

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор



 В.А. Дубровина

«31» марта 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ»**

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	программа магистратуры
Направление подготовки	01.04.01 Математика
Магистерская программа	Математика
Форма обучения	очная

Рабочая программа адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2023

Рабочая программа дисциплины «Интегральные преобразования» для обучающихся по направлению подготовки 01.04.01 Математика, магистерской программы «Математика», составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 12 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для очной формы обучения в 2023 г.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений
канд. физ.-мат. наук



П.А. Машаров

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений
Протокол от 31.03.2023 г. № 10а

Заведующий кафедрой



В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО

Декан факультета математики и информационных технологий



И.А. Моисеенко

31 марта 2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий (Протокол от 31.03.2023 г. № 3)

Председатель



Л. И. Селякова

31 марта 2023 г.

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Интегральные преобразования» включена в базовую (обязательную) часть учебного плана.

Изучение данной дисциплины основывается на базе программы бакалавриата: «Математический анализ», «Комплексный анализ», «Функциональный анализ», «Теория меры и интеграла». Знания и умения, полученные в ходе изучения дисциплины «Интегральные преобразования» являются основой для изучения последующих дисциплин: «Научный семинар по вопросам математического анализа», «Гармонический анализ», прохождения практик; используются при подготовке выпускной квалификационной работы.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Наименование показателя</i>	<i>Характеристика дисциплины</i>	
Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика	
Направление подготовки	01.04.01 Математика	
Программа высшего образования	магистратура	
Магистерская программа	Математика	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Базовая (обязательная) часть	
	очная форма обучения	заочная форма обучения
Количество зачетных единиц	4	
Общее количество часов	144	
Год подготовки	1	
Семестр	1	
Количество содержательных модулей	1	
Недельное количество часов для очной формы обучения:		
аудиторных	3	
лекционных	2	
практических, семинарских	1	
лабораторных	—	
самостоятельной работы	5	
индивидуальные задания	—	
Форма промежуточной аттестации	экзамен	

3. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины:

Углубленная подготовка в области анализа (вещественного и комплексного); овладение методами вычисления интегральных преобразований; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в науке и приложениях; формирование у студентов научного подхода.

Задачи дисциплины:

Показать различные интегральные преобразования, их свойства, связь между ними, их применение в науке; обратить внимание на различные методы вычисления интегральных преобразований

4. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения дисциплины у обучающегося должны быть сформированы компетенции:

Общепрофессиональные компетенции (ОПК):	
ОПК-2	Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении
ОПК-3	Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности
Профессиональные компетенции (ПК):	
ПК-5	Способен осуществлять преподавание по программам бакалавриата и ДПП, ориентированным на соответствующий уровень квалификации

Достижение компетенций оценивается на основе индикаторов и соответствующих им результатов обучения.

Индикаторы достижения компетенций и результаты обучения.
Достижение компетенций оценивается на основе таких индикаторов и соответствующих им результатов обучения

Общепрофессиональные компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-2. Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2. И-1. Понимает возможную область применения функционального анализа в математике и физике	Знает определения и теоремы из курса «Интегральные преобразования»
		Знает основные классы функциональных пространств
		Знает свойства преобразований Фурье, Лапласа и т.п.
		Умеет применять на практике интегральные преобразования
		Умеет использовать методы теории интегральных преобразований
ОПК-3. Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности	ОПК-3. И-1. Понимает взаимосвязь между различными разделами	Знает определения и теоремы из курса «Интегральные преобразования»
		Знает основные разделы предмета «Интегральные преобразования»
		Знает связь между теоремами предмета и других разделов математики

	функционального анализа	Умеет рассказать формулировки и доказательства основных теорем об интегральных преобразованиях
		Умеет объяснять основные результаты предмета

Профессиональные компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ПК-5. Способен осуществлять преподавание по программам бакалавриата и ДПП, ориентированным на соответствующий уровень квалификации	ПК-3. И-1. Умеет пояснять основные результаты интегральных преобразований и их применение в различных разделах математики	Знает определения и теоремы из курса «Интегральные преобразования»
		Знает связь между интегральными преобразованиями и другими разделами математики
		Знает применения интегральных преобразований для исследования свойств функций и операторов
		Умеет рассказать о применении интегральных преобразований в различных разделах математики
		Умеет рассказать о взаимосвязи интегральных преобразований и других разделов математики

