

**ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФАКУЛЬТЕТ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ**

Кафедра инженерной и компьютерной педагогики

УТВЕРЖДАЮ:

проректор по научно-методической
и учебной работе

Е. И. Скафа

2020 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»**

Направление подготовки:	44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)
Профиль подготовки:	Информатика и вычислительная техника
Образовательная программа:	бакалавриат
Квалификация:	Академический бакалавр
Форма обучения:	очная, заочная, в том числе с ускоренным сроком обучения

Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета дополнительного
и профессионального образования

Марченко Г.В.

«17» апреля 2020 г.

МП



Программа учебной дисциплины «Высшая математика» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) Донецкой Народной Республики (ДНР) по направлению подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям), утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от 20 апреля 2016 г. № 424;

Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.; учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (Профиль: Информатика и вычислительная техника), разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Ст. преподаватель кафедры ИКП

М.П. Загорный

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры инженерной и компьютерной педагогики

Протокол № 10 от «4» апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой

М. Г. Коляда

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета дополнительного и профессионального образования

Протокол № 10 от «16» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета

М. П. Загорный

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Дисциплина относится к базовой части профессионального блока учебного плана направления подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (Профиль: Информатика и вычислительная техника).

Изучение данной дисциплины базируется на математических знаниях и умениях, полученных в довузовский период, реализуется во взаимосвязи с освоением *сопутствующих* дисциплин (Физика, Естественнонаучная картина мира, Введение в специальность, Интернет-технологии и ресурсы глобальной сети) и необходимо как *предшествующее* для освоения следующих дисциплин: Информатика, Методология научно-педагогических исследований, Интеллектуальные системы в образовании, Дискретная математика, Теория информации и кодирования, Компьютерные сети и системы, Компьютационная педагогика, Основы информационных технологий, Компьютерная обработка информации, Теоретические основы информатики, Языки и системы программирования, Криптография и стеганография, Анализ данных, Математические методы в педагогических исследованиях, Математические методы в инженерных исследованиях, Инженерия знаний и интеллектуальные системы.

Полученные знания используются студентами при прохождении практик, при подготовке выпускной квалификационной работы и в будущей профессиональной деятельности.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>				
Направление подготовки	44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)			
Профиль	Информатика и вычислительная техника			
Образовательная программа	бакалавриат			
Квалификация	Академический бакалавр			
Количество содержательных модулей	3			
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	дисциплина базовой части образовательной программы			
Формы контроля	модульный контроль, экзамен			
Показатели	очная форма обучения		заочная форма обучения	
	нормат. срок	ускор. срок	нормат. срок	ускор. срок
Количество зачетных единиц (кредитов)	3	3	3	3
Год подготовки	1	1	1	1
Семестр	1	1	1	1
Количество часов	108	108	108	108
- лекционных	36	18	6	4
- практических, семинарских	18	18	4	2
- лабораторных				
- самостоятельной работы	54	72	98	102
в т. ч. индивидуальное задание				
Недельное количество часов,	6	6	6	6
в т. ч. аудиторных	3	2	0,56	0,33

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи

Целью преподавания дисциплины является формирование и развитие у будущих педагогов (преподавателей информатики и вычислительной техники) знаний, умений и навыков в области высшей математики, способности и готовности к эффективному и результативному решению задач будущей профессиональной деятельности с использованием математических методов.

Основными **задачами**, решаемыми при изучении дисциплины являются: формирование и развитие знаний и умений в области элементов аналитической геометрии, формирование и развитие знаний и умений в области элементов высшей алгебры, формирование и развитие знаний и умений в области элементов математического анализа. Студент, успешно освоивший данную дисциплину должен быть способен практически применять методы высшей математики при решении задач в области информатики и вычислительной техники, а также в контексте математических методов в педагогических исследованиях и практике.

Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины «Высшая математика» направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО ДНР по направлению подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям) и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (Профиль: Информатика и вычислительная техника):

а) общекультурных (ОК):

осознание культурных ценностей, понимание роли культуры в жизнедеятельности человека (ОК-1);

осознание ключевых ценностей профессионально-педагогической деятельности (демонстрирует глубокое знание всех ключевых ценностей профессии, проявляет понимание их смыслов и значений, высказывает свое отношение к каждой ключевой ценности профессии, демонстрирует системность, целостность представлений о ценностных отношениях к человеку, обучающемуся) (ОК-2);

наличие целостного представления о картине мира, ее научных основах (ОК-14);

способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессионально-педагогической деятельности (ОК-16);

готовность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессионально-педагогической деятельности (ОК-17);

владение культурой мышления, знание его общих законов, способность в письменной и устной речи правильно (логически) оформить его результаты (ОК-18);

владение технологией научного исследования (ОК-19);

готовность анализировать информацию для решения проблем, возникающих в профессионально-педагогической деятельности (ОК-27);

владение процессом творчества (поиск идей, рефлексия, моделирование) (ОК-28);

владение системой эвристических методов и приемов (ОК-29);

б) общепрофессиональных (ОПК):

осознание социальной значимости своей будущей профессии, обладание мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности (ОПК-1);

способность использовать систематизированные теоретические и практические знания гуманитарных, социальных и точных наук при решении социальных и профессиональных задач (ОПК-2);

владение основами речевой профессиональной культуры (ОПК-3);

способность нести ответственность за результаты своей профессиональной деятельности (ОПК-4);

в) профессиональных (ПК):

в области профессиональной деятельности:

готовность к осуществлению диагностики и прогнозирования развития личности рабочего (специалиста) (ПК-8);

готовность к использованию концепций и моделей образовательных систем в мировой и отечественной педагогической практике (ПК-10);

в научно-исследовательской деятельности:

готовность к участию в исследованиях проблем, возникающих в процессе подготовки рабочих и при производственной деятельности специалистов (ПК-12);

готовность к поиску, созданию, распространению, применению новшеств и творчества в образовательном процессе для решения профессионально-педагогических задач (ПК-13);

в образовательно-проектировочной деятельности:

способность прогнозировать результаты профессионально-педагогической деятельности (ПК-15);

способность проектировать пути и способы повышения эффективности профессионально-педагогической деятельности (ПК-18);

готовность к проектированию форм, методов и средств контроля результатов подготовки рабочих (специалистов) в образовательном процессе (ПК-23);

в организационно-технологической деятельности:

готовность к анализу и организации работы службы поддержки информационно-коммуникационных систем на предприятиях (ПК-26);

готовность к конструированию, эксплуатации и техническому обслуживанию учебно-технологической среды для практической подготовки рабочих (специалистов) (ПК-28);

в обучении по рабочей профессии:

способность использовать передовые отраслевые технологии в процессе обучения рабочей профессии (специальности) (ПК-31);

готовность к формированию профессиональной компетентности рабочего (специалиста) соответствующего квалификационного уровня (ПК-34);

готовность к производительному труду (ПК-36).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- системы координат, способы решения простейших задач аналитической геометрии, векторную алгебру, преобразование декартовых прямоугольных координат;
- понятие уравнения линии на плоскости, понятие уравнения (уравнений) поверхности и линии в пространстве, линейные образы аналитической геометрии;
- линии и поверхности второго порядка;
- комплексные числа, алгебру многочленов, матрицы и определители;
- системы линейных алгебраических уравнений, точные и приближенные методы решения линейных систем;
- числовые последовательности и функции, пределы и непрерывность;
- основы дифференциального исчисления;
- неопределенный интеграл, способы интегрирования в элементарных функциях;
- основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях, формулы Тейлора и Маклорена;
- способы исследования графика функции и нахождения ее максимального и минимального значений;
- определенный интеграл и его приложения;
- приближенные методы вычисления корней уравнений и определенных интегралов, числовые ряды, функциональные последовательности и ряды;
- функции, зависящие от нескольких переменных, неявные функции;
- двойные и кратные интегралы, несобственные интегралы, интегралы, зависящие от параметров, ряды и интеграл Фурье;
- криволинейные интегралы, поверхностные интегралы, элементы теории поля, элементы теории кривых и поверхностей;
- дифференциальные уравнения, способы точного и приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и линейных (квазилинейных) дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных – как методы отыскания общих решений, так и методы получения решений начальных и краевых задач;

уметь:

- применять метод координат, решать простейшие задачи аналитической геометрии, оперировать векторами, выполнять преобразования декартовых прямоугольных координат, использовать полярные, цилиндрические и сферические координаты;
- моделировать объекты, процессы и явления различных предметных областей, используя уравнения линий на плоскости, уравнения поверхностей и линий в пространстве, линейные образы (прямые и плоскости);
- исследовать линии и поверхности второго порядка;

- оперировать комплексными числами; выполнять разложение правильной рациональной дроби с комплексными коэффициентами в сумму простейших дробей; выполнять разложение алгебраического многочлена с действительными коэффициентами в произведение неприводимых действительных множителей; выполнять разложение правильной рациональной дроби с действительными коэффициентами в сумму простейших дробей с действительными коэффициентами;
 - оперировать матрицами, находить определитель квадратной матрицы, строить матрицу, обратную данной (если это возможно);
 - решать системы линейных алгебраических уравнений;
 - исследовать числовые последовательности и функции, находить их пределы, исследовать функции на непрерывность;
 - находить производные и дифференциалы (как первого, так и высших порядков) функций одной действительной переменной, дифференцировать функции, заданные параметрически, использовать дифференциалы для приближенных вычислений;
 - выполнять неопределенное интегрирование в элементарных функциях (если это возможно);
 - находить пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя; раскрывать неопределенности типичных видов; разлагать элементарные функции по формулам Маклорена и Тейлора, использовать эти формулы для асимптотических оценок, вычисления пределов, вычисления значений элементарных функций;
 - осуществлять исследование графика функции и нахождение ее экстремумов;
 - вычислять определенные интегралы; применять их для нахождения длин дуг кривых, площадей квадратуемых плоских фигур, объемов цилиндров, тел вращения, ступенчатых тел, площадей поверхностей вращения, масс и центров тяжести неоднородных стержней, работ переменных сил;
 - приближенно вычислять корни уравнений и определенные интегралы; моделировать объекты, процессы и явления различных предметных областей, используя функциональные последовательности, числовые и функциональные ряды;
 - оперировать функциями, зависящими от нескольких переменных, неявными функциями;
 - вычислять двойные и кратные интегралы, несобственные интегралы; оперировать интегралами, зависящими от параметров; использовать при решении практических задач ряды и интегралы Фурье;
 - вычислять криволинейные интегралы, поверхностные интегралы; применять при решении практических задач элементы теории поля, элементы теории кривых и поверхностей;
 - точно решать обыкновенные дифференциальные уравнения (классов, поддающихся интегрированию в квадратурах) и линейные (квазилинейные) дифференциальные уравнения первого порядка – находить как общие решения, так и решения начальных и краевых задач;
 - строить приближенные численные решения начальных и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений;
- владеть:**
- методами аналитической геометрии, высшей алгебры и математического анализа для успешного решения задач будущей профессиональной деятельности.

