

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



УТВЕРЖДАЮ  
проректор

*П.А. Машаров*

« 29 » марта 2024 г. П.А. Машаров

МП

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ АНАЛИЗА

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Профиль подготовки	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2024

Рабочая программа дисциплины «Дополнительные главы анализа» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2024 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений,  
канд. физ.-мат. наук



А.В. Агибалова

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений.  
Протокол от 26.03.2024 г. № 10.

Заведующий кафедрой



В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и  
информационных технологий  
28.03.2024 г.



И.А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.  
Протокол от 27.03.2024 г. № 3.  
Председатель



Л. И. Селякова

Руководитель основной профессиональной  
образовательной программы,  
д-р физ.-мат. наук, зав. каф. МАиДУ, проф.  
26.03.2024 г.



В.В. Волчков

## 1. МЕСТО В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Линейная алгебра.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Научный семинар по вопросам математического анализа, Производственная практика: научно-исследовательская работа (обязательная).

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.11 Дополнительные главы анализа
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	2,5 / 90

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	3	5	17	–	34	39	90	экзамен

## 3. ЦЕЛИ

Углубленная подготовка в области анализа (вещественного и комплексного); ознакомление с совокупностью математических знаний о функциях, интегралах и функционалах; формирование абстрактного и логического мышления, математического кругозора и культуры, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в науке и приложениях.

## 4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

### 4.1. Компетенции

ПК-3. Способен осуществлять преподавание по дополнительным общеобразовательным программам.

### 4.2. Индикаторы компетенций

ПК-3.2. Владеет предметом и приёмами изложения материала, способен организовать занятие.

### 4.3. Результаты обучения

ПК-3.2.1. Знает определения и утверждения, методы решения задач дисциплины, схему доказательств утверждений.

ПК-3.2.2. Умеет решать задачи дисциплины (приводить матрицу линейного оператора к каноническому виду, вычислять функции от матрицы), формулировать основные теоремы, выбирать и использовать необходимые методы при решении задач.

ПК-3.2.3. Владеет навыками подачи материала, разработкой заданий по темам дисциплины.

## 5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Диагональный вид и жорданова нормальная форма матрицы.	1.1 Матричная алгебра. 1.2. Приведение матрицы к диагональному виду. 1.3. Приведение матрицы к жордановой нормальной форме.
Раздел 2. Функции от матрицы.	2.1. Определение и свойства функции от матрицы. 2.2 Интерполяционный многочлен Лагранжа-Сильвестра.
Раздел 3. Самосопряжённые операторы.	3.1 Самосопряжённые операторы и их матрицы. Ортопроекторы. 3.2 Собственные значения и собственные векторы самосопряжённого оператора. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора. 3. Функциональное исчисление для самосопряжённого оператора.

## 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 5

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Диагональный вид и жорданова нормальная форма матрицы.	<b>6</b>		<b>10</b>	<b>12</b>	<b>28</b>
Матричная алгебра.	1		2	4	7
Приведение матрицы к диагональному виду.	1		2	4	7
Приведение матрицы к жордановой нормальной форме.	4		6	4	14
Раздел 2. Функции от матрицы.	<b>4</b>		<b>8</b>	<b>10</b>	<b>22</b>
Определение и свойства функции от матрицы.	2		4	5	11
Интерполяционный многочлен Лагранжа-Сильвестра.	2		4	5	11
Раздел 3. Самосопряжённые операторы.	<b>7</b>		<b>16</b>	<b>17</b>	<b>40</b>
Самосопряжённые операторы и их матрицы. Ортопроекторы.	3		6	6	15
Собственные значения и собственные векторы самосопряжённого оператора. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора.	2		6	6	14
Функциональное исчисление для самосопряжённого оператора.	2		4	5	11
<b>ИТОГО ЗА СЕМЕСТР / ПО</b>	<b>17</b>	<b>–</b>	<b>34</b>	<b>39</b>	<b>90</b>

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Контрольные вопросы

#### Раздел 1

1. Линейные пространства, линейная зависимость и независимость. Базис.
2. Обратные матрицы. Ранг матрицы.
3. Специальные типы матриц.
4. Изменение координат вектора при переходе к новому базису.
5. Собственные значения и собственные векторы.
6. Диагональный вид матрицы. Условия диагонализации.
7. Жордановы матрицы. Корневые подпространства.
8. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств.
9. Циклические подпространства. Жорданов базис корневых подпространств.

#### Раздел 2

10. Характеристический и минимальный многочлены матрицы.
11. Определение функции от матрицы.
12. Свойства функции от матрицы.
13. Интерполяционный многочлен Лагранжа-Сильвестра.

#### Раздел 3

14. Самосопряжённые операторы: определение, свойства.
15. Ортопроекторы: определение, свойства.
16. Собственные значения и собственные векторы самосопряжённого оператора: свойства.
17. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора.
18. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора в форме разложения единицы.
19. Функциональное исчисление для самосопряжённого оператора.

### 7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике по темам:

- диагональный вид и жорданова нормальная форма матрицы;
- функции от матрицы.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

### 7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

1. Спектральная теорема для самосопряжённого оператора.
2. Привести матрицу  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  к диагональному виду
3. Вычислить  $\sin B$ , если  $B = \begin{pmatrix} -4 & 9 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$ .

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

## 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

По результатам работы в семестре студент, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают экзамен. Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно принятому порядку.

### 8.1. Семестр 5

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	60
	Контрольная работа по теоретическому материалу	30
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

## 9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- 1) для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.
- 2) для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- 3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- 1) для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
- 2) для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- 3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.

## 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

## 11. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 11.1. Основная литература

1. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. - Изд. 5-е. - Москва: Физматлит, 2004 (ОАО Чебоксарская тип. j 1). - 559 с.
2. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре / И. М. Гельфанд. - [8-е изд]. - Москва: КДУ, 2009. - 320 с.
3. Конечномерный линейный анализ. I. Линейные операторы в конечномерных гильбертовых (унитарных) пространствах (H): Учебное пособие / Муратов М. А., Островский В. Л., Самойленко Ю. С. — Киев: Центр учебной литературы, 2012. — 174 с.

### 11.2. Дополнительная литература

4. Ланкастер П. Теория матриц [Текст] / П. Ланкастер; перевод с англ. С. П. Демушкина. - 2-е изд. - Москва: Наука, 1982. - 269 с.
5. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: [для ун-тов]. - 4-е изд., стер. - Москва: Наука, 1975. - 400 с.

## 12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

## 13. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).