

**ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
Кафедра теории вероятностей и математической статистики**



**Рабочая программа учебной дисциплины
«Стохастические дифференциальные уравнения»**
(наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

Направления подготовки:	01.04.02 Прикладная математика и информатика
Профиль подготовки:	Статистика
Образовательный уровень выпускника:	магистр
Форма обучения:	очная

Донецк 2016

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета математики
и информационных технологий
В.Н. Андриенко



Программа учебной дисциплины «Стохастические дифференциальные уравнения» составлена на основе ГОС ВПО по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика», утвержденному приказом Министерства образования и науки ДНР от «04» апреля 2016 г. № 288, зарегистрированному в Министерстве юстиции ДНР от 22 апреля 2016 г. № 1191, «Положения об организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики», утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР «30» октября 2015 г. № 750» (с изменениями и дополнениями), учебного плана по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Статистика) (форма обучения: очная), утвержденного Ученым Советом Университета от 04.10.2016 г., протокол № 8.

Разработчик:

К.ф.-м.н., доцент кафедры теории
вероятностей
и математической статистики

А.П. Гатун

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры теории вероятностей и математической статистики.

Протокол № 5 от 01.12.2016 г.

Зав. кафедрой

Б. В. Бондарев

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол №4 от 15.12. 2016 года

Председатель учебно-методической
комиссии факультета

Н.И. Пономаренко

1. Область применения и место дисциплины в учебном процессе: Учебная дисциплина «Стохастические дифференциальные уравнения» относится к вариативной части профессионального блока дисциплин по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Статистика).

Изучение данной дисциплины основывается на базе дисциплин: Математический анализ, дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика.

Знание теоретических положений дисциплины может существенно помочь в научно-исследовательской работе.

2. Структура дисциплины (модуля)

Характеристика учебной дисциплины					
Образовательный уровень:	Магистр				
Направление подготовки	01.04.02 Прикладная математика и информатика				
Профиль	Статистика				
Количество содержательных модулей	1				
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы ¹	Профессиональный блок, вариативная часть				
Формы контроля	Модульный контроль и (экзамен) в I семестре.				
Показатели	очная форма обучения		*заочная форма обучения		
Количество зачетных единиц (кредитов)	5				
Количество часов	180				
Год подготовки	1				
Семестр	1				
Количество часов					
- лекционных	36				
- практических, семинарских	36				
- лабораторных	-				
- самостоятельной работы	108				
Недельное количество часов, т.ч.	10				
аудиторных	4				

3. Описание дисциплины

Цели и задачи

Цель – изложение ряда разделов теории стохастических дифференциальных уравнений с целью получения студентами основных представлений, знаний по дисциплине «Стохастические дифференциальные уравнения».

Задачи дисциплины: в процессе изучения дисциплины «Стохастические дифференциальные уравнения» студенты должны иметь представление об основных методах теории стохастических дифференциальных уравнений для развития практических навыков построения стохастических моделей различных процессов естествознания.

Требования к результатам освоения дисциплины: Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО по данному направлению подготовки:

а) общекультурных (ОК):

способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1);
готовностью к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала (ОК-3);

б) общепрофессиональных (ОПК):

готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на государственном языке ДНР и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-1);

способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение (ОПК-3);

в) профессиональных (ПК):

научно-исследовательская деятельность:

– способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива (ПК-1);

– способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);

проектная и производственно-технологическая деятельность:

– способность разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности (ПК-3);

– способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач проектной и производственно-технологической деятельности (ПК-4);

организационно-управленческая деятельность:

– способность управлять проектами, планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта (ПК-5);

– способностью организовывать процессы корпоративного обучения на основе информационных технологий и развития корпоративных баз знаний (ПК-6);

– способность разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов (ПК-7).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать: основы теорий, которые составляют ядро курса «Стохастические дифференциальные уравнения»; терминологию и аппарат основных понятий изученного курса; роль и место курса в общей естественнонаучной картине мира;

уметь: применять на практике методы решения задач теории случайных процессов;

владеть: навыками работы с литературой по теории случайных процессов и ее применению, электронными библиотеками и сетевыми ресурсами сети Интернет (по тематике курса «Стохастические дифференциальные уравнения»), с целью использовать данные современных научных исследований для решения научных и профессиональных задач.

