

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научно-методической
и учебной работе

_____ **В.М. Скафа**

«22» апреля 2020 г.



Рабочая программа учебной дисциплины
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Направление подготовки:	02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
Образовательная программа:	бакалавриат
Квалификация:	Академический бакалавр
Форма обучения:	<u>очная, очно-заочная, заочная, в том числе с ускоренным сроком обучения</u> <u>нужное подчеркнуть</u>

Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики и информационных технологий

И. А. Моисеенко

«16» апреля 2020 г.

мп



Программа учебной дисциплины «**Дифференциальные уравнения**» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) Донецкой Народной Республики (ДНР) по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от «04» апреля 2016 г. № 283;

Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.;

учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Доц., к.ф.-м.н., математического
анализа и дифференциальных уравнений
(должность, степень, звание, кафедра)

А.Ю. Иванов

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 10 от «09» апреля 2020 г.
Заведующий кафедрой

Вит.В. Волчков

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.
Председатель учебно-методической
комиссии факультета

Л.И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к базовой части профессионального блока.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин:

- Алгебра и геометрия;
- Математический анализ

и формирует основу для освоения дисциплин:

- Теория вероятностей и математическая статистика;
- Методы оптимизации и исследование операций;
- Основы естествознания (физика);
- Основы математического моделирования и системного анализа;
- Вычислительная математика.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>				
Направление подготовки	02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии			
Профиль	Общий			
Образовательная программа	бакалавриат			
Квалификация	Академический бакалавр			
Количество содержательных модулей	1			
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Базовая часть профессионального блока			
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	1 модульный контроль, 1 экзамен в 3 семестре			
Показатели	очная форма обучения		заочная форма обучения	
	нормат. срок	ускор. срок	нормат. срок	ускор. срок
Количество зачетных единиц (кредитов)	4	4		
Год подготовки	2	2		
Семестр	3	3		
Количество часов	144	144		
- лекционных	36	36		
- практических, семинарских	—	—		
- лабораторных	36	36		
- самостоятельной работы	72	72		
в т.ч. индивидуальное задание	—	—		
Недельное количество часов,	8	8		
в т.ч. аудиторных	4	4		

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи

Цель – фундаментальная подготовка в области дифференциальных уравнений; овладение методами решения основных типов дифференциальных уравнений; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи – Показать возможность использования аппарата дифференциальных уравнений при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики; выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения; обратить внимание на алгоритмические аспекты полу-

чаемых результатов.

Требования к результатам освоения дисциплины: Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО по данному направлению подготовки (профилю):

а) общекультурных (ОК):

– способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

б) общепрофессиональных (ОПК):

– способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);

– способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям (ОПК-3).

в) профессиональных (ПК):

– способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий (ПК-2).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

Знать:

- ✓ Методы интегрирования линейных стационарных дифференциальных уравнений и систем;
- ✓ Методы интегрирования элементарных дифференциальных уравнений;
- ✓ Условия существования и единственности решения задачи Коши;
- ✓ Принципы построения дифференциальных моделей.

Уметь:

- ✓ Использовать методы Лагранжа, Коши, Эйлера при построении общего решения и решения задачи Коши линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами;
- ✓ Интегрировать элементарные дифференциальные уравнения;
- ✓ Строить и исследовать дифференциальные модели эволюционных процессов.

Владеть:

- ✓ Приёмами классификации обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка;
- ✓ Навыками решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

В рамках изучения дисциплины предусмотрены следующие формы организации учебного процесса: лекции, лабораторные занятия, самостоятельную работу студента.

Лекционные занятия предполагают овладение теоретическими основами дисциплины, лабораторные – для овладения методами решения примеров и задач.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение домашних заданий, подготовку к практическим занятиям, изучение учебно-методической литературы, составление конспектов.

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
	<i>Содержательный модуль 1</i>
<i>Тема 1. Элементарные дифференциальные уравнения</i>	Общие сведения о дифференциальных уравнениях. Основные типы элементарных уравнений. Уравнения первого порядка в общей форме. Существование и единственность решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения высших порядков
<i>Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка</i>	Общая теория. Однородные уравнения. Неоднородные уравнения

Тематический план

[illegible]

Текущий контроль осуществляется путем написания самостоятельных и модульных работ по решению практических заданий, а также выполнения домашних заданий в рамках самостоятельной работы студента с последующей защитой являющейся проверкой знания теоретических положений (определений, теорем и их доказательств).