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
Содержательный модуль 1. Элементы аналитической геометрии	
Тема 1. Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии. Векторная алгебра. Преобразование декартовых прямоугольных координат	<p>Декартовы координаты на прямой. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Понятие направленного отрезка в пространстве. Проекция направленного отрезка на ось. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Барцентрические координаты. Полярные, цилиндрические и сферические координаты.</p> <p>Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Понятие линейной зависимости векторов. Линейные комбинации</p>

	<p>двух и трех векторов. Линейная зависимость четырех векторов. Понятие базиса. Аффинные координаты. Проекция вектора на ось и ее свойства. Декартова прямоугольная система координат как частный случай аффинной системы координат.</p> <p>Определение скалярного произведения двух векторов. Геометрические и алгебраические свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах.</p> <p>Правые и левые тройки векторов и системы координат. Определение векторного произведения двух векторов. Геометрические свойства векторного произведения. Смешанное произведение трех векторов. Алгебраические свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Двойное векторное произведение.</p> <p>Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости. Общие формулы преобразования декартовых прямоугольных координат в пространстве. Их геометрический смысл. Углы Эйлера.</p> <p>Понятие линейных преобразований плоскости. Аффинные преобразования плоскости и их основное свойство. Основным инвариант аффинного преобразования плоскости. Аффинные преобразования пространства. Ортогональные преобразования. Проективные преобразования.</p>
<p>Тема 2. Уравнение линии на плоскости. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Линейные образы</p>	<p>Понятие об уравнении линии на плоскости. Параметрическое представление линии. Уравнение линии в различных системах координат. Два типа задач, связанных с аналитическим представлением линии. Классификация плоских линий. Пересечение двух линий.</p> <p>Понятие об уравнении поверхности. Уравнения линии в пространстве. Цилиндрические и конические поверхности. Параметрические уравнения линии и поверхности в пространстве. Классификация поверхностей. Пересечение поверхностей и линий в пространстве.</p> <p>Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой в отрезках. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Нормированное уравнение прямой. Отклонение точки от прямой. Уравнение пучка прямых.</p> <p>Нахождение прямой, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0)$ и образующей заданный угол φ с данной прямой $y = kx + b$. Нахождение биссектрис углов, образованных прямыми. Условия, при которых данная прямая пересекает данный отрезок. Определение местоположения данной точки и начала координат относительно углов, образованных двумя данными прямыми. Условие пересечения трех прямых в одной точке. Нахождение прямой, проходящей через точку пересечения двух данных прямых и удовлетворяющей дополнительному условию.</p> <p>Общее уравнение плоскости в пространстве. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой. Нормированное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости. Пучки и связки плоскостей.</p> <p>Канонические уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой, проходящей через две различные точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$</p>

	<p>и $M_2(x_2; y_2; z_2)$. Параметрические уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Условия принадлежности двух прямых к одной плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Условия принадлежности прямой $\frac{x-x_0}{l_x} = \frac{y-y_0}{l_y} = \frac{z-z_0}{l_z}$ к плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$. Связка прямых.</p> <p>Условие пересечения трех плоскостей в одной и только в одной точке. Нахождение биссектральной плоскости двугранного угла, образованного двумя данными плоскостями. Условия, при которых данная плоскость пересекает данный отрезок. Определение местоположения двух данных точек относительно двугранных углов, образованных данными плоскостями. Уравнения прямой, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно данной плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ параллельно заданной плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно заданной прямой $\frac{x-x_0}{l_x} = \frac{y-y_0}{l_y} = \frac{z-z_0}{l_z}$. Уравнение плоскости, проходящей через данную прямую $\frac{x-x_0}{l_x} = \frac{y-y_0}{l_y} = \frac{z-z_0}{l_z}$ и через заданную не лежащую на этой прямой точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$. Уравнение плоскости, проходящей через данную прямую $\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}$ параллельно другой данной прямой $\frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$. Уравнение плоскости, проходящей через заданную прямую и перпендикулярной заданной плоскости. Уравнения перпендикуляра, опущенного из заданной точки на данную прямую. Нахождение расстояния от данной точки до данной прямой. Нахождение общего перпендикуляра к двум скрещивающимся прямым. Нахождение кратчайшего расстояния между двумя данными скрещивающимися прямыми.</p>
<p>Тема 3. Линии и поверхности второго порядка</p>	<p>Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Исследование формы эллипса, гиперболы и параболы по их каноническим уравнениям. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Директрисы эллипса и гиперболы. Определение эллипса и гиперболы, основанное на их свойстве по отношению к директрисам. Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения. Полярные уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Уравнения касательных к эллипсу, гиперболе и параболе. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы.</p> <p>Преобразование коэффициентов уравнения линии второго порядка при переходе к новой декартовой системе координат. Инварианты уравнения линии второго порядка. Понятие типа линии второго порядка. Центр линии второго порядка. Стандартное упрощение любого уравнения линии второго порядка путем поворота осей. Упрощение уравнения центральной линии второго порядка ($I_2 \neq 0$). Классификация центральных линий. Упрощение уравнения линии параболического типа ($I_2 = 0$). Классификация линий параболического типа. Распадающиеся кривые второго порядка.</p> <p>Понятие поверхности второго порядка. Преобразование коэффициентов уравнения поверхности второго порядка при пе-</p>

	<p>переходе к новой декартовой системе координат. Инварианты уравнения поверхности второго порядка. Центр поверхности второго порядка. Стандартное упрощение любого уравнения поверхности второго порядка путем поворота осей.</p> <p>Классификация центральных поверхностей второго порядка. Классификация нецентральных поверхностей второго порядка. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Конус и цилиндры второго порядка. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.</p>
Содержательный модуль 2. Элементы высшей алгебры	
Тема 4. Комплексные числа. Алгебра многочленов. Матрицы и определители	<p>Краткие сведения о комплексных числах. Алгебраические многочлены. Кратные корни многочлена. Признак кратности корня. Принцип выделения кратных корней. Нахождение наибольшего общего делителя двух многочленов (алгоритм Евклида). Разложение правильной рациональной дроби с комплексными коэффициентами в сумму простейших дробей. Разложение алгебраического многочлена с действительными коэффициентами в произведение неприводимых действительных множителей. Разложение правильной рациональной дроби с действительными коэффициентами в сумму простейших дробей с действительными коэффициентами.</p> <p>Понятие матрицы. Основные операции над матрицами и их свойства. Блочные матрицы.</p> <p>Понятие определителя. Выражение определителя непосредственно через его элементы. Теорема Лапласа. Свойства определителей. Примеры вычисления определителей. Определитель суммы и произведения матриц. Понятие обратной матрицы.</p> <p>Понятие линейной зависимости строк (столбцов) матрицы. Понятие ранга матрицы. Теорема о базисном миноре. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя.</p>
Тема 5. Системы линейных алгебраических уравнений	<p>Понятие системы линейных алгебраических уравнений и ее решения. Нетривиальная совместность однородной системы. Условие совместности общей линейной системы.</p> <p>Точные методы отыскания решений линейной системы: квадратная система линейных уравнений с определителем основной матрицы, отличным от нуля; отыскание всех решений общей линейной системы; свойства совокупности решений однородной системы.</p> <p>Приближенные методы решения линейных систем: метод простой итерации (метод Якоби); общий неявный метод простой итерации; модифицированный метод простой итерации; метод Зейделя; метод верхней релаксации; итерационный метод П. Л. Чебышева.</p>
Содержательный модуль 3. Элементы математического анализа	
Тема 6. Числовые последовательности и функции. Пределы и непрерывность	<p>Числовые последовательности и операции над ними. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Основные свойства бесконечно малых последовательностей.</p> <p>Понятие сходящейся последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Предельный переход в неравенствах.</p> <p>Определение монотонных последовательностей. Признак сходимости монотонной последовательности. Примеры сходящихся монотонных последовательностей. Число e.</p> <p>Подпоследовательности. Предельные точки последовательности. Существование предельной точки у ограниченной по-</p>

	<p>следовательности. О выделении сходящейся подпоследовательности. Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности.</p> <p>Переменная величина и функция. Способы задания функций. Простейшие свойства функций.</p> <p>Предел функции. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.</p> <p>Непрерывность функции. Арифметические операции над непрерывными функциями. Сложная функция и ее непрерывность.</p> <p>Определение и примеры монотонных функций. Понятие обратной функции. Монотонные функции, имеющие обратную.</p> <p>Понятие элементарной функции. Рациональные степени положительных чисел. Показательная функция. Логарифмическая функция. Гиперболические функции. Степенная функция с любым действительным показателем. Тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции. Первый и второй замечательные пределы. Пределы некоторых сложных функций:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{n}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1,$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}.$ <p>Точки разрыва функции и их классификация. Кусочно непрерывные функции.</p>
<p>Тема 7. Основы дифференциального исчисления</p>	<p>Приращение аргумента и функции. Разностная форма условия непрерывности. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Правая и левая производные. Понятие производной векторной функции.</p> <p>Дифференцируемость функции в точке. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Дифференциал функции.</p> <p>Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного.</p> <p>Производная степенной функции с целочисленным показателем. Производная функции $y = \sin x$. Производная функции $y = \cos x$. Производные функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$. Производная функции $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$).</p> <p>Теорема о производной обратной функции.</p> <p>Производная показательной функции $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$).</p> <p>Производные обратных тригонометрических функций.</p> <p>Правило дифференцирования сложной функции.</p> <p>Понятие логарифмической производной функции. Производная степенной функции с любым действительным показателем. Таблица производных простейших элементарных функций.</p> <p>Инвариантность формы первого дифференциала. Формулы и правила вычисления дифференциалов. Использование дифференциала для установления приближенных формул.</p> <p>Понятие производной n-го порядка. n-е производные некоторых функций: степенной функции $y = x^\alpha$ ($x > 0, \alpha \in R$); показательной функции $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$); тригонометрических функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$; дробно-линейной функции $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($a, b, c, d \in R$). Формула Лейбница для n-й произ-</p>