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Темы	Вопросы темы
Содержательный модуль 1.	
1. Преобразование Фурье на L^1	1.1. Определение, примеры преобразования Фурье 1.2. Свойства преобразования Фурье 1.3. Методы вычисления преобразования Фурье
2. Преобразование Фурье-Планшереля	2.1. Определение 2.2. Связь с преобразованием Фурье 2.3. Свойства 2.4. Преобразование Фурье на L_p , $1 \leq p \leq 2$. Теорема Винера-Пэли
3. Преобразование Лапласа	3.1. Определение, примеры 3.2. Свойства, таблица преобразований 3.3. Применение в дифференциальных уравнениях 3.4. Решение систем дифференциальных уравнений и интегральных уравнений 3.5. Дискретное преобразование Фурье
4. Многомерное преобразование Фурье. Функции Бесселя. Преобразование Ганкеля и другие	4.1. Определения многомерного преобразования Фурье 4.2. Функций Бесселя 4.3. Преобразования Ганкеля и других 4.4. Свойства преобразований и функций Бесселя
5. Преобразование Меллина	5.1. Определение, примеры, свойства
6. Интегрально-геометрические преобразования	6.1. Преобразование Радона, Минковского-Функа, их свойства

6. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов							
	Очная форма обучения				Заочная форма обучения			
	Всего	В т.ч.			Всего	В т.ч.		
		Лекции	Практические	Самостоятельная работа		Лекции	Практические	Самостоятельная работа
1. Преобразование Фурье на L^1	46	10	6	30				
2. Преобразование Фурье-Планшереля	32	8	4	20				
3. Преобразование Лапласа	26	4	6	16				
4. Многомерное преобразование Фурье. Функции Бесселя. Преобразование Ганкеля и другие	12	6	–	6				
5. Преобразование Меллина	6	2	–	4				
6. Интегрально-геометрические преобразования	22	6	2	14				
Всего часов	144	36	18	90				

7. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Самостоятельная работа имеет особенное значение для креативного (творческого) усвоения основных понятий и категорий основы научной работы обучающихся. Самостоятельная работа обучающегося является важной формой учебного процесса, которая позволяет приобрести, а также закрепить новые знания, навыки и умения, сформировать личные убеждения, использовать полученные знания и умения в практической деятельности. Она осуществляется на протяжении всего процесса обучения и имеет следующие стадии:

1. Первичное ознакомление с теоретическим материалом и составление конспекта;
2. Изучение и усвоение теоретического материала;
3. Самостоятельная проработка литературных источников и обобщение изученного материала;
4. Подготовка к практическим занятиям;
5. Выполнение практических заданий;
6. Индивидуальная работа по заданию преподавателя.

Контрольными формами самостоятельной работы по дисциплине могут быть следующие: работа с литературными первоисточниками по темам дисциплины; выполнение практических заданий, подготовка докладов, тезисов, научных статей.

8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Понятие интегрального преобразования. Примеры. Основные задачи теории интегральных преобразований. Преобразование Фурье интегрируемых функций.

Ограниченность и равномерная непрерывность преобразования Фурье. Лемма Римана-Лебега. Преобразование Фурье чётных и нечётных функций.

Связь между гладкостью функции и скоростью убывания её преобразования Фурье. Связь между скоростью убывания функции и гладкостью её преобразования Фурье. Преобразование Фурье на комплексной плоскости.

Свёртка функций на действительной оси. Преобразование Фурье свёртки. Формула Бореля.

Формула умножения для преобразования Фурье. Формулы обращения. Теорема единственности.

Определение преобразования Фурье-Планшереля. Примеры.

Простейшие свойства преобразования Фурье-Планшереля. Равенство Парсеваля. Теорема единственности. Формула умножения. Формула обращения.

Альтернативное определение преобразования Фурье-Планшереля и формулы обращения.

Функции Эрмита. Многочлены Чебышёва-Эрмита.

Определение преобразования Фурье-Планшереля в терминах функции Эрмита. Спектр преобразования Фурье-Планшереля. Преобразование Фурье на пространствах L_p .

Образы некоторых функциональных пространств относительно преобразования Фурье.

Теорема Виннера-Пэли.

Определение и примеры преобразования Лапласа.

Свойства преобразования Лапласа.

Обращение преобразования Лапласа.

Применение преобразования Лапласа для решения дифференциальных уравнений.

