137 – 151 [1].
Тема 4. Барицентрические координаты	Барицентрические координаты на плоскости. Барицентрические координаты как площади. Уравнения линий в барицентрических координатах. Барицентрические координаты в пространстве. Барицентрические координаты в многомерных пространствах. Глава IV, Задачи № 152 – 221 [1].

Тематический план

Содержательный модуль 1											
Названия содержательных модулей и тем	Количество часов										
	Очная форма обучения						Заочная форма обучения				
	всего	в т.ч.					всего	в т.ч.			
		лекции	практические	лабораторные	самостоятель ная работа	индивидуальн ая работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятель ная работа
Тема 1. Понятие центра масс и первые его применения к геометрическим задачам	18	4	7		7						
Тема 2. Отрицательные и комплексные массы	18	4	7		7						
Тема 3. Момент инерции	18	3	7		8						
Тема 4. Барицентрические координаты	18	3	7		8						
Итого по содержательному модулю 1	72	14	28		30						
Всего по дисциплине	72	14	28		30						

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Математическое определение центра масс. Основные теоремы: теорема о существовании и единственности центра масс системы материальных точек, теорема о центре масс двух материальных точек,	2

	теорема о разбиении. Решение геометрических задач барицентрическим методом.	
2	Отрицательные массы. Теоремы Чебы и Менелая.	2
3	Координаты центра масс. Теоремы Гюльдена и неравенство Чебышева.	2
4	Комплексные массы.	2
5	Момент инерции. Формулы Лагранжа и Якоби. Применение к геометрии. Применение понятия момента инерции к доказательству неравенств.	2
6	Барицентрические координаты на плоскости.	2
7	Барицентрические координаты как площади.	2
	ВСЕГО	14

Темы практических занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Математическое определение центра масс. Основные теоремы: теорема о существовании и единственности центра масс системы материальных точек, теорема о центре масс двух материальных точек, теорема о разбиении. Решение геометрических задач барицентрическим методом.	4
2	Отрицательные массы. Теоремы Чебы и Менелая.	4
3	Координаты центра масс. Теоремы Гюльдена и неравенство Чебышева.	4
4	Комплексные массы.	4
5	Момент инерции. Формулы Лагранжа и Якоби. Применение к геометрии. Применение понятия момента инерции к доказательству неравенств.	4
6	Барицентрические координаты на плоскости.	4
7	Барицентрические координаты как площади.	4
	ВСЕГО	28

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Организация самостоятельной работы студентов (соответственно данным в таблице тематического плана)

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Математическое определение центра масс. Основные теоремы: теорема о существовании и единственности центра масс системы материальных точек, теорема о центре масс двух материальных точек, теорема о разбиении. Решение геометрических задач барицентрическим методом.	4
2	Отрицательные массы. Теоремы Чебы и Менелая.	6
3	Координаты центра масс. Теоремы Гюльдена и неравенство Чебышева.	4
4	Комплексные массы.	4

5	Момент инерции. Формулы Лагранжа и Якоби. Применение к геометрии. Применение понятия момента инерции к доказательству неравенств.	4
6	Барицентрические координаты на плоскости.	4
7	Барицентрические координаты как площади.	4
	ВСЕГО	30

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. Математическое определение центра масс. Основные теоремы: теорема о существовании и единственности центра масс системы материальных точек, теорема о центре масс двух материальных точек, теорема о разбиении. Решение геометрических задач барицентрическим методом.
2. Отрицательные массы. Теоремы Чевы и Менелая.
3. Координаты центра масс. Теоремы Гюльдена и неравенство Чебышева.
4. Комплексные массы.
5. Момент инерции. Формулы Лагранжа и Якоби. Применение к геометрии. Применение понятия момента инерции к доказательству неравенств.
6. Барицентрические координаты на плоскости.
7. Барицентрические координаты как площади.

8. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

(образец варианта и критерии оценивания)

Модульный контроль проводится в конце семестра по вопросам к промежуточной аттестации. Билет на модульный контроль содержит 1 теоретический вопрос и 3 задачи из списка 100 задач, который выложен на сайте <https://sites.google.com/site/gruppmatfak/>

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки:	01.04.01 Математика
Магистерская программа:	Математика
Программа подготовки:	академическая магистратура
Семестр	третий
Учебная дисциплина	геометрия масс

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ №1

1. Доказать теорему Чевы.
2. В произвольной треугольной пирамиде каждая вершина соединена с точкой пересечения медиан противоположной грани. Докажите, что получающиеся таким образом четыре отрезка проходят через одну точку, и каждый отрезок делится этой точкой в отношении 3:1 (считая от вершины).
3. Каждая вершина тетраэдра $ABCD$ (не обязательно правильного) соединены отрезком с точкой пересечения медиан противоположающей ей грани (всего получается четыре отрезка); далее, каждая середина ребра соединена отрезком с серединой противоположного ребра (три отрезка). Имеют ли эти семь отрезков общую точку?

4. Контур правильного треугольника со стороной a вращается вокруг прямой, проходящей вне его через конец его стороны под острым углом α к этой стороне. Определить объём тела вращения.