	<p>водной произведения двух функций. Дифференциалы высших порядков.</p> <p>Дифференцирование функции, заданной параметрически.</p>
<p>Тема 8. Неопределенный интеграл. Интегрирование в элементарных функциях</p>	<p>Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.</p> <p>Интегрирование методом замены переменной (методом подстановки). Интегрирование по частям.</p> <p>Интегрирование рациональной дроби. Метод Остроградского. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений (выражений вида $R(\sin x, \cos x)$, где R – рациональная функция). Интегрирование дробно-линейных иррациональностей – функций вида $R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$. Интегрирование биномиальных дифференциалов – выражений вида $x^m(a+bx^n)^p dx$. Интегрирование квадратичных иррациональностей, то есть функций вида $R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$, посредством подстановок Эйлера. Интегрирование квадратичных иррациональностей без применения подстановок Эйлера. Понятие об эллиптических интегралах.</p>
<p>Тема 9. Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях</p>	<p>Необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке (критерий Коши). Локальная ограниченность функции, имеющей предел в точке. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Прохождение непрерывной функции через нуль при смене знаков. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение. Ограниченность функции, непрерывной на сегменте (первая теорема Вейерштрасса).</p> <p>Точная верхняя и точная нижняя грани функции на данном множестве. Достижение функцией, непрерывной на сегменте, своих точных граней (вторая теорема Вейерштрасса).</p> <p>Возрастание и убывание функции в точке. Локальный максимум и локальный минимум функции. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Теорема о нуле производной (теорема Ролля).</p> <p>Формула конечных приращений (формула Лагранжа). Постоянство функции, имеющей на интервале равную нулю производную. Условия монотонности функции на интервале. Отсутствие у производной точек разрыва первого рода и устранимых разрывов.</p> <p>Примеры вывода с помощью формулы Лагранжа полезных неравенств:</p> $ \sin x_1 - \sin x_2 \leq x_1 - x_2 ,$ $ \operatorname{arctg} x_1 - \operatorname{arctg} x_2 \leq x_1 - x_2 .$ <p>Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши).</p> <p>Раскрытие неопределенностей вида $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$ (правило Лопиталя). Раскрытие неопределенностей других видов ($0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞, 0^0 и ∞^0).</p> <p>Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа, Коши и Пеано. Формула Маклорена. Оценка остаточного члена для произвольной функции. Разложение по формуле Маклорена элементарных функций $f(x) = e^x$, $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \ln(1+x)$, $f(x) = (1+x)^\alpha$ ($\alpha \in R$),</p>

	$f(x) = \operatorname{arctg} x$. Вычисление числа e . Использование формулы Маклорена для асимптотических оценок элементарных функций и вычисления пределов. Вычисление логарифмической и обратных тригонометрических функций. Вычисление тригонометрических функций, показательной функции и гиперболических функций.
Тема 10. Исследование графика функции и нахождение ее максимального и минимального значений	<p>Отыскание участков монотонности функции. Отыскание точек возможного экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Решение вопроса о наличии экстремума функции, непрерывной, но недифференцируемой в данной точке. Общая схема отыскания экстремумов.</p> <p>Направление выпуклости графика функции. Определение точки перегиба. Необходимое условие перегиба. Первое и второе достаточные условия перегиба. Обобщения первого достаточного условия перегиба.</p> <p>Третье достаточное условие экстремума и перегиба.</p> <p>Асимптоты графика функции.</p> <p>Схема исследования графика функции. Отыскание максимального и минимального значений функции. Краевой экстремум.</p>
Тема 11. Определенный интеграл и его приложения	<p>Интегральные суммы. Интегрируемость. Понятие верхней и нижней сумм. Свойства верхних и нижних сумм.</p> <p>Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Свойство равномерной непрерывности функции. Теорема о равномерной непрерывности. Интегрируемость непрерывных функций. Интегрируемость некоторых разрывных функций (ограниченных на сегменте и имеющих лишь конечное число точек разрыва, кусочно непрерывных на сегменте). Интегрируемость монотонных ограниченных функций.</p> <p>Основные свойства определенного интеграла. Оценки интегралов. Первая формула среднего значения. Первая формула среднего значения в обобщенной форме. Вторая формула среднего значения.</p> <p>Существование первообразной для непрерывной функции. Основная формула интегрального исчисления (формула Ньютона-Лейбница). Замена переменной под знаком определенного интеграла. Формула интегрирования по частям для определенных интегралов. Остаточный член формулы Тейлора в интегральной форме.</p> <p>Неравенство Гельдера для сумм. Неравенство Буняковского для сумм. Неравенство Минковского для сумм. Интегрируемость произвольной положительной степени модуля интегрируемой функции. Неравенство Гельдера для интегралов. Неравенство Коши-Буняковского для интегралов. Неравенство Минковского для интегралов.</p> <p>Понятие плоской кривой. Параметрическое задание кривой. Понятие пространственной кривой. Понятие длины дуги кривой. Достаточные условия спрямляемости кривой. Формулы для вычисления длины дуги кривой. Дифференциал дуги. Примеры вычисления длины дуги: длина дуги циклоиды, длина участка цепной линии, длина дуги эллипса.</p> <p>Понятие квадратуемости плоской фигуры. Площадь квадратуемой плоской фигуры. Площадь криволинейной трапеции. Площадь криволинейного сектора. Примеры вычисления площадей.</p> <p>Понятие кубируемости и объема. Кубируемость цилиндров, ступенчатых тел, тел вращения. Формула объема цилиндра. Формула объема тела вращения. Примеры вычисления объемов.</p>

	<p>Поверхность вращения. Понятие квадратуемости поверхности вращения. Достаточные условия квадратуемости поверхности вращения. Формула площади поверхности вращения.</p> <p>Масса и центр тяжести неоднородного стержня. Работа переменной силы.</p>
<p>Тема 12. Приближенные методы вычисления корней уравнений и определенных интегралов. Числовые ряды. Функциональные последовательности и ряды</p>	<p>Приближенные методы вычисления корней уравнений: метод «вилки», метод касательных (метод Ньютона), метод хорд, метод итераций (последовательных приближений).</p> <p>Приближенные методы вычисления определенных интегралов: метод прямоугольников, метод трапеций, метод парабол (метод Симпсона).</p> <p>Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Невлияние на сходимость ряда добавления или отбрасывания числа членов, умножения на отличную от нуля постоянную.</p> <p>Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с положительными членами. Признаки сравнения для рядов с положительными членами. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов с положительными членами. Интегральный признак Коши-Маклорена. Признак Раабе. Отсутствие универсального ряда сравнения.</p> <p>Понятия абсолютно и условно сходящегося ряда. Теорема Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда. Теорема Коши о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. Арифметические операции над сходящимися рядами. Признаки сходимости произвольных рядов: признак Лейбница, признак Дирихле-Абеля.</p> <p>Понятие бесконечного произведения. Сходящиеся и расходящиеся бесконечные произведения. Связь между сходимостью бесконечных произведений и рядов.</p> <p>Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве. Понятие равномерной сходимости на множестве. Критерий Коши. Достаточные признаки равномерной сходимости. Почленный переход к пределу. Непрерывность суммы функционального ряда и предела функциональной последовательности.</p> <p>Почленное интегрирование и почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Сходимость в среднем. Равностепенная непрерывность последовательности функций. Теорема Арцела.</p> <p>Степенной ряд и область его сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда. Разложение функции в степенной ряд. Равномерное приближение непрерывной функции многочленами (теорема Вейерштрасса).</p>
<p>Тема 13. Функции, зависящие от нескольких переменных. неявные функции</p>	<p>Евклидова плоскость и евклидово пространство. Понятие функции двух и трех переменных. Понятия m-мерного координатного пространства и m-мерного евклидова пространства. Множества точек пространства E^m. Понятие функции m переменных.</p> <p>Сходящиеся последовательности точек в пространстве E^m. Критерий Коши сходимости последовательности. Возможность выделить из любой ограниченной последовательности сходящуюся подпоследовательность (теорема Больцано-Вейерштрасса). Понятие предела функции нескольких переменных. Бесконечно малые функции. Необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке (критерий Коши). Повторные пределы.</p>

	<p>Определение непрерывности функции нескольких переменных. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Теорема о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение. Ограниченность функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве. Достижение функцией, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве своих точных граней. Понятие равномерной непрерывности функции нескольких переменных.</p> <p>Частные производные функции нескольких переменных. Понятие дифференцируемости функции нескольких переменных. Понятие дифференциала функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная по направлению. Градиент.</p> <p>Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции m переменных с остаточным членом в форме Лагранжа, в форме Пеано.</p> <p>Понятие экстремума функции m переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Случай функции двух переменных. Примеры исследования функций на экстремум.</p> <p>Выпуклые множества и выпуклые функции. Существование минимума у сильно выпуклой функции и единственность минимума у строго выпуклой функции. Поиск минимума сильно выпуклой функции градиентным методом.</p> <p>Понятие неявной функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции. Вычисление частных производных неявно заданной функции. Особые точки поверхности и плоской кривой. Условия, обеспечивающие существование для функции $y = f(x)$, заданной неявно, обратной функции.</p> <p>Понятие об определении неявных функций системой функциональных уравнений. Теорема о разрешимости системы функциональных уравнений. Вычисление частных производных функций, неявно определяемых посредством системы функциональных уравнений.</p> <p>Понятие зависимости функций. Достаточное условие независимости. Функциональные матрицы и их приложения.</p> <p>Понятие условного экстремума. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Достаточные условия. Примеры. Огибающая и дискриминантная кривая однопараметрического семейства плоских кривых. Соприкосновение плоских кривых. Кривизна плоской кривой. Нормаль к плоской кривой. Эволюта и эвольвента.</p>
<p>Тема 14. Двойные и кратные интегралы. Несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметров. Ряды и интегралы Фурье</p>	<p>Определение двойного интеграла для прямоугольника. Существование двойного интеграла для прямоугольника. Определение и существование двойного интеграла для произвольной области. Определение двойного интеграла при помощи произвольных разбиений области. Основные свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному однократному.</p> <p>Тройные и n-кратные интегралы. Замена переменных в n-кратном интеграле. Приближенное вычисление n-кратных интегралов.</p> <p>Понятие несобственного интеграла первого рода (одномерный случай). Критерий Коши сходимости несобственного интеграла первого рода. Достаточные признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.</p>