В учебном процессе применяются активные и интерактивные формы проведения занятий, внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов преподавания. При проведении лекции-визуализации для обсуждения материала широко используются мультимедийные презентации, анимации. Также проводятся лекции проблемные, бинарные и с заранее запланированными ошибками.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

<i>№ п/п</i>	<i>Название темы</i>	<i>Количество часов</i>
1.	Основные понятия теории дифференциальных уравнений	2
2.	Уравнения с разделяющимися переменными	2
3.	Однородные уравнения первого порядка	2
4.	Линейные уравнения. Метод Бернулли и метод Лагранжа	2
5.	Уравнение Бернулли	2
6.	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель	2
7.	Уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной	2
8.	Решение неявных уравнений первого порядка методом параметризации	2
9.	Уравнения Лагранжа и Клеро	2
10.	Эквивалентность задачи Коши интегральному уравнению	2
11.	Теорема Пикара	2
12.	Общие положения теории линейных дифференциальных уравнений	2
13.	Теория линейных однородных уравнений	2
14.	Определитель Вронского и его свойства.	2
15.	Формула Остроградского	2
16.	Метод Эйлера для линейных однородных уравнений	2
17.	Теория линейных неоднородных уравнений	2
18.	Метод вариации произвольных постоянных. Уравнение Эйлера.	2
	ВСЕГО	36

Темы практических занятий

<i>№ п/п</i>	<i>Название темы</i>	<i>Количество часов</i>
1.	Уравнения с разделяющимися переменными	2
2.	Однородные уравнения первого порядка	2
3.	Линейные уравнения первого порядка	4

4.	Уравнение Бернулли	2
5.	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель	4
6.	Уравнения Лагранжа и Клеро	2
7.	Уравнения допускающие понижение порядка	4
8.	Линейные однородные уравнения n-ого порядка	2
9.	Линейные неоднородные уравнения n-ого порядка	4
10.	Метод вариации постоянных	4
11.	Уравнение Эйлера	2
12.	Текстовые задачи	2
13.	Формула Остроградского-Лиувилля	2
	ВСЕГО	36

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Организация самостоятельной работы студентов

<i>№ n/n</i>	<i>Название темы</i>	<i>Количество часов</i>
14.	Уравнения с разделяющимися переменными	4
15.	Однородные уравнения первого порядка	4
16.	Линейные уравнения первого порядка	8
17.	Уравнение Бернулли	4
18.	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель	8
19.	Уравнения Лагранжа и Клеро	4
20.	Уравнения допускающие понижение порядка	8
21.	Линейные однородные уравнения n-ого порядка	4
22.	Линейные неоднородные уравнения n-ого порядка	8
23.	Метод вариации постоянных	8
24.	Уравнение Эйлера	4
25.	Текстовые задачи	4
26.	Формула Остроградского-Лиувилля	4
	ВСЕГО	72

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. Дифференциальные уравнения первого порядка их классификация и методика решения: разрешенные относительно производной (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах), не разрешенные относительно производной.

2. Интегрирование дифференциальных уравнений n-го порядка при помощи понижения порядка.

3. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с непрерывными коэффициентами (однородное и неоднородное уравнение, общее решение, линейно независимая система функций, фундаментальная система решений, вронскиан и его свойства). Теорема об общем виде решения линейного ОДУ n-го порядка.

4. Линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (построение ФСР).

5. Решение неоднородного линейного дифференциального уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

6. Интегрирование линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами методом вариации постоянных.

7. Линейные ОДУ с переменными коэффициентами (частный случай ~~~~ уравнение Эйлера), понижение порядка уравнения.

8. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка, схема доказательства. Формулировка для нормальной системы дифференциальных уравнений, для уравнения n -го порядка.

Модульный контроль проводится в конце семестра по вопросам к промежуточной аттестации.

8. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль:

Программа подготовки: бакалавриат

Семестр Третий

Учебная дисциплина Дифференциальные уравнения

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (часть 1)

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ года

1. Какое из приведенных уравнений является обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка:

1. $yy'' = (x - y')^2$;

2. $\frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = x^2 + y^2$;

3. $(y + \sqrt{x})dx + \sin y dy = 0$;

4. $\frac{d}{dx}(xy') - \cos y = x^2$.

2. Уравнение $xy'' = (y')^2 + xy'''$ допускает понижение порядка заменой:

1. $y' = z(x)$;

2. $y' = z(y)$;

3. $y' = yz(x)$;

4. $y'' = z(x)$.

3. Какие из приведенных условий вместе с уравнением $(1 + x^2)y' = xy \ln y$ образуют задачу Коши:

1. $y(0) = y(1) = 1$;

2. $y(1) = 3$;

3. $y(1) = 2$; $y'(1) = 1$;

4. $y'(0) = 2$.

7. Какая замена приводит однородное уравнение $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ к уравнению с разделяющимися переменными:

1. $y(x) = \frac{x}{z(x)}$;

2. $y(x) = \frac{z(x)}{x}$;

3. $y(x) = xz(x)$;

4. $y(x) = xz(y)$.

8. Определить тип уравнения $x \sin x + 2y = 2xy'$:

1. Однородное уравнение;

2. Уравнение Бернулли;

3. В полных дифференциалах;

4. Линейное уравнение.

9. Сколько решений имеет задача Коши $y' = \sqrt[3]{y^2}$, $y(-5) = 0$:

1. Одно решение;

2. Два решения;

3. Бесконечное множество решений;

4. Не имеет решений.

10. Ответить на вопросы

4. $y'(0) = 4$.
4. Уравнение $y''y'' + y = y'y'$ допускает понижение порядка заменой:
1. $y' = z(x)$;
 2. $y' = z(y)$;
 3. $y' = yz(x)$;
 4. $y'' = xz(x)$.
5. Решением какого уравнения является функция $y = cx + \frac{c}{\sqrt{1+c^2}}$ при каждом $c \in \mathbb{R}$:
1. $y' \sin x = y \ln y$;
 2. $xy + e^x = xy'$;
 3. $y - xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+(y')^2}}$;
 4. $y'' = x^2 \operatorname{ctg} y$.
6. Определить тип уравнения $(x^2 y - y \ln x) dx - (2xy + x \operatorname{arctg} y) dy = 0$:
1. Однородное;
 2. В полных дифференциалах;
 3. Уравнение с разделяющимися переменными;
 4. Линейное.

10. Определить порядок уравнения $y^4 ((y')^2 - 2yy'') = 4x^3 y^3 y' + 1$:
1. Первый;
 2. Второй;
 3. Третий;
 4. Четвертый.
11. Какое из приведенных уравнений является уравнением в полных дифференциалах:
1. $x dx + (x^2 \operatorname{ctg} y - 3 \cos y) dy = 0$;
 2. $(2x + y + 5) dy - (3x + 6y) dx = 0$;
 3. $(\sin x + y) dy - (x^2 - y \cos x) dx = 0$;
 4. $y^2 (x - y) dx - y(xy + x - 2y) dy = 0$.
12. Какое из приведенных уравнений является уравнением в полных дифференциалах:
1. $(y^3 + \ln x) dy = \frac{y}{x} dx$;
 2. $(y^3 + \ln x) dx + \frac{y}{x} dy = 0$;
 3. $(xy^3 + x \ln x) dy = y dx$;
 4. $y^3 dy + \frac{y}{x} dx = -\ln x dy$.

Заведующий кафедрой
Экзаменатор

Вит.В. Волчков
А.Ю.Иванов

Критерии оценивания модульного контроля

Номера заданий	Количество баллов
1-12	2,5
Всего	30

9. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

Экзамен по дисциплине является формой семестрового контроля знаний, он относится к промежуточной аттестацией, поэтому теоретические вопросы к нему совпадают с теоретическими вопросами к промежуточной аттестации, перечисленными в разделе 7 текущей рабочей программы. Практические навыки описаны там же.