4. Содержание дисциплины и формы организации учебного процесса

Курс дисциплины «Стохастические дифференциальные уравнения» предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студента.

В учебном процессе широко применяются активные и интерактивные формы проведения занятий (разбор конкретных ситуаций, дискуссия, полемика), внеаудиторная

самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение, блочно-модульное обучение.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных и исследовательских методов преподавания.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение индивидуальных заданий, подготовку к практическим занятиям, изучение учебно-методической литературы и ресурсами сети Интернет, составление конспектов.

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
1	2
1. Некоторые сведения из теории вероятностей.	Сходимость случайных последовательностей. Неравенства для математических ожиданий. Случайные процессы.
2. Случайные процессы.	Марковские и диффузионные процессы. Случайные процессы с независимыми приращениями. Винеровский и пуассоновский процессы. Численное моделирование пуассоновского и гауссовского распределений.
3. Стохастические интегралы.	Стохастические интегралы по винеровскому процессу и стохастические дифференциальные уравнения диффузионного типа. Стохастический интеграл Ито. Процессы Ито. Формула Ито. Стохастические дифференциальные уравнения Ито. Стохастический интеграл по пуассоновской случайной мере.
4. Стохастические интегралы по мартингалам и стохастические дифференциальные уравнения со скачкообразной компонентой.	Стохастический интеграл по мартингалу. Формула Ито для процессов Ито со скачкообразной компонентой. Стохастические дифференциальные уравнения со скачкообразной компонентой. Интегральное представление решения линейного стохастического дифференциального уравнения со скачкообразной компонентой.
5. Диффузионные математические модели динамических систем, находящихся под воздействием случайных возмущений.	Общий вид нелинейных диффузионных моделей. Линейные диффузионные модели. Диффузионные модели физических и технических систем. Модель тепловых флуктуаций частиц в веществах и электрических зарядов в проводниках. Формула Найквиста. Модели стохастической финансовой математики.
6. Математические задачи, связанные со стохастическими дифференциальными уравнениями.	Фильтрация. Оптимальное стохастическое управление. Стохастическая устойчивость. Оценивание параметров.
7. Вероятностные представления решений задач Дирихле и Коши для уравнений в частных производных параболического типа.	Вероятностное представление решения задачи Дирихле. Вероятностные представления решения задачи Коши. О малой эффективности применения численных методов для обыкновенных дифференциальных уравнений к стохастическим дифференциальным уравнениям.

Тематический план

Содержательный модуль 1

Количество часов

Очная форма

Заочная форма

Названия содержательных модулей и тем

[illegible]

уравнениями.																									
Тема 7. Вероятностные представления решений задач Дирихле и Коши для уравнений в частных производных параболического типа.	30	6	6	-	18	-																			
Всего часов по модулю	180	36	36	-	108	-																			

5. Методические рекомендации и материалы для индивидуальных заданий по эконометрике содержатся в учебно-методическом комплексе дисциплины.
6. Методические рекомендации и материалы для индивидуальных заданий по эконометрике для организации самостоятельной работы студентов содержатся в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. Контрольные вопросы к модульному контролю:

1. Винеровский процесс. Свойства. Признаки.
2. Свойства стохастического интеграла с переменным верхним пределом.
3. Стохастический дифференциал от произведения функций и от сложной функции.
4. Формула Ито.
5. Стохастические дифференциальные уравнения первого порядка.
6. Линейные стохастические дифференциальные уравнения, приводящиеся к линейным.
7. Существование и единственность решений стохастических дифференциальных уравнений.
8. Стохастический интеграл по Пуассоновскому процессу.
9. Формула Ито. Обобщение.
10. Применение стохастических интегралов в моделировании процесса риска.
11. Модель изменения капитала страховой компании.
12. Марковские процессы. Диффузионные процессы.
13. Уравнения Колмогорова.
14. О мере в пространстве функций, соответствующих диффузионным процессам.
15. Формулы для плотности вероятности перехода.
16. Уравнения Колмогорова для плотности вероятности перехода.
17. Однородные по времени решения стохастических дифференциальных уравнений.
18. Ограниченность и неограниченность решений стохастических уравнений.
19. Теоремы о точном росте решений стохастических уравнений.
20. Эргодические теоремы.
21. Устойчивость решений стохастических дифференциальных уравнений.
22. Дифференцируемость решений стохастических уравнений по начальным данным.
23. Распределение функционалов от решений стохастических дифференциальных уравнений.