	<p>Замена переменных под знаком несобственного интеграла и формула интегрирования по частям.</p> <p>Понятие несобственного интеграла второго рода (одномерный случай). Критерий Коши.</p> <p>Главное значение несобственного интеграла.</p> <p>Понятие кратных несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Несобственные интегралы от знакопеременных функций. Главное значение кратных несобственных интегралов.</p> <p>Понятие собственного интеграла, зависящего от параметра. Свойства непрерывности, интегрируемости и дифференцируемости собственных интегралов, зависящих от параметра. Случай, когда пределы интегрирования собственного интеграла зависят от параметра.</p> <p>Понятие несобственного интеграла первого рода, зависящего от параметра. Понятие равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра. Свойства непрерывности, интегрируемости и дифференцируемости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Несобственные интегралы второго рода, зависящие от параметра. Применение теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению несобственных интегралов.</p> <p>Эйлеров интеграл первого рода – бета-функция, $B(p, q)$. Эйлеров интеграл второго рода – гамма-функция, $\Gamma(p)$. Область сходимости интегралов Эйлера. Непрерывность интегралов Эйлера. Существование производной любого порядка у функции $\Gamma(p)$. Формула приведения для $\Gamma(p)$. Свойство симметрии для функции $B(p, q)$ и формулы приведения для $B(p, q)$. Связь между эйлеровыми интегралами. Вычисление определенных интегралов с помощью эйлеровых интегралов.</p> <p>Формула Стирлинга.</p> <p>Собственные кратные интегралы, зависящие от параметров. Несобственные кратные интегралы, зависящие от параметров. Приложение кратных интегралов, зависящих от параметра, к теории ньютонова потенциала.</p> <p>Понятие об ортонормированных системах и об общем ряде Фурье. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равномерное приближение непрерывной функции тригонометрическими многочленами. Условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье.</p> <p>Образ Фурье и его простейшие свойства. Условия разложимости функции в интеграл Фурье. Прямое и обратное преобразования Фурье.</p> <p>Понятие кратного тригонометрического ряда Фурье и его прямоугольных и сферических частичных сумм. Условия сходимости кратного тригонометрического ряда. Разложение функции в N-кратный интеграл Фурье.</p>
<p>Тема 15. Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы. Элементы теории поля. Элементы теории кривых и поверхностей</p>	<p>Определения криволинейных интегралов и их физический смысл. Существование криволинейных интегралов и их сведение к определенным интегралам.</p> <p>Понятие поверхности. Регулярная поверхность. Задание поверхности с помощью векторных функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Односторонние и двусторонние поверхности.</p> <p>Понятие площади поверхности. Квадрируемость гладких поверхностей.</p> <p>Понятия поверхностных интегралов первого и второго рода. Существование поверхностных интегралов первого и второго</p>

	<p>родов. Поверхностные интегралы второго рода, не зависящие от выбора декартовой системы координат.</p> <p>Взаимные базисы векторов. Ковариантные и контравариантные координаты векторов. Преобразования базиса и координат. Инварианты линейного оператора. Дивергенция и ротор линейного оператора.</p> <p>Скалярное и векторное поле. Градиент. Производные по направлению. Дивергенция и ротор. Повторные операции. Выражение в криволинейных координатах градиента, производных по направлению, дивергенции и ротора. Выражение оператора Лапласа в криволинейных ортогональных координатах. Выражение основных операций теории поля в цилиндрической и сферической системах координат.</p> <p>Формула Грина. Формула Стокса. Формула Остроградского. Выражение площади плоской области через криволинейный интеграл. Выражение объема через поверхностный интеграл. Условия, при которых дифференциальная форма $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ представляет собой полный дифференциал. Потенциальные и соленоидальные векторные поля.</p> <p>Векторная функция: предел, непрерывность, производная, дифференцируемость, формула Тейлора, интегралы.</p> <p>Регулярные кривые. Касательная к кривой. Соприкасающаяся плоскость для кривой. Кривизна кривой. Кручение кривой. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.</p> <p>Первая квадратичная форма поверхности. Измерения на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Классификация точек регулярной поверхности. Кривизна кривой на поверхности. Специальные линии на поверхности. Формула Эйлера. Средняя и гауссова кривизна поверхности. Теорема Гаусса.</p>
<p>Тема 16. Дифференциальные уравнения</p>	<p>Дифференциальные уравнения и приводящие к ним задачи. Обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных.</p> <p>Уравнение с разделяющимися переменными. Однородное и неоднородное линейное уравнение первого порядка. Существование и единственность решения начальной задачи для уравнения первого порядка. Интегрирование уравнения, неразрешенного относительно производной, путем введения параметра. Особые решения таких уравнений. Существование и единственность решения начальной задачи для нормальной системы уравнений первого порядка.</p> <p>Линейное дифференциальное уравнение n-го порядка. Основные свойства линейного уравнения с постоянными коэффициентами. Общие свойства линейного уравнения n-го порядка. Однородное линейное уравнение n-го порядка. Неоднородное линейное уравнение n-го порядка. Линейное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>Системы линейных дифференциальных уравнений. Общие свойства систем линейных уравнений. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.</p> <p>Построение решения линейного уравнения в виде степенного ряда.</p> <p>Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Задачи на собственные значения. Задача Штурма-Лиувилля. Теорема разложимости Стеклова.</p> <p>Численные методы решения начальных и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.</p> <p>Линейное дифференциальное уравнение первого порядка в частных производных. Квазилинейное дифференциальное уравнение первого порядка в частных производных.</p>

Тематический план

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов																			
	Очная форма обучения										Заочная форма обучения									
	Нормативный срок обучения					Ускоренный срок обучения					Нормативный срок обучения					Ускоренный срок обучения				
	всего	в т. ч.				всего	в т. ч.				всего	в т. ч.				всего	в т. ч.			
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа
Содержательный модуль 1. Элементы аналитической геометрии																				
<i>Тема 1. Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии. Векторная алгебра. Преобразование декартовых прямоугольных координат</i>	6	2			4	6				6	6	2			4	6	2		4	
<i>Тема 2. Уравнение линии на плоскости. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Линейные образы</i>	6	2	2		2	6		2		4	6				6	6			6	
<i>Тема 3. Линии и поверхности второго порядка</i>	8	2	2		4	8	2			6	8				8	8			8	
Итого по содержательному модулю 1	20	6	4		10	20	2	2		16	20	2			18	20	2		18	

Содержательный модуль 2. Элементы высшей алгебры																						
Тема 4. Комплексные числа. Алгебра многочленов. Матрицы и определители	6	2			4		6		2		4		6	2			4		6	2		4
Тема 5. Системы линейных алгебраических уравнений	8	2	2		4		8	2			6		8		2		6		8			8
Итого по содержательному модулю 2	14	4	2		8		14	2	2		10		14	2	2		10		14	2		12
Содержательный модуль 3. Элементы математического анализа																						
Тема 6. Числовые последовательности и функции. Пределы и непрерывность	6	2			4		6		2		4		6	2			4		6		2	4
Тема 7. Основы дифференциального исчисления	8	2	2		4		8	2			6		8		2		6		8			8
Тема 8. Неопределенный интеграл. Интегрирование в элементарных функциях	8	2	2		4		8		2		6		8				8		8			8
Тема 9. Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях	6	2			4		6	2			4		6				6		6			6
Тема 10. Исследование графика функции и нахождение ее максимального и минимального значений	6	2	2		2		6		2		4		6				6		6			6
Тема 11. Определенный интеграл и его приложения	8	4			4		8	2			6		8				8		8			8

<i>Тема 12. Приближенные методы вычисления корней уравнений и определенных интегралов. Числовые ряды. Функциональные последовательности и ряды</i>	6	2	2		2		6	2			4		6				6		6				6	
<i>Тема 13. Функции, зависящие от нескольких переменных. Неявные функции</i>	6	2			4		6		2		4		6				6		6				6	
<i>Тема 14. Двойные и кратные интегралы. Несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметров. Ряды и интегралы Фурье</i>	6	2	2		2		6	2			4		6				6		6				6	
<i>Тема 15. Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы. Элементы теории поля. Элементы теории кривых и поверхностей</i>	6	2			4		6	2	2		2		6				6		6				6	
<i>Тема 16. Дифференциальные уравнения</i>	8	4	2		2		8	2	4		2		8				8		8				8	
Итого по содержательному модулю 3	74	26	12		36		74	14	14		46		74	2	2		70		74		2		72	
Всего по дисциплине	108	36	18		54		108	18	18		72		108	6	4		98		108	4	2		102	

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ n/n	Название темы	Количество часов			
		очная форма		заочная форма	
		норм.	уск.	норм.	уск.
1	Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии. Векторная алгебра. Преобразование декартовых прямоугольных координат	2		2	2
2	Уравнение линии на плоскости. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Линейные образы	2			
3	Линии и поверхности второго порядка	2	2		
4	Комплексные числа. Алгебра многочленов. Матрицы и определители	2		2	2
5	Системы линейных алгебраических уравнений	2	2		
6	Числовые последовательности и функции. Пределы и непрерывность	2		2	
7	Основы дифференциального исчисления	2	2		
8	Неопределенный интеграл. Интегрирование в элементарных функциях	2			
9	Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях	2	2		
10	Исследование графика функции и нахождение ее максимального и минимального значений	2			
11	Определенный интеграл и его приложения	4	2		
12	Приближенные методы вычисления корней уравнений и определенных интегралов. Числовые ряды. Функциональные последовательности и ряды	2	2		
13	Функции, зависящие от нескольких переменных. Неявные функции	2			
14	Двойные и кратные интегралы. Несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметров. Ряды и интегралы Фурье	2	2		
15	Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы. Элементы теории поля. Элементы теории кривых и поверхностей	2	2		
16	Дифференциальные уравнения	4	2		
	ВСЕГО	36	18	6	4

Темы практических занятий

№ n/n	Название темы	Количество часов			
		очная форма		заочная форма	
		норм.	уск.	норм.	уск.
1	Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии. Векторная алгебра. Преобразование декартовых прямоугольных координат			2	2

2	Уравнение линии на плоскости. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Линейные образы	2	2		
3	Линии и поверхности второго порядка	2			
4	Комплексные числа. Алгебра многочленов. Матрицы и определители		2		
5	Системы линейных алгебраических уравнений	2		2	
6	Числовые последовательности и функции. Пределы и непрерывность		2		2
7	Основы дифференциального исчисления	2		2	
8	Неопределенный интеграл. Интегрирование в элементарных функциях	2	2		
9	Исследование графика функции и нахождение ее максимального и минимального значений	2	2		
10	Приближенные методы вычисления корней уравнений и определенных интегралов. Числовые ряды. Функциональные последовательности и ряды	2			
11	Функции, зависящие от нескольких переменных. Неявные функции		2		
12	Двойные и кратные интегралы. Несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметров. Ряды и интегралы Фурье	2			
13	Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы. Элементы теории поля. Элементы теории кривых и поверхностей		2		
14	Дифференциальные уравнения	2	4		
	ВСЕГО	18	18	4	2

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Организация самостоятельной работы студентов

№ п/п	Название темы	Количество часов			
		очная форма		заочная форма	
		норм.	уск.	норм.	уск.
1	Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии. Векторная алгебра. Преобразование декартовых прямоугольных координат	4	6	4	4
2	Уравнение линии на плоскости. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Линейные образы	2	4	6	6
3	Линии и поверхности второго порядка	4	6	8	8
4	Комплексные числа. Алгебра многочленов. Матрицы и определители	4	4	4	4
5	Системы линейных алгебраических уравнений	4	6	6	8
6	Числовые последовательности и функции. Пределы и непрерывность	4	4	4	4
7	Основы дифференциального исчисления	4	6	6	8
8	Неопределенный интеграл. Интегрирование в элементарных функциях	4	6	8	8

9	Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях	4	4	6	6
10	Исследование графика функции и нахождение ее максимального и минимального значений	2	4	6	6
11	Определенный интеграл и его приложения	4	6	8	8
12	Приближенные методы вычисления корней уравнений и определенных интегралов. Числовые ряды. Функциональные последовательности и ряды	2	4	6	6
13	Функции, зависящие от нескольких переменных. Неявные функции	4	4	6	6
14	Двойные и кратные интегралы. Несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметров. Ряды и интегралы Фурье	2	4	6	6
15	Криволинейные интегралы. Поверхностные интегралы. Элементы теории поля. Элементы теории кривых и поверхностей	4	2	6	6
16	Дифференциальные уравнения	2	2	8	8
	ВСЕГО	54	72	98	102

7. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Ниже приведен пример одного из индивидуальных практических заданий к содержательному модулю 1 «Элементы аналитической геометрии». Это задание относится к теме 2 «Уравнение линии на плоскости. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Линейные образы».