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профиль:

Программа подготовки: **бакалавриат**

Семестр: **Третий**

Учебная дисциплина: **Дифференциальные уравнения**

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Определения понятий и утверждений: 1. Определение порядка ДУ 2. Общий вид уравнения Бернулли и методы решения. 3. Теорема об общем решении ЛОУ. 4. Свойство определителя Вронского системы линейно зависимых вектор-функций

Утверждение с доказательством: 5. Лемма об эквивалентности задачи Коши интегральному уравнению

Задачи: 6. Укажите наименьший порядок линейного однородного дифференциального уравнения имеющего следующие решения

$$1, e^x, e^{2x}, e^x + 1, e^{2x} - 1$$

7. Решите задачу Коши $yy' + x = xy^2, y(0) = -1$.

8. Решите уравнение $\left(2xy + \frac{\ln x}{x}\right)dx + (x^2 + \operatorname{tg} y)dy = 0$

9. Решите уравнение $y''' - y' = x + e^x$

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол №__ от «__» _____ 20__ года

Заведующий кафедрой _____

Вит.В. Волчков

Экзаменатор _____

А.Ю.Иванов

Критерии оценивания экзамена

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1-4	5
5	20
6-9	15
Всего	100 баллов

10. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

В течение семестра проводится две контрольные работы по проверке навыков решения примеров и задач. Первая – в середине семестра, вторая – в конце. Каждая контрольная оценивается исходя из максимальных 25 баллов. Оценивается правильность и полнота решения примеров и задач. Модульный контроль состоит из двух частей и проводится по теоретическим вопросам к промежуточной аттестации в конце семестра и оценивается исходя из максимальных 50 баллов. Оценивается полнота раскрытия теоретических вопросов.

Экзаменационная работа оценивается после защиты максимум в 100 баллов (максимум по 5 балла определения и формулировки, 20 баллов формулировка и доказательство теоремы и по 15 баллов за каждый из следующих 4 вопросов). Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно шкале, принятой в ДонНУ.

Распределение баллов, которые могут получить студенты в процессе изучения дисциплины

Во время самостоятельной работы студенты готовятся к занятиям: прорабатывают теоретический материал, выполняют практические задания. Основная часть баллов зарабатывается во время проведения самостоятельной и модульной контрольных работ по практическим навыкам, а также путем верного выполнения домашних заданий с последующей их защитой включающей теоретический опрос. За работу в аудитории, качественное выполнение домашних заданий возможно начисление бонусных баллов. В конце семестра возможно проведение бонусной контрольной работы по практике, задания к которой готовит преподаватель, выставляющий оценку за изучение дисциплины.

Самостоятельная и модульная контрольные работы по практике	Выполнение домашних заданий с последующей защитой	Всего
Максимум 50 баллов	Максимум 50 баллов	Максимум 100 баллов

Шкала соответствия баллов национальной шкале

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и лабораторные занятия проводятся в аудиториях, оснащенных доской и комплектами мебели.

12. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
Основная литература			
1.	Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: [Учеб. для мех.- мат. специальностей ун-тов] / И. Г. Петровский ; Под ред. А. Д. Мышкиса, О. А. Олейник. - 7-е изд. - М. : Изд-во Моск. ун-та, 1984. - 295 с.	90	-
2.	Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: [Для вузов]. - 7-е изд. - М. : Наука, 1992. - 127 с.	157	-
3.	Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения : [Учеб. для физ.-мат. специальностей вузов] / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. - М. : Наука, 1980. - 232 с.	76	
Дополнительная литература			
4.	Понтрягин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения : [учебник для вузов] / Л. С. Понтрягин. - 3-е изд. - Москва : Наука, 1970. - 332 с.	97	-

13. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

Конспект лекций, тексты индивидуальных заданий, книги и методические указания в электронном виде находятся по ссылке:

<https://drive.google.com/folderview?id=0Bz84M0CUwqC8bnhVR2RVXy1DRGc&usp=sharing>

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20__.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20__.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20__.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20__.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20__.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20__.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20__.

Зав. кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20__ год.

Протокол заседания кафедры № ____ от « ____ » _____ 20__.

Зав. кафедрой _____