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой
Преподаватель

Критерии оценивания модульного контроля

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1-4	20
Всего	80

9. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

(теоретические вопросы к экзамену, образец билета и критерии оценивания)

Экзамен проводится по вопросам к промежуточной аттестации. Билет на модульный контроль содержит 1 теоретический вопрос и 3 задачи из списка 100 задач, который выложен на сайте <https://sites.google.com/site/gruppamatfak/>

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

<i>Направление подготовки:</i>	<i>01.04.01 Математика</i>
<i>Магистерская программа:</i>	<i>Математика</i>
<i>Программа подготовки:</i>	<i>академическая магистратура</i>
<i>Семестр</i>	<i>третий</i>
<i>Учебная дисциплина</i>	<i>геометрия масс</i>

БИЛЕТ №1

- Доказать теорему Менелая.
- В произвольной треугольной пирамиде каждая вершина соединена с точкой пересечения медиан противоположной грани. Докажите, что получающиеся таким образом четыре отрезка проходят через одну точку, и каждый отрезок делится этой точкой в отношении 3:1 (считая от вершины).
- Каждая вершина тетраэдра $ABCD$ (не обязательно правильного) соединены отрезком с точкой пересечения медиан противоположащей ей грани (всего получается четыре отрезка); далее, каждая середина ребра соединена отрезком с серединой противоположного ребра (три отрезка). Имеют ли эти семь отрезков общую точку?
- Контур правильного треугольника со стороной a вращается вокруг прямой, проходящей вне его через конец его стороны под острым углом α к этой стороне. Определить объём тела вращения.

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой
Экзаменатор

Критерии оценивания экзамена

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1-4	25
Всего	100

10. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

По курсу предполагается проведение промежуточной аттестации в виде модульного контроля, выполнение индивидуальной работы и экзамена. Экзамен сдают студенты с целью повышения рейтинга.

Распределение баллов, которые могут получить студенты в процессе изучения дисциплины

Организационно учебная работа студента (работа в аудитории)	СРС		Всего
	Индивидуальная работа (домашние работы)	Модульный контроль	
Max 10 баллов	max 10 баллов	max 80 баллов	100 баллов

Шкала соответствия баллов национальной шкале

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях, оснащенных досками, партами.

12. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
Основная литература			
1.	Заставный, В. П. Геометрия масс [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов направления подготовки 01.04.01 Математика / В. П. Заставный ; ГОУ ВПО "Донецкий национальный университет", Математический факультет, Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений. - Донецк : [ДонНУ], 2017. - Электронные данные (1 файл). http://library.donnu.ru/el/ed/1977_GL72.pdf	-	+
2.	Машаров П.А. Интегралы по различным геометрическим фигурам [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / П.А. Машаров – Донецк: ДонНУ, 2017. – Электронные данные (1 файл).	-	+
Дополнительная литература			
3.	Павлов А. Л. Избранные разделы математики: алгебра и геометрия: учебное пособие [Электронный ресурс] / А. Л. Павлов. – Донецк : ДонНУ, 2016. – Электронные данные (1 файл).	-	+
4.	Лурье, М. В. Геометрия : Техника решения задач / М. В. Лурье. - 2-е изд. - М. : Учеб.-науч. центр довуз. образования : Физматлит, 2002. - 240 с.	1	-
5.	Балк М.Б., Болтянский В.Г. Геометрия масс. М.: Наука, 1987. (сканированный вариант на сайте https://sites.google.com/site/gruppamatfak/)	3	-
6.	Горр, Г. В. Динамика гиостата, имеющего неподвижную точку / Г. В. Горр, А. В. Мазнев ; Донецкий нац. ун-т ; Ин-т прикладной математики и механики НАН. - Донецк : ДонНУ, 2010. - 364 с.	2	-

13. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

(с указанием названия и полного электронного адреса)

Конспекты лекций, тексты индивидуальных заданий, книги в электронном виде находятся по ссылке: <https://sites.google.com/site/gruppamatfak/>

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> —учебники и другие книги по математике;

<http://ilib.mccme.ru/> —интернет-библиотека Виталия Арнольда;

<http://techlibrary.ru/> —техническая библиотека;

<http://donnu.ru/science/journals> —научные журналы ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»;

<http://mondnr.ru/> – Министерство образования и науки Донецкой Народной республики;

<http://resobrnadzor.ru/> – Республиканская служба по контролю и надзору в сфере образования и науки;

<https://miktex.org/> – официальный сайт свободно распространяемой настольной издательской системы MiKTeX;
<https://www.sumatrapdfreader.org/free-pdf-reader.html> – сайт Sumatra PDF;
<http://www.winedt.com/> – официальный сайт текстового редактора WinEdt;
<https://inkscape.org/> – официальный сайт свободного инструмента для работы с векторной графикой Inkscape;
<https://www.wolframalpha.com/> – сайт проекта WolframAlpha;
<http://old.exponenta.ru/soft/Maple/Maple.asp> – образовательный ресурс по Maple.

14. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДОННУ № 46484614);
2. MicrosoftOffice (корпоративная лицензия ДОННУ лицензия № 46472919);
3. MicrosoftVisualStudio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений);
4. Лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения: FreeLab, Scilab, R Studio, Python, Eclipse, FreePascal, TriesMode, Prolog, Антивирус Касперского, LinuxFedora, LibreOffice, AdobeAcrobatReader, xPDF, Blender, КОМПАС-3D LT, Paint.NET, Gimp.

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от “ ____ ” _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от “ ____ ” _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от “ ____ ” _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____