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(1; 3)$ перпендикулярно вектору $\mathbf{n} = (4; -5)$.
2. Составьте в общем виде уравнение прямой, проходящей через точки $K(1; -8)$ и $M(7; 3)$.
3. Найдите точку пересечения прямой $2x + 3y = -1$ с прямой $x - 2y = 10$.
4. Прямая a задана уравнением $4x - y + 3 = 0$. Постройте в общем виде уравнения прямых b и c , если известно, что прямая b параллельна прямой a , а прямая c перпендикулярна прямой a .
5. Две стороны параллелограмма $ABCD$ лежат на прямых BC (ее уравнение $2x + y + 2 = 0$) и CD (ее уравнение $x - 4y + 1 = 0$), а одна из вершин есть точка $(1; 5)$. Найдите координаты остальных вершин.
6. Найдите расстояние от точки A с координатами $(2; -1)$ до прямой a , заданной уравнением $3x + 4y - 5 = 0$.
7. Найдите уравнения трех сторон квадрата $ABCD$, если его вершина A имеет координаты $(-5; 1)$, а уравнение одной из его сторон есть $2x + 3y + 4 = 0$.
8. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2; 1; 4)$ перпендикулярно вектору $\mathbf{n} = (3; -6; 5)$.
9. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(2; 1; 4)$ параллельно векторам $\mathbf{a} = (2; -1; -5)$ и $\mathbf{b} = (-1; 2; -2)$.
10. Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точки $M_1(2; 1; 4)$, $M_2(4; 0; -1)$ и $M_3(1; 3; 2)$.
11. Составьте уравнение плоскости, которая проходит через точку M_0 с координатами $(2; 1; -3)$ параллельно плоскости $3x - 4y + z + 5 = 0$.
12. Плоскость α задана уравнением $2x - y + 5z + 1 = 0$. Плоскость β задана уравнением $-4x + 2y - 10z - 2 = 0$. Определите, каково взаимное расположение этих плоскостей в пространстве: они параллельны, совпадают или пересекаются.
13. Докажите, что плоскости α и β , заданные соответственно уравнениями $x - 2y + 5z + 1 = 0$ и $4x - 3y - 2z = 0$, перпендикулярны.
14. Найдите косинус угла между плоскостями α и β , заданными уравнениями $z + 3 = 0$ и $2x + y - 4z - 4 = 0$.

15. Найдите расстояние от точки $M(-2; 1; 4)$ до плоскости, которая перпендикулярна вектору $\mathbf{n} = (2; -6; 3)$ и проходит через точку $K(4; 0; -1)$.
16. Составьте уравнение плоскости параллельной плоскости $2x + y - 2z = 0$ и проходящей на расстоянии в 4 единицы от точки $M(3; 1; 4)$.
17. Докажите, что плоскости α (ее уравнение $3x + 4z + 1 = 0$) и β (ее уравнение $3x + 4z + 5 = 0$) параллельны и найдите расстояние между ними.
18. Составьте параметрические уравнения прямой a , которая проходит через точку $K(3; -1; 5)$ и параллельна прямой b , параметрические уравнения которой таковы:

$$\begin{cases} x = 1 - t, \\ y = 2t, \\ z = -2. \end{cases}$$

Лежит ли на прямой a точка $M_1(1; -1; 5)$, точка $M_2(2; 1; 5)$?

19. Даны две точки: $K(3; 1; -2)$ и $M(-1; 2; 4)$. Составьте параметрические уравнения прямой g , проходящей через эти точки.
20. Прямая a в пространстве задана следующими параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 3 + 2t, \\ y = 3t, \\ z = -1 - 5t. \end{cases}$$

А параметрические уравнения прямой b таковы:

$$\begin{cases} x = -1 + t, \\ y = 8 + 5t, \\ z = -5 - 6t. \end{cases}$$

Найдите точку пересечения этих прямых.

21. Прямая a в пространстве задана следующими параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = -3 - 4t, \\ y = 1 - 2t, \\ z = 11 + 6t. \end{cases}$$

Параметрические уравнения прямой b таковы:

$$\begin{cases} x = 3 + 6t, \\ y = 4 + 3t, \\ z = 2 - 9t. \end{cases}$$

Определите, каково взаимное расположение этих прямых в пространстве (параллельны, совпадают, пересекаются или скрещиваются).

22. Прямая a в пространстве задана следующими параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = 1 - 2t, \\ z = -3t. \end{cases}$$

Параметрические уравнения прямой b таковы:

$$\begin{cases} x = -5 + 2t, \\ y = 1, \\ z = 3 + 4t. \end{cases}$$

Найдите косинус угла между этими прямыми.

23. Докажите, что плоскости $3x - y + z - 1 = 0$ и $x - 2y + 3 = 0$ пересекаются. Составьте параметрические уравнения прямой, по которой пересекаются эти плоскости.

24. Прямая a в пространстве задана следующими параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 3 + 2t, \\ y = t, \\ z = 4 - t. \end{cases}$$

Плоскость α в пространстве задана уравнением $4x + y + 2z - 6 = 0$. Найдите координаты точки пересечения прямой a и плоскости α .

25. Прямая a в пространстве задана следующими параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = -3 + 7t, \\ y = 1 - 2t, \\ z = 5 - t. \end{cases}$$

Плоскость α в пространстве задана уравнением $2x + 9y - 4z + 1 = 0$. Выясните, каково взаимное расположение прямой a и плоскости α (прямая параллельна плоскости, прямая пересекает плоскость в единственной точке, прямая содержится в плоскости целиком).

26. Прямая a в пространстве задана параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 7 + 2t, \\ y = -1, \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

Канонические уравнения прямой b таковы:

$$\frac{x + 4}{3} = 2 - y = \frac{z + 6}{2}$$

Докажите, что эти прямые являются пересекающимися. Составьте уравнение плоскости, содержащей эти прямые.

27. Составьте уравнение плоскости α , проходящей через точку $M(-7; 5; 6)$ и перпендикулярной прямой a , параметрические уравнения которой таковы:

$$\begin{cases} x = t, \\ y = 5 - 3t, \\ z = 1 + 4t. \end{cases}$$

28. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(5; -6; 2)$ и перпендикулярной плоскости $3x - z + 11 = 0$.
 29. Найдите проекцию точки $A(2; 0; -8)$ на плоскость $3x - 4y - 2z + 7 = 0$.
 30. Найдите точку, симметричную точке $A(1; -4; 9)$ относительно плоскости, заданной уравнением $x + 3y - 2z + 1 = 0$.
 31. Найдите проекцию точки $A(4; 9; 1)$ на прямую, канонические уравнения которой таковы:

$$x - 1 = \frac{y + 11}{2} = -z$$

32. Найдите точку, симметричную точке $A(1; -1; 12)$ относительно прямой, параметрические уравнения которой таковы:

$$\begin{cases} x = 7 - 3t, \\ y = 5, \\ z = t. \end{cases}$$

Ниже приведен пример одного из индивидуальных практических заданий к содержанию модулю 2 «Элементы высшей алгебры». Это задание относится к теме 5 «Системы линейных алгебраических уравнений».

1. Следующую систему линейных алгебраических уравнений решите по правилу Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

2. Следующую систему уравнений решите методом исключения неизвестных:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3, \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22. \end{cases}$$

3. Найдите квадратный многочлен $f(x)$, зная, что $f(1) = -1$, $f(-1) = 9$, $f(2) = -3$.

4. Найдите ранг следующей матрицы методом окаймления миноров:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & -3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Вычислите ранг следующей матрицы при помощи элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}$$

6. Найдите линейную комбинацию $3\mathbf{a}_1 + 5\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_3$ векторов $\mathbf{a}_1 = (4; 1; 3; -2)$, $\mathbf{a}_2 = (1; 2; -3; 2)$, $\mathbf{a}_3 = (16; 9; 1; -3)$.

7. Найдите вектор \mathbf{x} из уравнения:

$$\mathbf{a}_1 + 2\mathbf{a}_2 + 3\mathbf{a}_3 + 4\mathbf{x} = 0,$$

где $\mathbf{a}_1 = (5; -8; -1; 2)$, $\mathbf{a}_2 = (2; -1; 4; -3)$, $\mathbf{a}_3 = (-3; 2; -5; 4)$.

8. Выясните, является следующая система векторов линейно зависимой или линейно независимой:

$$\mathbf{a}_1 = (2; -3; 1),$$

$$\mathbf{a}_2 = (3; -1; 5),$$

$$\mathbf{a}_3 = (1; -4; 3).$$

9. Исследуйте совместность и найдите общее решение и одно частное решение системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

10. Найдите уравнение и определите вид кривой второго порядка, проходящей через пять точек: $(3; 0)$, $(5; 6\frac{2}{3})$, $(5; -6\frac{2}{3})$, $(-5; -6\frac{2}{3})$.

11. Найдите уравнение плоскости, проходящей через три точки: $(1; 1; 1)$, $(2; 3; -1)$, $(3; -1; -1)$.

Ниже приведен пример одного из индивидуальных практических заданий к содержанию модулю 3 «Элементы математического анализа». Это задание относится к теме 6 «Числовые последовательности и функции. Пределы и непрерывность».