8. Образец экзаменационного билета

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет математики и информационных технологий

Образовательный уровень-магистр

Направление подготовки - 01.04.02
Прикладная математика и информатика
Профиль: Статистика
Семестр 1

Учебная дисциплина **Стохастические дифференциальные уравнения**

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

1. Расширяющийся поток σ -алгебр, содержащий прошлое. Мартингалы, субмартингалы, супермартингалы и их свойства.
2. Стохастический интеграл Ито и его свойства
3. Решить стохастическое дифференциальное уравнение и сделать проверку

$$d\eta(t) = (e^t + \eta(t))dt + e^t dw(t), \quad \eta(0) \equiv 0.$$

9. Критерии оценивания

В течение семестра обучающийся может заработать баллы за следующие виды деятельности: индивидуальное задание (домашние работы), самостоятельные по практике, модульная контрольная работа по теории и практике (в общей сложности максимум 100 баллов), активность на занятиях, индивидуальные творческие задания (бонусные баллы). Экзаменационная работа оценивается после защиты максимум в 100 баллов. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно шкале, принятой в ДонНУ. Более подробные критерии разрабатываются исходя из контингента и доводятся до ведома студентов в первый месяц обучения.

Согласно модульному принципу организации учебного процесса содержание учебной дисциплины из одного зачетного модуля. Зачетный модуль состоит из теоретического материала и практических задач, выполнение которых требует овладения теорией в указанном в модуле объеме.

Оценка знаний студентов проводится по 100-балльной шкале согласно следующим критериям:

Зачетные модули	Форма контроля	Баллы
Смысловой модуль	Индивидуальное задание (самостоятельная работа)	20
	Модульная контрольная работа	40
Экзамен		400
Общий итог		100

Шкала соответствия баллов национальной шкале (ДонНУ на 1 сентября 2016 г.):

Сумма баллов за все виды учебной деятельности	Оценка ECTS	Оценка по национальной шкале
		для экзамена
90-100	A	5 (отлично)
80-89	B	4 (хорошо)
75-79	C	
70-74	D	3 (удовлетворительно)
60-69	E	
35-59	FX	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи
0-34	F	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов

Знание теоретической части курса оценивается с точностью до 5 баллов по следующим критериям:

1. Студент получает 76-100% баллов от максимального, если показал
 - глубокие и полные ответы на теоретические вопросы; глубокое понимание возможности применения теоретических положений в практических задачах;
 - умение проводить логические рассуждения и обобщения и сопровождать их соответствующими доказательствами;
2. Студент получает 51-75% баллов от максимального, если показал
 - глубокие и полные ответы на теоретические вопросы с незначительными погрешностями, затем исправленными самим студентом; понимание сущности рассматриваемых проблем;
 - умение логически рассуждать и проводить доказательства;
3. Студент получает 26-50% баллов от максимального, если показал
 - при ответе на теоретические вопросы ряд неточностей, которые он не в состоянии самостоятельно исправить;
4. Студент получает 0-25% баллов от максимального, если
 - не выполнены требования, изложенные в предыдущих пунктах;
 - нет ответов на теоретические вопросы, не решены практические задачи.

10. Материально-техническое обеспечение учебного процесса

Для проведения лекционных и практических занятий требуется аудитория на группу, оборудованная меловой или интерактивной доской.