Применение преобразования Лапласа для решения систем дифференциальных уравнений.

Применение преобразования Лапласа для решения интегральных уравнений.

Дискретное преобразование Лапласа и его применение.

Многомерное преобразование Фурье. Свойства симметрии преобразования Фурье.

Определение функций Бесселя. Формулы дифференцирования. Дифференциальное уравнение. Интегральное представление Пуассона.

Интеграл Бесселя. Преобразование Фурье радиальных функций. Преобразование Ганкеля.

Преобразование Меллина. Примеры. Связь с преобразованием Фурье. Формула обращения. Равенство Парсеваля. Мультипликативная свёртка и её связь с преобразованием Меллина.

Интегрально-геометрические преобразования. Преобразование Радона на плоскости. Формула обращения преобразования Радона на плоскости.

Преобразование Минковского-Функа. Теорема о ядре.

Интегральное преобразование, связанное с полусферами на сфере. Описание ядра.

9. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Оценочные средства детализируются по видам работ в оценочных материалах по дисциплине, которые утверждаются на заседании кафедры.

Система оценивания по дисциплине по очной форме обучения*

Форма контроля	Максимальное количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
практическая работа (тема 1-2)	15	30
практическая работа (тема 3)	10	50
практическая работа (тема 4-6)	10	20
Промежуточная аттестация	экзамен	
Итого за семестр	100	

* в соответствии с утвержденными оценочными материалами по дисциплине

10. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале согласно таким критериям, приведенным в таблице ниже. Организационно-учебная работа обучающегося в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (вопросы лектору по теме лекционного материала, участие в обсуждении пройденного материала, решение задач и ситуаций у доски и т.п.).

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают экзамен. Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно принятому порядку.

Содержательные модули	Вид работы	Баллы
Содержательный модуль 1	Организационно-учебная работа обучающегося в	10
	Самостоятельная работа	40
	Модульная контрольная работа	50
	Итого	100
Экзамен		100
Общий итог		100

Порядок оценивания учебных достижений обучающихся

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по пятибалльной шкале	
		экзамен, дифференцированный зачет	зачет
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной аттестации	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

11. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

1) для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.

2) для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с

использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- 3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.

12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя. Выход в Интернет проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

13. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Волков, И. К. Интегральные преобразования и операционное исчисление : Учеб. для студентов втузов / И. К. Волков, А. Н. Канатников ; Под ред. В. С. Зарубина и А. П. Крищенко. - М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. - 228 с
2. Волчков В.В. Преобразование Фурье [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.В. Волчков, Вит.В. Волчков – Донецк: ДонНУ, 2017. – Электронные данные (1 файл)

3. Машаров П.А. Классические интегральные преобразования [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / П.А. Машаров, Н.П. Волчкова – Донецк: ДонНУ, 2017. – Электронные данные (1 файл)

4. Интегральные преобразования: учебное пособие / В.В. Волчков, Вит.В. Волчков, Н.П. Волчкова, П.А. Машаров – 2-е изд., изм. и доп. Донецк: ДонНУ, 2019. – 204 с.

Дополнительная литература

5. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин ; Моск. гос. - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2004. - 570 с.

6. Краснов М.Л. Операционное исчисление. Теория устойчивости: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко – изд. 3-е, испр. и доп. – Москва: Едиториал УРСС. – 2003. – 176 с.

14. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. Научная электронная библиотека elibrary.ru : информ.-аналит. портал / ООО Научная электронная библиотека. – Москва : ООО Науч. электрон. б-ка, сор. 2000–2022. – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.01.2023). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

2. Электронный каталог Научной библиотеки Донецкого государственного университета. – Донецк : НБ ДонГУ, 1999– . – URL: <http://catalog.donnu.education> (дата обращения: 01.01.2023). – Текст : электронный;

3. Учебники и другие книги по математике URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> (дата обращения: 31.03.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный

4. Интернет-библиотека Виталия Арнольда URL: <http://ilib.mcsme.ru/> (дата обращения: 31.03.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный;

5. Техническая библиотека URL: <http://techlibrary.ru/> (дата обращения: 31.03.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный;

6. Научные журналы ФГБОУ ВО «ДонГУ» URL: <http://donnu.ru/science/journals> (дата обращения: 31.03.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст : электронный.

15. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)

2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)

3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)

4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).