1. Для функции $f(x) = \frac{1}{\pi} \arcsin 2x$ найдите область определения и область значений.
2. Определите, является функция $\varphi(x) = 3x^4 \sqrt[3]{x} + 2 \sin x$ четной, нечетной или функцией общего вида.
3. Определите, является ли функция $g(x) = \cos 3x$ периодической, и найдите ее наименьший положительный период, если он существует.
4. Найдите сложные функции $g(f(x))$ и $f(g(x))$ если известно, что функции $g(x)$ и $f(x)$ таковы: $f(x) = x^2$ и $g(x) = \sqrt{x}$.
5. Для функции $y(x) = \frac{3}{x+5}$ найдите обратную.

6. Исходя из графиков основных элементарных функций, постройте график функции $f(x) = x^2 - 6x + 11$.
7. Напишите первые пять членов числовой последовательности $\{x_n\}$, если $x_n = \frac{(-1)^n}{2n+1}$.
8. Постройте формулу общего члена последовательности $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$.
9. Исследуйте числовую последовательность $\{y_n\}$ на ограниченность (ограниченность снизу, сверху, ограниченность вообще), если $y_n = 1 + 2n$.
10. Исследуйте последовательность $\{x_n\}$ на монотонность, если $x_n = 1 - \frac{1}{n^2}$.
11. Найдите предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{6n+1}$.
12. Найдите предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6}{n-3} - \frac{2}{3n-1} \right)$.
13. Найдите предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}$.
14. Найдите предел функции: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$.
15. Найдите предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} 9x}$.
16. Найдите предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1-x}{x}}$.
17. Найдите предел функции. Используйте при поиске эквивалентные бесконечно малые:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 2x}$$

18. Докажите, что $x = \pi$ есть точка разрыва функции $f(x) = \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sin x}$. Вычислите односторонние пределы и установите род разрыва. Если разрыв является устранимым, доопределите функцию так, чтобы она была непрерывна в названной точке.
19. Найдите точки разрыва функции $f(x) = \frac{4}{4-x^2}$. Для каждой из них установите род разрыва. Постройте схематически график данной функции.

8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Элементы аналитической геометрии

1. Декартовы координаты на прямой, на плоскости и в пространстве. Направленный отрезок на плоскости и в пространстве. Проекция направленного отрезка на ось.
2. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Барицентрические координаты.
3. Полярные координаты. Цилиндрические координаты. Сферические координаты.
4. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Понятие линейной зависимости векторов.
5. Линейные комбинации двух и трех векторов. Линейная зависимость четырех векторов.
6. Понятие базиса. Аффинные координаты. Проекция вектора на ось и ее свойства.
7. Декартова прямоугольная система координат как частный случай аффинной системы координат.
8. Определение скалярного произведения двух векторов. Геометрические и алгебраические свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах.
9. Правые и левые тройки векторов и системы координат. Определение векторного произведения двух векторов. Геометрические свойства векторного произведения.

10. Смешанное произведение трех векторов. Алгебраические свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения в декартовых координатах.
11. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Двойное векторное произведение.
12. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости. Общие формулы преобразования декартовых прямоугольных координат в пространстве. Их геометрический смысл. Углы Эйлера.
13. Понятие линейных преобразований плоскости. Аффинные преобразования плоскости и их основное свойство. Основным инвариант аффинного преобразования плоскости.
14. Аффинные преобразования пространства. Ортогональные преобразования. Проективные преобразования.
15. Понятие об уравнении линии на плоскости. Параметрическое представление линии. Уравнение линии в различных системах координат. Два типа задач, связанных с аналитическим представлением линии. Классификация плоских линий. Пересечение двух линий.
16. Понятие об уравнении поверхности. Уравнения линии в пространстве.
17. Цилиндрические и конические поверхности.
18. Параметрические уравнения линии и поверхности в пространстве. Классификация поверхностей. Пересечение поверхностей и линий в пространстве.
19. Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой в отрезках. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
20. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
21. Нормированное уравнение прямой. Отклонение точки от прямой.
22. Уравнение пучка прямых.
23. Нахождение прямой, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0)$ и образующей заданный угол φ с данной прямой $y = kx + b$. Нахождение биссектрис углов, образованных прямыми.
24. Общее уравнение плоскости в пространстве. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках.
25. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
26. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой.
27. Нормированное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости.
28. Пучки и связки плоскостей.
29. Канонические уравнения прямой в пространстве. Уравнения прямой, проходящей через две различные точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$ и $M_2(x_2; y_2; z_2)$.
30. Параметрические уравнения прямой в пространстве.
31. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
32. Условие принадлежности двух прямых к одной плоскости.
33. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
34. Условия принадлежности прямой $\frac{x - x_0}{l_x} = \frac{y - y_0}{l_y} = \frac{z - z_0}{l_z}$ к плоскости, заданной общим уравнением вида $Ax + By + Cz + D = 0$.
35. Связка прямых.
36. Условие пересечения трех плоскостей в одной и только в одной точке.
37. Нахождение биссектральной плоскости двугранного угла, образованного двумя данными плоскостями.
38. Уравнения прямой, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно данной плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$.
39. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ параллельно заданной плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$.
40. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно заданной прямой $\frac{x - x_0}{l_x} = \frac{y - y_0}{l_y} = \frac{z - z_0}{l_z}$.

41. Уравнение плоскости, проходящей через данную прямую $\frac{x - x_0}{l_x} = \frac{y - y_0}{l_y} = \frac{z - z_0}{l_z}$ и через заданную не лежащую на этой прямой точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$.
42. Уравнение плоскости, проходящей через данную прямую $\frac{x - x_1}{l_1} = \frac{y - y_1}{m_1} = \frac{z - z_1}{n_1}$ параллельно другой данной прямой $\frac{x - x_2}{l_2} = \frac{y - y_2}{m_2} = \frac{z - z_2}{n_2}$.
43. Уравнение плоскости, проходящей через заданную прямую и перпендикулярной заданной плоскости.
44. Уравнения перпендикуляра, опущенного из заданной точки на данную прямую.
45. Нахождение расстояния от данной точки до данной прямой.
46. Нахождение общего перпендикуляра к двум скрещивающимся прямым.
47. Нахождение кратчайшего расстояния между двумя данными скрещивающимися прямыми.
48. Каноническое уравнение эллипса. Эксцентриситет эллипса. Полярное уравнение эллипса. Эллипс как коническое сечение. Уравнение касательной к эллипсу. Оптическое свойство эллипса.
49. Каноническое уравнение гиперболы. Эксцентриситет гиперболы. Полярное уравнение гиперболы. Гипербола как коническое сечение. Уравнение касательной к гиперболе. Оптическое свойство гиперболы.
50. Каноническое уравнение параболы. Парабола как коническое сечение. Полярное уравнение параболы. Уравнение касательной к параболе. Оптическое свойство параболы.
51. Преобразование коэффициентов уравнения линии второго порядка при переходе к новой декартовой системе координат. Инварианты уравнения линии второго порядка.
52. Понятие типа линии второго порядка. Центр линии второго порядка. Стандартное упрощение любого уравнения линии второго порядка путем поворота осей.
53. Упрощение уравнения центральной линии второго порядка ($I_2 \neq 0$). Классификация центральных линий.
54. Упрощение уравнения линии параболического типа ($I_2 = 0$). Классификация линий параболического типа.
55. Распадающиеся кривые второго порядка.
56. Понятие поверхности второго порядка. Преобразование коэффициентов уравнения поверхности второго порядка при переходе к новой декартовой системе координат. Инварианты уравнения поверхности второго порядка.
57. Центр поверхности второго порядка. Стандартное упрощение любого уравнения поверхности второго порядка путем поворота осей.
58. Классификация центральных поверхностей второго порядка.
59. Классификация нецентральных поверхностей второго порядка.
60. Эллипсоид.
61. Гиперболоиды.
62. Параболоиды.
63. Конус и цилиндры второго порядка.
64. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

Элементы высшей алгебры

1. Краткие сведения о комплексных числах.
2. Алгебраические многочлены. Кратные корни многочлена. Признак кратности корня. Принцип выделения кратных корней.
3. Нахождение наибольшего общего делителя двух многочленов (алгоритм Евклида).
4. Разложение правильной рациональной дроби с комплексными коэффициентами в сумму простейших дробей.
5. Разложение алгебраического многочлена с действительными коэффициентами в произведение неприводимых действительных множителей.
6. Разложение правильной рациональной дроби с действительными коэффициентами в сумму простейших дробей с действительными коэффициентами.
7. Понятие матрицы. Основные операции над матрицами и их свойства.
8. Блочные матрицы.
9. Понятие определителя. Выражение определителя непосредственно через его элементы.

10. Теорема Лапласа.
11. Свойства определителей.
12. Определитель суммы и произведения матриц.
13. Понятие обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы.
14. Понятие линейной зависимости строк (столбцов) матрицы. Понятие ранга матрицы.
15. Теорема о базисном миноре. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя.
16. Понятие системы линейных алгебраических уравнений и ее решения.
17. Нетривиальная совместность однородной системы. Условие совместности общей линейной системы.
18. Методы отыскания решений квадратной системы линейных алгебраических уравнений, определитель главной матрицы которой отличен от нуля.
19. Отыскание всех решений общей линейной системы.
20. Свойства совокупности решений однородной системы.
21. Приближенные методы решения линейных систем: метод простой итерации (метод Якоби).
22. Приближенные методы решения линейных систем: общий неявный метод простой итерации.
23. Приближенные методы решения линейных систем: модифицированный метод простой итерации.
24. Приближенные методы решения линейных систем: метод Зейделя.
25. Приближенные методы решения линейных систем: метод верхней релаксации.
26. Приближенные методы решения линейных систем: итерационный метод П. Л. Чебышева.

Элементы математического анализа

1. Числовые последовательности и операции над ними. Ограниченные и неограниченные последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Основные свойства бесконечно малых последовательностей.
2. Понятие сходящейся последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Предельный переход в неравенствах.
3. Определение монотонных последовательностей. Признак сходимости монотонной последовательности. Примеры сходящихся монотонных последовательностей.
4. Число e .
5. Подпоследовательности. Предельные точки последовательности. Существование предельной точки у ограниченной последовательности. О выделении сходящейся подпоследовательности.
6. Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности.
7. Переменная величина и функция. Способы задания функций. Простейшие свойства функций.
8. Предел функции. Арифметические операции над функциями, имеющими предел.
9. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.
10. Непрерывность функции. Арифметические операции над непрерывными функциями. Сложная функция и ее непрерывность.
11. Определение и примеры монотонных функций. Понятие обратной функции. Монотонные функции, имеющие обратную.
12. Понятие элементарной функции. Рациональные степени положительных чисел. Показательная функция. Логарифмическая функция. Гиперболические функции. Степенная функция с любым действительным показателем. Тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции.
13. Первый замечательный предел.
14. Второй замечательный предел.
15. Точки разрыва функции и их классификация. Кусочно непрерывные функции.
16. Приращение аргумента и функции. Разностная форма условия непрерывности.
17. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной.
18. Правая и левая производные.
19. Понятие производной векторной функции.
20. Дифференцируемость функции в точке. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Дифференциал функции.

21. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного.
22. Производная степенной функции с целочисленным показателем. Производная функции $y = \sin x$. Производная функции $y = \cos x$. Производные функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$. Производная функции $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$).
23. Теорема о производной обратной функции. Примеры применения.
24. Производная показательной функции $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$). Производные обратных тригонометрических функций.
25. Правило дифференцирования сложной функции. Примеры применения.
26. Понятие логарифмической производной функции. Примеры применения.
27. Инвариантность формы первого дифференциала. Формулы и правила вычисления дифференциалов.
28. Использование дифференциала для установления приближенных формул. Примеры.
29. Понятие производной n -го порядка. n -я производная степенной функции $y = x^\alpha$ ($x > 0$, $\alpha \in R$).
30. Понятие производной n -го порядка. n -я производная показательной функции $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$).
31. Производная n -го порядка. n -е производные тригонометрических функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$.
32. Производная n -го порядка. n -я производная дробно-линейной функции $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($a, b, c, d \in R$).
33. Формула Лейбница для n -й производной произведения двух функций.
34. Дифференциалы высших порядков.
35. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
36. Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.
37. Интегрирование методом замены переменной (методом подстановки). Примеры.
38. Интегрирование по частям. Примеры.
39. Общий подход к интегрированию рациональных дробей.
40. Интегрирование рациональных дробей методом Остроградского.
41. Интегрирование выражений вида $R(\sin x, \cos x)$, где R – рациональная функция.
42. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей – функций вида $R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax + b}{cx + d}}\right)$.
43. Интегрирование биномиальных дифференциалов – выражений вида $x^m(a + bx^n)^p dx$.
44. Интегрирование квадратичных иррациональностей – функций вида $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$, посредством подстановок Эйлера.
45. Интегрирование квадратичных иррациональностей без применения подстановок Эйлера.
46. Понятие об эллиптических интегралах.

9. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет дополнительного и профессионального образования

Направление подготовки: 44.03.04 «Профессиональное обучение»
Профиль: Информатика и вычислительная техника
Программа подготовки: бакалавриат
Семестр: 1
Учебная дисциплина: Высшая математика

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ВАРИАНТ №1

1. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
2. Методы отыскания решений квадратной системы линейных алгебраических уравнений, определитель главной матрицы которой отличен от нуля.
3. Прямая a в пространстве задана параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 7 + 2t, \\ y = -1, \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

Канонические уравнения прямой b таковы:

$$\frac{x+4}{3} = 2 - y = \frac{z+6}{2}$$

Докажите, что эти прямые являются пересекающимися. Составьте уравнение плоскости, содержащей эти прямые.

4. Найдите квадратный многочлен $f(x)$, зная, что $f(1) = -1$, $f(-1) = 9$, $f(2) = -3$.
5. Найдите предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1-x}{x}}$.

Утверждено на заседании кафедры инженерной и компьютерной педагогики,
протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____
Преподаватель _____

Критерии оценивания модульного контроля

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	6
2	6
3	6
4	6
5	6
Всего	30

10. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

Теоретические вопросы к экзамену

Список теоретических вопросов к экзамену есть объединение списка приведенных выше контрольных вопросов к промежуточной аттестации и того списка вопросов, который приведен ниже. Содержание модуля 1 «Элементы аналитической геометрии», модуля 2 «Элементы высшей алгебры» и первых трех тем модуля 3 «Элементы математического анализа» уже отображено в списке контрольных вопросов к промежуточной аттестации (всего охвачено восемь тем). Поэтому приводимый ниже список охватывает восемь оставшихся тем модуля 3 «Элементы математического анализа».

1. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Прохождение непрерывной функции через нуль при смене знаков. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение.
2. Ограниченность функции, непрерывной на сегменте (первая теорема Вейерштрасса). Точная верхняя и точная нижняя грани функции на данном множестве. Достижение функцией, непрерывной на сегменте, своих точных граней (вторая теорема Вейерштрасса).
3. Возрастание и убывание функции в точке. Локальный максимум и локальный минимум функции. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции. Теорема о нуле производной (теорема Ролля).
4. Формула конечных приращений (формула Лагранжа). Постоянство функции, имеющей на интервале равную нулю производную. Условия монотонности функции на интервале. Отсутствие у производной точек разрыва первого рода и устранимых разрывов.
5. Вывод с помощью формулы Лагранжа полезных неравенств:

$$|\sin x_1 - \sin x_2| \leq |x_1 - x_2|,$$

$$|\arctg x_1 - \arctg x_2| \leq |x_1 - x_2|.$$

6. Обобщенная формула конечных приращений (формула Коши). Раскрытие неопределенностей вида $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$ (правило Лопиталя). Раскрытие неопределенностей других видов ($0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞ , 0^0 и ∞^0).
7. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа, Коши и Пеано.
8. Формула Маклорена. Оценка остаточного члена для произвольной функции.
9. Разложение по формуле Маклорена элементарных функций $f(x) = e^x$, $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \ln(1+x)$, $f(x) = (1+x)^\alpha$ ($\alpha \in R$), $f(x) = \arctg x$. Вычисление числа e .
10. Отыскание участков монотонности функции. Отыскание точек возможного экстремума.
11. Первое и второе достаточные условия экстремума. Решение вопроса о наличии экстремума функции, непрерывной, но недифференцируемой в данной точке.
12. Общая схема отыскания экстремумов.
13. Направление выпуклости графика функции. Определение точки перегиба. Необходимое условие перегиба. Первое и второе достаточные условия перегиба. Обобщения первого достаточного условия перегиба. Третье достаточное условие экстремума и перегиба.
14. Асимптоты графика функции.
15. Схема исследования графика функции. Отыскание максимального и минимального значений функции. Краевой экстремум.
16. Интегральные суммы. Интегрируемость. Понятие верхней и нижней сумм. Свойства верхних и нижних сумм. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Свойство равномерной непрерывности функции. Теорема о равномерной непрерывности. Интегрируемость непрерывных функций.
17. Интегрируемость некоторых разрывных функций (ограниченных на сегменте и имеющих лишь конечное число точек разрыва, кусочно непрерывных на сегменте). Интегрируемость монотонных ограниченных функций.
18. Основные свойства определенного интеграла. Оценки интегралов. Первая формула среднего значения. Первая формула среднего значения в обобщенной форме. Вторая формула среднего значения.

19. Существование первообразной для непрерывной функции. Основная формула интегрального исчисления (формула Ньютона-Лейбница).
20. Замена переменной под знаком определенного интеграла. Формула интегрирования по частям для определенных интегралов.
21. Остаточный член формулы Тейлора в интегральной форме.
22. Понятие плоской кривой. Параметрическое задание кривой. Понятие пространственной кривой. Понятие длины дуги кривой. Достаточные условия спрямляемости кривой. Формулы для вычисления длины дуги кривой. Дифференциал дуги. Примеры.
23. Понятие квадратуемости плоской фигуры. Площадь квадратуемой плоской фигуры. Площадь криволинейной трапеции. Площадь криволинейного сектора. Примеры.
24. Понятие кубатуемости и объема. Кубатуемость цилиндров, ступенчатых тел, тел вращения. Формула объема цилиндра. Формула объема тела вращения. Примеры.
25. Поверхность вращения. Понятие квадратуемости поверхности вращения. Достаточные условия квадратуемости поверхности вращения. Формула площади поверхности вращения.
26. Масса и центр тяжести неоднородного стержня. Работа переменной силы.
27. Приближенные методы вычисления корней уравнений: метод «вилки». Пример.
28. Приближенные методы вычисления корней уравнений: метод касательных (метод Ньютона). Пример.
29. Приближенные методы вычисления корней уравнений: метод хорд. Пример.
30. Приближенные методы вычисления корней уравнений: метод итераций (последовательных приближений). Пример.
31. Приближенные методы вычисления определенных интегралов: метод прямоугольников. Пример.
32. Приближенные методы вычисления определенных интегралов: метод трапеций. Пример.
33. Приближенные методы вычисления определенных интегралов: метод парабол (метод Симпсона). Пример.
34. Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Невлияние на сходимость ряда добавления или отбрасывания числа членов, умножения на отличную от нуля постоянную.
35. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с положительными членами. Признаки сравнения для рядов с положительными членами. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов с положительными членами. Интегральный признак Коши-Маклорена.
36. Понятия абсолютно и условно сходящегося ряда. Теорема Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда. Теорема Коши о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда.
37. Арифметические операции над сходящимися рядами. Признаки сходимости произвольных рядов: признак Лейбница, признак Дирихле-Абеля.
38. Понятие бесконечного произведения. Сходящиеся и расходящиеся бесконечные произведения. Связь между сходимостью бесконечных произведений и рядов.
39. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сходимость функциональной последовательности в точке и на множестве. Понятие равномерной сходимости на множестве. Достаточные признаки равномерной сходимости.
40. Почленный переход к пределу. Непрерывность суммы функционального ряда и предела функциональной последовательности.
41. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
42. Степенной ряд и область его сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда.
43. Разложение функции в степенной ряд. Равномерное приближение непрерывной функции многочленами (теорема Вейерштрасса).
44. Евклидова плоскость и евклидово пространство. Понятие функции двух и трех переменных.
45. Понятия m -мерного координатного пространства и m -мерного евклидова пространства. Множества точек пространства E^m . Понятие функции m переменных.
46. Сходящиеся последовательности точек в пространстве E^m . Критерий Коши сходимости последовательности. Возможность выделить из любой ограниченной последовательности сходящуюся подпоследовательность (теорема Больцано-Вейерштрасса).