11. Рекомендованная литература

Основная:

1. Бондарев Б. В. Краткое изложение курса стохастические дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: Учебно-методическое пособие/ Б. В. Бондарев. –Донецк: ДонНУ, 2017 - электронные данные (1 файл).
2. Бондарев Б. В. Стохастические дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: Методическое пособие/ Б. В. Бондарев. –Донецк: ДонНУ, 2017 - электронные данные (1 файл).
3. Стохастические модели в экономике [Электронный ресурс] : (письменная справка) / [сост. Н. А. Фесенко] ; ДонНУ, Науч. б-ка, Справ.-библиогр. отд. - Донецк : ДонНУ, 2015. - электронные данные. (1 файл).
4. Бондарев Б. В., Болдырева В. О. Анализ рисков в страховании, - Донецк: ООО «Восточный издательский дом», 2014. – 136 с.
Места выдачи: [АНЛ \(своб. 3 экз. из 3\)](#), [Чз1 \(своб. 3 экз. из 3\)](#), [Чз3 \(своб. 1 экз. из 1\)](#), Выс (своб. 3 экз. из 3).
5. Бондарев, Б. В. Анализ рисков в страховании [Электронный ресурс] : монография / Б. В. Бондарев, В. О. Болдырева ; Донецкий нац. ун-т. - Донецк : ДонНУ, 2014. - электронные данные (1 файл).
6. Бондарев, Б. В. Моделирование эволюций цен рискованных активов, эволюций капитала страховых компаний и накопительных фондов : учеб. пособие / Б. В. Бондарев, Т. В. Жмыхова, А. В. Баев ; Донецкий нац. ун-т. - Донецк : ДонНУ, 2014. - 275 с.
Места выдачи: [АУЛ \(своб. 5 экз. из 5\)](#), АНЛ (своб. 1 экз. из 1), [Чз1 \(своб. 1 экз. из 1\)](#), Выс (своб. 5 экз. из 5).

Дополнительная

1. Бондарев, Б. В. Стохастические дифференциальные уравнения и их применение в финансовой математике и математической экономике : учеб. пособие / Б. В. Бондарев, Т. В. Жмыхова. - Донецк : Норд-Пресс, 2005. - 175 с.
Места выдачи: [АНЛ \(своб. 1 экз. из 1\)](#), [Чз1 \(своб. 1 экз. из 1\)](#), Выс (своб. 1 экз. из 1).
2. Бондарев, Б. В. Стохастическое исчисление в задачах финансовой и актуарной математики. Оценка рисков в страховании [Электронный ресурс] : монография / Б. В. Бондарев, О. Е. Сосницкий. - Донецк : ДонНУ, 2013. - электронные данные (1 файл).
3. Бугров, Я. С. Дифференциальные уравнения ; Кратные интегралы ; Ряды ; Функции комплексного переменного : Учеб. пособие для студентов инж.-техн. специальностей вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 2-е изд. - М. : Наука, 1985. - 464 с.
4. Власенко, Л.А. Стохастические дифференциально-разностные уравнения типа Соболева с аддитивным белым шумом / Л. А. Власенко, А.Г. Руткас // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика: наук.журнал / Донецький нац. ун-т; голов. ред.: Б. В. Бондарев. - Донецк, 2012. - № 1. - С. 105-114.
Места выдачи: Чз4 (своб. 1 экз. из 1).
5. Гихман, И. И. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения / И. И. Гихман, А. В. Скороход ; АН УССР ; Ин-т математики. - К. : Наук. думка, 1982. – 612 с.
Места выдачи: [АНЛ \(своб. 1 экз. из 2\)](#), Чз1 (своб. 1 экз. из 2), [Чз3 \(своб. 1 экз. из 1\)](#), Выс (своб. 1 экз. из 2).

6. Пугачев, В. С. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация / В. С. Пугачев, И. Н. Синицын. - 2-е изд. - Москва: Наука, 1990. - 630 с.
Места выдачи: [АНЛ \(своб. 1 экз. из 1\)](#), [Чз1 \(своб. 1 экз. из 1\)](#), Выс (своб. 1 экз. из 1).
7. Ширяев, А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. : Факты. Модели. / А. Н. Ширяев. - М. : Фазис, 1998. - 512 с.
Места выдачи: [АНЛ \(своб. 1 экз. из 1\)](#), [Чз1 \(своб. 1 экз. из 1\)](#), Выс (своб. 1 экз. из 1).

Информационные ресурсы

1. www.newlibrary.ru - новая электронная библиотека ДонНУ.
2. www.edu.ru - федеральный портал российского образования.
3. www.mathnet.ru - общероссийский математический портал.
4. www.elibrary.ru - научная электронная библиотека.
5. www.nehudlit.ru - электронная библиотека учебных материалов.