47. Понятие предела функции нескольких переменных. Бесконечно малые функции. Необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке (критерий Коши). Повторные пределы.
48. Определение непрерывности функции нескольких переменных. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции.
49. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Теорема о прохождении непрерывной функции через любое промежуточное значение. Ограниченность функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве. Достижение функцией, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве своих точных граней. Понятие равномерной непрерывности функции нескольких переменных.
50. Частные производные функции нескольких переменных. Понятие дифференцируемости функции нескольких переменных. Понятие дифференциала функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
51. Производная по направлению. Градиент.
52. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции m переменных с остаточным членом в форме Лагранжа, в форме Пеано.
53. Понятие экстремума функции m переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Случай функции двух переменных. Примеры.
54. Выпуклые множества и выпуклые функции. Существование минимума у сильно выпуклой функции и единственность минимума у строго выпуклой функции. Поиск минимума сильно выпуклой функции градиентным методом.
55. неявная функция. Существование и дифференцируемость неявной функции. Частные производные неявно заданной функции. Особые точки поверхности и плоской кривой. Условия, обеспечивающие существование для функции $y = f(x)$, заданной неявно, обратной функции.
56. Понятие об определении неявных функций системой функциональных уравнений. Теорема о разрешимости системы функциональных уравнений. Вычисление частных производных функций, неявно определяемых посредством системы функциональных уравнений.
57. Зависимость функций. Достаточное условие независимости. Функциональные матрицы и их приложения.
58. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Достаточные условия. Примеры.
59. Огибающая и дискриминантная кривая однопараметрического семейства плоских кривых. Соприкосновение плоских кривых. Кривизна плоской кривой. Нормаль к плоской кривой. Эволюта и эвольвента.
60. Определение двойного интеграла для прямоугольника. Существование двойного интеграла для прямоугольника. Определение и существование двойного интеграла для произвольной области. Определение двойного интеграла при помощи произвольных разбиений области. Основные свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному однократному.
61. Тройные и n -кратные интегралы. Замена переменных в n -кратном интеграле. Приближенное вычисление n -кратных интегралов.
62. Понятие несобственного интеграла первого рода (одномерный случай). Критерий Коши сходимости несобственного интеграла первого рода. Достаточные признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.
63. Замена переменных под знаком несобственного интеграла и формула интегрирования по частям.
64. Понятие несобственного интеграла второго рода (одномерный случай). Критерий Коши.
65. Главное значение несобственного интеграла.
66. Понятие кратных несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Несобственные интегралы от знакопеременных функций.
67. Главное значение кратных несобственных интегралов.
68. Собственный интеграл, зависящий от параметра. Его непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость. Случай, когда пределы интегрирования собственного интеграла зависят от параметра.
69. Несобственный интеграл первого рода, зависящий от параметра. Его равномерная сходимость, непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость.

70. Несобственные интегралы второго рода, зависящие от параметра.
71. Применение теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению несобственных интегралов.
72. Эйлеров интеграл первого рода – бета-функция, $B(p, q)$. Эйлеров интеграл второго рода – гамма-функция, $\Gamma(p)$. Формула приведения для $\Gamma(p)$. Свойство симметрии и формулы приведения для $B(p, q)$. Связь между эйлеровыми интегралами. Вычисление определенных интегралов с помощью эйлеровых интегралов.
73. Формула Стирлинга.
74. Собственные кратные интегралы, зависящие от параметров. Несобственные кратные интегралы, зависящие от параметров. Приложение кратных интегралов, зависящих от параметра, к теории ньютонова потенциала.
75. Ортонормированные системы и общий ряд Фурье. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равномерное приближение непрерывной функции тригонометрическими многочленами. Условия равномерной сходимости и почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье.
76. Образ Фурье и его простейшие свойства. Условия разложимости функции в интеграл Фурье. Прямое и обратное преобразования Фурье.
77. Кратный тригонометрический ряд Фурье. Условия его сходимости. Разложение функции в N -кратный интеграл Фурье.
78. Определения криволинейных интегралов и их физический смысл. Существование криволинейных интегралов и их сведение к определенным интегралам.
79. Понятие поверхности. Регулярная поверхность. Задание поверхности с помощью векторных функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Односторонние и двусторонние поверхности.
80. Понятие площади поверхности. Квадрируемость гладких поверхностей.
81. Понятия поверхностных интегралов первого и второго рода. Существование поверхностных интегралов первого и второго родов. Поверхностные интегралы второго рода, не зависящие от выбора декартовой системы координат.
82. Скалярное и векторное поле. Градиент. Производные по направлению. Дивергенция и ротор. Повторные операции. Выражение в криволинейных координатах градиента, производных по направлению, дивергенции и ротора.
83. Выражение оператора Лапласа в криволинейных ортогональных координатах. Выражение основных операций теории поля в цилиндрической и сферической системах координат.
84. Формула Грина.
85. Формула Стокса.
86. Формула Остроградского.
87. Выражение площади плоской области через криволинейный интеграл. Выражение объема через поверхностный интеграл.
88. Условия, при которых дифференциальная форма $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ представляет собой полный дифференциал. Потенциальные и соленоидальные векторные поля.
89. Векторная функция: предел, непрерывность, производная, дифференцируемость, формула Тейлора, интегралы.
90. Регулярные кривые. Касательная к кривой. Соприкасающаяся плоскость для кривой. Кривизна кривой. Кручение кривой. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.
91. Первая квадратичная форма поверхности. Измерения на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Классификация точек регулярной поверхности. Кривизна кривой на поверхности. Специальные линии на поверхности. Формула Эйлера. Средняя и гауссова кривизна поверхности. Теорема Гаусса.
92. Дифференциальные уравнения и приводящие к ним задачи. Обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных.
93. Уравнение с разделяющимися переменными. Однородное и неоднородное линейное уравнение первого порядка.
94. Существование и единственность решения начальной задачи для уравнения первого порядка.
95. Интегрирование уравнения, неразрешенного относительно производной, путем введения параметра. Особые решения таких уравнений.
96. Существование и единственность решения начальной задачи для нормальной системы уравнений первого порядка.

97. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка. Основные свойства линейного уравнения с постоянными коэффициентами. Общие свойства линейного уравнения n -го порядка.
98. Однородное линейное уравнение n -го порядка. Неоднородное линейное уравнение n -го порядка. Линейное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами.
99. Системы линейных дифференциальных уравнений. Общие свойства систем линейных уравнений. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
100. Построение решения линейного уравнения в виде степенного ряда.
101. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.
102. Задачи на собственные значения. Задача Штурма-Лиувилля. Теорема разложимости Стеклова.
103. Численные методы решения начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.
104. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.
105. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка в частных производных.
106. Квазилинейное дифференциальное уравнение первого порядка в частных производных.

Образец билета

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет дополнительного и профессионального образования

Направление подготовки: 44.03.04 «Профессиональное обучение»
Профиль: Информатика и вычислительная техника
Программа подготовки: бакалавриат
Семестр: 1
Учебная дисциплина: Высшая математика

БИЛЕТ №1

1. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Достаточные условия. Пример.
2. Выражение площади плоской области через криволинейный интеграл. Выражение объема через поверхностный интеграл.
3. Найдите расстояние от точки $M(-2; 1; 4)$ до плоскости, которая перпендикулярна вектору $\mathbf{n} = (2; -6; 3)$ и проходит через точку $K(4; 0; -1)$.
4. Исследуйте совместность и найдите общее решение и одно частное решение системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

5. Исследуйте на предмет равномерной сходимости функциональный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k^{1+\delta}}$, где $\delta > 0$. Правда ли, что этот ряд сходится равномерно на всей числовой прямой?

Утверждено на заседании кафедры инженерной и компьютерной педагогики,
 протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____
 Преподаватель _____

Критерии оценивания экзамена

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	10
2	10
3	10
4	10
5	10
Всего	50

11. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

По курсу предполагается проведение промежуточной аттестации в виде модульного контроля, выполнения индивидуальных практических заданий и экзамена. Экзамен студенты сдают с целью повышения рейтинга.

Распределение баллов, которые могут получить студенты в процессе изучения дисциплины

Организационно-учебная работа студента	Самостоятельная работа студента		Всего
	Индивидуальные практические задания	Модульный контроль	
20 баллов	30 баллов	50 баллов	100 баллов

Таблица соответствия баллов государственной шкале

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90 – 100	5 (отлично)	зачтено
B	80 – 89	4 (хорошо)	зачтено
C	75 – 79	4 (хорошо)	зачтено
D	70 – 74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60 – 69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35 – 59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0 – 34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные занятия проводятся в аудитории, оснащенной мультимедийной техникой и доской.

Практические занятия могут проводиться в аудитории, оснащенной мультимедийной техникой и доской или в компьютерном классе, оборудованном компьютерами с лицензионным программным обеспечением, доступом к сети Интернет, столами, доской.

13. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
<i>Основная литература</i>			
1	Ильин, В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студентов ун-тов и техн. вузов, обучающихся по специальности «Математика», «Прикладная математика и информатика» / В. А. Ильин, Г. Д. Ким ; Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 3-е изд. – Москва : Проспект, 2008. – 393 с.	98	
2	Ильин, В. А. Основы математического анализа : учеб. для физ. специальностей и специальности «Прикл. математика». Ч. 1 / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – Изд. 7-е. – Москва : Физматлит, 2009. – 646 с.	57	
3	Ильин, В. А. Основы математического анализа : учеб. для физ. специальностей и специальности «Прикл. математика». Ч. 2 / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – Изд. 7-е. – Москва : Физматлит, 2009. – 464 с.	57	
<i>Дополнительная литература</i>			
4	Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие для вузов / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. – 17-е изд. – Санкт-Петербург : Профессия, 2009. – 199 с.	282	
5	Сборник задач по математическому анализу : Учеб. пособие. Т. 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин ; Под ред. Л. Д. Кудрявцева. – 2-е изд. – М. : Физматлит, 2003. – 496 с.	43	
6	Сборник задач по математическому анализу : учеб. пособие для техн. вузов. Т. 2 : Интегралы. Ряды / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин ; Под ред. Л. Д. Кудрявцева. – Изд. 2-е. – Москва : Физматлит, 2003. – 502 с.	49	
7	Сборник задач по математическому анализу : учеб. пособие. Т. 3 : Функции нескольких переменных / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин ; Под ред. Л. Д. Кудрявцева. – 2-е изд. – М. : Физматлит, 2003. – 468 с.	195	
8	Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И. В. Проскуряков. – Изд. 13-е. – Санкт-Петербург : Лань ; Москва, 2010. – 480 с.	58	
9	Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : Учеб. для физ.-мат. фак. ун-тов / Л. Э. Эльсгольц. – М. : Наука, 1965. – 434 с.	5	

14. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. Электронно-библиотечная система Донецкого национального университета [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://library.donnu.ru/>.
2. Загорный, М. П. Высшая математика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://hegeln.net/math/>.

15. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. SSLAE-C: solves the square systems of linear algebraic equations applying the Cramer's rule (floating-point arithmetic is used). This program is free and open [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://hegelnet.org/compeda/instrumental-repository/sslae-c/index.html>.
2. SSLAE-C-Q: solves the square systems of linear algebraic equations applying the Cramer's rule (rational arithmetic is used). This program is free and open [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://hegelnet.org/compeda/instrumental-repository/sslae-c-q/index.html>.